

เอกสารประกอบการสอน

รายวิชาชลศาสตร์

เกรียงไกร ตริฤทธิวิทยา

คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรมและอัญมณีศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี 2558

เอกสารประกอบการสอน

รายวิชาชลศาสตร์

เกรียงไกร ตริฤทธิวิทยา

วศ.ม.(วิศวกรรมทรัพยากรน้ำ)

คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรมและอัญมณีศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี 2558

คำนำ

เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์ รหัสวิชา 6092601 เล่มนี้เรียบเรียงเพื่อจุดประสงค์ให้นักศึกษาปริญญาตรีใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียนตลอดจนเป็นแนวทางในการหาความรู้เพิ่มเติม ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพและบรรลุวัตถุประสงค์ เอกสารประกอบการสอนนี้ได้แบ่งเนื้อหาในการเรียนการสอนไว้ 11 บท โดยเนื้อหาวิชาประกอบไปด้วย หลักการพื้นฐาน และคุณสมบัติของของไหล เช่น ความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะ ความถ่วงจำเพาะ เป็นต้น ของไหลสถิตย์ ความดันของของไหล แรงพยุงและการลอยตัว จลนศาสตร์ของของไหล สมการพลังงาน สมการโมเมนตัม พลศาสตร์ของของไหล การไหลภายในท่อ การไหลในทางน้ำเปิด การวัดการไหลของของไหล และการวิเคราะห์มิติ ความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์ และประยุกต์การวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่

การเรียบเรียงเอกสารประกอบการสอนเล่มนี้อาศัยตำราของผู้ทรงคุณวุฒิหลายท่าน ดังปรากฏในบรรณานุกรมท้ายบท ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงและหวังว่าเอกสารประกอบการสอนเล่มนี้คงจะเป็นประโยชน์แก่นักศึกษา

สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ตรวจประเมินเอกสารประกอบการสอนเล่มนี้ ขอขอบคุณผู้บริหารและเจ้าหน้าที่จากมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณีทุกท่าน ที่ช่วยสนับสนุนการขอกำหนดตำแหน่งผู้ช่วยศาสตราจารย์

เกรียงไกร ตรีฤทธิวิทยา
พฤศจิกายน 2558

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	(1)
สารบัญ	(3)
สารบัญภาพ	(7)
สารบัญตาราง	(11)
แผนบริหารการสอนประจำวิชา	(12)
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 1	1
บทที่ 1 หลักการพื้นฐาน และคุณสมบัติของของไหล	3
1.1 ปริมาณ มิติและหน่วย	3
1.2 คุณสมบัติของของไหล	7
1.3 ความหนาแน่น	8
1.4 น้ำหนักจำเพาะ	9
1.5 ความถ่วงจำเพาะ	9
1.6 ปริมาตรจำเพาะ	10
1.7 ความหนืด	10
1.8 ความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล	22
1.9 ความดันไอ	23
1.10 แรงตึงผิว	25
1.11 สรุป	34
แบบฝึกหัดบทที่ 1	35
เอกสารอ้างอิง	36
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 2	37
บทที่ 2 ของไหลสถิตย	39
2.1 ความดัน	39
2.2 การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต	42
2.3 การวัดความดัน	46
2.4 หน่วยของความดัน	47
2.5 อุปกรณ์วัดความดัน	52
2.6 แรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ	64
2.7 แรงดันของของไหลรอบท่อ	83
2.8 แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง	87
2.9 สรุป	92
แบบฝึกหัดบทที่ 2	93
เอกสารอ้างอิง	97

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 3	98
บทที่ 3 แรงพุงและการลอยตัว	100
3.1 แรงลอยตัว	100
3.2 ไฮโดรมิเตอร์	109
3.3 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุในของเหลว	115
3.4 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว	117
3.5 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุลอยในของเหลว	117
3.6 สรุป	127
แบบฝึกหัดบทที่ 3	128
เอกสารอ้างอิง	130
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 4	131
บทที่ 4 จลนศาสตร์ของของไหล	133
4.1 การจำแนกประเภทของการไหล	135
4.2 การวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม	139
4.3 ความเร็วเฉลี่ยและอัตราการไหล	140
4.4 ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์	141
4.5 สมการกฎการอนุรักษ์มวล	146
4.6 สรุป	154
แบบฝึกหัดบทที่ 4	155
เอกสารอ้างอิง	158
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 5	159
บทที่ 5 สมการพลังงาน	161
5.1 สมการพลังงานของออยเลอร์	161
5.2 สมการเบอร์นูลลี	163
5.3 คาวิตีชัน	165
5.4 ประยุกต์ใช้สมการพลังงานกับชลศาสตร์	173
5.5 การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ	174
5.6 เครื่องสูบ	186
5.7 กังหัน	189
5.8 ประยุกต์ใช้สมการพลังงานในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่	192
5.9 สรุป	194
แบบฝึกหัดบทที่ 5	195
เอกสารอ้างอิง	199

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 6	200
บทที่ 6 พลศาสตร์ของของไหล	202
6.1 สมการโมเมนตัมเชิงเส้นสำหรับปริมาตรควบคุม	203
6.2 สมการโมเมนตัมกับการไหลหลายทิศทาง	211
6.3 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบสถิต	219
6.4 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบที่เคลื่อนที่	219
6.5 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งสถิต	221
6.6 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งเคลื่อนที่	222
6.7 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อกังหันแบบกระแทก	223
6.8 สรุป	234
แบบฝึกหัดบทที่ 6	235
เอกสารอ้างอิง	238
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 7	235
บทที่ 7 การไหลภายในท่อ	241
7.1 พลวัตกรรมของการไหลในท่อ	242
7.2 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน	244
7.3 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบเรียบ	247
7.4 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบปั่นป่วน	249
7.5 การสูญเสียพลังงานรอง	256
7.6 สรุป	265
แบบฝึกหัดบทที่ 7	266
เอกสารอ้างอิง	267
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 8	268
บทที่ 8 การไหลในทางน้ำเปิด	270
8.1 ประเภทของทางน้ำเปิด	270
8.2 การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิด	271
8.3 สมการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด	275
8.4 การวิเคราะห์การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา	279
8.5 พลังงานจำเพาะกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา	286
8.6 โมเมนตัมฟังก์ชันกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา	289
8.7 สรุป	297
แบบฝึกหัดบทที่ 8	298
เอกสารอ้างอิง	300

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 9	301
บทที่ 9 การวัดการไหลของของไหล	303
9.1 ปัจจัยในการเลือกเครื่องมือวัดการไหล	303
9.2 การวัดอัตราการไหล	304
9.3 การวัดความเร็วของน้ำ	317
9.4 การวัดความดัน	320
9.5 การวัดความหนืด	320
9.6 ประยุกต์เครื่องการวัดในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่	324
9.7 สรุป	327
แบบฝึกหัดบทที่ 9	328
เอกสารอ้างอิง	329
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 10	330
บทที่ 10 การวิเคราะห์มิติ และความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์	332
10.1 การวิเคราะห์เชิงมิติ	332
10.2 ความคล้ายคลึง	341
10.3 กลุ่มตัวแปรไร้มิติทั่วไปในวิชาชลศาสตร์	344
10.4 การจัดประเภทของกรณีศึกษา	348
10.5 สรุป	358
แบบฝึกหัดบทที่ 10	359
เอกสารอ้างอิง	361
บรรณานุกรม	362

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า	
1.1	ความหนาแน่นของน้ำที่เปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิ	8
1.2	รูปแบบการเคลื่อนที่ของความหนืด	11
1.3	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนกับความเร็วเกรเดียนท์	12
1.4	ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลที่อุณหภูมิต่างๆ	13
1.5	การหมุนของทรงกระบอกที่มีแกนร่วมกัน	14
1.6	ความหนืดคินแมติกของของไหลที่อุณหภูมิต่างๆ	16
1.7	ความแตกต่างระหว่างของไหลที่บีบอัดตัวไม่ได้กับของไหลที่บีบอัดตัวได้	23
1.8	ของเหลวชนิดภายในสถานะปิด	23
1.9	ตัวอย่างปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับแรงตึงผิว	25
1.10	ลักษณะอนุภาคของไหลสัมผัสอากาศ	26
1.11	ลักษณะรูปร่างของหยดปรอท และน้ำที่อยู่บนพื้น	26
1.12	ลักษณะการเกิดแรงบริเวณขอบของผิวอิสระ	27
1.13	ลักษณะของแรงที่เกิดแรงบริเวณขอบของหยดและฟอง	27
1.14	ลักษณะการเกิดแคพิลลารี	28
1.15	ความสูงแคพิลลารีของของเหลวในหลอดแก้วกลมสะอาด	29
2.1	ลักษณะของความดันที่กระทำบนพื้นที่	40
2.2	ของไหลรูปลิ้มที่อยู่นี้มีความดันกระทำทั้ง 3 แกนเท่ากัน	41
2.3	แรงดันที่กระทำบนระนาบต่างๆ ของของไหล	42
2.4	ความแตกต่างของความดันระหว่างจุดสองจุด	45
2.5	ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงกับความดันสัมบูรณ์และความดันเกจ	46
2.6	บารอมิเตอร์อย่างง่าย	52
2.7	ปิโซมิเตอร์	53
2.8	มาโนมิเตอร์รูปตัวยู	54
2.9	มาโนมิเตอร์ความแตกต่าง	54
2.10	มาโนมิเตอร์แบบเอียง	55
2.11	การทำงานของมาตรวัดบูดอง	56
2.12	ความดันที่กระทำกับอนุภาคของไหลที่ติดกับพื้นผิวรับแรง	64
2.13	แรงดันลัทธิบนระนาบระดับ	65
2.14	แรงดันลัทธิบนระนาบตั้ง	67
2.15	แรงดันของของไหลที่กระทำกับระนาบผิวเรียบ	77
2.16	ความดันที่กระทำกับอนุภาคของไหลที่ติดกับพื้นผิวรับแรง	78
2.17	พิกัดโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกนต่างๆ	80
2.18	แสดงความเค้นตามแนวเส้นรอบวงที่กระทำกับภาชนะครึ่งทรงกระบอก	83
2.19	ทรงกระบอกผนังบาง	84
2.20	ลักษณะทิศทางของความดันที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวโค้ง	87

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า	
2.21	แรงที่กระทำกับก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้งเอปี	87
2.22	ระนาบรับแรงในแนวราบของก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง	88
2.23	ระนาบรับแรงในแนวตั้งของก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง	89
3.1	แรงดันของของไหลที่กระทำกับวัตถุใดๆ	100
3.2	แรงต่างๆ ที่กระทำกับวัตถุไม่มีมวลที่จมอยู่ในของไหล	101
3.3	วัตถุที่จมอยู่ในของเหลว 2 ชนิด	102
3.4	แสดงระยะจุดศูนย์กลางของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว 2 ชนิด	103
3.5	แสดงหลักเกณฑ์เรื่องแรงลอยตัวของวัตถุในของของเหลว	103
3.6	การเขียนแผนผังวัตถุอิสระของวัตถุ	104
3.7	ไฮโดรมิเตอร์	107
3.8	เสถียรภาพการลอยตัวและจมตัว	115
3.9	วัตถุที่ไม่เสถียรภาพการลอยตัวและจมตัว	116
3.10	การทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว	116
3.11	เสถียรภาพของวัตถุที่จมเพียงบางส่วน	118
3.12	ความสูงเมตาเซนตริกของเสถียรภาพของวัตถุที่จมเพียงบางส่วน	118
3.13	ตัวแปรต่างๆ ที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุที่ลอยในของไหลเกิดการเอียงตัว	119
3.14	แสดงการหาความสูงเมตาเซนตริก	121
4.1	การเคลื่อนที่ของอนุภาคของการไหลในสนามการไหล	133
4.2	แนวเส้นทางของการไหลในสนามการไหล	134
4.3	ลำท่อเส้นกระแสของแนวเส้นทางของการไหล	134
4.4	ของไหลจินตนาการและของไหลในสนามการไหลจริง	135
4.5	ของไหลที่อัดตัวได้และไม่ได้ภายในสนามการไหลที่มีการเปลี่ยนแปลงความดัน	136
4.6	แนวเส้นทางของการไหลในสนามการไหล	136
4.7	การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน	137
4.8	การไหลแบบหมุนและการไหลแบบไม่หมุน	137
4.9	การไหลแบบสม่ำเสมอ	138
4.10	การไหลแบบไม่สม่ำเสมอ	138
4.11	การไหลแบบหนึ่ง, สอง และสามมิติ	138
4.12	การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุม	140
4.13	ความเร็วของของไหลในภาชนะ	140
4.14	การเคลื่อนที่ของระบบผ่านปริมาตรควบคุมที่มีการไหลทิศทางเดียว	141
4.15	การเคลื่อนที่ของระบบผ่านปริมาตรควบคุมที่มีการไหลเข้าออกอย่างอิสระ	144
5.1	การเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลตามแนวเส้นทางของการไหล	161
5.2	ความสัมพันธ์ของตัวแปรเทอมต่างๆ ในสมการเบอร์นูลลี	163
5.3	แสดงปรากฏการณ์การเกิดคาวิตีชั่น	165

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
5.4	การสูญเสียเฮตของการไหลในท่อ	174
5.5	การเปลี่ยนแปลงระดับพลังงานและระดับชลศาสตร์ของการไหลในท่อ	174
5.6	การเปลี่ยนแปลงเฮตพลังงานเมื่อของไหลไหลผ่านเครื่องสูบ	186
5.7	การเปลี่ยนแปลงเฮตพลังงานเมื่อของไหลไหลผ่านกังหัน	189
6.1	ตัวอย่างพฤติกรรมของแรงที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม	202
6.2	การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัมของระบบผ่านปริมาตรควบคุม	203
6.3	การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัม และแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม	211
6.4	การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัมและแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม โดยอิงตามระบบพิกัดฉาก	211
6.5	ของไหลกระทบแผ่นผิวเรียบสถิต	219
6.6	แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับของไหล	219
6.7	แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ในทิศทางสวนทางกันกับของไหล	220
6.8	ของไหลเคลื่อนที่กระทบแผ่นผิวโค้งสถิต	221
6.9	ของไหลเคลื่อนที่กระทบแผ่นผิวโค้งเคลื่อนที่	222
6.10	กังหันแบบกระแทก	224
6.11	ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังงานและความเร็วของวงล้อกังหัน	225
7.1	ความแตกต่างของหน้าตัดการไหลของการไหลภายในรางแบบปิดกับการไหลในรางแบบเปิด	241
7.2	เครื่องมือทดสอบการไหลและพฤติกรรมการไหลของเรย์โนลด์	242
7.3	ความสัมพันธ์ของพลังงานและแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม	244
7.4	การกระจายตัวของความเร็วและความเค้นเฉือนของการแบบราบเรียบ	247
7.5	การเปรียบเทียบความสูงของรูปทรงพาราโบลอยด์กับทรงกระบอกที่มีรัศมีเท่ากัน	248
7.6	แผนภาพมูดดีไดอะแกรม	251
7.7	วาล์วชนิดต่างๆ	259
8.1	ทางน้ำธรรมชาติ	270
8.2	ทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น	270
8.3	การแบ่งประเภทการไหลโดยพิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปตัดเป็นเกณฑ์	271
8.4	การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา	272
8.5	การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา	272
8.6	การไหลแบบสม่ำเสมอแปรเปลี่ยนตามเวลา	272
8.7	การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปและแปรเปลี่ยนตามเวลา	273
8.8	การไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันและแปรเปลี่ยนตามเวลา	273
8.9	สภาวะการไหลแบบต่าง	275
8.10	ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการไหลในทางน้ำเปิด	275
8.11	การไหลเข้าออกของปริมาตรควบคุม	276

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
8.12	เขตของอนุภาคของไหลบนหน้าตัดใดๆ ของการไหลในทางน้ำเปิด	277
8.13	เขตของหน้าตัดการไหลของการไหลในทางน้ำเปิด	278
8.14	การวิเคราะห์แรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุมของการไหลในทางน้ำเปิด	278
8.15	การเกิดการไหลแบบสม่ำเสมอ	279
8.16	การวิเคราะห์การไหลแบบไม่สม่ำเสมอ	279
8.17	พลังงานงานจำเพาะของการไหลในทางน้ำเปิด	286
8.18	ความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับความลึกของการไหลในทางน้ำเปิด	287
8.19	ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ฟังก์ชัน กับความลึกของการไหลในทางน้ำเปิด	290
9.1	ท่อเวนจูรี	305
9.2	ค่าสัมประสิทธิ์ของท่อเวนจูรี	306
9.3	ลักษณะของออริฟิซ	308
9.4	วีนาคอนแทรกตา	309
9.5	ออริฟิซมาตรฐาน	310
9.6	เครื่องมืออัตราการไหลผ่านหัวฉีดวัดการไหล	313
9.7	กราฟหาค่าสัมประสิทธิ์ด้านจ่ายอัตราการไหลผ่านหัวฉีดวัดการไหล	313
9.8	ลักษณะของฝายสันคม	314
9.9	ฝายสันคมลักษณะต่างๆ	315
9.10	ฝายรูปสี่เหลี่ยมคางหมู	316
9.11	เครื่องมือที่ใช้วัดความเร็วชนิดท่อปีโตต์	318
9.12	การวัดความเร็วของน้ำในทางน้ำเปิดด้วยเครื่องมือวัดความเร็วน้ำ	319
9.13	มาตรวัดความหนืดเซย์โบลต์	321
9.14	มาตรวัดความหนืดชนิดถ้วยหมุน	322
9.15	การเปลี่ยนแปลงระดับน้ำในถัง	324
10.1	แผนภูมิความเชื่อมโยงระหว่างแบบจำลองกับต้นแบบ	332
10.2	ความคล้ายคลึงทางเลขาคณิต	341
10.3	ความคล้ายคลึงทางจลศาสตร์	342
10.4	ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์	343
10.5	แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลผ่านท่อปิด	348
10.6	แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ การไหลรอบวัตถุที่จมในของไหล	352
10.7	แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลผ่านทางน้ำเปิด	355

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1.1	มิติของปริมาณทางฟิสิกส์	4
1.2	หน่วยของมิติปฐมภูมิของระบบเอสไอและระบบหน่วยอังกฤษ	5
1.3	ปริมาณฐานในระบบเอสไอและระบบอังกฤษที่ควรจดจำ	6
1.4	อักษรนำหน้าหน่วย	7
1.5	สมบัติทางฟิสิกส์ของน้ำ	32
1.6	สมบัติทางฟิสิกส์ของเหลว ที่ความดันบรรยากาศระดับน้ำทะเล	33
2.1	ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ของรูปทรงเรขาคณิตศาสตร์	69
3.1	ตารางเกณฑ์เสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุ	122
7.1	ชนิดของการไหลในท่อ	243
7.2	ตารางค่าขรุขระภายในท่อสำหรับท่อใหม่	250
7.3	สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง	257
8.1	ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิง	282
10.1	มิติของปริมาณทางฟิสิกส์	333
10.2	หน่วยของมิติปฐมภูมิของระบบเอสไอและระบบหน่วยอังกฤษ	334

แผนบริหารการสอนประจำวิชา

รหัสวิชา 6092601

รายวิชา ชลศาสตร์ 3(3-0-6)
(Hydraulics)

คำอธิบายรายวิชา

สมบัติของของไหล ของไหลสถิตย์ ไดนามิกส์และจลนศาสตร์การไหล สมการพลังงานในการไหลแบบคงที่ โมเมนตัมและแรงไดนามิกส์ในการไหล การวิเคราะห์ความเหมือนและมิติ การไหลของของไหลแบบกอดัดไม่ได้ในท่อ การไหลในทางน้ำเปิด การวัดการไหล ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่

ความมุ่งหมายรายวิชา

1. มีความรู้เกี่ยวกับสมบัติของของไหล ของไหลสถิตย์ ไดนามิกส์และจลนศาสตร์การไหล สมการพลังงานในการไหลแบบคงที่ โมเมนตัมและแรงไดนามิกส์ในการไหล การวิเคราะห์ความเหมือนและมิติ การไหลของของไหลแบบกอดัดไม่ได้ในท่อ การไหลในทางน้ำเปิด การวัดการไหล ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่
2. สามารถนำความรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานในงานออกแบบที่เกี่ยวกับวิศวกรรมชลศาสตร์ได้
3. สามารถนำความรู้ไปใช้ในงานก่อสร้างและควบคุมงานที่เกี่ยวกับวิศวกรรมชลศาสตร์ได้

เนื้อหา

บทที่ 1 หลักการพื้นฐาน และคุณสมบัติของของไหล 3 ชั่วโมง

- 1.1 ปริมาณ มิติและหน่วย
- 1.2 คุณสมบัติของของไหล
- 1.3 ความหนาแน่น
- 1.4 น้ำหนักจำเพาะ
- 1.5 ความถ่วงจำเพาะ
- 1.6 ปริมาตรจำเพาะ
- 1.7 ความหนืด
- 1.8 ความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล
- 1.9 ความดันไอ
- 1.10 แรงตึงผิว
- 1.11 สรุปรูป

บทที่ 2 ของไหลสถิตย์ 6 ชั่วโมง

- 2.1 ความดัน
- 2.2 การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต
- 2.3 การวัดความดัน
- 2.4 หน่วยของความดัน
- 2.5 อุปกรณ์วัดความดัน

ลิขสิทธิ์สงวนไว้โดยมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

- 2.6 แรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ
- 2.7 แรงดึงของของไหลรอบท่อ
- 2.8 แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง
- 2.9 สรุป
- บทที่ 3 แรงพุงและการลอยตัว 3 ชั่วโมง
- 3.1 แรงลอยตัว
- 3.2 ไฮโดรมิเตอร์
- 3.3 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุในของเหลว
- 3.4 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว
- 3.5 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุลอยในของเหลว
- 3.6 สรุป
- บทที่ 4 จลนศาสตร์ของของไหล 3 ชั่วโมง
- 4.1 การจำแนกประเภทของการไหล
- 4.2 การวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม
- 4.3 ความเร็วเฉลี่ยและอัตราการไหล
- 4.4 ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์
- 4.5 สมการกฎการอนุรักษ์มวล
- 4.6 สรุป
- บทที่ 5 สมการพลังงาน 6 ชั่วโมง
- 5.1 สมการพลังงานของออยเลอร์
- 5.2 สมการเบอร์นูลลี
- 5.3 คาวิตีชัน
- 5.4 ประยุกต์ใช้สมการพลังงานกับชลศาสตร์
- 5.5 การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ
- 5.6 เครื่องสูบ
- 5.7 กังหัน
- 5.8 ประยุกต์ใช้สมการพลังงานในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่
- 5.9 สรุป
- บทที่ 6 พลศาสตร์ของของไหล 6 ชั่วโมง
- 6.1 สมการโมเมนตัมเชิงเส้นสำหรับปริมาตรควบคุม
- 6.2 สมการโมเมนตัมกับการไหลหลายทิศทาง
- 6.3 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบสถิต
- 6.4 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบที่เคลื่อนที่
- 6.5 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งสถิต
- 6.6 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัต

- กระทำต่อแผ่นผิวโค้งเคลื่อนที่
- 6.7 การประยุกต์สมการโมเมนต์เชิงเส้นกับแรงพลวัต
กระทำต่อก้านแบบกระแทก
- 6.8 สรุป
- บทที่ 7 การไหลภายในท่อ 6 ชั่วโมง
- 7.1 พฤติกรรมของการไหลในท่อ
- 7.2 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน
- 7.3 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบเรียบ
- 7.4 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบปั่นป่วน
- 7.5 การสูญเสียพลังงานรอง
- 7.6 สรุป
- บทที่ 8 การไหลในทางน้ำเปิด 3 ชั่วโมง
- 8.1 ประเภทของทางน้ำเปิด
- 8.2 การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิด
- 8.3 สมการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด
- 8.4 การวิเคราะห์การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
- 8.5 พลังงานจำเพาะกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลัน
แต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
- 8.6 โมเมนต์ฟังก์ชันกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลัน
แต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
- 8.7 สรุป
- บทที่ 9 การวัดการไหลของของไหล 3 ชั่วโมง
- 9.1 ปัจจัยในการเลือกเครื่องมือวัดการไหล
- 9.2 การวัดอัตราการไหล
- 9.3 การวัดความเร็วของน้ำ
- 9.4 การวัดความดัน
- 9.5 การวัดความหนืด
- 9.6 ประยุกต์เครื่องมือการวัดในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่
- 9.7 สรุป
- บทที่ 10 การวิเคราะห์มิติ และความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์ 3 ชั่วโมง
- 10.1 การวิเคราะห์เชิงมิติ
- 10.2 ความคล้ายคลึง
- 10.3 กลุ่มตัวแปรไร้มิติทั่วไปในวิชาชลศาสตร์
- 10.4 การจัดประเภทของกรณีศึกษา
- 10.5 สรุป

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. บรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ให้มีการอภิปราย ซักถาม ปัญหาต่างๆ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ศึกษาจากเอกสารประกอบการสอน และเอกสารตำราต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง
4. ศึกษาจากเอกสารประกอบการบรรยาย ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชา
5. ศึกษาคุณาที่เกี่ยวข้องของหน่วยงานของรัฐ และเอกชน
6. แบ่งกลุ่มเนื้อหาที่สนใจ และอภิปรายนำเสนอ
7. ตอบคำถามแบบฝึกหัดบทที่ 1-10

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสาร ตำรา วารสาร สื่อสิ่งพิมพ์ที่มีเนื้อหาตรงตามหลักสูตร
2. เอกสารประกอบการบรรยาย วีดิทัศน์ ซีดีรอมที่เกี่ยวข้อง
3. อุปกรณ์การทดลองต่างๆ

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

คะแนนรวมในการประเมินผล 100 คะแนน

1. คะแนนระหว่างเรียน	10	คะแนน
1.1 ความสนใจในการเรียน	5	คะแนน
1.2 คำถามท้ายบทและรายงานค้นคว้า	5	คะแนน
2. คะแนนสอบกลางภาค	30	คะแนน
3. คะแนนสอบปลายภาคเรียน	60	คะแนน

การประเมินผล

คะแนนระหว่าง	80 - 100	ได้ระดับ	A
คะแนนระหว่าง	75 - 79	ได้ระดับ	B+
คะแนนระหว่าง	65 - 74	ได้ระดับ	B
คะแนนระหว่าง	60 - 64	ได้ระดับ	C+
คะแนนระหว่าง	50 - 59	ได้ระดับ	C
คะแนนระหว่าง	42 - 49	ได้ระดับ	D+
คะแนนระหว่าง	34 - 41	ได้ระดับ	D
คะแนนระหว่าง	0 - 33	ได้ระดับ	F

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 1

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 1 หลักการพื้นฐาน และคุณสมบัติของของไหล

- 1.1 ปริมาณ มิติและหน่วย
- 1.2 คุณสมบัติของของไหล
- 1.3 ความหนาแน่น
- 1.4 น้ำหนักจำเพาะ
- 1.5 ความถ่วงจำเพาะ
- 1.6 ปริมาตรจำเพาะ
- 1.7 ความหนืด
- 1.8 ความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล
- 1.9 ความดันไอ
- 1.10 แรงตึงผิว
- 1.11 สรุปรูป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 1 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายวัตถุประสงค์และประโยชน์ของการเรียนวิชาชลศาสตร์ได้
2. อธิบายปริมาณ มิติและหน่วยได้
3. อธิบายความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะ ความถ่วงจำเพาะ ปริมาตรจำเพาะ ความหนืด ความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล ความดันไอ และแรงตึงผิวได้
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์ความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะ ความถ่วงจำเพาะ ปริมาตรจำเพาะ ความหนืด ความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล ความดันไอ และแรงตึงผิวได้

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ซักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะเรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

บทที่ 1

หลักการพื้นฐาน และคุณสมบัติของของไหล

บทนำ

กลศาสตร์ของของไหล (Fluid mechanics) เป็นหนึ่งในแขนงวิชาหนึ่งของวิศวกรรมศาสตร์ ที่กล่าวถึงการศึกษาพฤติกรรมของของไหล ของไหลในที่นี้คือ ของเหลว (Liquids) และแก๊ส (Gases) ทั้งสถานะแรงที่กระทำต่อของไหล และแรงที่ของไหลกระทำต่อวัตถุ รวมถึงอิทธิพลของสิ่งต่างๆ ที่ผลต่อพฤติกรรมของของไหลในขณะที่ของไหลหยุดนิ่งและขณะเคลื่อนที่

คุณสมบัติและคุณลักษณะของของเหลว ที่ประยุกต์แนวคิด หลักการ และกฎต่าง ๆ เช่น กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน กฎความหนืดของนิวตัน หลักการอนุรักษ์มวลสาร กฎของความร้อนพลศาสตร์ และหลักการเกี่ยวกับชั้นขอบเขตของของไหล เป็นต้น คุณสมบัติทางกายภาพของของเหลวในคำจำกัดความเชิงกลสามารถพิจารณาได้จากปฏิกิริยาพื้นฐานของสสารที่เกิดจากแรงตึง (Tension) และแรงเฉือน (Shear force) กล่าวคือ

1. ของเหลวสามารถรับแรงตึงได้เพียงเล็กน้อย เนื่องจากมีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลที่มีค่าต่ำมากจนสามารถตั้งสมมติฐานได้ว่าไม่สามารถรับแรงตึงได้

2. ของเหลวไม่สามารถรับแรงเฉือน (Shear force) ได้ไม่ว่าจะมีขนาดเท่าใด เนื่องจากเมื่อของเหลวได้รับแรงเฉือน ของเหลวจะเกิดการเปลี่ยนรูป หรือเกิดการไหล (Flow)

การศึกษากลศาสตร์ของของไหล สามารถแบ่งออกเป็น 3 แขนงดังนี้ คือ

1. ของไหลสถิต (Fluid statics) ศึกษาเกี่ยวกับของของไหลในสถานะอยู่นิ่งไม่มีการเคลื่อนที่

2. จลนศาสตร์ของไหล (Fluid kinematics) ศึกษาเกี่ยวกับความเร็วและเส้นทางการเคลื่อนที่ของของไหล โดยไม่พิจารณาพลังงานหรือแรงกระทำต่อของไหล

3. พลศาสตร์ของไหล (Fluid dynamics) ศึกษาเกี่ยวกับของของไหลในสถานะที่มีการเคลื่อนที่ กลศาสตร์ของไหลจะแบ่งออกออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ไฮโดรไดนามิกส์เป็นการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหลที่มีความหนาแน่นไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Incompressible fluid) คือ เมื่อความดันมีการเปลี่ยนแปลง จะทำให้ของเหลวจะมีการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรน้อยมาก ซึ่งสามารถไม่พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรได้

2. แก๊สไดนามิกส์เป็นการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหลที่มีความหนาแน่นมีการเปลี่ยนแปลง (Compressible fluid) คือเมื่อความดันเปลี่ยนแปลงของเหลวจะมีการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรมาก สามารถพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรได้

1.1 ปริมาณ มิติและหน่วย

ปริมาณ (Quantity) ทางกายภาพที่ใช้ในวิชาฟิสิกส์มี 2 ชนิด คือ ปริมาณเวกเตอร์ (Vector) กับปริมาณสเกลาร์ (Scalar) โดยปริมาณเวกเตอร์จะมีทั้งขนาดและทิศทาง ปริมาณเวกเตอร์จะรวมกันโดยวิธีทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ ต้องใช้หลักการทางเวกเตอร์ เช่น ความเร็ว ความเร่ง โมเมนตัม และการเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement) ส่วนปริมาณสเกลาร์ จะมีเฉพาะขนาดเท่านั้น และจะรวมกันได้โดยตรง และมีวิธีรวมกันแบบคณิตศาสตร์ธรรมดา เช่น เวลา มวล กำลังงาน และพลังงาน เป็นต้น

มิติ

มิติ (Dimensions) หมายถึง คุณสมบัติทางกายภาพของสสาร ซึ่งสามารถระบุได้ในเชิงปริมาณ เช่น ความยาว น้ำหนัก มวล แรง ฯลฯ เป็นต้น ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

1. มิติปฐมภูมิ หรือ มิติพื้นฐาน

มิติปฐมภูมิ (Primary dimensions or Basic dimensions) คือ มิติของตัวแปรพื้นฐานที่ไม่สามารถแยกเป็นมิติอื่นได้อีก และไม่ขึ้นอยู่กับมิติอื่นๆ ซึ่งเป็นค่าที่บอกถึงปริมาณที่สสารแสดงออกมาโดยตรง ในวิชากลศาสตร์ของของไหลจะใช้มิติพื้นฐาน 4 ตัว ดังนี้

- 1.1 มวล (Mass) สัญลักษณ์ที่ใช้คือ M, m
- 1.2 ความยาว (Length) สัญลักษณ์ที่ใช้คือ L
- 1.3 เวลา (Time) สัญลักษณ์ที่ใช้คือ T
- 1.4 อุณหภูมิ (Temperature) สัญลักษณ์ที่ใช้คือ θ

2. มิติทุติยภูมิ

มิติทุติยภูมิ (Secondary dimensions) คือมิติที่เกิดจากการรวมกันของมิติปฐมภูมิ ซึ่งตัวแปรจะแสดงค่ามิติตามที่กำหนดขึ้นจากนิยามหรือทฤษฎี เช่น ปริมาตรเกิดจากความกว้าง (L) \times ความยาว (L) \times ความสูง (L) ดังนั้นปริมาตรจึงมีมิติเป็น L^3 หรือความเร็ว คือระยะทางที่เปลี่ยนไป (L) ต่อหนึ่งหน่วยเวลา (T) ดังนั้นความเร็วจึงมีมิติเป็น L/T เป็นต้น

ปริมาณปฐมภูมิ จะใช้อ้างอิงเป็นมิติพื้นฐาน (Basic dimensions) ดังนั้นมิติของปริมาณทุติยภูมิจึงอยู่ในพจน์ของปริมาณปฐมภูมินั้นเองในวิชาวิชาชลศาสตร์นี้จะมีมิติพื้นฐาน 3 ตัวคือ L, T และ M หรืออาจจะเป็น L, T และ F (โดยที่ F คือมิติพื้นฐานของแรง) มิติ และหน่วยของปริมาณทางฟิสิกส์ ดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 มิติของปริมาณทางฟิสิกส์

ปริมาณทางฟิสิกส์	มิติของ MLT	มิติของ FLT	หน่วย (SI)
1. ความยาว	L	L	m
2. เวลา	T	T	s
3. มวล	M	$FL^{-1}T^2$	kg
4. อุณหภูมิ	θ	θ	K
5. แรง	MLT^{-2}	F	N
6. พื้นที่	L^2	L^2	m^2
7. ปริมาตร	L^3	L^3	m^3
8. ความเร็ว	LT^{-1}	LT^{-1}	m/s
9. ความเร่ง	LT^{-2}	LT^{-2}	m/s^2
10. ความเร็วเชิงมุม	T^{-1}	T^{-1}	s^{-1}
11. ความเร่งเชิงมุม	T^{-2}	T^{-2}	s^{-2}
12. ความหนาแน่น	ML^{-3}	$FL^{-4}T^{-2}$	kg/m^3
13. ความร้อน, งาน, โมเมนต์, ทอร์ก	ML^2T^{-2}	FL	J

ตารางที่ 1.1 มิติของปริมาณทางฟิสิกส์ (ต่อ)

ปริมาณทางฟิสิกส์	มิติของ MLT	มิติของ FLT	หน่วย (SI)
14. พลังงาน	ML^2T^{-2}	FL	N*m, J
15. กำลัง	ML^2T^{-3}	FLT^{-1}	N*m, J
16. ความดัน, ความเค้น, โมดูลัสยืดหยุ่น	$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}	J/s, W
17. ความเครียด	$M^0L^0T^0$	$F^0L^0T^0$	N/m^2 , Pa
18. น้ำหนักจำเพาะ	$ML^{-2}T^{-2}$	FL^{-3}	-
19. ความหนืดสัมบูรณ์	$ML^{-1}T^{-1}$	$FL^{-2}T$	N/m^3
20. ความหนืดจลน์	L^2T^{-1}	L^2T^{-1}	$N*s/m^2$
21. โมเมนต์	MLT^{-1}	FT	M^2/s
22. โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่	L^4	L^4	N*s
23. โมเมนต์ความเฉื่อยของมวล	ML^2	FLT^2	$kg*m^2$
24. ความตึงผิว	MT^{-2}	FL^{-1}	N/m

หน่วย

หน่วย (Units) หมายถึง ลักษณะนามที่ใช้ระบุถึงปริมาณของมิติที่แสดงออกมา ซึ่งทั่วโลกได้มีการกำหนดระบบหน่วยในการวัดขึ้นมาหลายระบบ โดยทั่วไป ระบบหน่วยใหญ่ ๆ มีอยู่ 2 ระบบ คือ

1. ระบบหน่วยสากล (International system, SI) ซึ่งพัฒนามาจากระบบหน่วยเมตริก (Metric system)

2. ระบบหน่วยอังกฤษ (British gravitational system, BG)

ทั้งสองระบบนี้มีหน่วยพื้นฐานที่สำคัญ

ตารางที่ 1.2 หน่วยของมิติปฐมภูมิของระบบเอสไอและระบบหน่วยอังกฤษ

ปริมาณ	มิติ	ระบบเอสไอ		ระบบอังกฤษ		ระบบเมตริก	
		หน่วย	สัญลักษณ์	หน่วย	สัญลักษณ์	หน่วย	สัญลักษณ์
ความยาว	L	เมตร	m	ฟุต	ft	เมตร	m
เวลา	T	วินาที	s	วินาที	s	วินาที	s
มวล	M	กิโลกรัม	kg	สลัก	slug	กิโลกรัม	kg
แรง	F	นิวตัน	N	ปอนด์	lb	กิโลกรัม(แรง)	kg_f

หมายเหตุ 1.) จากสมการ $W = \frac{mg}{g_0}$

เมื่อ g คือ อัตราเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก m/sec^2
 g_0 คือ อัตราหน่วยเริ่มต้น $9.81 \text{ kg-m} / \text{kgf sec}^2$

$$W = \frac{(kg)(m/sec^2)}{(9.81 \text{ kg-m}/\text{kgf sec}^2)} \quad \text{ดังนั้นหน่วยของ W จึงเป็น kgf}$$

$$2.) \quad 1 \text{ slug} = 1 \frac{\text{lb}\cdot\text{sec}^2}{\text{ft}} \quad \text{และ} \quad 1 \text{ N} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตารางที่ 1.3 ปริมาณฐานในระบบเอสไอและระบบอังกฤษที่ควรจดจำ

ระบบเอสไอ	ระบบอังกฤษ
10 มิลลิเมตร (mm) = 1 เซนติเมตร (cm)	12 นิ้ว (in) = 1 ฟุต (ft)
100 เซนติเมตร (cm) = 1 เมตร (m)	3 ฟุต (ft) = 1 หลา (yd)
1,000 เมตร (m) = 1 กิโลเมตร (km)	1,760 หลา (yd) = 1 ไมล์ (mi)
1 นิ้ว (in) = 2.54 เซนติเมตร (cm)	1 เมตร (m) = 3.28 ฟุต (ft)
1 ฟุต (ft) = 0.3048 เมตร (m)	1 กิโลเมตร (km) = 0.621 ไมล์ (mi)
มวล 1 กิโลกรัม (kg) = 0.0685 สลัก (slug)	
มวล 1 กิโลกรัม (kg) = 2.205 ปอนด์มวล (lbm)	

หน่วยพื้นฐานของอุณหภูมิในระบบสากลมีดังต่อไปนี้

1. หน่วยเป็นเคลวิน (Kelvin, $^{\circ}K$) สเกลของเคลวินจะเริ่มตั้งแต่ $0^{\circ}K$ ศูนย์องศาสัมบูรณ์ และ $273.16^{\circ}K$ ที่จุดเยือกแข็งของน้ำ

2. หน่วยขององศาเซียส $^{\circ}C$ จุดเยือกแข็งของน้ำจะอยู่ที่ $0^{\circ}C$

3. หน่วยเป็นองศาฟาเรนไฮต์ (Fahrenheit, $^{\circ}F$) มีจุดเยือกแข็งอยู่ที่ $32^{\circ}F$ และมีจุดเดือดที่ $212^{\circ}F$

4. หน่วยขององศาแรงคิน (Rankine scale, R) เป็นมาตรวัดอุณหภูมิทางเทอร์โมไดนามิกส์ ในหน่วยระบบอังกฤษ มีจุดเยือกแข็งของน้ำที่ $491.67 R$ และจุดการกลายเป็นไอน้ำที่ $671.67 R$ ส่วนอุณหภูมิต่ำที่สุดของช่วงแรงคินสเกลคือ $0 R$

ซึ่งสามารถแปลงหน่วยของอุณหภูมิดังสมการที่ 1.1

$$^{\circ}K = 273 + ^{\circ}C \quad (1.1)$$

หน่วยของอุณหภูมิที่แสดงผลเป็น $^{\circ}F$ เทียบเป็น $^{\circ}C$

$$\frac{^{\circ}C}{5} = \frac{^{\circ}F - 32}{9} \quad (1.2)$$

ถ้าวัดอุณหภูมิเป็นองศาสัมบูรณ์ สเกลจะบอกเป็นองศาแรงคิน (R)

$$R = 460 + ^{\circ}F \quad (1.3)$$

อักษรนำหน้าหน่วย

อักษรนำหน้าหน่วย (Prefixes) คือ คำนำหน้าที่นำมาใส่ไว้ด้านหน้าของหน่วย เพื่อหลีกเลี่ยงความไม่สะดวกในการใช้งานตัวเลขที่มีขนาดใหญ่หลายๆ หรือเล็กมากๆ เช่น

1. ระยะ 2.5 กิโลเมตร (km) เท่ากับ 2×10^3 หรือ 2,000 เมตร (m) ซึ่งกิโล หรือสัญลักษณ์ k มีค่าเท่ากับ 10^3

2. ระยะ 5 มิลลิเมตร (mm) เท่ากับ 1.5×10^{-3} หรือ 0.0015 เมตร (m) ซึ่งมิลลิ หรือสัญลักษณ์ m (ตัวหน้า) มีค่าเท่ากับ 10^{-3}

เพื่อความสะดวกในการเขียนเลขจำนวนมากๆ หรือน้อยๆ ในทางวิศวกรรมจึงใช้อักษรนำหน้าหน่วย ดังแสดงในตารางที่ 1.4

ตารางที่ 1.4 อักษรนำหน้าหน่วย

ทศนิยม	คำนำหน้า	อักษรย่อ	คำอ่าน
10^{18}	exa	E	เอกซะ
10^{15}	peta	P	เพตะ
10^{12}	tera	T	เทระ
10^9	giga	G	กิกะ
10^6	mega	M	เมกกะ
10^3	kilo	k	กิโล
10^2	hecto	h	เฮกโต
10	deca	da	เดคา
10^{-1}	deci	d	เดซี
10^{-2}	centi	c	เซนติ
10^{-3}	milli	m	มิลลิ
10^{-6}	micro	m	ไมโคร
10^{-9}	nano	n	นาโน
10^{-12}	pico	p	พิโค
10^{-15}	femto	f	เฟมโต
10^{-18}	atto	a	แอตโต

1.2 คุณสมบัติของของไหล

ของไหล (Fluid) หมายถึง สสารที่สามารถเปลี่ยนรูปร่างได้อย่างต่อเนื่อง เมื่อถูกกระทำด้วยแรงเค้นเฉือน ซึ่งนั่น หมายความว่าเมื่อใดที่มีแรงเค้นเฉือนมากกระทำ ของไหลจะเกิดการขยับตัว และเปลี่ยนรูปร่างไป เช่นเมื่อเทของไหลลงในภาชนะ ของไหลจะเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างต่อเนื่องไปชั่วขณะหนึ่ง เป็นเพราะรูปร่างของของไหลในขณะนั้นไม่สอดคล้องกับรูปร่างของภาชนะ จึงทำให้เกิดแรงเค้นเฉือนขึ้นภายในของเหลว กระบวนการปรับตัวนี้จะดำเนินต่อเนื่องไปจนกระทั่ง แรงเค้นเฉือนหายไป ซึ่งก็คือสถานะที่ของไหลมีรูปร่างเหมือนกับภาชนะ บริเวณผิวสัมผัสระหว่างของไหลกับภาชนะจะมีแต่แรงเค้นตั้งฉากเท่านั้น หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ในขณะที่ของไหลเคลื่อนที่จะต้องมีแรงเค้นเฉือนเกิดขึ้น ในทางตรงกันข้าม หากของไหลไม่มีการเคลื่อนที่ ที่สถานะนั้นจะไม่มีแรงเค้นเฉือนกระทำอยู่เลย

ของไหลสามารถคงรูปอยู่ได้ในสองสถานะ

1. ของเหลวมีรูปร่างไม่แน่นอน เปลี่ยนแปลงได้ตามภาชนะที่บรรจุ แต่จะมีขอบเขตแบ่งระหว่างตัวมันเองกับของไหลอื่นอย่างชัดเจน เรียกว่า “ผิวอิสระ” (Free surface) เช่น ถ้าน้ำของเหลวที่บรรจุอยู่ในภาชนะแล้วตั้งไว้บนโลกของเหลวชนิดนั้นจะมีผิวอิสระที่แบ่งระหว่างตัวมันเองกับอากาศ และผิวอิสระนั้นจะวางตัวในแนวราบเสมอ นอกจากนี้ของเหลวยังมีคุณสมบัติยากต่อการบีบอัด เนื่องจากระยะห่างระหว่างโมเลกุลค่อนข้างน้อย (มากกว่าของแข็งแต่น้อยกว่าก๊าซ)

2. ก๊าซมีรูปร่างไม่แน่นอนเปลี่ยนแปลงได้ตามภาชนะที่บรรจุ โดยมีลักษณะการแพร่กระจายไปทั่วภาชนะไม่มีผิวอิสระ และถูกบีบอัดได้ง่ายกว่าของเหลว เนื่องจากมีระยะห่างระหว่างโมเลกุลมากกว่าของเหลว

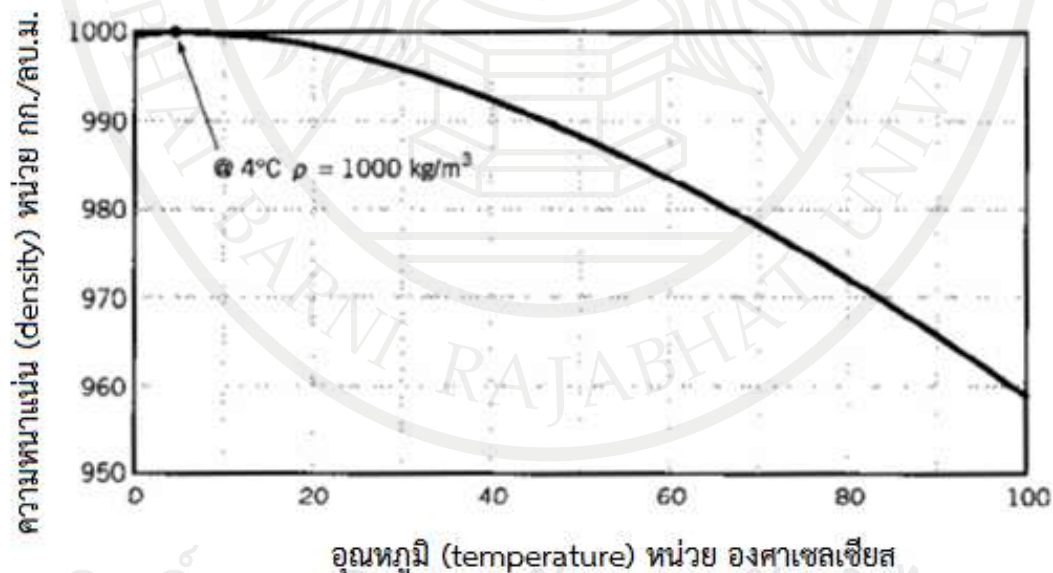
1.3 ความหนาแน่น

ความหนาแน่น (Density or Mass density) หมายถึง ปริมาณมวลสารของของไหล (Mass) ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของของเหลว (Volume) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ “ ρ ” (อ่านว่า โร – Rho) มีมิติ ML^{-3} มีหน่วยเป็น kg/m^3 สำหรับน้ำที่ความดันบรรยากาศมาตรฐาน (760 mm.ของปรอท) ที่อุณหภูมิ $4^{\circ}C$ นั้นพบว่า $\rho = 1,000 kg/m^3$ เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{ความหนาแน่น} &= \frac{\text{มวลสาร}}{\text{ปริมาตร}} \\ \rho &= \frac{m}{V} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } \rho &= \text{ความหนาแน่นที่อุณหภูมิ } 4^{\circ}C = 1,000 kg/m^3 = 1.94 slug/ft^3 \\ m &= \text{ปริมาณมวลสารของของไหล (kg, slug)} \\ V &= \text{ปริมาตรของของเหลว (m}^3, ft^3) \end{aligned}$$

ความหนาแน่นของของไหลจะไม่คงที่ โดยจะเปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิและความดัน เช่น ที่อุณหภูมิ $4^{\circ}C$ ความดัน 1 บรรยากาศ น้ำอยู่ในสถานะของเหลวจะมีความหนาแน่นเท่ากับ 1,000 กก./ลบ.ม. (ρ_w) ซึ่งเป็นสภาวะที่น้ำมีความหนาแน่นมากที่สุดเมื่อเทียบกับที่อุณหภูมิ และความดันอื่นๆ ดังแสดงในภาพที่ 1.1



ภาพที่ 1.1 ความหนาแน่นของน้ำที่เปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิ
ที่มา (ดัดแปลงมาจาก Munsus B.R. et.al, 2002, p. 49)

1.4 น้ำหนักจำเพาะ

น้ำหนักจำเพาะ (Specific weight) หมายถึง น้ำหนักเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของของไหล (Weight) ในหนึ่งหน่วยปริมาตร สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ “ γ ” (อ่านว่า แกมมา – Gamma) สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{น้ำหนักจำเพาะ} &= \frac{\text{น้ำหนัก}}{\text{ปริมาตร}} \\ \gamma &= \frac{W}{V} = \frac{mg}{V} \end{aligned} \quad (1.5)$$

จากสมการที่ 1.2 จะได้ว่า

$$\gamma = \rho g \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } \gamma &= \text{น้ำหนักจำเพาะที่อุณหภูมิ } 4^\circ\text{C} = 9.81 \text{ kN/m}^3 = 62.4 \text{ lb/ft}^3 \\ W &= \text{น้ำหนักมวลสารของของไหล (kN, lb)} \\ g &= \text{ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (m/s}^2, \text{ft/s}^2) \end{aligned}$$

เช่นเดียวกับความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะของของไหลจะไม่คงที่ โดยจะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิและความดัน เช่นที่อุณหภูมิ 4°C ความดัน 1 บรรยากาศ น้ำในสถานะของเหลวบนโลกจะมีน้ำหนักจำเพาะเท่ากับ 9,810 นิวตัน/ลบ.ม. (γ_w) ซึ่งเป็นสถานะที่น้ำมีน้ำหนักจำเพาะมากที่สุดเมื่อเทียบกับที่อุณหภูมิ และความดันอื่นๆ

1.5 ความถ่วงจำเพาะ

ความถ่วงจำเพาะ (Specific gravity) หมายถึง อัตราส่วนของมวลของของไหล หรืออัตราส่วนของน้ำหนักจำเพาะ หรือความหนาแน่นของสสาร ต่อน้ำหนักจำเพาะ หรือความหนาแน่นของน้ำที่อุณหภูมิ 4°C และมีความดัน 1 บรรยากาศที่มีปริมาตรเท่ากัน สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ “S” หรือ “s.g.” ซึ่งจะเป็นดัชนีชี้วัดว่าสสารนั้นหนักหรือเบากว่าน้ำ

$$\begin{aligned} \text{ความถ่วงจำเพาะ} &= \frac{\text{มวลของสสาร}}{\text{มวลของน้ำที่มีปริมาตรเท่ากัน}} \\ \text{s.g.} &= \frac{m_f}{m_w} \\ &= \frac{(\rho/V)_f}{(\rho/V)_w} \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \text{s.g.} &= \frac{\rho_f}{\rho_w} \\ &= \frac{(\gamma/g)_f}{(\gamma/g)_w} \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$s.g. = \frac{\gamma_f}{\gamma_w} \quad (1.9)$$

ความถ่วงจำเพาะของปรอท Hg : ที่อุณหภูมิ 20⁰C

$$\begin{aligned} s.g. \cdot H_g &= \frac{133 \text{ kN/m}^3}{9.84 \text{ kN/m}^3} \\ &= 13.6 \end{aligned}$$

1.6 ปริมาตรจำเพาะ

ปริมาตรจำเพาะ (Specific volume) หมายถึง ปริมาตรของของไหลต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไหล และเป็นส่วนกลับของความหนาแน่นมีมิติ $M^{-1}L^3$ มีหน่วยเป็น m^3/kg สัญลักษณ์ที่ใช้แทนปริมาตรจำเพาะ คือ “ v ”

$$v = \frac{V}{m} \quad (1.10)$$

$$= \frac{1}{\rho} \quad (1.11)$$

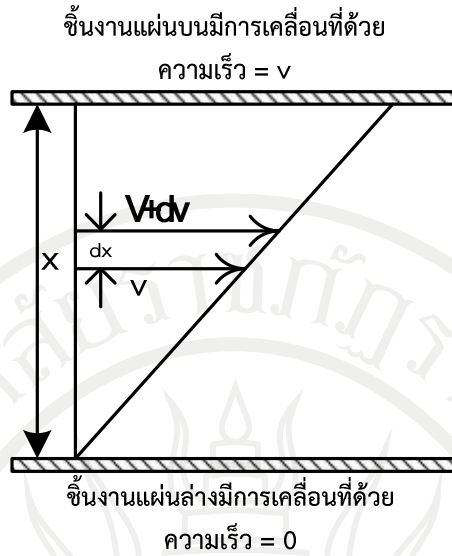
ที่อุณหภูมิ 4⁰C ความดัน 1 บรรยากาศ น้ำในสถานะของเหลวบนโลกจะมีปริมาตรจำเพาะ v เท่ากับ $1/1000 = 0.001 \text{ m}^3/kg$

1.7 ความหนืด

เนื่องจากของไหล คือสสารที่สามารถเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้อย่างต่อเนื่อง (Deformation) หากพิจารณาของไหลเป็นก้อนอนุภาค เมื่อถูกกระทำด้วยแรงเค้นเฉือน (Shear stress) อนุภาคของไหลแต่ละชนิด จะมีความสามารถในการต้านทานการเปลี่ยนแปลงรูปร่างต่างกัน ซึ่งเป็นผลที่เกิดมาจากแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาค และการแลกเปลี่ยนโมเมนตัมระหว่างอนุภาคของของไหลนั้น ความสามารถในการต้านทานการเปลี่ยนรูปร่างอันเนื่องมาจากแรงเค้นเฉือนนี้เราเรียกว่า “ความหนืด” (Viscosity)

ในการเคลื่อนที่ของของไหล แรงเค้นเฉือนจะเกิดขึ้นจากแรงเสียดทาน (Friction) ระหว่างแผ่นชั้นงานกับอนุภาคของของไหล มีระยะห่างระหว่างแผ่นเท่ากับ x ตามภาพที่ 1.2 เมื่อแผ่นบนถูกดึงด้วยแรง F ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ขณะที่แผ่นล่างอยู่นิ่ง ของไหลที่อยู่ติดกับระนาบแผ่นบนจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับแผ่นระนาบ ในขณะที่ของไหลที่อยู่ติดกับระนาบแผ่นล่างจะไม่เกิดการเคลื่อนที่ ถ้าให้ความหนาของแต่ละชั้นของของไหลเท่ากับ dx ชั้นล่างเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ส่วนชั้นบนที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $v + dv$ จะเกิดความฝืดขึ้นระหว่างชั้น ซึ่งก็คือ ความเค้นเฉือน ถ้าสมมุติว่าความเค้นเฉือนเป็นสัดส่วนกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาพที่ 1.2 รูปแบบการเคลื่อนที่ของความหนืด

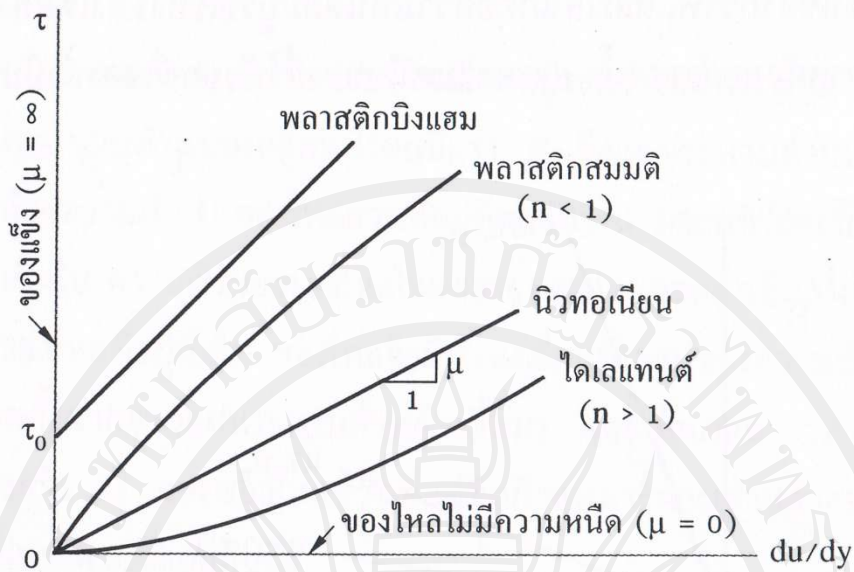
$$\begin{aligned}
 \text{อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว} &= \frac{(v + dv) - v}{dx} \\
 &= \frac{dv}{dx} \\
 \tau &= \tau_0 + \mu \frac{dv}{dx} \\
 \mu &= \frac{\tau}{dv/dx} \tag{1.12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } \tau &= \frac{F}{A} \\
 \mu &= \frac{F/A}{dv/dx} \tag{1.13}
 \end{aligned}$$

เมื่อ μ = สัมประสิทธิ์ความหนืด หรือความหนืดสัมบูรณ์ หรือความหนืดไดนามิกส์

ของไหลมีความสัมพันธ์ระหว่าง τ กับ dv/dy ที่ไม่เป็นไปตามสมการความหนืดของนิวตัน เรียกว่า ของไหลนอนนิวโทเนียน (non-Newtonian fluid) มีหลายชนิดดังแสดงในภาพที่ 1.3 ซึ่งจะสามารถแบ่งชนิดของของไหลนอนนิวโทเนียนได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ของไหลประเภทไดเลแทน (Dilatant substance) เป็นของไหลที่จะมีค่าความหนืดมากขึ้นเมื่อความเร็วเชิงมุมมากขึ้น เช่น ทรายคูต เป็นต้น
2. ของไหลประเภทสตูโดพลาสติก (Pseudo plastic) เป็นของไหลที่จะมีค่าความหนืดมากขึ้นเมื่อความเร็วเชิงมุมมากขึ้น เช่น นม ดินเหนียว ซีเมนต์และสารละลายจำพวกวุ้น
3. พลาสติก (Plastic) เป็นของไหลที่จะต้องมีความเค้นคลากจำนวนหนึ่งเสียก่อน จึงจะทำให้มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วเชิงมุมในของไหล เช่น พลาสติก เป็นต้น



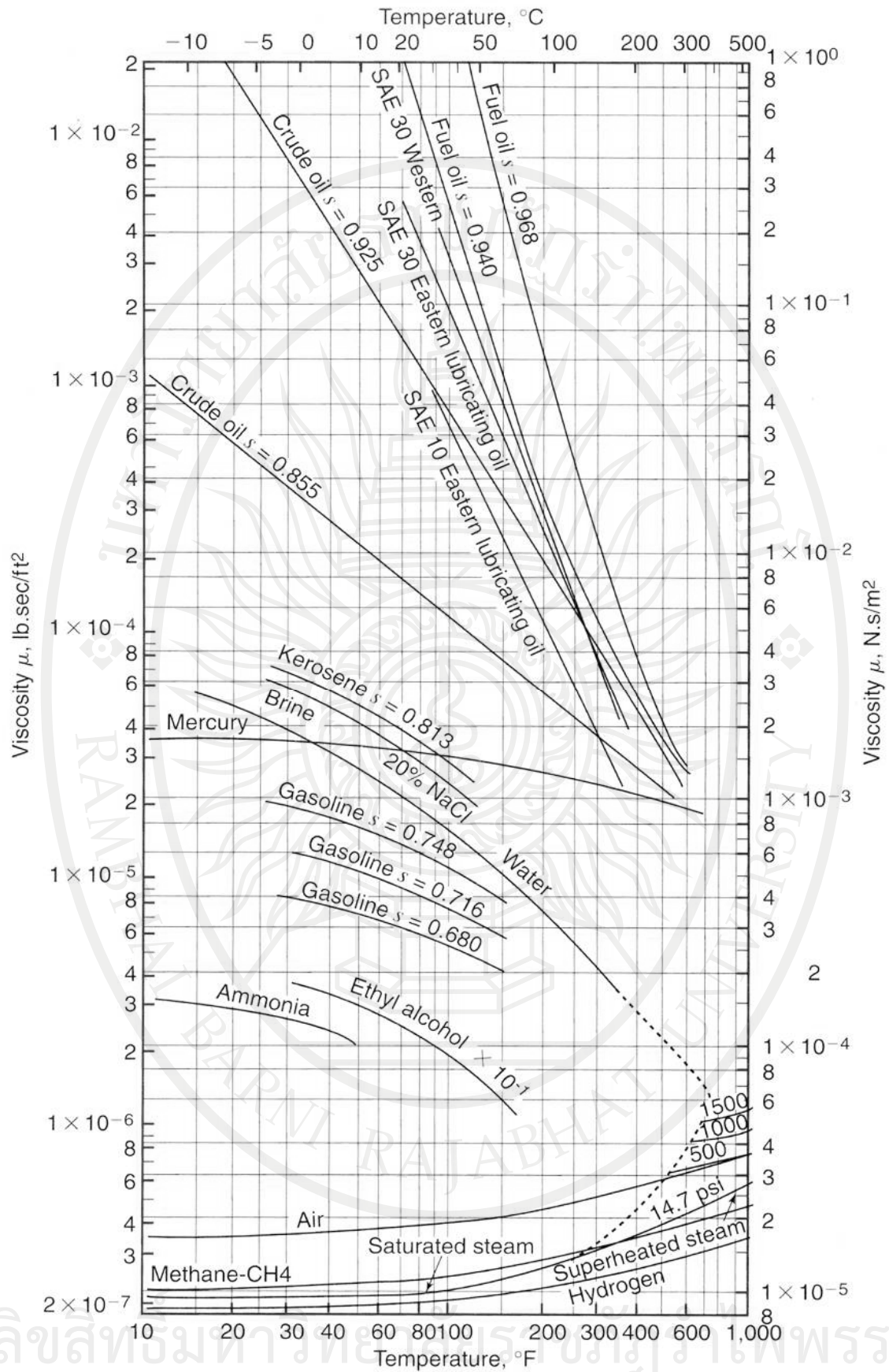
ภาพที่ 1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนกับความเร็วเกรเดียนท์
ที่มา (มนตรี พิรุณเกษตร, 2545, หน้า 16)

หน่วยเอสไอ - หน่วยของความหนืดคือ $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2 = \text{Pa}\cdot\text{s}$ หรือ $\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$

หน่วยที่นิยมใช้กันมากคือ Poise

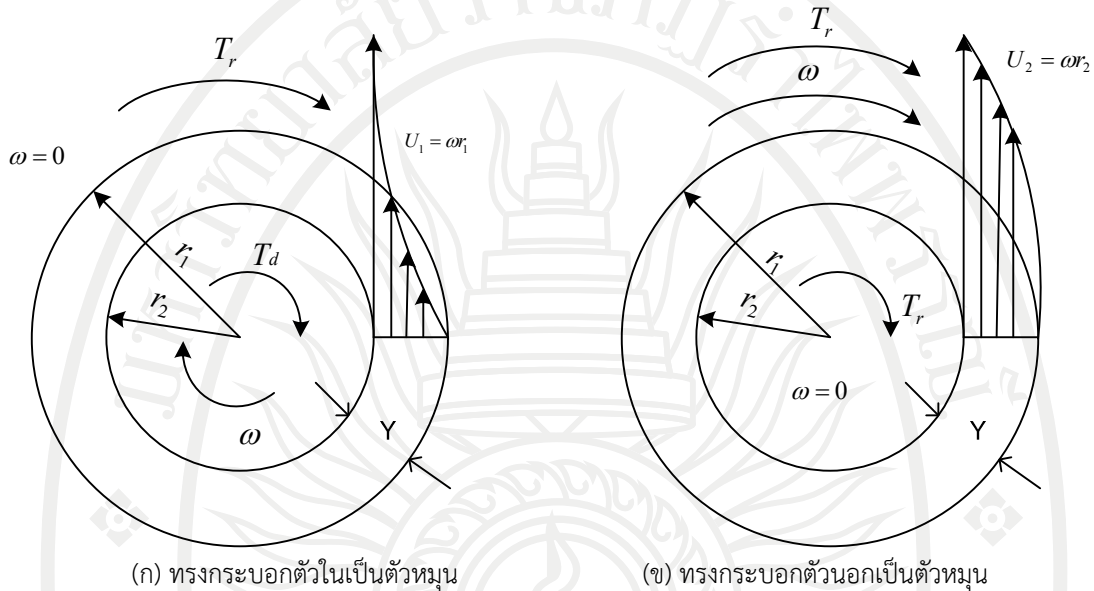
$$1 \text{ Poise} = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

ค่าความหนืดของของไหลแต่ละชนิดจะขึ้นอยู่กับชนิดของของไหล และจะมีค่าแปรผันไปตามอุณหภูมิ ดังภาพที่ 1.4 ขณะที่อุณหภูมิสูงขึ้นความหนืดของของไหลจะลดลงเพราะว่าแรงยึดเกาะของของไหลจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิและจะค่าลดน้อยลงเมื่อมีอุณหภูมิสูงขึ้น ค่าความหนืดบางครั้งเรียกว่าความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute viscosity) หรือความหนืดไดนามิกส์ (Dynamic viscosity)



ภาพที่ 1.4 ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลที่อุณหภูมิต่างๆ
 ที่มา (สัตตกร ออกระลา, 2553, หน้า 1-8)

พิจารณาวัตถุรูปทรงกระบอกที่มีแกนร่วมกันดังภาพที่ 1.5 (ข) และมีความเร็วเชิงมุม ω คงที่นั้น ความเค้นเฉือนบนผิวของวัตถุรูปทรงกระบอกชั้นในก็จะมีค่ามากกว่าความเค้นเฉือนบนผิวของวัตถุรูปทรงกระบอกชั้นนอก ทั้งนี้เพราะวัตถุรูปทรงกระบอกทั้งสองมีรัศมีที่แตกต่างกัน จึงทำให้มีค่าความเร็วเกรเดียนต์ที่ไม่เท่ากันตลอดความหนาของช่องว่าง และถ้านำเอาแรงบิด T_r ที่ต้านการหมุนมาเท่ากับแรงบิด T_d ดังภาพที่ 1.5 (ก) ที่ใช้ขับให้หมุนแล้วก็จะสามารถหาความสัมพันธ์ของ du/dy ที่รัศมี r_1 และ r_2 ได้ดังนี้



ภาพที่ 1.5 การหมุนของทรงกระบอกที่มีแกนร่วมกัน

แรงบิดต้านการหมุน, T_r = แรงบิดที่ใช้ขับให้หมุน, T_d

$$\tau_1(2\pi r_1)L(r_1) = \tau_2(2\pi r_2)L(r_2)$$

$$\mu \left(\frac{dv}{dy} \right)_1 r_1^2 = \mu \left(\frac{dv}{dy} \right)_2 r_2^2$$

$$\left(\frac{dv}{dy} \right)_1 = \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \left(\frac{dv}{dy} \right)_2 \tag{1.14}$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า ถ้า $r_1 \rightarrow r_2$ แล้วค่า $(du/dy)_1$ เท่ากับ $(du/dy)_2$ เท่ากับ V/Y เท่ากับค่าคงที่ ดังนั้นถ้าหากระยะห่างนั้นน้อยมาก ก็สามารถถือได้ว่าเส้นโปรไฟล์ของความเร็วแปรเป็นเส้นตรง

1.7.1 ความหนืดคิเนแมติก

ความหนืดคิเนแมติก (Kinematics viscosity) เป็นอัตราส่วนเปรียบเทียบระหว่างความหนืดที่มีการวัดการไหลภายใต้แรงโน้มถ่วงเป็นอัตราส่วนของความหนืดไดนามิกส์ (Dynamic viscosity) ต่อความหนาแน่นของของเหลวใช้สัญลักษณ์คือ ν (nu) เขียนได้ดังสมการ

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.15)$$

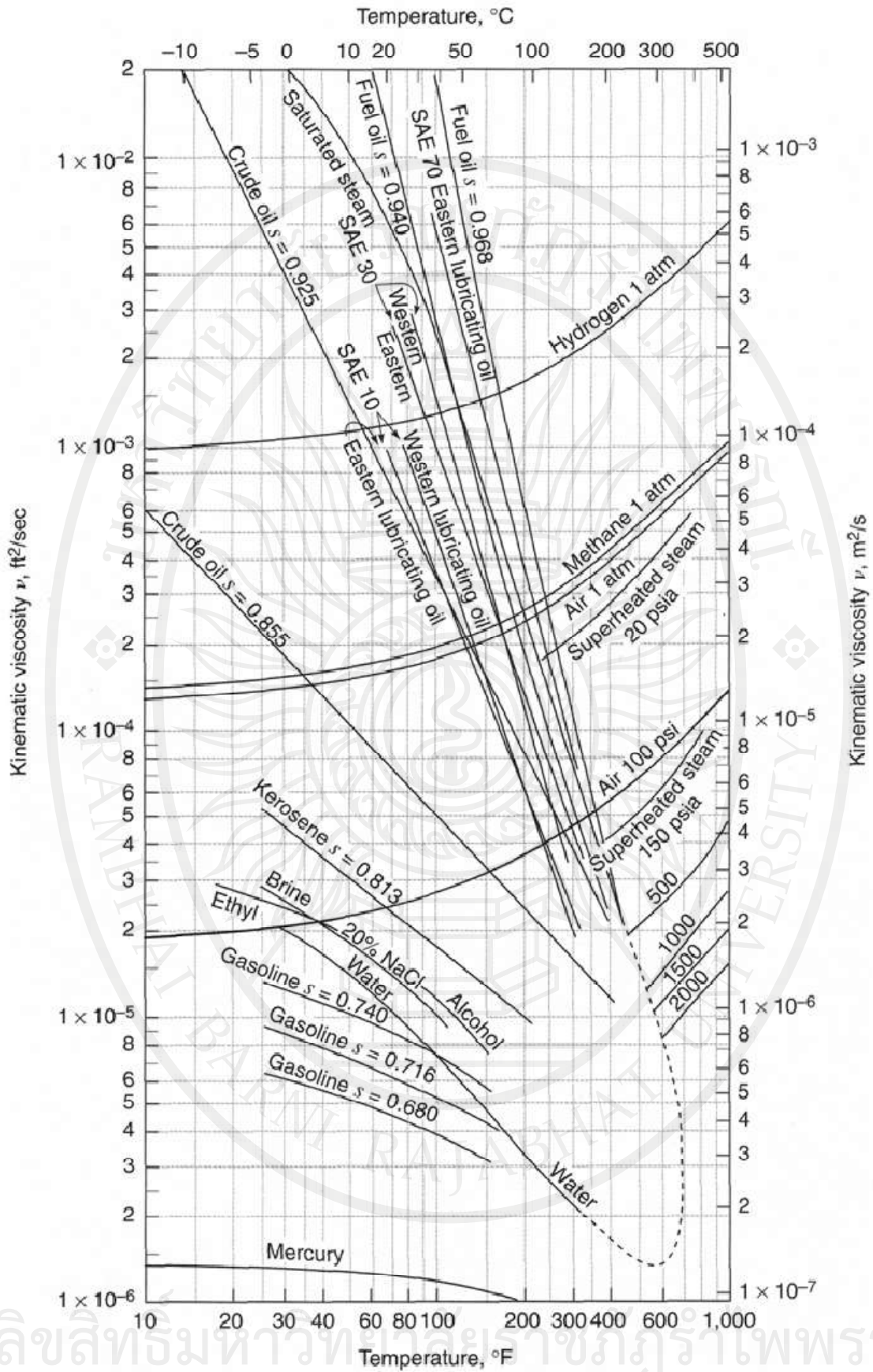
ในทางปฏิบัติสำหรับงานด้านวิศวกรรมนั้นถือว่า ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหลทุกชนิดจะไม่แปรผันไปตามความดัน ถึงแม้ว่าความดันนั้นจะมีค่าสูงมากก็ตามความหนืดก็จะไม่แตกต่างจากค่าที่แสดงในภาพที่ 1.5 มากนัก ในส่วนของความหนืดคิเนแมติกของก๊าซนั้นจะแปรผันไปตามความดัน ทั้งนี้เพราะความหนาแน่นของก๊าซนั้นเปลี่ยนค่าไป

ความหนืดสัมบูรณ์ (μ) มีหน่วยเป็น poise ซึ่งเป็นชื่อที่ตั้งขึ้นเพื่อเป็นเกียรติแก่ ปัวซองยี่ ซึ่งเป็นผู้ที่ได้ศึกษาถึงความหนืดนี้อย่างจริงจัง

$$\begin{aligned} 1 \text{ lb-sec/ft}^2 &= 479 \text{ poise} && \text{ระบบอังกฤษ} \\ 1 \text{ N-sec/m}^2 &= 10 \text{ poise} && \text{ระบบเอสไอ} \end{aligned}$$

ความหนืดคิเนแมติก (ν) มีหน่วยเป็น Stoke ทั้งนี้เพื่อเป็นเกียรติแก่ นาเวียร์สโตกส์

$$\begin{aligned} 1 \text{ ft}^2/\text{sec} &= 929 \text{ Stoke} && \text{ระบบอังกฤษ} \\ 1 \text{ cm}^2/\text{sec} &= 1 \text{ Stoke} && \text{ระบบเอสไอ} \end{aligned}$$



ภาพที่ 1.6 ความหนืดคินแมติกของของไหลที่อุณหภูมิต่างๆ
 ที่มา (ฉัตร ออภาลา, 2553, หน้า 1-9)

ตัวอย่างที่ 1.1 ชายคนหนึ่งซึ่งน้ำหนักได้ 165 lbf ถ้ากำหนดให้แรงโน้มถ่วงของโลกเท่ากับ 32.2 lbf/s^2 จงคำนวณหา

ก. มวลของชายคนนี้

ข. ถ้าไปชั่งน้ำหนักที่ดวงจันทร์ที่มีแรงโน้มถ่วงเป็น $1/6$ เท่าของโลก จะมีน้ำหนักเท่าใด

วิธีทำ

ก. จากสมการ $F = ma$

$$m = \frac{F}{a}$$

$$= \frac{165 \text{ lbf}}{32.2 \text{ lbf/s}^2}$$

$$= 5.124 \text{ lbf}\cdot\text{s}^2/\text{ft}$$

$$= 5.124 \text{ slug} \quad \text{Ans}$$

ข. จากสมการ $F = ma$

$$F = 5.124 \text{ lbf}\cdot\text{s}^2/\text{ft} \times 1/6 \times 32.2 \text{ lbf/s}^2$$

$$= 27.49 \text{ lbf} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 1.2 ถังใบหนึ่งบรรจุกลีเซอรีนมวล 1,100 kg มีปริมาตร 0.90 m^3 จงคำนวณหา

ก. น้ำหนักกลีเซอรีน (F, W)

ข. ความหนาแน่นของกลีเซอรีน (ρ)

ค. น้ำหนักจำเพาะของกลีเซอรีน (γ)

ง. ความถ่วงจำเพาะของกลีเซอรีน (s.g.)

วิธีทำ

ก. จากสมการ $W = ma$

$$W = \text{น้ำหนัก}$$

$$m = \text{มวลกลีเซอรีน เท่ากับ } 1,100 \text{ kg}$$

$$g = \text{ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก}$$

$$\text{เท่ากับ } 9.81 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$$

$$\therefore W = 1,100 \times 9.81 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$$

$$= 10,791 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

ข. จากสมการ $\rho = \frac{m}{V}$

$$= \frac{1,100 \text{ kg}}{0.90 \text{ m}^3}$$

$$= 1,222 \text{ kg/m}^3 \quad \text{Ans}$$

ค. จากสมการ $\gamma = \rho g$

$$= 1,222 \times 9.81 \text{ kg/m}^3 \cdot \text{m/s}^2$$

$$= 11,987.82 \text{ N/s}^2 \quad \text{Ans}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned}
 \text{ง. จากสมการ} \quad s.g. &= \frac{\rho_{\text{glycerin}}}{\rho_{\text{water}}} \\
 &= \frac{1,222}{1,000} \\
 &= 1.222 \quad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.3 ภาชนะอันหนึ่งบรรจุน้ำ 80 ลิตร ที่อุณหภูมิ 15°C และบรรยากาศต่อมาให้ความร้อนกับน้ำจนกระทั่งน้ำมีอุณหภูมิ 80°C ให้คำนวณหาเปอร์เซ็นต์ของปริมาตรที่เปลี่ยนแปลงและถ้าต้องการให้ปริมาตรของน้ำเท่าเดิมจะต้องลดน้ำหนักของน้ำออกเท่าใด

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{น้ำ 80 ลิตร} &= 0.080 \text{ m}^3 \\
 \text{จากตารางที่ 1.5} \quad \text{ที่ } 15^{\circ}\text{C}; \quad \gamma &= 9.798 \text{ kN/m}^3 \\
 &\quad \text{ที่ } 80^{\circ}\text{C}; \quad \gamma &= 9.530 \text{ kN/m}^3 \\
 \text{จากสมการ} \quad \gamma &= \frac{W}{V} \\
 \therefore W &= \gamma V \\
 (\gamma V)_{15} &= (\gamma V)_{80} \\
 (9.798 \times 0.080) \text{ kN} &= (9.798 \times V) \text{ kN} \\
 V &= 0.0822 \text{ m}^3 \\
 \Delta V &= V_{80} - V_{15} \\
 &= 0.0822 - 0.080 \\
 &= 0.0022 \text{ m}^3 \\
 \frac{\Delta V}{V} &= \frac{0.0022}{0.0800} \\
 &= 0.0275 \\
 &= 2.75 \%
 \end{aligned}$$

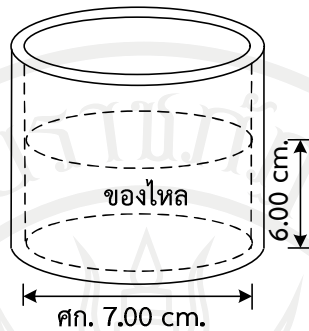
หาน้ำหนักที่ต้องกำจัดออกเพื่อให้มีปริมาตรเท่าเดิม หาได้จาก

$$\begin{aligned}
 \text{น้ำหนักที่ต้องขจัดออก} &= 0.0022 \text{ m}^3 \times 9,530 \text{ N/m}^3 \\
 &= 20.96 \text{ N} \quad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.4 จงคำนวณหามวลและน้ำหนักของของไหลที่บรรจุในแก้วที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 7 เซนติเมตร สูง 6 เซนติเมตร ถ้าของไหลนี้คือ

ก. น้ำ

ข. โปรท (ความถ่วงจำเพาะ 13.6)



วิธีทำ

ก.

ปริมาตรของของไหล

$$\begin{aligned} V &= \frac{\pi}{4} d^2 h \\ &= \frac{\pi}{4} (0.07\text{m})^2 \times (0.06\text{m}) \\ &= 2.31 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

มวลของน้ำ

$$\begin{aligned} m &= \rho V \\ &= (1,000 \text{ kg}) \times (2.31 \times 10^{-4} \text{ m}^3) \\ &= 0.231 \text{ kg} \end{aligned}$$

Ans

น้ำหนักน้ำ

$$\begin{aligned} W &= ma \\ &= (0.231 \text{ kg}) \times (9.81 \text{ m/s}^2) \\ &= 2.27 \text{ N} \end{aligned}$$

Ans

ข.

มวลของโปรท

$$\begin{aligned} m &= s.g. \rho V \\ &= (13.6)(1,000 \text{ kg}) \times (2.31 \times 10^{-4} \text{ m}^3) \\ &= 3.14 \text{ kg} \end{aligned}$$

Ans

น้ำหนักโปรท

$$\begin{aligned} W &= ma \\ &= (3.14 \text{ kg}) \times (9.81 \text{ m/s}^2) \\ &= 30.80 \text{ N} \end{aligned}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 1.5 แผ่นราบขนาดใหญ่ 2 แผ่น วางซ้อนกันโดยมีช่องว่างระหว่างแผ่นทั้งสอง 0.1 นิ้ว ระหว่างช่องว่างบรรจุด้วยน้ำมันหล่อลื่นเบอร์ 30 ที่อุณหภูมิ 30 °F ($\mu = 3.5 \times 10^{-3} \text{ lb-s/ft}^2$) จงหาแรงที่ดึงแผ่นราบแผ่นบน ซึ่งมีพื้นที่ 4 ตร.ฟุต ให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 ฟุต/นาที

วิธีทำ

จากสมการ

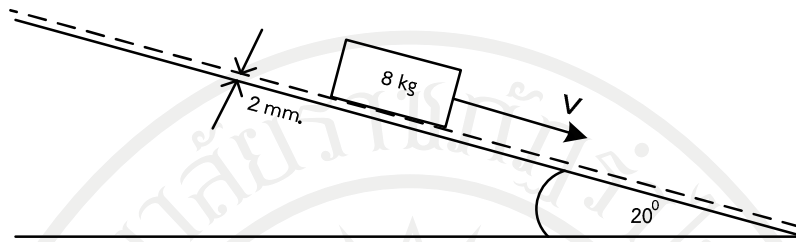
$$\mu = \frac{F/A}{dv/dx}$$

$$\begin{aligned} F &= \mu \frac{Av}{X} \\ &= \frac{(3.5 \times 10^{-3} \text{ lb-s/ft}^2) \times (4 \text{ ft}^2) \times (20 \text{ ft/min})}{(0.1/12 \text{ ft}) \times (60 \text{ ft/min})} \end{aligned}$$

$$= 0.56 \text{ lb}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 1.6 วัตถุชิ้นหนึ่งมีมวล 8 kg เลื่อนลงโดยอิสระบนพื้นเอียงซึ่งทำมุม 20° กับแนวระดับบนน้ำมันที่มีความหนืดพลวัต 0.44 N·s/m² หนา 2 mm. โดยมีพื้นที่สัมผัสระหว่างวัตถุกับน้ำมันเท่ากับ 0.2 m² จงหาความเร็วของวัตถุ

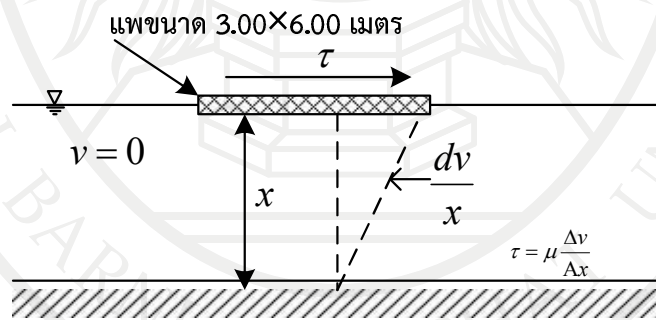


วิธีทำ

สมดุลของแรงตามแนวพื้นเอียง

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 ; & W \cdot \sin 20^\circ &= \tau A \\ mg \cdot \sin 20^\circ &= \mu \frac{vA}{X} \\ &= \frac{\pi}{4} (0.07\text{m})^2 \times (0.06\text{m}) \\ &= 2.31 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \\ (8 \text{ kg}) (9.81 \text{ m/s}^2) \sin 20^\circ &= (0.44 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2) \cdot v \frac{(0.2 \text{ m}^2)}{(0.002\text{m})} \\ v &= 0.61 \text{ m/s} \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.7 แผงขนาด 3.00 × 6.00 เมตร ถูกลากจูงด้วยความเร็ว 1 เมตรต่อวินาที ในลำคลองที่ตื้นเขินสายหนึ่ง ความลึกจากใต้แพถึงก้นคลองวัดได้ 0.10 เมตร จงคำนวณหาค่าแรงที่จะลากจูงแพดังกล่าว



วิธีทำ

จากสมการ $\tau = \mu \frac{v}{X}$

แทนค่า $\tau = (1.005 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2) \times \frac{(1.0 \text{ m/s})}{(0.1 \text{ m})}$

$= 1.005 \times 10^{-2} \text{ N/m}^2$

$F = \tau A = (1.005 \times 10^{-2} \text{ N/m}^2) \times (18 \text{ m}^2)$

$= 0.181 \text{ N} \quad \text{Ans}$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

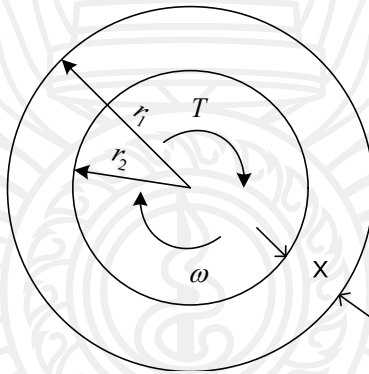
ตัวอย่างที่ 1.8 Journal bearing ชุดหนึ่งประกอบด้วยเพลามีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 นิ้ว และกบเพลามีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 นิ้ว ความยาวของกบเพลารวมกันเท่ากับ 8 นิ้ว ถ้าภายในช่องว่างระหว่างเพลากับกบเพลาบรรจุด้วยน้ำมันหล่อลื่นเบอร์ 30 จงคำนวณหาแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อเพลามันด้วยความเร็วรอบ 500 รอบ/นาที เมื่อ $\mu = 8 \times 10^{-4} \text{ lb}\cdot\text{s}/\text{ft}^2$

วิธีทำ จากสมการ $F = \mu \frac{Av}{X}$

$$= \frac{(8 \times 10^{-4} \text{ lb}\cdot\text{s}/\text{ft}^2) \times (3.14 \times 6 \times 8 \text{ in}^2) \times (3.14 \times 6 \times 500 \text{ in}/\text{min})}{(0.1/2 \text{ in}) (144 \text{ in}^2/\text{ft}^2) (60 \text{ s}/\text{min})}$$

$$= 26.30 \text{ lb} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 1.9 ทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.1 เมตร หมุนอยู่ในทรงกระบอกตัวนอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.12 เมตร ด้วยความเร็วเชิงมุม 2π rps. ทอร์ก $T = 0.75 \text{ Nm}$. ทรงกระบอกทั้งสองยาว 0.2 เมตร ให้คำนวณหาความหนืดของของไหลที่อยู่ระหว่างทรงกระบอกทั้งสองตามภาพ



วิธีทำ จากสมการ $\mu = \frac{\tau}{dv/dx} = \frac{\tau}{v/x}$

$$= \frac{\tau}{v/x}$$

จากสมการ $v = r\omega$

$$= 0.1 \times 2\pi \text{ m} \times \text{rad}/\text{s}$$

$$= 0.628 \text{ m}/\text{s}$$

หาค่าความเค้นเฉือน τ จาก

$$T = F \cdot r = \tau \cdot A \cdot r$$

$$\tau = \frac{T}{A \cdot r}$$

$$= \frac{(0.75 \text{ N}\cdot\text{m})}{2\pi \times 0.11 \times 0.2 \text{ m}^2 \times 0.11 \text{ m}}$$

$$= 49.32 \text{ N}/\text{m}^2$$

แทนค่า μ

$$= \frac{49.32 \times 0.01 \text{ N}/\text{m}^2 \times \text{s}/\text{m} \times \text{m}}{0.628}$$

$$= 0.785 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2 \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 1.10 น้ำมันเบอร์ 10 มีความถ่วงจำเพาะ 0.92 และมีความหนืด 1.7×10^{-7} poise จงหา Kinetic viscosity (ν) ในหน่วย ft^2/sec

วิธีทำ จากสมการ $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

$$= \frac{(1.7 \times 10^{-7} \text{ lb} \cdot \text{s}/\text{ft}^2) \times (32.2 \text{ ft}/\text{s}^2) \times (144 \text{ in}^2/\text{ft}^2)}{(0.92 \times 62.4 \text{ lb}/\text{ft}^3)}$$

$$= 1.373 \times 10^{-5} \text{ ft}^2/\text{s} \quad \text{Ans}$$

1.8 ความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล

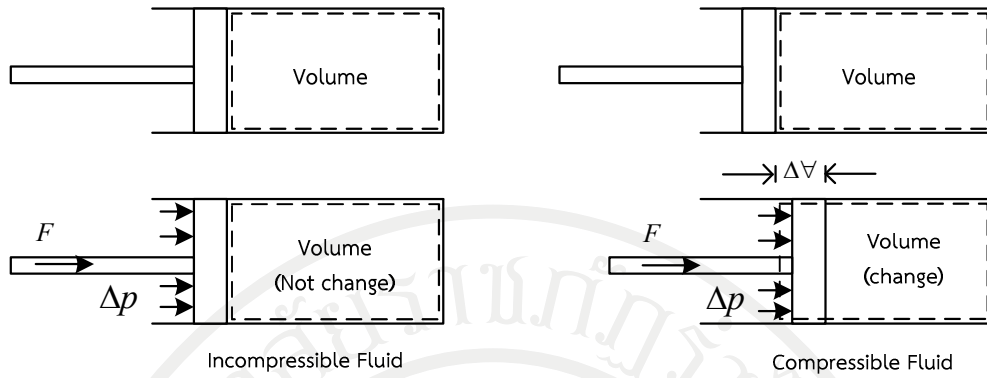
ในสภาพความเป็นจริงสารทุกชนิดจะมีความยืดหยุ่น นั่นหมายความว่าสารสามารถขยายตัวหรือหดตัวภายใต้สภาวะที่แตกต่างกัน ซึ่งในของไหลเมื่อถูกบีบอัด (มีการเปลี่ยนแปลงความดัน) ปริมาตรของของไหลจะเปลี่ยนแปลงไป ส่งผลให้ความหนาแน่นเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงปริมาตรนี้ถูกเรียกว่า Compressibility ซึ่งเป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของของไหลแต่ละชนิด โดยจะเปรียบได้กับค่าความยืดหยุ่นในของแข็ง (Modulus) แต่ในของเหลวนั้นค่าความยืดหยุ่น (ความสามารถในการบีบอัดตัว) จะอยู่ในรูปของค่า "Bulk modulus" (k) โดยหาได้จาก

$$k = - \left(\frac{dp}{dV/V} \right) \quad (1.16)$$

เมื่อ	k	=	ค่าความยืดหยุ่น
	dp	=	การเปลี่ยนแปลงความดัน
	dV	=	การเปลี่ยนแปลงปริมาตร
	V	=	ปริมาตร
	k น้ำ	=	$2.07 \times 10^6 \text{ kN}/\text{m}^2$
	k อากาศ	=	$101.3 \text{ kN}/\text{m}^2$
		=	101.3 kPa

ในวิชากลศาสตร์ของของไหล หากพิจารณาความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล เราจะสามารถจำแนกของไหลออกเป็น 2 ประเภทคือ

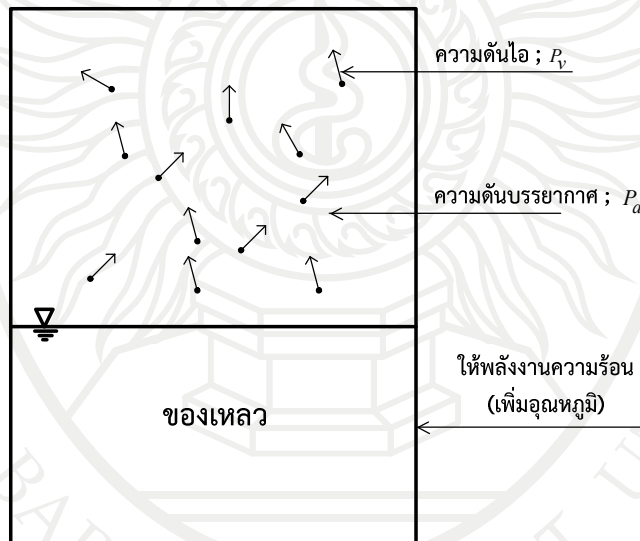
1. ของไหลที่บีบอัดตัวไม่ได้ หรือบีบอัดตัวได้น้อยมาก (Incompressible fluid) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของความดัน ความหนาแน่นของของไหลประเภทนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากจนสามารถละทิ้งได้ ของไหลประเภทนี้ส่วนใหญ่อยู่ในสถานะ ของเหลว
2. ของไหลที่บีบอัดตัวได้ (Compressible fluid) คือของไหลที่มีความหนาแน่นไม่คงที่เมื่อความดันเปลี่ยนแปลงไป ของไหลประเภทนี้ส่วนใหญ่อยู่ในสถานะ ก๊าซ



ภาพที่ 1.7 ความแตกต่างระหว่างของไหลที่บีบอัดตัวไม่ได้กับของไหลที่บีบอัดตัวได้

1.9 ความดันไอ

ความดันไอ (Vapour pressure) กล่าวคือถ้าเอาของเหลวใส่ในภาชนะที่ไม่มีฝาปิด เมื่อตั้งทิ้งไว้นานๆ ของเหลวจะมีปริมาตรลดลง และในที่สุดจะหมดไป ทั้งนี้เพราะว่าของเหลวนั้นได้เกิดการระเหย (Evaporation) ที่บริเวณผิวของเหลวที่สัมผัสกับอากาศอย่างต่อเนื่องจนกลายเป็นไอไปสู่อากาศ การระเหยจะเกิดขึ้นมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของของเหลว เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นโมเลกุลของของเหลวจะเกิดการเคลื่อนที่ทำให้แรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลน้อยลง ของเหลวก็จะระเหยได้ง่าย พิจารณาของเหลวชนิดภายในภาชนะปิดดังภาพ



ภาพที่ 1.8 ของเหลวชนิดภายในภาชนะปิด

จากภาพ พบว่าของเหลวชนิดภายในภาชนะปิด ไม่ว่าจะตั้งทิ้งไว้นานเท่าใดของเหลวนั้นก็จะมีปริมาตรลดลงเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ทั้งนี้เพราะว่า เมื่อของเหลวกลายเป็นไอ โมเลกุลที่ระเหยกลายเป็นไอ จะลอยสู่อากาศไม่ได้ยังคงอยู่ในภาชนะบริเวณที่ว่างเหนือของเหลว นั้น โมเลกุลของไอเหล่านี้จะเคลื่อนที่ชนกันกับผิวของของเหลว และชนกับผนังภาชนะ ทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานเนื่องจากโมเมนตัม ซึ่งจะทำความเร็วในการเคลื่อนที่ลดลงไอของของเหลวในที่นี้จึงเกิดเป็น “ความดันไอ” ขึ้น โมเลกุลที่เคลื่อนที่กระทบกันแล้วเกิดการรวมตัวตกลงมาเป็นของเหลวได้อีกครั้ง ซึ่งเรียกว่า “ไอควบแน่นของของเหลว หรือการกลั่นตัว”

	P_v	=	Vapour pressure
	P_a	=	Total atmospheric pressure
ถ้า	P_v	>	P_a จะเกิดการระเหย
	P_v	<	P_a จะเกิดการกลั่นตัว
	P_v	=	P_a จะเกิดการเดือด เรียกว่า “ความดันไออิ่มตัว” (Saturated vapour pressure)

ที่ระดับน้ำทะเลปานกลางน้ำเดือดที่อุณหภูมิ 100°C แต่ถ้าความสูงมากขึ้นความดันน้อยลง น้ำจะเดือดที่อุณหภูมิต่ำกว่า 100°C

“ความดันไอ” จะมีค่ามากขึ้นเมื่ออัตราการระเหยมากกว่าอัตราการที่ไอควบแน่นเป็นของเหลว จนในที่สุดความดันไอจะมีค่าคงที่ค่าหนึ่ง เพราะมีจำนวนโมเลกุลที่เป็นไอคงที่ เนื่องจากอัตราการระเหยกลายเป็นไอมีค่าเท่ากับอัตราที่ไอควบแน่นเป็นของเหลว เราเรียกภาวะนี้ว่า “ภาวะสมดุล” แต่เนื่องจากที่ภาวะสมดุลนี้ระบบมิได้หยุดนิ่ง ยังคงมีทั้งการระเหยกลายเป็นไอและไอควบแน่นเป็นของเหลว แต่เกิดในอัตราที่เท่ากัน จึงเรียกภาวะสมดุลลักษณะเช่นนี้ว่า “สมดุลไดนามิก” ส่วนความดันไอในขณะนี้เป็นความดันไอที่มีค่าสูงสุดเรียกว่า “ความดันไออิ่มตัว” หรือเรียกสั้นๆว่า ความดันไอ

สรุปความหมายสมดุลไดนามิก

เป็นสมดุลของระบบที่ปฏิกิริยาไปข้างหน้าและปฏิกิริยาย้อนกลับ เกิดขึ้นตลอดเวลา ด้วยอัตราเร็วเท่ากัน ดังนั้น ถึงแม้ว่าเราจะไม่สามารถสังเกตเห็นการเปลี่ยนแปลงใดๆ ที่เกิดขึ้นในภาวะสมดุลก็ตาม ระบบยังคงมีการเปลี่ยนแปลงไปและกลับอยู่ตลอดเวลา ปัจจัยที่มีผลต่อความดันไอของของเหลว

1. อุณหภูมิ

- 1.1 ที่อุณหภูมิสูง ของเหลวจะกลายเป็นไอดีมาก จึงมีความดันไอสูง
- 1.2 ที่อุณหภูมิต่ำ ของเหลวจะกลายเป็นไอดีน้อย จึงมีความดันไอดีต่ำ

2. ชนิดของของเหลว

- 2.1 ของเหลวที่มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลมากจะระเหยได้ยาก จึงมีความดันไอดีต่ำมีจุดเดือดสูง
- 2.2 ของเหลวที่มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลน้อยจะระเหยได้ง่าย จึงมีความดันไอสูงมีจุดเดือดต่ำ

ปัญหาเรื่องการเดือดนี้จะเกิดเมื่อของเหลวบางจุดที่มีความดันต่ำมากจนเท่ากับหรือน้อยกว่าความดันไอ ทำให้ของเหลวกลายเป็นไอ ทำให้เกิดฟองไอ (Vapour pocket) ขึ้นจะทำให้เกิดโพรงขึ้น เรียกว่า ปรากฏการณ์คาวิตีชัน ฟองไอจะเคลื่อนที่ไปยังบริเวณที่มีความดันสูงกว่าความดันไอ ฟองไอจะคืนสภาพเป็นของเหลวอีก การเกิดและการสลายฟองไอ ทำให้เกิดการกัดกร่อนโลหะ หรือผิวหน้าของอาคาร เช่น ในเครื่องสูบน้ำ ถ้าเกิดปรากฏการณ์คาวิตีชันแล้ว ท่อดูดก็ดูดอากาศ นอกจากนี้แล้วยังเกิดการกัดกร่อนโลหะในบริเวณนั้นด้วย

ปัญหาปรากฏการณ์ควิเตชันนี้พบในอาคารทางชลศาสตร์ เช่น

1. ทางน้ำล้น หรือสปิลเวย์
2. ประตูลอยน้ำ
3. เครื่องจักรกลทางชลศาสตร์ (กังหัน และเครื่องปั้มน้ำ)

ทำให้เกิดเสียงดัง การสั่นสะเทือน การกัดกร่อนโลหะ การกัดกร่อนผิวหน้าของคอนกรีตอาคารทางชลศาสตร์

บริเวณที่จะเกิดความดันต่ำคือ ท่อลดขนาดอย่างรวดเร็ว ทำให้ความเร็วสูงขึ้นความดันจึงต่ำลง

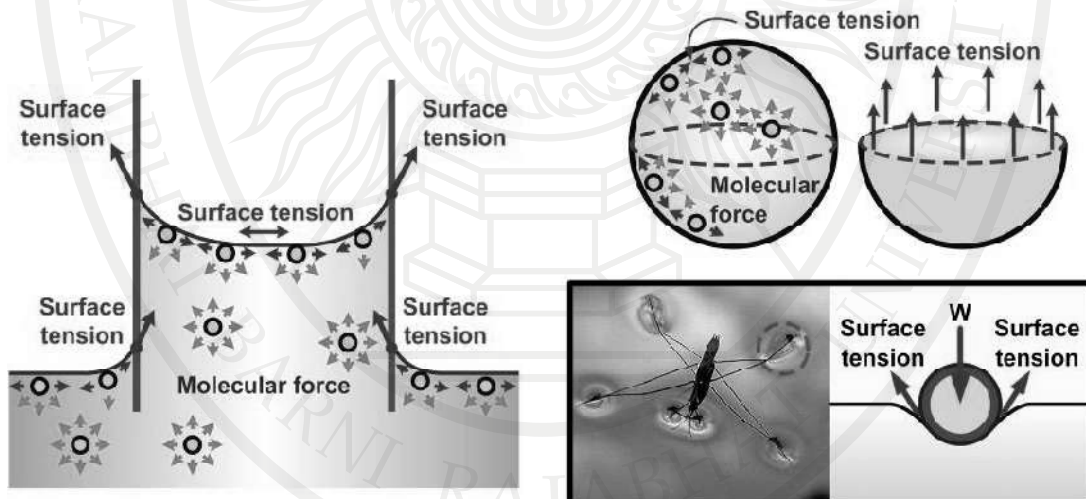
1.10 แรงตึงผิว

แรงตึงผิว (Surface tension) คือแรงที่เกิดจากการปรับสภาพสมดุลของแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของของเหลวที่อยู่บริเวณผิว หรือแรงที่เกิดขึ้นบริเวณขอบของผิวอิสระของของเหลวกับวัตถุที่อยู่ติดกัน ซึ่งจะเกิดกับของไหลที่อยู่ในสถานะของเหลวเท่านั้น ดังแสดงในภาพที่ 1.9

ความตึงผิวจะแทนด้วยสัญลักษณ์ของอักษรกรีก σ (ซิกมา)

$$F_s = \sigma \cdot L_w \quad (1.17)$$

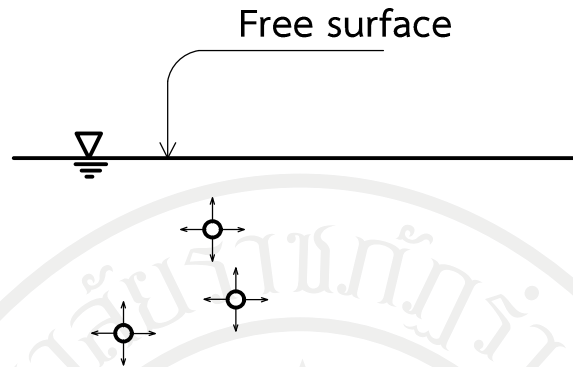
เมื่อ F_s = แรงตึงผิว (N)
 σ = ความตึงผิว หรือ หน่วยแรงตึงผิว (N/m)
 = (แรงตึงผิวต่อความยาวขอบผิวอิสระ)
 L_w = ความยาวเส้นขอบผิวอิสระ (m)



ภาพที่ 1.9 ตัวอย่างปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับแรงตึงผิว
 ทีมา (ฉัตร ออภาวลา, 2553, หน้า 1-14)

แรงตึงผิวระหว่างโมเลกุลของ 2 ชนิด คือ :

1. แรงยึดติด (Cohesion) เป็นแรงตึงผิวระหว่างโมเลกุลของของเหลวชนิดเดียวกันทำให้ของเหลวผนึกตัวยึดกัน ไม่แยกออกจากกัน (แรงต้านต่อแรงที่จะดึง)
2. แรงเชื่อมแน่น (Adhesion) เป็นแรงตึงผิวระหว่างโมเลกุลของของเหลวและโมเลกุลของของแข็งที่สัมผัสกับของเหลว (พยายามยึดติดกับวัตถุอื่น)

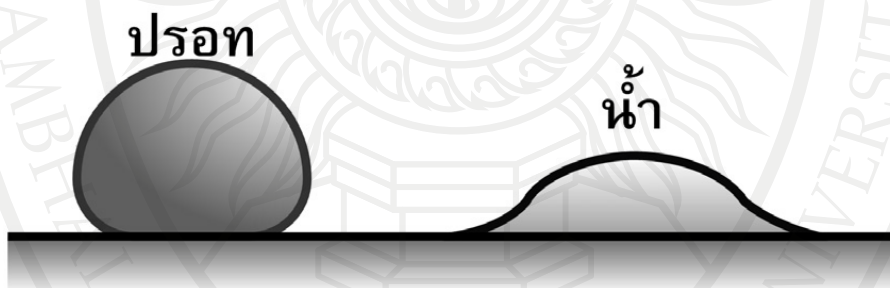


ภาพที่ 1.10 ลักษณะอนุภาคของไหลสัมผัสอากาศ

ภายในเนื้อของเหลว แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลเท่ากันทุกทิศทุกทาง แต่ที่ผิวอิสระระหว่างรอยต่อของของเหลว 2 ชนิด ที่มีความหนาแน่นต่างกัน เช่น ของเหลวกับอากาศแรงดึงดูดขึ้นกับแรงดึงดูดลงมีค่าไม่เท่ากัน ผิวหน้าของของเหลวจึงอยู่ภายใต้แรงดึงดูด ซึ่งมีทิศทางตั้งฉากกับผิวของของเหลว เรียกว่า "ความตึงผิว" ซึ่งมีค่าเท่ากันทุกๆ จุดบนผิวของของเหลว ตัวอย่างเช่น เข็มสามารถลอยบนน้ำได้ ดังแสดงในภาพที่ 1.10

ความตึงผิวจะมากหรือน้อยมีดังนี้

1. อุณหภูมิสูงขึ้น ความตึงผิวลดลง
2. ขึ้นอยู่กับชนิดของของเหลวที่สัมผัสกัน โดยปกติจะเป็นของเหลวกับอากาศผลของความตึงผิว ดูง่าย ๆ จากหยดน้ำซึ่งมีรูปร่างเป็นทรงกลม ซึ่งมีพื้นที่ผิวน้อยที่สุดดังแสดงในภาพที่ 1.11 เหตุใด ฐานของหยดน้ำกับหยดปรอทที่อยู่บนพื้นจึงแตกต่างกัน



ภาพที่ 1.11 ลักษณะรูปร่างของหยดปรอท และน้ำที่อยู่บนพื้น
ที่หมา (ฉัตร ออกระลา, 2553, หน้า 1-14)

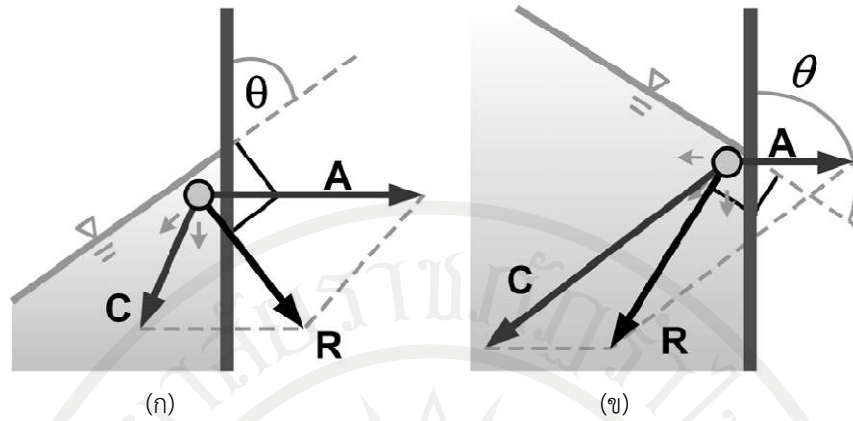
เพื่อให้เข้าใจถึงเหตุผล จึงจำเป็นต้องกล่าวถึงแรงอีก 2 ชนิดคือ

แรงยึดติด คือแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของไหล กับผนังภาชนะ

แรงเชื่อมแน่น คือแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของของไหลด้วยกันเอง

โดยผิวของไหลจะตั้งฉากกับทิศทางของผลรวมของแรงทั้ง 2 เสมอ

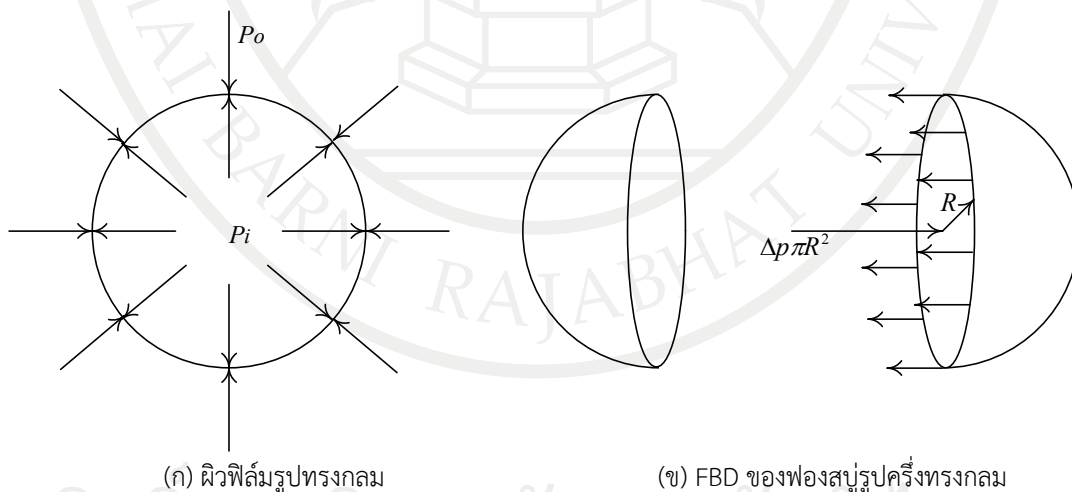
พิจารณาอนุภาคที่ขอบของผิวอิสระหากแรงเชื่อมแน่นมีค่าน้อย แรงยึดติดมาก แรงรวมจึงมีทิศทางเฉเข้าหาภาชนะดังแสดงในภาพที่ 1.12 (ก) ส่งผลให้มุมสัมผัส (θ) จึงมีค่าน้อย เช่นเดียวกับหยดน้ำ แรงเชื่อมแน่นมีค่าน้อย ในขณะที่เดียวกันแรงยึดติดมีค่ามาก ฐานของหยดจึงมีลักษณะแผ่กระจายออกเมื่อสัมผัสกับพื้นผิววัตถุ



ภาพที่ 1.12 ลักษณะการเกิดแรงบริเวณขอบของผิวอิสระ
 ที่มา (ฉัตร ออภาเวลา, 2553, หน้า 1-15)

ในทางตรงกันข้าม หากแรงเชื่อมแน่นมีค่ามาก แรงยึดติดน้อย ผลรวมของแรงทั้งสองจะมีทิศทางเฉเข้าหาของไหลดังภาพ 1.12 (ข) จึงส่งผลให้มุมสัมผัส (θ) จะมีค่ามาก เช่นเดียวกับหยดปรอท ซึ่งมีค่าแรงเชื่อมแน่นสูงมากรูปร่างของหยดจึงมีลักษณะจับตัวเป็นเม็ดได้ดีกว่าน้ำ

ความตึงผิวมีผลทำให้ผิวของของเหลวลดลงและพยายามหดตัวให้มีพื้นที่น้อยที่สุด ดังนั้นหยดของเหลวหรือฟองสบู่ที่ไม่มีแรงภายนอกใดๆ มากกระทำจะหดตัวเป็นรูปทรงกลม เพราะทรงกลมมีพื้นที่ผิวน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับรูปทรงอื่นๆ ฟองสบู่ประกอบด้วยผิวฟิล์มรูปทรงกลม 2 ชั้น ซึ่งอยู่ติดกันมาก โดยมีน้ำสบู่อุ้ระหว่างกลาง เมื่อฟองสบู่หดตัวอากาศภายในจะถูกอัดตัวทำให้ความดันภายในเพิ่มขึ้นจนกระทั่งฟองสบู่ไม่สามารถหดตัวได้อีก เพื่อที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างความตึงผิวกับผลต่างของความดันภายในและภายนอกฟองสบู่ พิจารณาผิวฟิล์มฟองสบู่รูปทรงกลมรัศมี R โดยมีความดันภายในและภายนอกเป็น P_i และ P_o ตามลำดับ จากภาพที่ 1.13 (ก) เขียน FBD ของฟองสบู่ครึ่งทรงกลมจะได้ดังภาพที่ 1.13 (ข) สมดุลระหว่างแรงดันสุทธิ $((P_i - P_o)\pi R^2)$ กับแรงตึงผิว $(2\pi R\sigma)$ โดยที่ σ คือความตึงผิวของฟิล์มฟองสบู่จากสมดุลของแรงที่กระทำต่อ FBD จะได้



ภาพที่ 1.13 ลักษณะของแรงที่เกิดแรงบริเวณขอบของหยด และฟอง

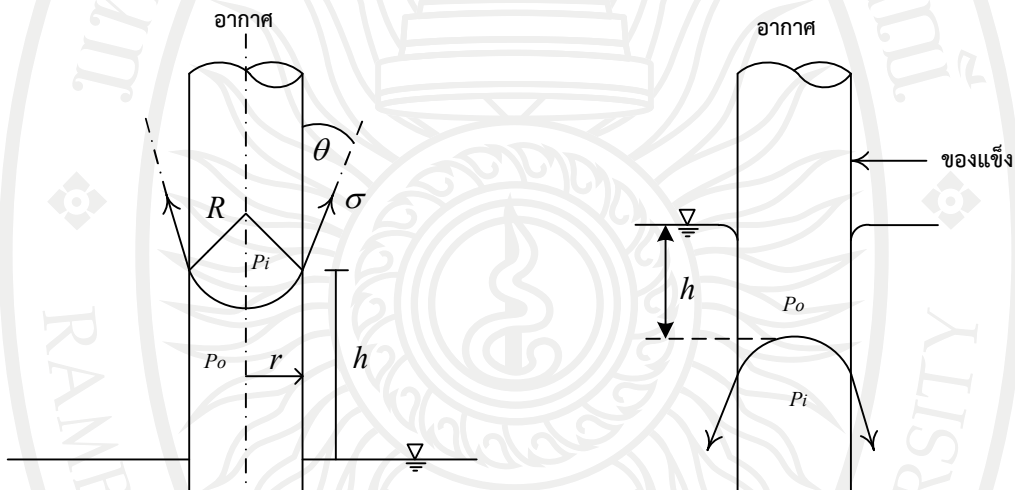
$$(P_i - P_o)\pi R^2 = 2\pi R\sigma$$

$$\Delta P = (P_i - P_o) = \frac{2\sigma}{R} \tag{1.18}$$

ในที่นี้ $P_i > P_o$ เสมอเป็น จึงจะสามารถเกิดผิวฟิล์มฟองสบู่หรือผิวฟิล์มหยดของเหลวได้
 หน่วยของ σ คือ N/m หรือ kg(m)/s²

แคพิลลารี (Capillary) เป็นปรากฏการณ์ทางธรรมชาติที่ของไหลในบริเวณที่สัมผัสกับวัตถุจะยกตัวสูงขึ้น หรือลดต่ำลงของระดับของเหลวในหลอดรูขนาดเล็ก (Capillary tube) ซึ่งเป็นผลมาจากอิทธิพลของแรงตึงผิว แรงยึดติด และแรงเชื่อมแน่น

กรณีถ้าของเหลวที่เปียกหลอดที่มีรูขนาดเล็ก แรงยึดติดระหว่างของเหลวและของแข็งมากกว่าแรงเชื่อมแน่น ในเนื้อของเหลวทำให้ระดับสูงขึ้น เรียกว่า "ระยะยกแคพิลลารี" (Capillary rise) เช่น น้ำ $\theta < 90$; θ = Contact Angle



ก. ลักษณะแคพิลลารีโค้งหงาย

ข. ลักษณะแคพิลลารีโค้งคว่ำ

ภาพที่ 1.14 ลักษณะการเกิดแคพิลลารี

$$P_i < P_o$$

$$P_i = -\gamma h$$

$$P_o = 0 \text{ {เพราะสัมผัสความดันบรรยากาศ}}$$

$$R_1 = R_2 = R$$

$$\frac{r}{R} = \cos\theta$$

จาก $P_i - P_o = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$0 - \gamma h = \frac{2\sigma}{R}$$

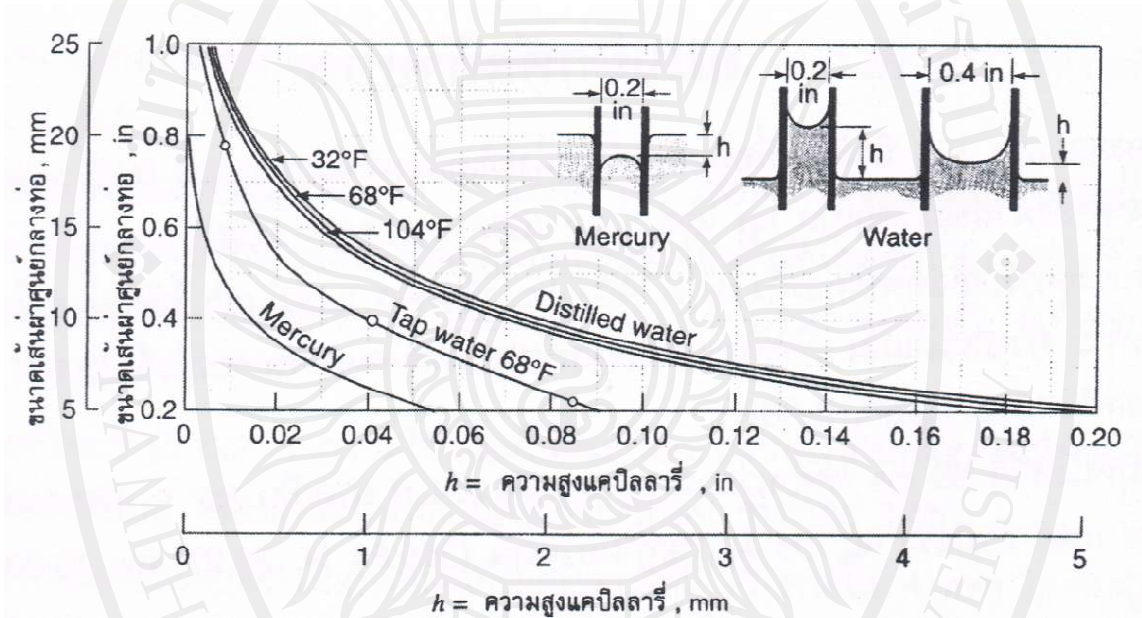
$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{r\gamma}$$

เมื่อ	σ	=	ความตึงผิว หรือ หน่วยแรงตึงผิว (N/m)
	θ	=	มุมที่แนวโค้งกระทำกับผิวท่อ หรือ Wetting angle
	γ	=	น้ำหนักจำเพาะของของเหลว
	r	=	รัศมีของหลอดแก้ว
	h	=	ความสูงแคพิลลารี

ถ้าของเหลวที่ไม่เปียกหลอดแรงเชื่อมแน่นในเนื้อของเหลวมากกว่าแรงยึดติดระหว่างของเหลวและของแข็งมากกว่า ทำให้ระดับต่ำลง เรียกว่า "ระยะกดแคพิลลารี" (Capillary depression)

เช่น ปรอท $\theta > 90$; θ = Contact angle

แคพิลลารี จึงมีความสำคัญเมื่อใช้หลอดมีเส้นผ่านศูนย์กลางเล็กกว่า 10 มิลลิเมตร ทำการวัดระดับน้ำที่ขึ้นในหลอด



ภาพที่ 1.15 ความสูงแคพิลลารีของของเหลวในหลอดแก้วกลมสะอาด
ที่มา (คมสัน วงศ์วีร์จันทร์, 2548, หน้า 19)

ตัวอย่างที่ 1.11 ถ้าต้องการเก็บ Carbon tetra chloride (CC14) ไว้ในภาชนะ จงหาความดันสมบูรณ์ น้อยที่สุด (Minimum absolute pressure) ภายในภาชนะเหนือผิวของเหลวที่อุณหภูมิ 20°C

วิธีทำ P_v ของ CC14 ที่อุณหภูมิ $20^{\circ}\text{C} = 12.10 \text{ kN/m}^2$ (abs)
 ถ้า ความดันรอบข้าง (Ambient pressure), $P_a = P_v$ จะเกิดการระเหย
 (Bubble = ฟองอากาศ) เพื่อไม่ให้เกิดการกลายเป็นไอจึงต้องรักษา
 $P_v > P_a$ ดังนั้น Minimum pressure = 12.10 kN/m^2 (abs)

ตัวอย่างที่ 1.12 ถ้าเพิ่มความดัน 20.6 MN/m^2 ทำให้ปริมาตรของของเหลวลดลงจาก 1000 ลิตร เป็น 990 ลิตร จงหา Bulk modulus of elasticity ของของเหลว

วิธีทำ จากสมการ $k = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V}$
 $= \frac{20.6 \times 10^6 \text{ N/m}^2}{(1000 - 990)/1000}$
 $= 20.6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
 $= 2.06 \text{ GN/m}^2$ Ans

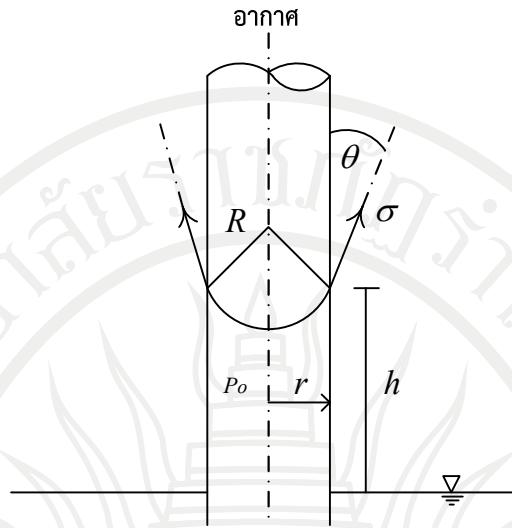
ตัวอย่างที่ 1.13 อากาศผ่านหัวฉีดเข้าไปในถังน้ำ จะทำให้เกิดฟองอากาศรูปทรงกลมขึ้น ถ้าต้องการให้ ฟองอากาศมี ϕ 3 มิลลิเมตร ความดันของอากาศที่หัวฉีดต้องการมากกว่าความดันของน้ำโดยรอบเท่าใด กำหนด $\sigma = 72 \times 10^{-3} \text{ N/m}$

วิธีทำ จากสมการ $P_i - P_o = \frac{2\sigma}{R}$
 $P_i - P_o = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3} \text{ N/m}}{1.5 \times 10^{-3} \text{ m}}$
 $= 96 \text{ N/m}^2$ Ans

ตัวอย่างที่ 1.14 น้ำมีความตึงผิว $7.4 \times 10^{-3} \text{ N/m}$. จงหาค่า ถ้าความดันภายในหยดน้ำมากกว่าความดัน ภายนอก 700 N/m^2 . จงหาว่าหยดน้ำมี ϕ เท่าใด

วิธีทำ จากสมการ $P_i - P_o = \frac{2\sigma}{R}$
 $700 \text{ N/m}^2 = \frac{2 \times 7.4 \times 10^{-3} \text{ N/m}}{r \text{ m}}$
 $r = \frac{2 \times 7.4 \times 10^{-3} \text{ N/m}}{700 \text{ N/m}^2}$
 $= 2.11 \times 10^{-5} \text{ m}$
 $d = \frac{2r}{1} = 2 \times 2.11 \times 10^{-5} \text{ m}$
 $= 4.22 \times 10^{-5} \text{ m}$ Ans

ตัวอย่างที่ 1.14 จากภาพ ถ้ำของเหลวในหลอดแก้ว $\phi = 4$ มิลลิเมตร คือ น้ำที่มีอุณหภูมิ 10°C ให้คำนวณหาความสูงแคปิลลารี (h)



วิธีทำ

จากตารางที่ 1.1

น้ำที่มีอุณหภูมิ 10°C : $\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3$

$\sigma = 0.0742 \text{ N/m}$

จากสมการ

$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{r\gamma}$

$= \frac{2 \times 0.0742 \text{ N/m}}{9807 \text{ N/m}^3 \times 0.002}$

$= 0.00755 \text{ m} \quad \text{Ans}$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตารางที่ 1.5 สมบัติทางฟิสิกส์ของน้ำ
ที่มา (คมสัน วงศ์วีระจันทร์, 2548, หน้า 230)

อุณหภูมิ (°F)	น้ำหนักจำเพาะ γ (lb/ft ³)	ความหนาแน่น ρ (slugs/ft ³)	ความหนืด μ (lb-s/ft ²)	ความหนืดจลน์ ν (ft ² /s)	ความดันไอ (lb/ft ²)	ความตึงผิว σ (lb/ft)
32	62.4	1.94	3.66×10^{-5}	1.89×10^{-5}	12.8	0.00518
40	62.4	1.94	3.23×10^{-5}	1.67×10^{-5}	18.5	0.00514
50	62.4	1.94	2.72×10^{-5}	1.40×10^{-5}	25.7	0.00509
60	62.4	1.94	2.35×10^{-5}	1.21×10^{-5}	36.5	0.00504
70	62.3	1.93	2.04×10^{-5}	1.05×10^{-5}	52.2	0.00500
80	62.2	1.93	1.77×10^{-5}	9.15×10^{-6}	73.5	0.00492
90	62.1	1.93	1.60×10^{-5}	8.29×10^{-6}	101	0.00486
100	62.0	1.93	1.42×10^{-5}	7.37×10^{-6}	135	0.00480
110	61.9	1.92	1.26×10^{-5}	6.55×10^{-6}	189	0.00473
120	61.7	1.92	1.14×10^{-5}	5.94×10^{-6}	251	0.00465
130	61.5	1.91	1.05×10^{-5}	5.49×10^{-6}	322	0.00460
140	61.4	1.91	9.60×10^{-6}	5.03×10^{-6}	416	0.00454
150	61.2	1.90	8.90×10^{-6}	4.68×10^{-6}	545	0.00447
160	61.0	1.90	8.30×10^{-6}	4.38×10^{-6}	693	0.00441
170	60.8	1.89	7.70×10^{-6}	4.07×10^{-6}	875	0.00433
180	60.6	1.88	7.23×10^{-6}	3.84×10^{-6}	1086	0.00426
190	60.4	1.88	6.80×10^{-6}	3.62×10^{-6}	1358	0.00419
200	60.1	1.87	6.25×10^{-6}	3.35×10^{-6}	1671	0.00412
210	59.9	1.86	5.95×10^{-6}	3.20×10^{-6}	2042	0.00405
212	59.8	1.86	5.89×10^{-6}	3.17×10^{-6}	2116	0.00404
(°C)	(kN/m ³)	(kg/m ³)	(N-s/m ²)	(m ² /s)	(kPa)	(N/m)
0	9.81	1000	1.75×10^{-3}	1.75×10^{-6}	0.611	0.0756
10	9.81	1000	1.30×10^{-3}	1.30×10^{-6}	1.23	0.0742
20	9.79	998	1.02×10^{-3}	1.02×10^{-6}	2.34	0.0728
30	9.77	996	8.00×10^{-4}	8.03×10^{-7}	4.24	0.0712
40	9.73	992	6.51×10^{-4}	6.56×10^{-7}	7.38	0.0696
50	9.69	988	5.41×10^{-4}	5.48×10^{-7}	12.3	0.0679
60	9.65	984	4.60×10^{-4}	4.67×10^{-7}	19.9	0.0662
70	9.59	978	4.02×10^{-4}	4.11×10^{-7}	31.2	0.0644
80	9.53	971	3.50×10^{-4}	3.60×10^{-7}	47.4	0.0626
90	9.47	965	3.11×10^{-4}	3.22×10^{-7}	70.1	0.0608
100	9.40	958	2.82×10^{-4}	2.94×10^{-7}	101.3	0.0589

ตารางที่ 1.6 สมบัติทางฟิสิกส์ของเหลว ที่ความดันบรรยากาศระดับน้ำทะเล
ทีมา (คมสัน วงศ์วีรจันทร์, 2548, หน้า 232)

ของเหลว	อุณหภูมิ	ความหนาแน่น	ความถ่วงจำเพาะ	ความหนืด	ความตึงผิว	ความดันไอ	ความร้อนจำเพาะ
	T	ρ	--	μ	σ	P_v	C
	°F	slug/ft ³	kN/m ³	10 ⁶ lb-s/ft ²	lb/ft	psia	ft ² /(s ² -R)
เบนซิน	68	1.70	0.88	14.37	0.0020	1.45	10,290
คาร์บอนเตตระคลอไรด์	68	3.08	1.594	20.35	0.0018	1.45	5,035
น้ำมันดิบ	68	1.66	0.86	150	0.0020	-	-
น้ำมันแก๊สโซลีน	68	1.32	0.68	6.1	-	8.0	12,500
กลีเซอริน	68	2.44	1.26	31,200	0.0043	0.000002	14,270
ไฮโดรเจน	-430	0.143	0.074	0.435	0.0002	-	-
น้ำมันก๊าด	68	1.57	0.81	40	0.0017	0.46	12,000
ปรอท	68	26.3	13.56	33	0.032	0.000025	834
ออกซิเจน	-320	2.34	1.21	5.8	0.001	3.1	~5,760
น้ำมัน SAE 10	68	1.78	0.92	1,700	0.0025	-	-
น้ำมัน SAE 30	68	1.78	0.92	9,200	0.0024	-	-
น้ำบริสุทธิ์	68	1.936	0.999	21.0	0.0050	0.34	25,000
น้ำทะเล	68	1.985	1.024	22.5	0.0050	0.34	23,500
	°C	kg/m ³	-	10 ⁻³ N-s/m ²	N/m	kN/m ²	m ² /s ² -K
เบนซิน	20	876	0.88	0.65	0.029	10.0	1720
คาร์บอนเตตระคลอไรด์	20	1588	1.594	0.97	0.026	12.1	842
น้ำมันดิบ	20	856	0.86	7.2	0.03	-	-
น้ำมันแก๊สโซลีน	20	680	0.68	0.29	-	55.2	2100
กลีเซอริน	20	1258	1.26	1494	0.063	0.000014	2386
ไฮโดรเจน	-257	73.7	0.074	0.021	0.0029	21.4	-
น้ำมันก๊าด	20	808	0.81	1.92	0.025	3.2	2,000
ปรอท	20	13550	13.56	1.56	0.51	0.00017	139.4
ออกซิเจน	-195	1206	1.21	0.278	0.015	21.4	~964
น้ำมัน SAE 10	20	918	0.92	82	0.037	-	-
น้ำมัน SAE 30	20	918	0.92	440	0.036	-	-
น้ำบริสุทธิ์	20	998	0.999	1.00	0.073	2.34	4187
น้ำทะเล	20	1023	1.024	1.07	0.073	2.34	3933

1.11 สรุป

ชลศาสตร์คือการศึกษาพฤติกรรมของของเหลว และแก๊ส ทั้งสภาวะแรงที่กระทำต่อของไหล และแรงที่ของไหลกระทำต่อวัตถุ รวมถึงอิทธิพลของสิ่งต่างๆ ที่ผลต่อพฤติกรรมของของไหลในขณะที่ของไหลหยุดนิ่งและขณะเคลื่อนที่ โดยที่ปริมาณมี 2 ชนิด คือ ปริมาณเวกเตอร์กับปริมาณสเกลาร์ ในหน่วยของระบบหน่วยสากล และระบบหน่วยอังกฤษ

ในบทนี้คุณสมบัติของของไหล

1. ความหนาแน่น คือ ปริมาณมวลสารต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรสามารถคำนวณจากสมการที่ 1.4
2. น้ำหนักจำเพาะ คือ น้ำหนักเนื่องจากแรงโน้มถ่วงต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรสามารถคำนวณจากสมการที่ 1.5
3. ความถ่วงจำเพาะ คือ อัตราส่วนของมวลหรือน้ำหนักจำเพาะหรือความหนาแน่นของสารต่อมวลหรือน้ำหนักจำเพาะหรือความหนาแน่นของน้ำที่อุณหภูมิ 4°C สามารถวิเคราะห์ความถ่วงจำเพาะจากสมการที่ 1.7-1.9
4. ปริมาตรจำเพาะ คือ ปริมาตรของของไหลต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไหล และเป็นส่วนกลับของความหนาแน่น สามารถคำนวณจากสมการที่ 1.10 หรือ 1.11
5. ความหนืด คือ ความสามารถในการต้านทานการเปลี่ยนรูปร่างอันเนื่องมาจากแรงเค้นเฉือน สามารถคำนวณจากสมการที่ 1.13 และความหนืดคินแมติกจากสมการที่ 1.15
6. แรงตึงผิว คือ แรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของของเหลวที่อยู่บริเวณผิวสามารถคำนวณจากสมการที่ 1.17 และแคพิลลารีจากสมการที่ 1.19

แบบฝึกหัดบทที่ 1

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- ถังบรรจุคาร์บอนเตตระคลอไรด์มวล 400 kg ปริมาตร 0.30 m³ ให้คำนวณหาค่าน้ำหนัก น้ำหนักจำเพาะ ความหนาแน่น และความถ่วงจำเพาะของคาร์บอนเตตระคลอไรด์
- วัตถุหนึ่งหนัก 80 lbs ให้คำนวณ ก. น้ำหนักเป็น N มวลเป็น kg ข. อัตราเร่งในหน่วย ft/s² และ m/s² ถ้ามีแรง 40 lbs มากระทำกับวัตถุนี้
- ความถ่วงจำเพาะของของไหลเท่ากับ 0.72 ให้คำนวณหาน้ำหนักจำเพาะและความหนาแน่นของของไหล
- น้ำมัน 5.61 m³ หนัก 4,770 กิโลกรัม ให้คำนวณหาค่าน้ำหนักจำเพาะ ความหนาแน่น และความถ่วงจำเพาะ
- แท่งวัตถุหนัก 450 N พื้นที่หน้าตัด 0.20 m² เลื่อนลงมาตามพื้นเอียงทำมุม 30 องศา กับแนวระดับด้วยความเร็วคงที่ 2 m/s พิล์มน้ำมันระหว่างแท่งวัตถุกับพื้นเอียงหนา 0.25 mm. จงคำนวณหาค่าความหนืดของน้ำมัน (μ) และความหนืดคิเนแมติก (ν)
- ถ้าการกระจายความเร็วในของไหลบนแผ่นราบเป็นสมการ $V = 1/4 y$ โดยที่ V เป็นความเร็วที่มีหน่วยเป็น m/s ระยะทาง y เหนือแผ่นราบ จงคำนวณหาแรงเฉือนที่แผ่นราบ กำหนด $\mu = 9.8$ Poise
- แผ่นราบ 2 แผ่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ขนาด 60 เซนติเมตร มีน้ำมันอยู่ระหว่างแผ่นราบซึ่งห่างกัน 12.5 มิลลิเมตร แผ่นบนเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2.5 m/s ต้องใช้แรง 10 kg เพื่อให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วดังกล่าว จงคำนวณหาความหนืดของน้ำมัน มีหน่วยเป็น Poise และความหนืดคิเนแมติก ในหน่วย Stoke ถ้ากำหนด ถ.พ. ของน้ำมันเป็น 0.95
- กำหนดให้ น้ำที่มีอุณหภูมิ 20 °C มีความตึงผิว σ เท่ากับ 7.36×10^{-2} N/m ยึดเชือกเข้ากับลวดโค้งวงกลมที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง D เท่ากับ 40 มิลลิเมตร และออกแรง F ดึงลวดโค้งพันผิวน้ำพอดี จงคำนวณหาขนาดของแรง F
- กำหนดให้ น้ำที่มีอุณหภูมิ 25 °C มีค่า Bulk modulus of elasticity เท่ากับ 2.22×10^9 N/m² จงคำนวณหาความดันจะเปลี่ยนแปลงเท่าใดเพื่อทำให้ปริมาตรของน้ำลดลง 5%
- น้ำที่มีอุณหภูมิ 25 °C อยู่ในหลอดแก้ว ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 มิลลิเมตร มีความสูง 115 มิลลิเมตร จงหาความสูงที่แท้จริงของน้ำ โดยกำหนด $\sigma = 0.0742$ N/m และมุมสัมผัสเท่ากับ 0°

เอกสารอ้างอิง

- คมสัน วงศ์วีระจันทร์. (2548). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ : โอ.เอส.พริ้นติ้ง เฮ้าส์ เดียนสโตร์.
- ธัญดร ออกวะลา. (2553). เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- มนตรี พิรุณเกษตร. (2554). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ : วิทยพัฒน์ จำกัด.
- Munsum B.R., Young D.F., & Okishi, T.H. (2001). *Fundamentals of Fluid Mechanics*. 1st ed. New York : John Wiley & Sons Inc.

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 2

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 2 ของไหลสถิตย์

- 2.1 ความดัน
- 2.2 การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต
- 2.3 การวัดความดัน
- 2.4 หน่วยของความดัน
- 2.5 อุปกรณ์วัดความดัน
- 2.6 แรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ
- 2.7 แรงดึงของของไหลรอบท่อ
- 2.8 แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง
- 2.9 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 2 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายความดัน และอุปกรณ์วัดความดันได้
2. อธิบายความดันที่จุดใดๆ ในของไหล การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต การวัดความดัน และหน่วยของความดันได้
3. อธิบายบารอมิเตอร์ มาโนมิเตอร์ และมาตรวัดบูดองได้
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์ความดันที่จุดใดๆ ในของไหล การวัดความดัน การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิตย์ และหน่วยของความดันได้
5. อธิบายแรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ และแรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้งได้
6. อธิบายแรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ แนวระนาบระดับ แนวระนาบดิ่ง
7. อธิบายแรงดึงของของไหลรอบท่อได้
8. อธิบายวิธีการวิเคราะห์แรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบระนาบแนวราบ และระนาบแนวดิ่ง
9. อธิบายวิธีการวิเคราะห์แรงดึงของของไหลรอบท่อได้

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ซักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะเรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

บทที่ 2 ของไหลสถิต

การศึกษาของไหลสถิตเป็นการศึกษาที่เกี่ยวข้องกับของไหลที่อยู่นิ่ง ไม่มีการไหล และไม่มี การเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างอนุภาคของไหลจึงไม่เกิดแรงเฉือน อันเนื่องมาจากความหนืด ซึ่งนั่น หมายความว่า จะไม่เกิดผลเนื่องจากแรงเค้นเฉือนระหว่างอนุภาคของของไหล ดังนั้นอนุภาคของของไหล จึงได้รับผลกระทบจากความดัน และแรงโน้มถ่วงของโลก ซึ่งแรงที่กระทำตั้งฉากกับพื้นที่ผิวเท่านั้น

ในบทนี้จะเป็นการศึกษาถึงพฤติกรรมพื้นฐานของความดันในของไหลสถิต เช่น แรงดันของ ของไหลที่กระทำกับโครงสร้างต่างๆ แรงที่กระทำกับวัตถุที่ลอยอยู่ในของไหล หรือแรงดันของของไหลที่ กระทำกับผนังภาชนะในกรณีที่มีภาชนะมีการเคลื่อนที่ เป็นต้น ซึ่งจะนำไปสู่การวิเคราะห์ปัญหา ด้านวิศวกรรมต่างๆ ต่อไป

2.1 ความดัน

ความดัน (Pressure) เป็นแฟกเตอร์ที่สำคัญในการศึกษาเกี่ยวข้องกับวิชาศาสตร์หมายถึง แรงดันที่จุดใดจุดหนึ่งในของไหล คือแรงในแนวตั้งฉากซึ่งกระทำบนระนาบในของไหลหนึ่งหน่วยพื้นที่ พิจารณา (มิติคือ FL^{-2} หรือ $ML^{-1}T^{-2}$) ดังนั้นถ้า dF คือแรงที่กระทำบนพื้นที่เล็กๆ dA บนพื้นที่ A ความดันจะมีค่าเป็น

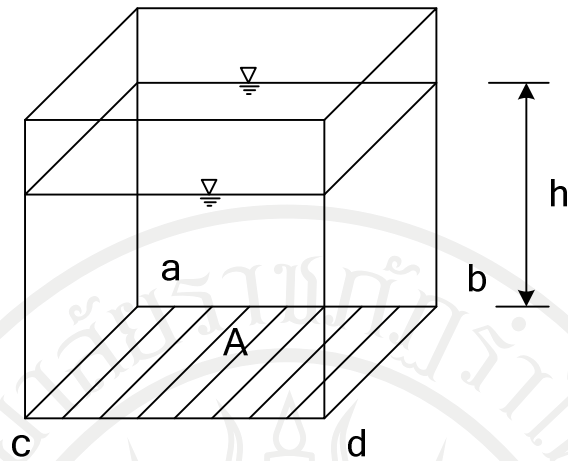
$$P = \frac{dF}{dA} \quad (2.1)$$

แต่ถ้าความดันที่กระทำมีค่าสม่ำเสมอเท่ากันทั้ง พื้นที่ A ความดันจะมีค่าเป็น

$$P = \frac{F}{A} \quad (2.2)$$

เมื่อ $P =$ หน่วยความดัน หรือเรียกสั้นๆ ว่า "ความดัน"
 $F =$ แรง (Force)
 $A =$ พื้นที่หน้าตัด (Area)

ความดันของของไหลที่กระทำบนพื้นที่ผิว คือ น้ำหนักของปริมาตรของแห่งของไหลที่อยู่เหนือ ผิวหน้าของวัตถุนั้นเองพิจารณาภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 ลักษณะของความดันที่กระทำบนพื้นที่

$$\begin{aligned}
 \text{แรงที่กระทำบนพื้นที่ผิวเอปัสซีดี} &= \text{น้ำหนักของแท่งของไหล} \\
 &= \text{ปริมาตร หน่วยน้ำหนักของของไหล} \\
 &= (A \times h) \cdot \gamma \\
 &= (A \times h) \cdot \rho g \\
 \frac{F}{A} &= (A \times h) \cdot \rho g \\
 F &= h \cdot \rho g \\
 &= h \cdot \gamma \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 P &= \text{ความดันเนื่องจากความสูงของของไหล (N/m}^2\text{)} \\
 \rho &= \text{ความหนาแน่นของของไหล (kg/m}^3\text{)} \\
 \gamma &= \text{อัตราเร่งเนื่องแรงดึงดูดของโลก (m/s}^2\text{)} \\
 h &= \text{ความสูงของของไหล (m)}
 \end{aligned}$$

หน่วยของความดัน คือ N/m^2 , lb/in^2 หรือ Pa

$$\begin{aligned}
 1 \text{ lb/ft}^2 &= 47.88 \text{ N/m}^2 = 47.88 \text{ Pa} \\
 1 \text{ Pa} &= 1 \text{ N/m}^2 = 0.02089 \text{ lb/ft}^2
 \end{aligned}$$

จากสูตรสามารถสรุปได้ดังนี้

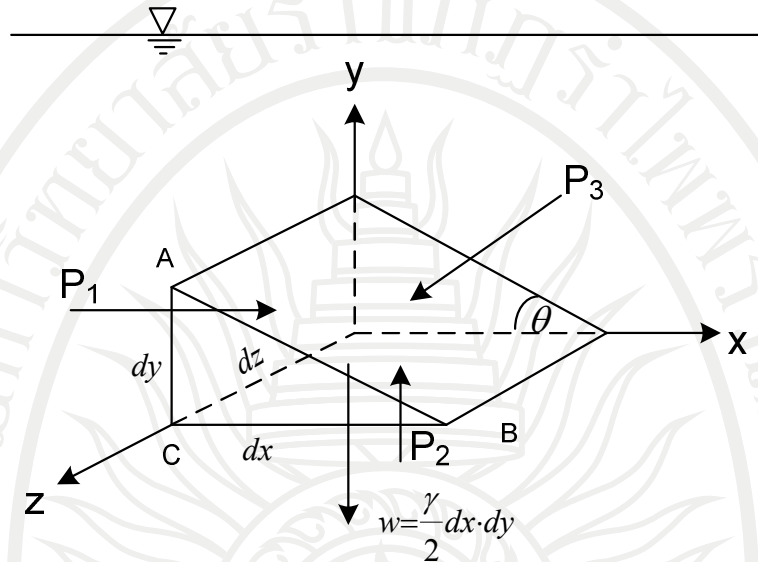
1. ความดันที่ระดับเดียวกันมีค่าเท่ากัน
2. ความดันแปรผันโดยตรงกับความลึก ดังนั้นความดันที่มีระดับต่างกัน h มีค่าความดันต่างกันเท่ากับ $h \cdot \gamma$

แรงทั้งหมดที่กระทำคำนวณได้จากสมการ 2.2

$$F = P \cdot A \quad \text{พิจารณาหน่วยของแรง } \text{N/m}^2 \cdot \text{m}^2 \text{ เท่ากับ N}$$

2.1.1 ความดันที่จุดใดๆ ในของไหล

พิจารณาความดันที่จุดใดๆ ในของไหล (Pressure at a point in fluid) จากกฎของปาสคาล (Pascal law) "At any point in fluid at rest, the pressure is the same in all directions" กล่าวคือ ของไหลขณะที่อยู่นิ่ง ที่ระดับความลึกเท่ากัน (ที่ตำแหน่งความลึกใดๆ) ความดันของไหลจะเท่ากันทุกทิศทุกทาง เมื่อของไหลนั้นไม่เกิดแรงเฉือน



ภาพที่ 2.2 ของไหลรูปปริซึมที่อยู่นิ่งมีความดันกระทำทั้ง 3 แกนเท่ากัน

พิจารณาของเหลวยุติปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากเอปไซ์ ที่อยู่ในของไหลที่อยู่นิ่งดังภาพ 2.2

ให้	P_1	=	เป็นความดันเฉลี่ยที่กระทำในแนวแกน y
	P_2	=	เป็นความดันเฉลี่ยที่กระทำในแนวแกน x
	P_3	=	เป็นความดันเฉลี่ยที่กระทำในแนวแกน z
	θ	=	เป็นมุมที่ความดัน P กระทำกับแนวระดับ

จากเงื่อนไขของความสมดุลกล่าวไว้ว่า ผลรวมของแรงประกอบหลายแรงที่กระทำกับวัตถุที่จมอยู่ในของเหลวในทิศทางใดๆ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\sum F = 0$)

พิจารณาแรงในแนวแกน x, $\sum F_x = 0$

$$P_1(dy) = P_3 dz(\sin \theta)$$

เมื่อ $dz(\sin \theta) = dy$

$$P_1(dy) = P_3 dz(\sin \theta) = P_3(dy)$$

$$P_1 = P_3 \quad (2.4)$$

พิจารณาแรงในแนวแกน y , $\Sigma F_y = 0$

$$P_2(dx) = P_3 dz(\cos \theta) + \frac{1}{2} \gamma \cdot dx \cdot dy$$

เมื่อ $dz(\cos \theta) = dx$

$$\begin{aligned} P_2(dx) &= P_3 dx + \frac{1}{2} \gamma \cdot (dx)^2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ P_2 &= P_3 \end{aligned} \quad (2.5)$$

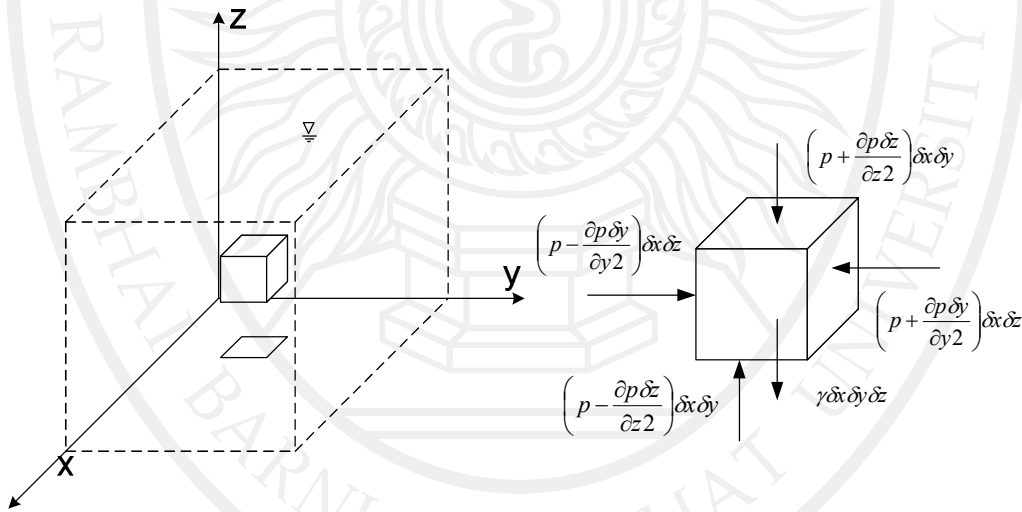
จากสมการที่ 2.4 และ 2.5
ดังนั้น

$$P_1 = P_2 = P_3$$

จึงสรุปได้ว่า ความดันที่กระทำกับของไหลที่อยู่นิ่งที่จุดใดๆ มีค่าเท่ากันทุกทิศทุกทาง

2.2 การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต

พิจารณการเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต (Variation of pressure in static fluid) จากแท่งอนุภาคของไหลทรงลูกบาศก์ที่มีขนาดเล็กมากดังภาพ 2.3 กำหนดให้ความดันที่จุดศูนย์กลางมีค่าเท่ากับ P และเนื่องจากไม่มีการไหลของของไหล ดังนั้นแรงที่เกี่ยวข้องจึงมีเพียงแรงที่เกิดจากความดันและแรงโน้มถ่วงเท่านั้น



ภาพที่ 2.3 แรงดันที่กระทำบนระนาบต่างๆ ของของไหล

หากพิจารณาเฉพาะแกน Y ผลรวมของแรงภายนอกจะเท่ากับ

$$\delta F_y = \left(p - \frac{\partial p}{\partial y} \right) \delta x \delta z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \right) \delta x \delta z$$

$$\delta F_y = - \frac{\partial p}{\partial y} (\delta x \delta y \delta z) \quad (2.6)$$

ในลักษณะเดียวกับ Y หากพิจารณากับแกน X และ Z จะได้

$$\delta F_x = -\frac{\partial p}{\partial x}(\delta x \delta y \delta z) \quad (2.7)$$

$$\delta F_z = -\frac{\partial p}{\partial z}(\delta x \delta y \delta z) \quad (2.8)$$

จากสมการที่ 2.6, 2.7 และ 2.8 เมื่อพิจารณาผลรวมแรงภายนอกในรูปเวกเตอร์ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \delta \vec{F}_s &= \delta F_x \vec{i} + \delta F_y \vec{j} + \delta F_z \vec{k} \\ \delta \vec{F}_s &= -\left(\frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}\right)(\delta x \delta y \delta z) \end{aligned} \quad (2.9)$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงความดันในรูปเวกเตอร์ จะได้ว่า

$$\nabla \bar{P} = -\left(\frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}\right) \quad (2.10)$$

จากสมการที่ 2.9 และ 2.10 ดังนั้นผลรวมของแรงภายนอกทั้ง 3 แกนจะมีค่าเท่ากับ

$$\delta \vec{F}_s = -\nabla \bar{P}(\delta x \delta y \delta z) \quad (2.11)$$

พิจารณาน้ำหนักของก้อนน้ำในรูปเวกเตอร์ จะได้

$$-\delta w \vec{k} = -\gamma(\delta x \delta y \delta z) \vec{k} \quad (2.12)$$

จากสมการการเคลื่อนที่ของนิวตัน $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\delta \vec{F}_s - \delta w \vec{k} = \rho(\delta x \delta y \delta z) \vec{a} \quad (2.13)$$

แทนค่าสมการ 2.11 และ 2.12 ในสมการที่ 2.13

$$\begin{aligned} -\nabla \bar{P}(\delta x \delta y \delta z) - \gamma(\delta x \delta y \delta z) \vec{k} &= \rho(\delta x \delta y \delta z) \vec{a} \\ -\nabla \bar{P} - \gamma \vec{k} &= \rho \vec{a} \end{aligned} \quad (2.14)$$

สมการที่ 2.14 เรียกว่า “สมการแสดงการแปรผันความดันของของไหลที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งในกรณีที่ไม่เกิดแรงเค้นเฉือนภายในของไหล” ในกรณีที่มีความเร่งแต่ไม่มีแรงเฉือน คือ ของไหลมีความเร่งแต่ไม่มีการไหล ตัวอย่างเช่น ของไหลที่อยู่ใต้อากาศที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง เป็นต้น

ในกรณีของไหลไม่มีการเคลื่อนที่และไม่มีการไหล (ภาชนะไม่เคลื่อนที่) ความเร่งจะเท่ากับ 0 สมการ 2.14 จะเปลี่ยนเป็น

จากสมการ 2.14

$$-\nabla \bar{P} - \gamma \bar{k} = \rho \bar{a}$$

$$-\left(\frac{\partial p}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{k}\right) - \gamma \bar{k} = 0 \quad (2.15)$$

พิจารณาเฉพาะแกน X จะได้

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \bar{i}\right) = 0 \quad (2.16)$$

พิจารณาเฉพาะแกน Y จะได้

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y} \bar{j}\right) = 0 \quad (2.17)$$

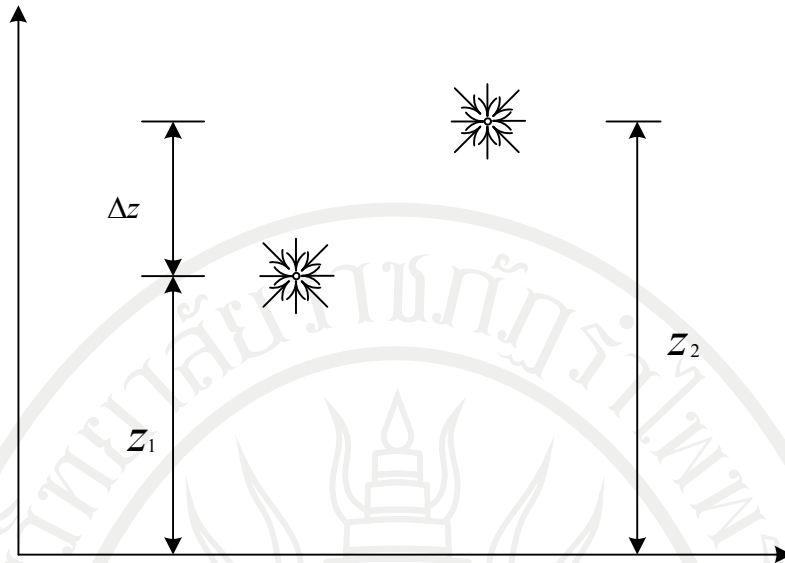
จากสมการที่ 2.16 และ 2.17 จะเห็นได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของความดันเมื่อเทียบกับระยะทางตามแกน X และ Y จะมีค่าเท่ากับ 0 ซึ่งนั่นหมายความว่า ไม่มีการเปลี่ยนแปลงความดันในแนวระดับ หรือสามารถกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า “ในของไหลที่ระดับเดียวกันจะมีความดันเท่ากัน”

หากพิจารณาในแนวแกน Z จะได้

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z} \bar{k}\right) = -\gamma \bar{k}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y} \bar{j}\right) = -\gamma \quad (2.18)$$

จากสมการที่ 2.18 จะเห็นได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของความดันเมื่อเทียบกับระยะทางตามแกน Z จะไม่เท่ากับ 0 ซึ่งนั่นหมายความว่า มีการเปลี่ยนแปลงความดันในแนวตั้ง หรือสามารถกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า “ในของไหลที่ระดับต่างกันความดันจะไม่เท่ากัน” ดังแสดงในภาพที่ 2.4



ภาพที่ 2.4 ความแตกต่างของความดันระหว่างจุดสองจุด

การหาความแตกต่างของความดันระหว่างจุดสองจุดทำได้โดย

จากสมการที่ 2.17

$$dp = -\gamma dz$$

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$p_2 - p_1 = -\gamma(z_2 - z_1)$$

$$\Delta p = -\gamma \Delta z \quad (2.19)$$

จากสมการที่ 2.19 แสดงว่าในของไหลความดันจะเพิ่มสูงขึ้นเมื่อ z เป็น ลบ หรือค่าระดับต่ำลง ในทางตรงกันข้าม ความดันจะลดต่ำลงเมื่อ z เป็น บวก หรือ ค่าระดับเพิ่มขึ้น จากผลที่ได้สามารถอธิบายปรากฏการณ์ที่พบเห็นในชีวิตประจำวันได้ตัวอย่างเช่น เมื่อเราเดินทางขึ้นที่สูงความดันภายนอก ร่างกายจะลดต่ำลง อากาศภายในแก้วหู ซึ่งมีความดันมากกว่าจะดันแก้วหูออกด้านนอกทำให้เรารู้สึกหูอื้อ หรือเมื่อเราว่ายน้ำแล้วดำลงไปใต้น้ำความดันภายนอกจะเพิ่มขึ้น แก้วหูของมนุษย์จะถูกดันเข้าภายใน เนื่องจากอากาศภายในแก้วหูมีความดันต่ำกว่า ทำให้รู้สึกหูอื้อเช่นกัน ด้วยเหตุนี้เอง ในงานด้านวิศวกรรม จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเข้าใจถึงพฤติกรรมของความดัน และแรงต่างๆ ที่จะเกิดขึ้นเนื่องจากความดัน

2.3 การวัดความดัน

การวัดความดัน (Measurement of pressure) ของของไหล มีมาตรฐานที่ใช้กันทั่วไปอยู่ 2 มาตรฐานคือ

1. ความดันสัมบูรณ์ (Absolute pressure) คือความดันที่เปรียบเทียบกับ ความดันศูนย์สัมบูรณ์ (Absolute zero pressure) หรือความดันสุญญากาศ (Complete vacuum) ซึ่งเป็นความดันที่มีค่าเป็นศูนย์แท้จริง คือไม่มีความดันเลย โดยเกิดจากการดูดอากาศออกหมดจนเป็นสุญญากาศ (Absolute zero) ดังนั้นความดันสัมบูรณ์จึงมีค่าเป็นบวกเสมอ ดังแสดงในภาพที่ 2.5

2. ความดันเกจ หรือความดันมาตร (Gauge pressure) คือความดันที่เปรียบเทียบกับความดันบรรยากาศ ณ จุดใดจุดหนึ่ง ซึ่งโดยจะเปรียบเทียบกับความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลปานกลาง (Mean sea level : MSL) หรือกำหนดให้ความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลปานกลาง มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อวัดความดันบรรยากาศ หรือมีค่าเป็นบวก เมื่อค่าความดันมากกว่าความดันบรรยากาศ และอาจจะมีค่าเป็นลบได้ เมื่อความดันนั้นต่ำกว่าความดันบรรยากาศ หรือเรียกว่า "Vacuum" หรือแรงดันการดูด (Suction pressure) ดังแสดงในภาพที่ 2.5



ภาพที่ 2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูงกับความดันสัมบูรณ์ และความดันเกจ
ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 2-6)

ความสัมพันธ์ระหว่างความดันต่างๆ ตามภาพที่ 2.5 เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\text{ความดันสัมบูรณ์} = \text{ความดันบรรยากาศ} + \text{ความดันเกจ}$$

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{gauge} \quad (2.20)$$

ความดันบรรยากาศ

ความดันบรรยากาศ (Standard atmosphere pressure) เป็นค่าความดันเฉลี่ยที่ความสูงระดับน้ำทะเลปานกลาง จะเท่ากับ 1 atm (หนึ่งหน่วยบรรยากาศ) จะแตกต่างกันไปในแต่ละพื้นที่ขึ้นอยู่กับความสูง

2.4 หน่วยของความดัน

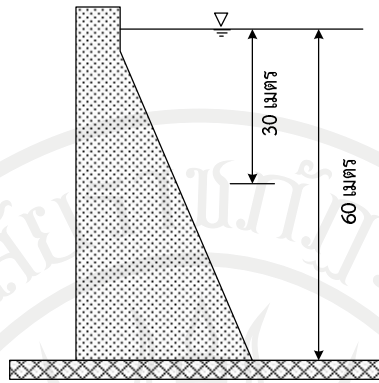
เนื่องจากความดัน (Pressure units) คือแรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ดังนั้นหน่วยของความดันจึงอยู่ในรูป หน่วยของแรงต่อหน่วยของพื้นที่ เช่น ระบบเอสไอ ความดันมีหน่วยเป็นนิวตันต่อตารางเมตร (N/m^2) นอกจากนี้ความดันยังสามารถระบุได้ในอีกหลายลักษณะดังนี้

1. ระบบเอสไอ หน่วยของความดันคือ
 - ปาสคาล (Pa) ซึ่งมีค่าเท่ากับ นิวตันต่อตารางเมตร (N/m^2)
 - เมตรของน้ำ หรือมิลลิเมตรปรอท (m of water ; mm.Hg)
 - บาร์ (bar) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10^5 นิวตันต่อตารางเมตร (10^5 N/m^2)
2. ระบบอังกฤษ หน่วยของความดันคือ
 - ปอนด์ / ตารางนิ้ว ($\text{psi} = \text{lb} / \text{in}^2$)
 - ฟุตของน้ำ หรือ นิ้วของปรอท (ft of water ; in.Hg)

ความดัน 1 บรรยากาศ (1 Atmosphere pressure) เป็นความดันมาตรฐานมีค่าโดยประมาณดังนี้

1. 10.33 ม.ของน้ำ = 33.9 ฟุตของน้ำ
2. 760 มม.ของปรอท = 29.9 นิ้วของปรอท
3. 101325 N/m^2 หรือ Pa = 14.7 lb/in^2 (psi)
4. 1.01325 bar (1 bar = 100 kPa หรือ 10^5 Pa)
5. 1.033 kg/cm^2

ตัวอย่างที่ 2.1 อ่างเก็บน้ำลึก 60 เมตร ตามภาพ ให้คำนวณหาความดันที่ระดับความลึก 30 เมตร และ 60 เมตร จากผิวน้ำ



วิธีทำ

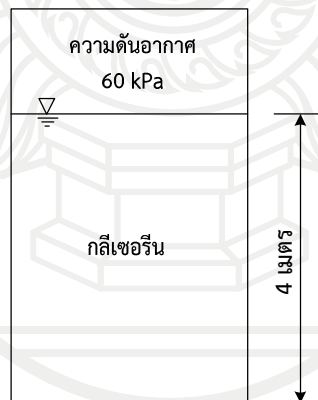
ที่
จากสมการ

$$\begin{aligned} h &= 30 \text{ เมตร} \\ p &= \gamma h \\ p &= 9.81 \text{ kN/m}^3 \times 30 \text{ m.} \\ &= 294.3 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

ที่

$$\begin{aligned} h &= 60 \text{ เมตร} \\ p &= 9.81 \text{ kN/m}^3 \times 60 \text{ m.} \\ &= 588.6 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.2 ถังบรรจุกลีเซอรินอยู่ภายใต้ความดัน 60 kPa ดังแสดงในภาพ จงคำนวณหาความดันที่ก้นถัง (γ ของกลีเซอริน = 12.34 kN/m^3)



วิธีทำ

จากสมการ

$$p = \gamma h$$

จากโจทย์ กำหนดให้ค่า (γ ของกลีเซอริน = 12.34 kN/m^3)

$$\begin{aligned} \text{แทนค่าลงในสมการ } p &= 12.34 \text{ kN/m}^3 \times 4 \text{ m} \\ &= 49.36 \text{ kN/m}^2 \text{ (kPa)} \end{aligned}$$

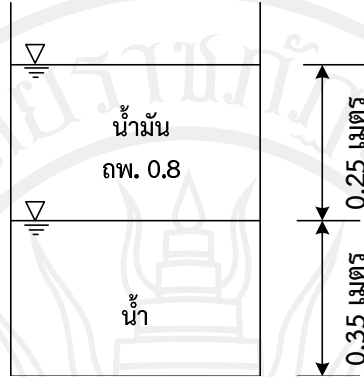
และถังบรรจุกลีเซอรินนี้อยู่ใต้ความดัน 60 kPa ดังนั้นความดันรวมที่ก้นถังเท่ากับ

$$\begin{aligned} p &= 49.36 \text{ kN/m}^2 + 60 \text{ kPa} \\ &= 109.36 \text{ kN/m}^2 \text{ (kPa)} \end{aligned}$$

Ans

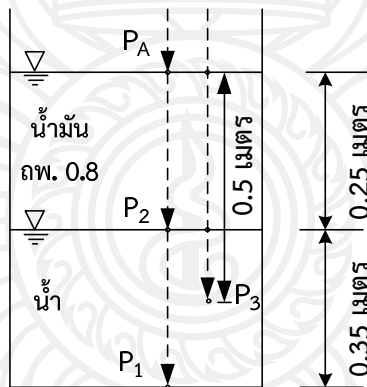
ตัวอย่างที่ 2.3 จากภาพ ถังทรงกระบอกใบหนึ่งบรรจุของเหลว 2 ชนิดอยู่ภายใน จงหา

1. ความดันสัมบูรณ์ที่ก้นถัง และที่ความลึก 0.5 ม.
 2. ความดันเกจที่ก้นถัง และที่ความลึก 0.5 ม.
- กำหนดให้ความดันอากาศ Pa = 1 atm



วิธีทำ จากสมการ

$$p = \gamma h$$



1. พิจารณาจากภาพ

$$p_2 = p_A + \gamma(h_1 - h_2)$$

$$p_A = 1 \text{ atm} \quad (1 \text{ atm มีค่าเท่ากับ } 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2)$$

$$p_2 = (1.013 \times 10^5) + (0.8 \gamma_w)(0.25 - 0)$$

$$= 103,262 \text{ N/m}^2$$

พิจารณาจากภาพ

$$p_1 = p_2 + \gamma_w(h_1 - h_2)$$

$$p_1 = 103,262 + (0.35 - 0) \gamma_w$$

ความดันสัมบูรณ์ที่ก้นถัง

$$p_1 = 106,695.5 \text{ N/m}^2$$

Ans

ความดันสัมบูรณ์ที่ความลึก 0.4 ม.

$$p_3 = p_2 + \gamma(h_3 - h_2)$$

$$p_3 = 103,262 + \gamma_w(0.10)$$

$$= 104,243 \text{ N/m}^2$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned}
 2. \text{ จากสมการ ความดันสัมบูรณ์} &= \text{ความดันบรรยากาศ} + \text{ความดันเกจ} \\
 \text{ความดันเกจที่กั้นถัง} &= 106,695.5 - 101,300 \\
 &= 5,335.5 \text{ N/m}^2 \quad \text{Ans} \\
 \text{ความดันเกจที่ความลึก 0.4 ม.} &= 104,243 - 101,300 \\
 &= 2,943 \text{ N/m}^2 \quad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.4 ถ้าอ่านความดันได้ 1.6 เมตร ของของเหลว จงคำนวณว่าเป็นความดันกี่ kPa ถ้าของเหลวเป็น น้ำ, น้ำมัน (ถพ.= 0.95) และปรอท (ถพ.= 13.6)

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการ } p &= \gamma h \\
 \text{น้ำ} &= 9.81 \times 1.6 = 15.696 \text{ kPa} \\
 \text{น้ำมัน} &= (9.81 \times 0.95) \times 1.6 = 14.911 \text{ kPa} \\
 \text{ปรอท} &= (9.81 \times 13.6) \times 1.6 = 213.456 \text{ kPa} \quad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.5 ถ้าบารอมิเตอร์ปรอทอ่าน ความดันได้ 660 มม.

1. ถ้าเป็นน้ำจะอ่านค่าได้เท่าไร
2. ความดันบรรยากาศเป็นเท่าไร ในหน่วย kPa
3. ความสูงเหนือระดับน้ำทะเลโดยประมาณเท่าไร ถ้าหน่วยน้ำหนักของอากาศเท่ากับ 11.5 N/m^2

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการ } p &= \gamma h \\
 1. \quad 9.81 \times h &= 660 \times (13.6 \times 9.81) / 1,000 \\
 h &= 8.98 \text{ เมตรของน้ำ} \quad \text{Ans} \\
 2. \quad p &= 660 \times (13.6 \times 9.81) / 1,000 \\
 &= 88.05 \text{ kPa} \quad \text{Ans} \\
 3. \quad \text{ค่าที่อ่านจากความสูงของปรอทต่างกัน} \\
 &= 760 - 660 \\
 &= 100 \text{ มม.}
 \end{aligned}$$

ความสูงจากระดับน้ำทะเล

$$= \frac{1,000 \times 9.81 \times 13.6 \times 100}{1,000}$$

$$= 111.80 \text{ เมตร} \quad \text{Ans}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 2.6 เปลี่ยนค่าความดันบารอมิเตอร์ 1,020 มม. ของปรอทเป็นค่าความดันที่มีหน่วยเป็น N/m^2 (ถพ.ปรอท = 13.6)

วิธีทำ จากสมการ $p = \rho h$

$$= (13.6 \times 100 \times 9.81 \text{ N/m}^3)(1.02) \text{ m.}$$

$$= 136.75 \times 10^3 \text{ N/m}^2 \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 2.7 เมื่อทำการวัดท่อดูดของปั๊มน้ำได้ความดันเป็น 250 มม.ของปรอทที่สูญญากาศ เมื่อปรอทมี ถพ. 13.6 จงคำนวณ

1. ความดันเนื่องจากน้ำหนักของน้ำมีหน่วยเป็นเมตรของน้ำ
2. ความดันในหน่วย kPa
3. ความดันสัมบูรณ์ ในหน่วย kPa

ถ้าบารอมิเตอร์ปรอทอ่าน 725 มม.ของปรอท

วิธีทำ จากสมการ $p = \rho h$

1.
$$p = (9.81 \times 13.6) \left(\frac{-250}{1,000} \right)$$

$$= 100 \text{ มม.}$$

ต้องการทราบ h ของน้ำ

$$(9.81 \times 13.6) \left(\frac{-250}{1,000} \right) = 9.81 h$$

$$h = -3.4 \text{ เมตรของน้ำ} \quad \text{Ans}$$
2.
$$p = 9.81(-3.40)$$

$$= -33.354 \text{ kPa} \quad \text{Ans}$$
3.
$$p_{atm} = 9.81 \times 13.6 \times \frac{725}{1,000} \text{ kPa}$$

$$p_{abs} = p + p_{atm}$$

$$= -33.354 + (9.81 \times 13.6 \times \frac{725}{1,000})$$

$$= 63.373 \text{ kPa (abs)} \quad \text{Ans}$$

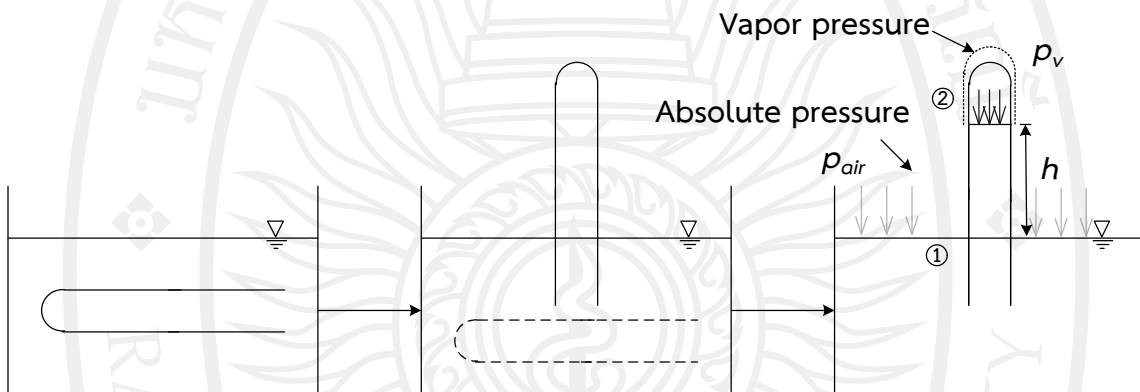
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

2.5 อุปกรณ์วัดความดัน

อุปกรณ์วัดความดัน มีหลายชนิดในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงมาตรวัดที่นิยมใช้กัน ดังนี้

2.5.1 บารอมิเตอร์

บารอมิเตอร์ (Barometer) เป็นอุปกรณ์ที่ใช้วัดความดัน “บรรยากาศ” ซึ่งจะอาศัยหลักการของการเปลี่ยนแปลงความดันของของไหล มีหลักการทำงานดังภาพที่ 2.6 โดยบรรจุของไหลในหลอดปลายปิดหนึ่งด้านยาวมากกว่า 30 นิ้วหรือ 1 เมตร และคว่ำปลายด้านที่เปิดลงในของเหลว (ส่วนใหญ่ มักจะใช้ของเหลวที่มีความหนาแน่นสูง เช่น ปรอท) จากนั้นจะเกิดโพรงสุญญากาศขึ้นด้านบนของปลายด้านปิด ซึ่งความดันต่ำมากจนเกือบเป็นศูนย์ ทำให้ของไหลบริเวณนั้นกลายเป็นไอเพื่อเพิ่มความดัน (ความดันไอ) ให้กับช่องว่างดังกล่าวจนกระทั่งความดันภายในหลอดสมดุลกับความดันอากาศภายนอก เนื่องจากในช่วงเริ่มต้นของปรากฏการณ์โพรงสุญญากาศไม่มีอะไรอยู่เลย จึงทำให้ค่าความดันที่วัดได้นั้นคือความดันสัมบูรณ์



ภาพที่ 2.6 บารอมิเตอร์อย่างง่าย

$$\text{จากภาพ} \quad p_{air} = p_v + \gamma_{Mercury} \cdot h$$

แต่เนื่องจากปรอทมี $p_v = 0.16 \text{ kPa}$ ที่ 20 C^0 ซึ่งถือว่าน้อยมาก

ดังนั้น

$$p_{air} = \gamma_{Mercury} \cdot h \quad (2.21)$$

บางครั้งอาจจะแสดงค่าความดันอยู่ในรูปของความสูงของปรอท (มิลลิเมตรปรอท : mm.Hg) นั้นหมายความว่า จะต้องนำค่าความสูงที่ระบุไปคูณกับน้ำหนักจำเพาะของปรอทจึงจะได้ค่าความดัน

2.5.2 มาโนมิเตอร์

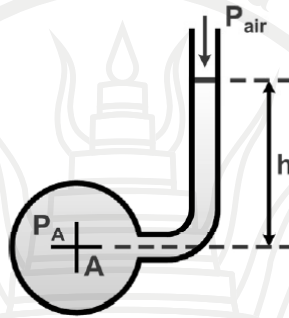
มาโนมิเตอร์ (Manometer) เป็นอุปกรณ์วัดความดัน ที่อาศัยหลักการของการความแตกต่างระหว่างความดันของของไหลในภาชนะกับอากาศภายนอกภาชนะเช่นเดียวกับบารอมิเตอร์ แต่จะแตกต่างกันตรงที่ความดันที่วัดได้จะเป็นความดันเกจ (Gauge pressure) แบ่งออกเป็น

1. มาโนมิเตอร์อย่างง่าย (Simple manometer)
2. มาโนมิเตอร์ความแตกต่าง (Differential manometer)
3. มาโนมิเตอร์แบบเอียง (Inclined-tube manometer)

มาโนมิเตอร์อย่างง่าย ประกอบด้วยหลอดแก้วปลายเปิด 2 ด้าน ปลายข้างหนึ่งต่อเข้ากับจุดที่ต้องการวัดความดัน ปลายอีกด้านเปิดสู่บรรยากาศแบ่งออกเป็น 2 ชนิด

1. บีโชมิเตอร์ (Piezometer)
2. มาโนมิเตอร์รูปตัวยู (U-tube manometer)

บีโชมิเตอร์ เป็นอุปกรณ์วัดความดันที่มีหลักการง่ายที่สุดคือ นำท่อที่มีปลายเปิดสู่อากาศไปติดตั้ง ณ จุดที่ต้องการวัดความดัน ดังภาพที่ 2.7



ภาพที่ 2.7 บีโชมิเตอร์

ที่มา (ฉัตร ออภาวลา, 2553, หน้า 2-8)

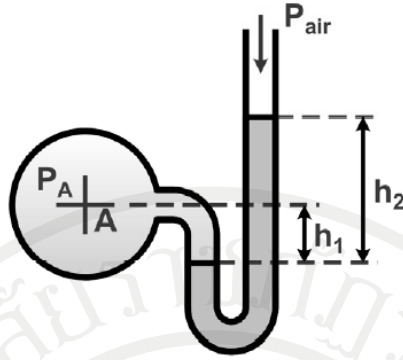
$$\text{ความดันเกจที่จุด A มีค่าเท่ากับ} \quad p_A = \rho h \quad (2.22)$$

$$\text{ความดันสัมบูรณ์ที่จุด A มีค่าเท่ากับ} \quad p_A = p_{air} + \rho h \quad (2.23)$$

เครื่องมือชนิดนี้มีข้อจำกัดในการใช้งานดังนี้

1. ไม่สามารถวัดความดันของก๊าซได้
2. ไม่เหมาะที่จะวัดความดันที่มีค่าสูงมาก เพราะหลอดแก้วจะต้องยาวมาก
3. ความดันเปลี่ยนแปลงเร็วมาก
4. ความดันมีค่าลบ (Negative pressure) หรือแรงดันการดูด

มาโนมิเตอร์รูปตัวยู (U-tube manometer) ด้วยหลักการทำงานของบีโชมิเตอร์ หากจุดที่ต้องการวัดความดันมีค่าความดันสูง และความหนาแน่นของของเหลวต่ำ จะทำให้ค่าความสูง (h) ที่อ่านได้มีค่าสูงมาก ซึ่งนั่นหมายความว่า หลอดวัดความดันที่ใช้จะต้องมีความยาวมากขึ้นตามไปด้วย ข้อจำกัดดังกล่าวสามารถแก้ไขได้โดยการดัดแปลงลักษณะของท่อวัดความดันให้เป็นรูปตัวยู และจะใส่ของเหลวที่มีค่าความหนาแน่นสูงกว่าไว้ในหลอด ของเหลวดังกล่าวเรียกว่า Gage fluid (เช่น ปรอท) ซึ่งจะทำให้ค่าความสูง ที่อ่านได้ไม่สูงมากนักตัวอย่างดังแสดงในภาพภาพที่ 2.8



ภาพที่ 2.8 มาโนมิเตอร์รูปตัวยู
ที่มา (ฉัตร ออภาลา, 2553, หน้า 2-8)

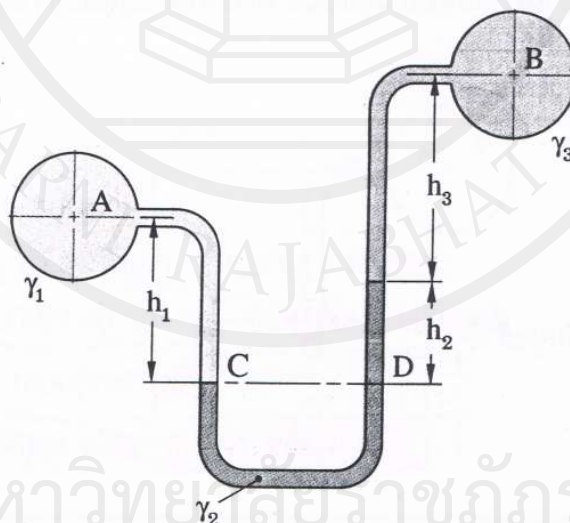
$$\text{ความดันเกจที่จุด A มีค่าเท่ากับ } p_A = \gamma_2 h_2 + \gamma_1 h_1 \quad (2.24)$$

$$\text{ความดันสัมบูรณ์ที่จุด A มีค่าเท่ากับ } p_A = p_{air} + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad (2.25)$$

หลักการคำนวณ

1. เริ่มพิจารณาจากปลายด้านใดด้านหนึ่ง โดยเขียนสมการความดันที่จุดนั้น โดยถ้าเป็นพจน์ที่ไม่ทราบค่าให้ติดเป็นตัวแปร
2. พิจารณารวมการเปลี่ยนแปลงความดันเข้ากับข้อ 1. ในหน่วยเดียวกันจากผิวของเหลวหนึ่งถึงผิวของเหลวถัดไป (กำหนดให้เป็นค่า + ถ้าผิวของเหลวต่ำลง และมีค่าเป็น - เมื่อผิวของเหลวสูงขึ้น) จนถึงจุดสุดท้ายให้เท่ากับความดันที่ปลายนั้นไม่ว่าจะทราบค่าหรือไม่
3. ที่รอยต่อของของเหลวชนิดเดียวกันมีค่าเท่ากัน

มาโนมิเตอร์ความแตกต่าง (Differential manometer) คือมาโนมิเตอร์ที่ใช้วัดความดันแตกต่างระหว่าง 2 จุด ดังแสดงในภาพที่ 2.9 หลักการคำนวณดังที่กล่าวมาแล้วในมาโนมิเตอร์รูปตัวยูสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

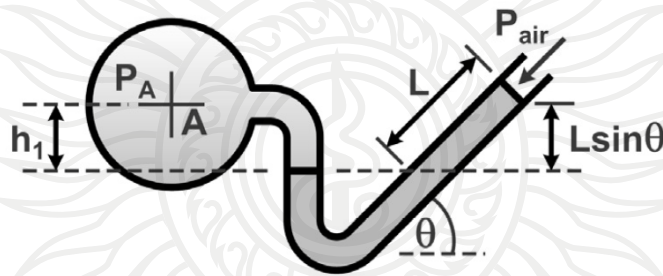


ภาพที่ 2.9 มาโนมิเตอร์ความแตกต่าง
ที่มา (มนตรี พิรุณเกษตร, 2545, หน้า 47)

$$\begin{aligned}
 p_A &= p_B \\
 p_A + \gamma_1 h_1 &= p_B - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 \\
 p_A - p_B &= \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1 \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

จากหลักการวิเคราะห์มาโนมิเตอร์ความแตกต่างจะต้องไม่คำนึงถึงแคพิลลารีที่เป็นผลมาจากความตึงผิวของของเหลวในหลอดแก้ว โดยเลือกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดแก้วที่ใหญ่เพียงพอเพื่อลดผลของแคพิลลารี ดังนั้นหลอดแก้วควรมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 0.5 นิ้วหรือมากกว่า นอกจากนี้ ของเหลวในมาโนมิเตอร์ความแตกต่างจะต้องไม่ผสมเข้ากับของเหลวหรือแก๊สอื่น ๆ

มาโนมิเตอร์แบบเอียง (Inclined-tube manometer) การวัดความดันของของไหลที่มีความดันไม่มากนัก ถ้าใช้มาโนมิเตอร์ธรรมดาจะอ่านค่าได้ไม่ละเอียด จึงต้องใช้มาโนมิเตอร์ที่สามารถอ่านค่าได้แม้ว่าความดันจะแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยก็ตาม ที่นิยมใช้กันมากก็คือมาโนมิเตอร์แบบเอียง ดังแสดงในภาพที่ 2.10 เป็นมาโนมิเตอร์ที่ดัดแปลงให้สามารถอ่านค่าความดันได้ละเอียดมากขึ้น โดยอาศัยการเอียงหลอดวัดความดันเอียง θ ค่าความแตกต่างที่วัดได้จะวัดออกมาเป็นความยาวของของเหลวภายในหลอดแก้ว l_2 แล้วนำมาเข้าสมการเพื่อหาค่าความดันแตกต่าง



ภาพที่ 2.10 มาโนมิเตอร์แบบเอียง
ที่มา (ัญตอร ออภาวลา, 2553, หน้า 2-8)

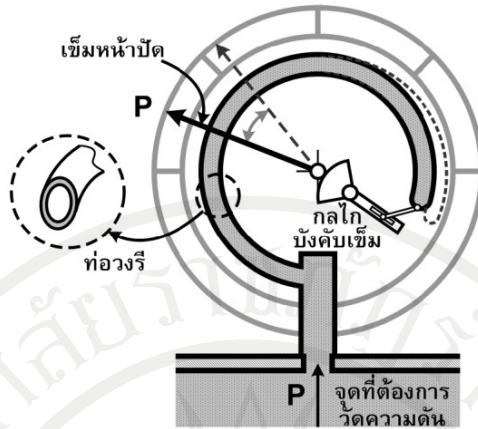
ความดันเกจที่จุด A มีค่าเท่ากับ
$$p_A = \gamma_2 (l \sin \theta) - \gamma_1 h_1 \quad (2.27)$$

ความดันสัมบูรณ์ที่จุด A มีค่าเท่ากับ
$$p_A = p_{air} + \gamma_2 (l \sin \theta) - \gamma_1 h_1 \quad (2.28)$$

2.5.3 มาตรวัดบุดอง

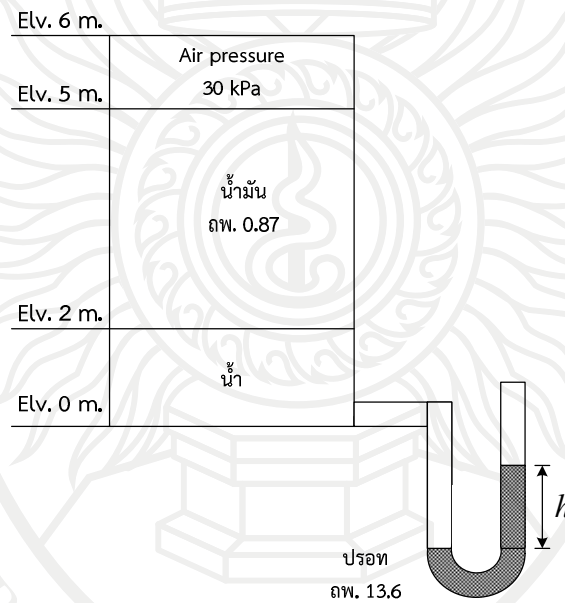
มาตรวัดบุดอง (Bourdon gauge) คือมาตรวัดความดันเกจโดยที่มันมีส่วนประกอบที่สำคัญคือท่อโลหะกลวงหน้าตัดรูปวงรี ดัดโค้งเป็นรูปส่วนหนึ่งของวงกลมปลายด้านหนึ่งปิดปล่อยเป็นอิสระ และเชื่อมต่อกับกลไกบังคับเข็มที่หน้าปัด ส่วนปลายอีกด้านตรึงแน่นและเชื่อมต่อกับจุดที่ต้องการวัดความดัน เมื่อความดันเพิ่มท่อวงรีจะพยายามเบ่งตัวทำให้ปลายอิสระเคลื่อนที่ทำให้เข็มที่หน้าปัดขยับไปยังตำแหน่งที่บอกค่าของความดันดังภาพ 2.11

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาพที่ 2.11 การทำงานของมาตรวัดบูดอง
ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 2-9)

ตัวอย่างที่ 2.8 มานอมิเตอร์ที่ติดตั้งอยู่บริเวณข้างถังซึ่งบรรจุของเหลว 3 ชนิด และไม่เกิดการผสมกัน
ดังภาพ จงคำนวณหาระดับที่แตกต่างกันของปรอทในมานอมิเตอร์ (h)



วิธีทำ

จากภาพพิจารณาของเหลวที่ระดับความดันเท่ากันที่ 1 กับ 2 จะได้สมการว่า

$$p_1 = p_2$$

$$p_{air} + p_{oil} + p_{water} + p_{water (manometer)} = p_{mercury} + p_{atm}$$

$$p_{air} + \gamma_{oil} \cdot h_{oil} + \gamma_{oil} \cdot h_{oil} + \gamma_w \cdot h_w + \gamma_w \cdot h_{manometer} = \gamma_{mercury} \cdot h$$

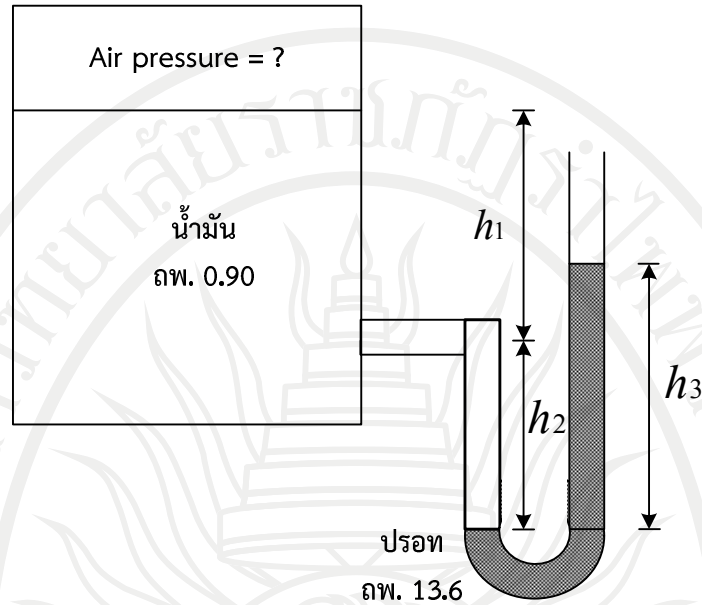
$$(30 \text{ kPa}) + (0.87 \times 9.81)(3.0) + (9.81)(2.0) + (9.81)(1.0) = (13.6 \times 9.81)(h)$$

$$30 + 25.6 + 19.62 + 9.81 = 133.416 h$$

$$85.03 = 133.416 h$$

$$h = 0.637 \text{ เมตร} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 2.9 ถังความดันบรรจุน้ำมันที่มีความถ่วงจำเพาะ 0.90 ใช้மானอนิเตอร์แบบหลอดแก้วด้วยวัดความดัน อ่านค่าความสูงของปรอทและน้ำมันได้ $h_1 = 36$ in, $h_2 = 6$ in และ $h_3 = 9$ in ตามภาพ จงคำนวณหาความดันของอากาศภายในถังเป็นหน่วย psi.

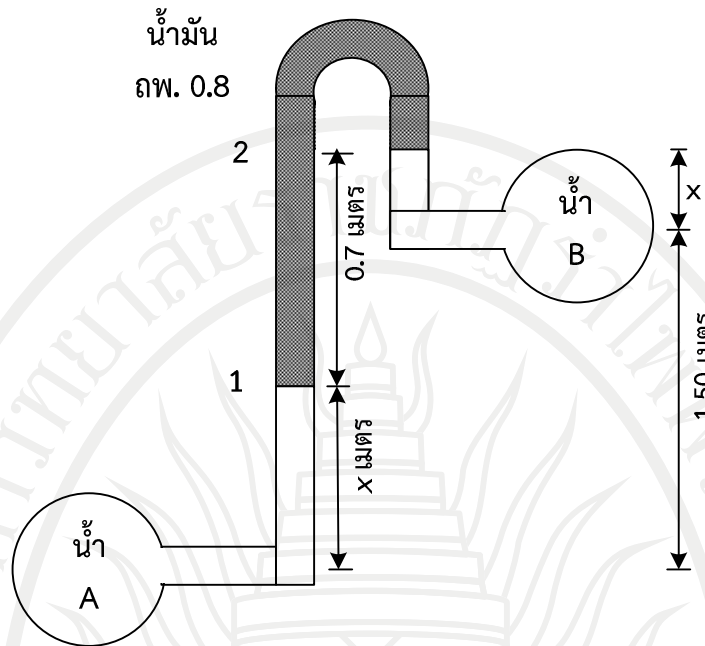


วิธีทำ จากภาพพิจารณาของเหลวที่ระดับความเท่ากันที่ 1 กับ 2 จะได้สมการว่า

$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_2 \\
 p_{air} + \gamma_{oil} \cdot (h_1 + h_2) &= \gamma_{mercury} \cdot h_3 \\
 p_{air} &= \gamma_{mercury} \cdot h_3 - \gamma_{oil} \cdot (h_1 + h_2) \\
 &= \left(13.6 \times 62.4 \times \frac{9}{12} \right) - \left(62.4 \times 0.90 \times \frac{42}{12} \right) \\
 &= 440 \text{ lb/ft}^2 \\
 \text{ความดันอากาศในถัง} &= \frac{440 \text{ lb/ft}^2}{144} \\
 &= 3.055 \text{ psi.}
 \end{aligned}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 2.10 จากภาพ ให้คำนวณหาความดันแตกต่างระหว่างจุด A และ B



วิธีทำ

จากภาพพิจารณาที่ตำแหน่งที่ 2 ของของเหลวชนิดเดียวกัน จะได้สมการว่า

$$\begin{aligned} y &= x + 0.7 \text{ m.} - 1.50 \text{ m.} \\ &= (x - 0.80) \text{ m.} \end{aligned}$$

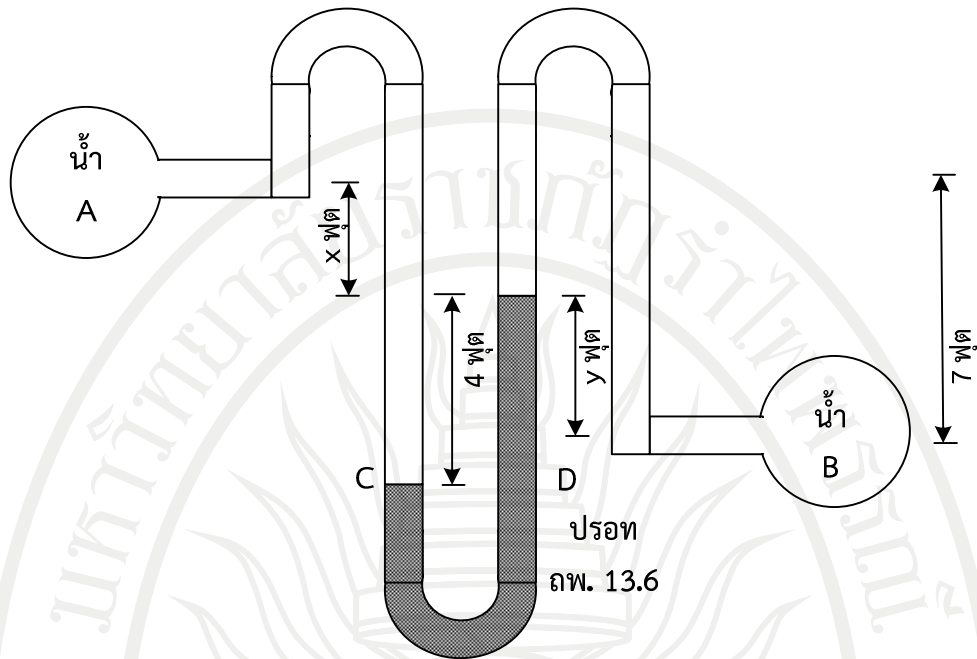
$$P_A + x\gamma_w + 0.70\gamma_{oil} = P_B - y\gamma_w$$

$$\begin{aligned} P_A - P_B &= x\gamma_w + 0.70\gamma_{oil} - (x - 0.8)\gamma_w \\ &= x\gamma_w + (0.70 \times 0.8\gamma_w) - x\gamma_w + 0.8\gamma_w \\ &= (0.56 + 0.8)\gamma_w \\ &= 1.36 \times 9.81 \text{ N/m}^2 \\ &= 13.3416 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 2.11 จากภาพ ให้คำนวณหาความดันแตกต่างระหว่างจุด A และ B



วิธีทำ

จากภาพ

$$y + x = 7$$

$$y = 7 - x$$

พิจารณาที่ A กับ B

$$p_A = p_B$$

$$p_A + \gamma_w \cdot (x + 4) = p_B - (\gamma_w \cdot y) + (\gamma_{Hg} \cdot h)$$

$$p_A + p_B = (\gamma_{Hg} \cdot h) - [\gamma_w \cdot (x + y + 4)]$$

$$= (13.6 \times 62.4 \times 4) - [62.4 \times (y + x + 4)]$$

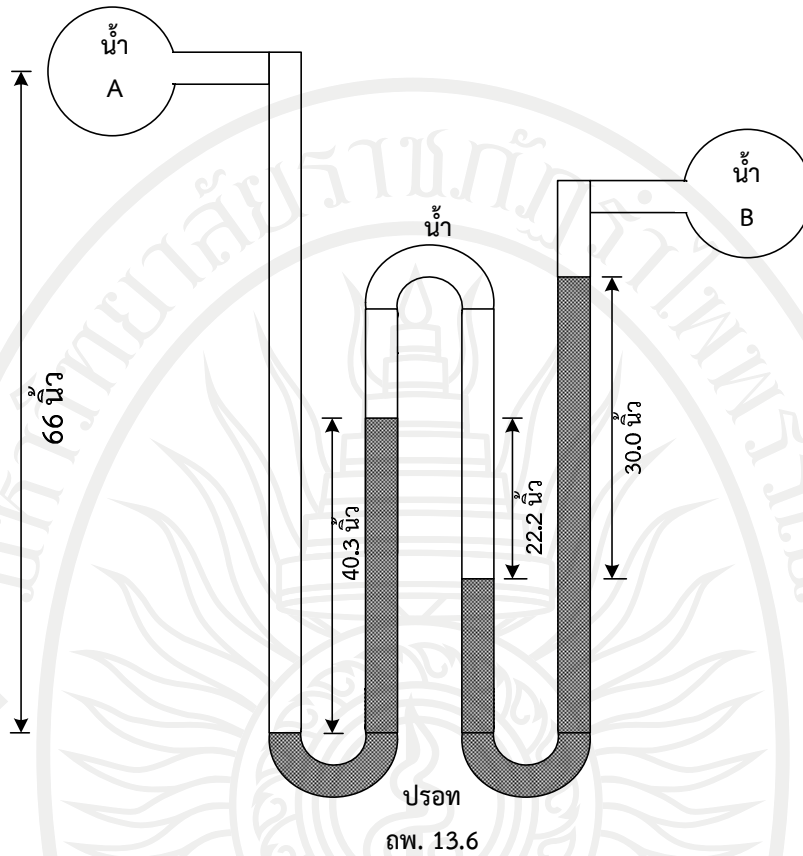
$$= 3394.56 - 68.64$$

$$= 2708.56 \text{ lb/ft}^2$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 2.12 ให้मानอมิเตอร์แบบวัดความแตกต่าง วัดความดันของน้ำภายในท่อใน A และ B ดังแสดงในภาพ จงคำนวณหาความดันแตกต่างระหว่างจุด A และ B ดัง



วิธีทำ จากภาพพิจารณาของเหลวที่ระดับความดันเท่ากันที่ A กับ B จะได้สมการว่า

$$\begin{aligned}
 P_A &= P_B \\
 P_A + \gamma_w h_w - \gamma_m h_m + \gamma_w h_w - \gamma_m h_m - \gamma_w h_w &= P_B \\
 P_A + \frac{62.2 \times 66.6}{12} - \frac{13.6 \times 62.2 \times 40.3}{12} + \frac{62.2 \times 22.2}{12} - \frac{13.6 \times 62.2 \times 30.0}{12} - \frac{62.2 \times 10.0}{12} &= P_B \\
 P_A - 4561.86 &= P_B \\
 4561.86 &= P_A - P_B \\
 \frac{4561.86}{144} &= P_A - P_B
 \end{aligned}$$

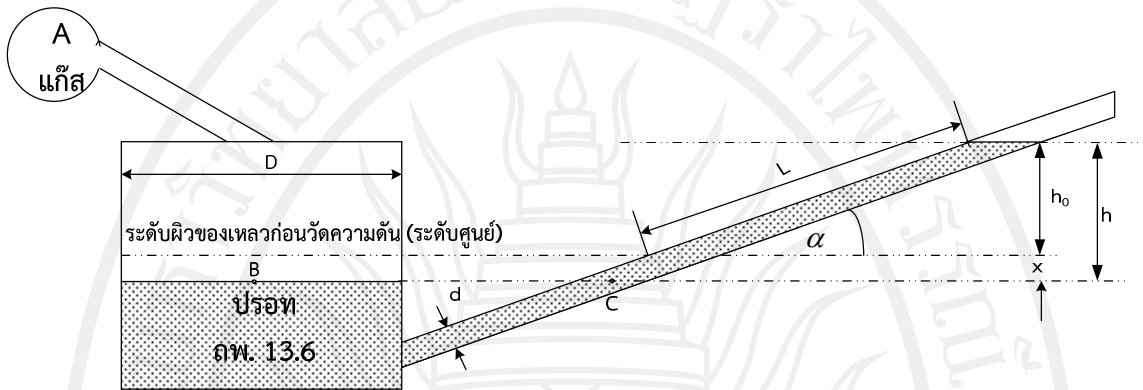
ดังนั้นความดันแตกต่างระหว่างจุด A และ B เท่ากับ 31.68 lb/in^2

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 2.13 มานอมิเตอร์แบบหลอดเอียงตั้งภาพ ถ้าด้วยทรงกระบอกและหลอดแก้วมีเส้นผ่านศูนย์กลาง D และ d ตามลำดับ หลอดแก้วเอียงทำมุม α กับแนวระดับ เมื่อนำไปวัดความดันแก๊สปรากฏว่าของเหลวในมานอมิเตอร์แบบหลอดเอียงเพิ่มขึ้นจากระดับศูนย์เป็นระยะ L จงคำนวณหา

1. ความดันเกจของแก๊ส A ในหน่วย เซนติเมตรของน้ำ
2. อัตราส่วน D/d ที่ทำให้ความผิดพลาดมีค่าไม่เกิน 0.1 % ทั้งนี้ $\alpha = 30^\circ$ และไม่คำนึงถึงผลการเปลี่ยนแปลงระดับของเหลวในถ้วย



- วิธีทำ 1. สมมติให้ความหนาแน่นของแก๊สน้อยมากเมื่อเทียบกับน้ำ ดังนั้นจึงกำหนดให้ $p_A g = \gamma_2$ มีค่าน้อยมากประมาณค่าเท่ากับ 0 ที่ระดับผิว BC พบว่า

$$p_B = p_C$$

$$\begin{aligned} \gamma h_A + p_A &= p_0 + \rho g (h_0 + x) \\ &= p_0 + S p_w (L \sin \alpha + x) \end{aligned}$$

$$p_{g,A} = S p_w g L \left(\sin \alpha + \frac{d^2}{D^2} \right)$$

$$h_w = \frac{p_{g,A}}{\rho_w} S L \left(\sin \alpha + \frac{d^2}{D^2} \right) \text{ หน่วย เซนติเมตรของน้ำ}$$

$$h_w = 100 S L \left(\sin \alpha + \frac{d^2}{D^2} \right) \text{ หน่วย เมตรของน้ำ} \quad \text{Ans}$$

2. ในที่นี้สมมติว่า $h \approx h_0 = L \sin \alpha$ ดังนั้นเทียบเท่าความสูงของน้ำ พบว่า

$$h'_w = L \sin \alpha$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยวิทยาราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned}
 \{\text{คิดเป็นร้อยละของความผิดพลาด}\} &= \left(\frac{hw - h'w}{hw} \right) \times 100 \\
 &= \frac{SL \left(\sin \alpha + \frac{d^2}{D^2} \right) - SL \sin \alpha}{SL \left(\sin \alpha + \frac{d^2}{D^2} \right)} \times 100 \\
 &= \frac{100 \left(\frac{d^2}{D^2} \right)}{\sin \alpha + \left(\frac{d^2}{D^2} \right)}
 \end{aligned}$$

แทนค่าที่ผิดพลาด 0.1 % และ $\alpha = 30^\circ$ จะได้

$$0.1 \geq \frac{100 \left(\frac{d^2}{D^2} \right)}{\sin 30^\circ + \left(\frac{d^2}{D^2} \right)}$$

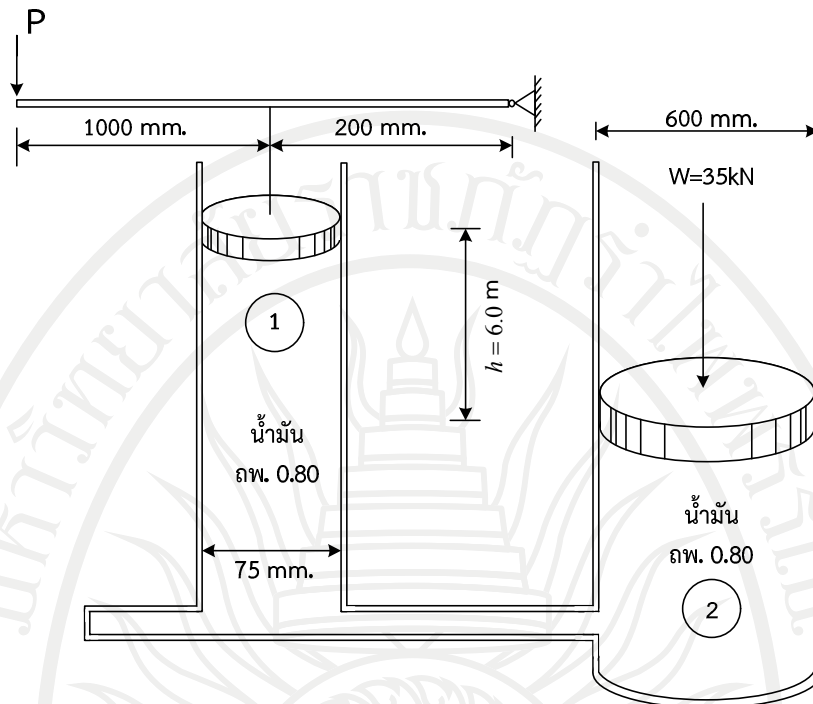
$$\frac{d}{D} \leq 0.0224$$

$$\frac{d}{D} \leq 44.7$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 2.14 จากภาพ จงคำนวณหาแรงที่ P เพื่อยกน้ำหนัก W=35 kN



วิธีทำ

พิจารณาจาก $P_1 + \gamma_{oil} \cdot h_{oil} = P_2$

$$P_1 = \frac{35 \text{ kN}}{\frac{\pi \left(\frac{600}{1000} \right)^2}{4} \text{ m}^2} - (0.8 \times 9.81 \times 6.0)$$

$$= 123.787 - 47.088 \quad \text{kN/m}^2$$

$$= 76.699 \quad \text{kN/m}^2$$

$$F_1 = P_1 \cdot A_1$$

$$= 76.69918 \times \frac{\pi \left(\frac{75}{1000} \right)^2}{4}$$

$$= 0.33885 \quad \text{kN}$$

$$\sum M_0 = 0$$

$$F \times 200 = P \times 1200$$

$$P = 0.33885 \times \frac{200}{1200}$$

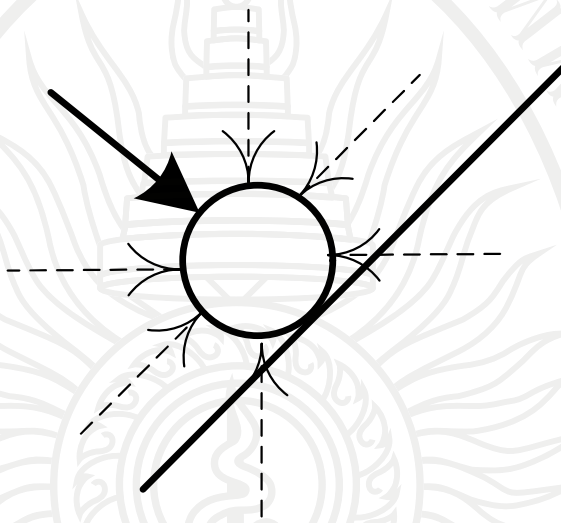
$$= 0.056 \quad \text{kN}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

2.6 แรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ

ในหัวข้อที่ผ่านมาเราได้กล่าวถึงความดันของของไหลสถิต ซึ่งเป็นหน่วยแรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ดังนั้นหากมีพื้นที่หรือพื้นที่มารองรับความดันดังกล่าว จะทำให้เกิดหน่วยแรงกระจายตัวทั่วทั้งพื้นที่ และจากกฎที่ว่าความดันที่จุดใดๆ จะมีขนาดเท่ากันทุกทิศทาง โดยที่แรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ หากพิจารณาอนุภาคของน้ำที่ติดกับพื้นที่รับความดันดังภาพที่ 2.12 จะเห็นได้ว่าความดันในทุกทิศทาง จะหักล้างกันหมด ยกเว้นในทิศที่ตั้งฉากพื้นที่ ซึ่งด้านหนึ่งอนุภาคของของไหลติดกับอนุภาคของของไหลข้างเคียงทำให้ความดันยังคงมีอยู่ ส่วนอีกด้านติดกับพื้นที่ซึ่งจะไม่มีความดันในทิศตรงกันข้ามมาหักล้างด้วยเหตุนี้จึงทำให้ความดันที่กระทำกับพื้นที่จะมีทิศทางตั้งฉากและพุ่งเข้าหาพื้นที่รับแรงเสมอ

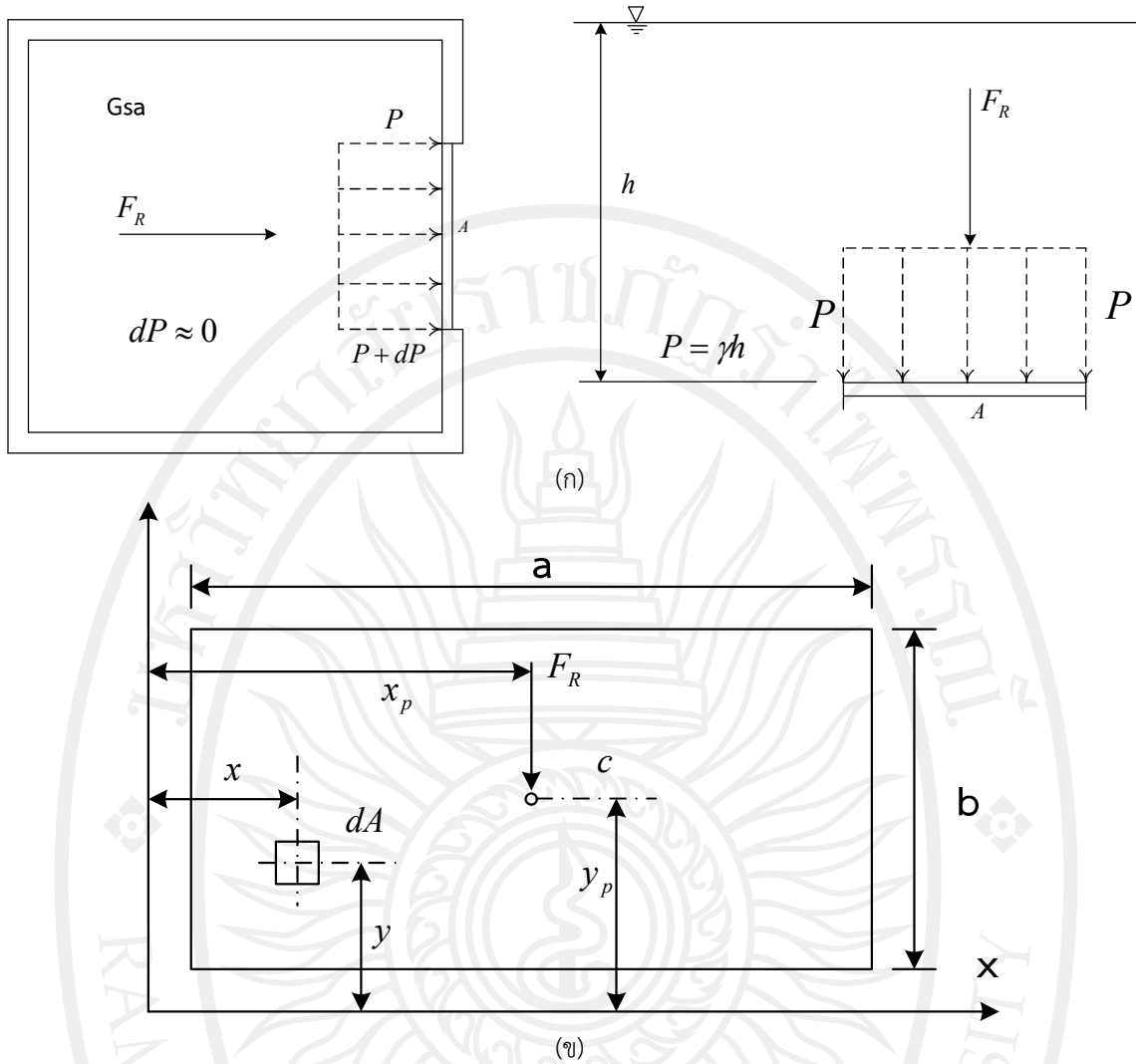


ภาพที่ 2.12 ความดันที่กระทำกับอนุภาคของไหลที่ติดกับพื้นผิวรับแรง

เมื่อความดันกระทำกับพื้นที่ผิวเรียบ ผลรวมของหน่วยแรงที่กระจายตัวอยู่ทั่วทั้งพื้นที่จะเรียกว่า แรงดัน (F_R) ซึ่งจะมีทิศทางตั้งฉากและพุ่งเข้าหาพื้นที่รับแรงตามทิศทางของความดัน และตำแหน่งที่แรงดันกระทำนั้นจะอยู่ที่ จุดศูนย์กลางความดัน (C_p)

2.6.1 แรงดันของของไหลบนพื้นที่ในแนวระนาบระดับ

จากที่เคยกล่าวมาแล้วความดันของของไหลจะเปลี่ยนแปลงไปตามความลึก และที่ความลึกเท่ากัน ความดันต่อหน่วยพื้นที่จะมีค่าเท่ากันเมื่อเป็นของไหลชนิดเดียวกัน แรงดันของของไหลบนพื้นที่ในแนวระนาบระดับ (Pressure force on horizontal surface) เท่ากับผลคูณของน้ำหนักจำเพาะกับความลึก



ภาพที่ 2.13 แรงดันลัพท์บนระนาบระดับ

ในกรณีที่ความดันกระจายตัวสม่ำเสมอเท่ากันทั้งพื้นที่ เช่นความดันในภาชนะที่บรรจุก๊าซ ความดันในแต่ละจุดจะแตกต่างกันไม่มากจนถือว่าไม่มีความแตกต่าง หรือในกรณีที่พื้นที่รับแรงจมในของเหลว และแรงวางตัวในแนวราบความดันจะกระจายตัวเท่ากันทั้งพื้นที่ ดังภาพที่ 2.13 (ก)

เมื่อพิจารณาจากสมการ $p_g = \frac{F}{A}$ ถ้าความดันกระจายตัวสม่ำเสมอ จะได้ว่า

$$F_R = p_g A \quad (2.29)$$

พิจารณาระนาบระดับเป็นระนาบกันถึงซึ่งบรรจุของเหลวที่มีความถ่วงจำเพาะ γ อยู่ลึกใต้ระดับอิสระเป็นระยะ h ระนาบระดับมีขนาด $a \times b$ และอยู่บนระนาบ $x - y$ ที่ระดับความลึก h นี้ความดันเกจของของไหลยกตัวไม่ได้ขึ้นอยู่กับความลึกโดยวัดจากผิวอิสระลงไป $p_g = \rho g h$ ซึ่งมีค่าคงตัวบนระนาบระดับนั้น แรงดันย่อยที่กระทำที่ตำแหน่งพิกัด (x, y) คือ $dF = \rho g h \cdot dA$ แรงดันลัพท์ที่กระทำบนระนาบระดับดังภาพที่ 2.13 (ข) ได้แก่

$$F_R = \int dF = \rho g h \int dA$$

$$F_R = \rho g h A = p_g A \quad (2.30)$$

การหาตำแหน่งที่แรงดันกระทำ

พิจารณาโมเมนต์ที่จุด O ของแรงรอบแกน X

$$F_R y_p = \int_A y dF$$

$$= \int_A y \cdot p_g \cdot dA$$

แต่เนื่องจาก p_g คงที่ $F_R = p_g A$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$y_p = \frac{p_g \int y \cdot dA}{p_g \cdot A}$$

$$y_p = \frac{\int y \cdot dA}{A} \quad (2.31)$$

จากสมการที่ 2.31 จะเห็นได้ว่าเทอมของ $\frac{\int y \cdot dA}{A}$ ก็คือระยะจากแกน X ถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ ดังนั้น

$$y_p = y_c \quad (2.32)$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาโมเมนต์ที่จุด O ของแรงรอบแกน Y

$$F_R x_p = \int_A x dF$$

$$= \frac{p_g \int x \cdot dA}{p_g \cdot A}$$

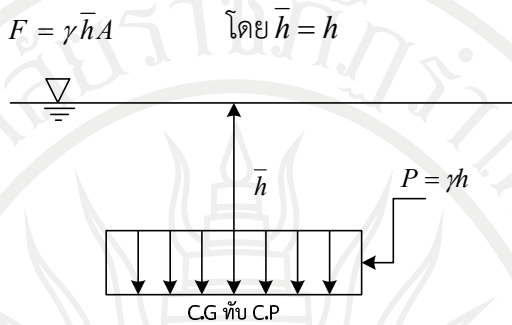
$$x_p = \frac{\int x \cdot dA}{A} \quad (2.33)$$

จากสมการที่ 2.33 จะเห็นได้ว่าเทอมของ $\frac{\int x \cdot dA}{A}$ ก็คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ ดังนั้น

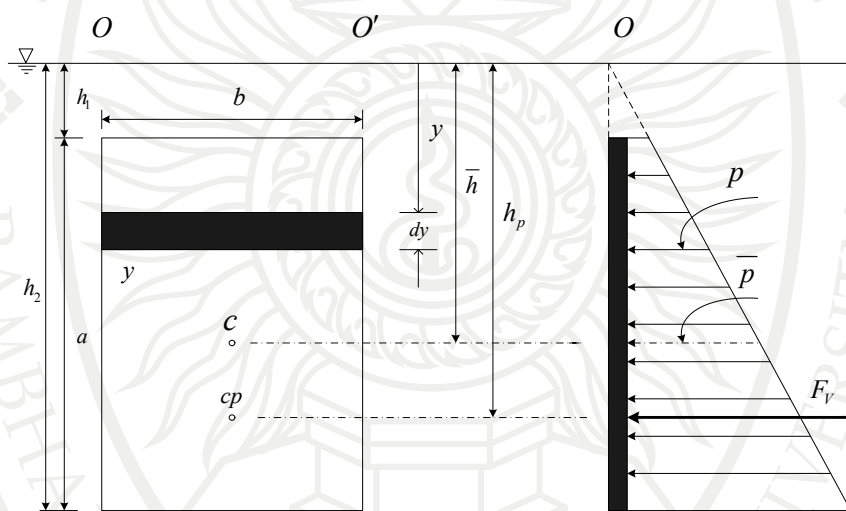
$$x_p = x_c \quad (2.34)$$

ซึ่งจากสมการ 2.33 และ 2.34 สามารถสรุปได้ว่า “แรงดันลัพธ์ที่กระทำต่อระนาบระดับที่ระดับความลึกหนึ่งเท่ากับผลคูณระหว่างความดันเกจที่ระดับความลึกนั้นกับพื้นที่ของระนาบ และกระทำที่ตำแหน่งจุดเซนทรอยด์ของระนาบนั้นในทิศทางพุ่งเข้าหาหน้า”

ถ้าผิวน้ำอยู่ในแนวระดับ



2.6.2 แรงดันของของไหลบนพื้นในแนวระนาบตั้ง



ภาพที่ 2.14 แรงดันลัพธ์บนระนาบตั้ง

แรงดันของของไหลบนพื้นในแนวระนาบตั้ง (Pressure force on vertical surface) พิจารณา ระนาบตั้งจมอยู่ภายในของเหลวที่ความถ่วงจำเพาะ γ ดังแสดงในภาพที่ 2.14 สำหรับของของไหล ยุบตัวไม่ได้ความดันในของเหลวนี้เป็นสัดส่วนโดยตรงกับความลึก ที่ระดับความลึก y จากผิวอิสระ แรงดันย่อย $dF = p_g dA = \rho g y \cdot dA$ ดังนั้นแรงลัพธ์กระทำต่อระนาบตั้งคำนวณจาก

$$F_v = \int dF = \rho g \int y dA = \rho g \bar{y} A$$

เนื่องจาก $\bar{y} = \bar{h}$ ดังนั้น

$$F_v = \rho g \bar{h} A = \bar{p}_g \cdot A \tag{2.35}$$

จากสมการ 2.35 สรุปได้ว่า "แรงดันลัพท์ที่กระทำต่อระนาบในแนวตั้งย่อมเท่ากับผลคูณของความดันเกจที่ตำแหน่งจุดเซนทรอยด์ของระนาบกับพื้นที่ของระนาบนั้น"

เนื่องจากความดันขึ้นกับความลึกของเหลว ดังนั้นตำแหน่งของแรงดันลัพท์จึงเป็นจุดศูนย์กลางจุดเซนทรอยด์ของระนาบแนวตั้ง สำหรับตำแหน่งของแรงดันลัพท์อยู่ที่จุดศูนย์กลางความดัน (h_p) ดังนั้น จึงคำนวณหาระยะ h_p นี้จากหลักของโมเมนต์รอบแกน $o-o'$

{โมเมนต์ของแรงดันลัพท์รอบแกน} = {ผลรวมของโมเมนต์ของแรงดันย่อยรอบแกน}

$$\begin{aligned}
 F_V h_p &= \int_A y dF \\
 &= \int_A y \cdot \gamma \cdot h \cdot dA \\
 &= \gamma \int_A y^2 \cdot dA \\
 h_p &= \frac{\gamma \int_A y^2 \cdot dA}{F_V} \\
 &= \frac{\gamma \int_A y^2 \cdot dA}{\gamma \cdot A \cdot h_c} \\
 h_p &= \frac{\int_A y^2 \cdot dA}{A \cdot h_c} \\
 &= \frac{\int_A y^2 \cdot dA}{F_R} \quad (2.36)
 \end{aligned}$$

แต่เนื่องจาก $\int_A y^2 dA = I_{o-o'}$ (โมเมนต์ความเฉื่อย) ดังนั้นจะได้ว่า

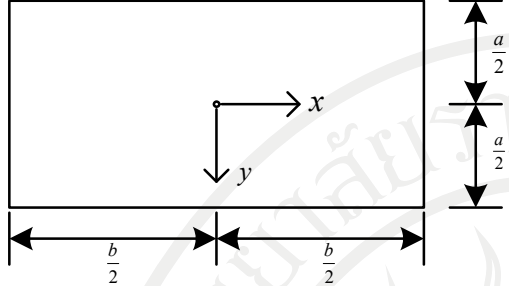
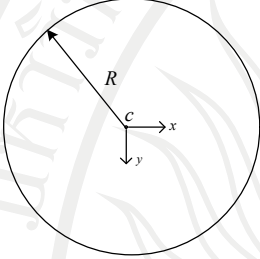
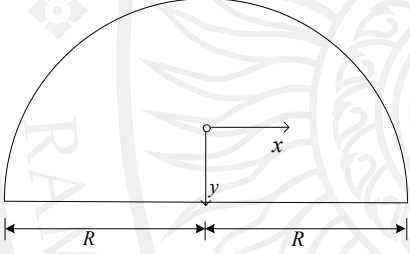
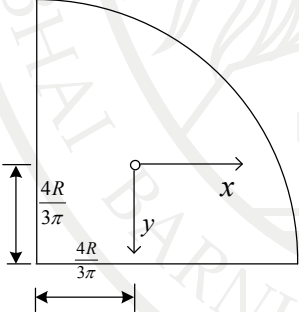
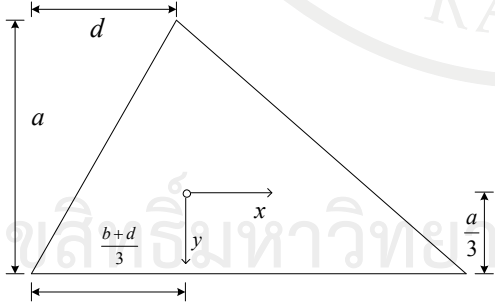
$$\begin{aligned}
 h_p &= \frac{I_{o-o'}}{A \cdot h_c} \\
 &= \frac{I_{o-o'} + A h_c^2}{A \cdot h_c} \\
 h_p &= h_c + \frac{I_{o-o'}}{A \cdot h_c} \quad (2.37)
 \end{aligned}$$

เมื่อ h_c = ระยะความลึกของจุดเซนทรอยด์ของระนาบโดยวัดจากผิวอิสระ

$I_{o-o'}$ = คือโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ระนาบตั้งรอบแกนที่ผ่านจุดเซนทรอยด์และขนานกับแกน $O-O'$

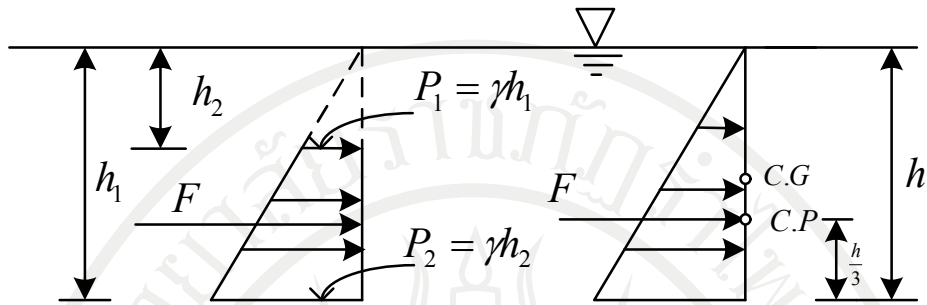
สำหรับพื้นที่ทั่วไปกำหนดโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ที่แสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ของรูปทรงเรขาคณิต
ที่มา (ดัดแปลงมาจาก สกุล ท่อวินยาน, 2543, หน้า 55)

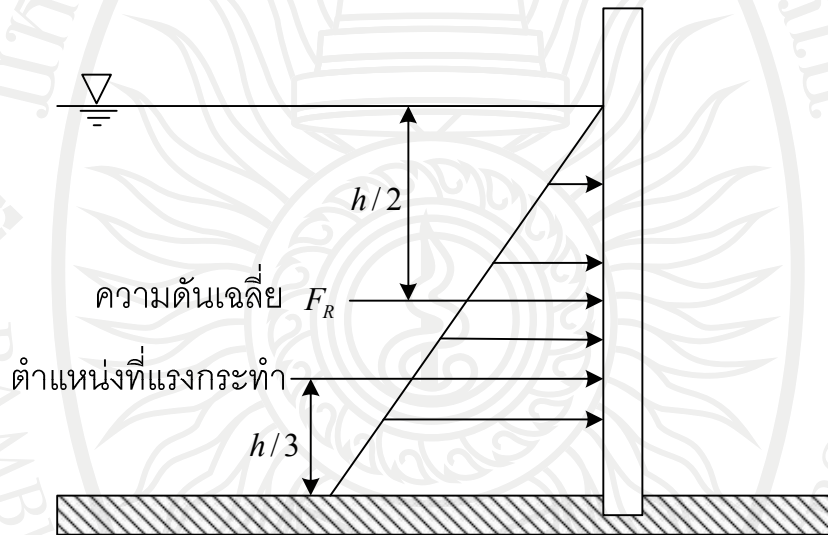
	$A = ab$ $I_{xc} = \frac{1}{12} ba^3$ $I_{yc} = \frac{1}{12} ab^3$ $I_{xyc} = 0$
	$A = \pi R^2$ $I_{xc} = I_{yc} = \frac{\pi R^4}{4}$ $I_{xyc} = 0$
	$A = \frac{\pi R^2}{2}$ $I_{xc} = 0.1098 R^4$ $I_{yc} = 0.3927 R^4$ $I_{xyc} = 0$
	$A = \frac{\pi R^2}{4}$ $I_{xc} = I_{yc} = 0.05488 R^4$ $I_{xyc} = -0.01647 R^4$
	$A = \frac{ab}{2}$ $I_{xc} = \frac{ba^3}{36}$ $I_{xyc} = \frac{ba^2}{72} (b - 2d)$

ถ้าความดันกระจายอยู่ในแนวตั้ง

$$F = \gamma \bar{h} A \quad \text{โดย } \bar{h} = \frac{1}{3} h$$



ตัวอย่างที่ 2.15 ภาพขณะรูปสี่เหลี่ยมสำหรับเก็บน้ำมันที่มี ถ.พ. 0.82 ระดับความสูงของน้ำมันในภาชนะ 15 ft ถ้าผนังยาว 48 ft ให้คำนวณหาแรงลัพธ์และตำแหน่งที่แรงกระทำกับผนังตามภาพ



วิธีทำ จากสมการ $F_R = \gamma h A$

จากโจทย์ กำหนดให้ค่า ถ.พ. เท่ากับ 0.82

$$h = \frac{0-15}{2} \text{ ft} \\ = 7.5 \text{ ft}$$

$$\text{แทนค่าลงในสมการ } F_R = 0.82 \times 62.4 \text{ lb/ft}^3 \times 7.5 \text{ ft} \times 15 \times 48 \text{ ft}^2$$

$$= 276,307.2 \text{ lb}$$

Ans

$$\text{ตำแหน่งที่แรงกระทำ} = h/3$$

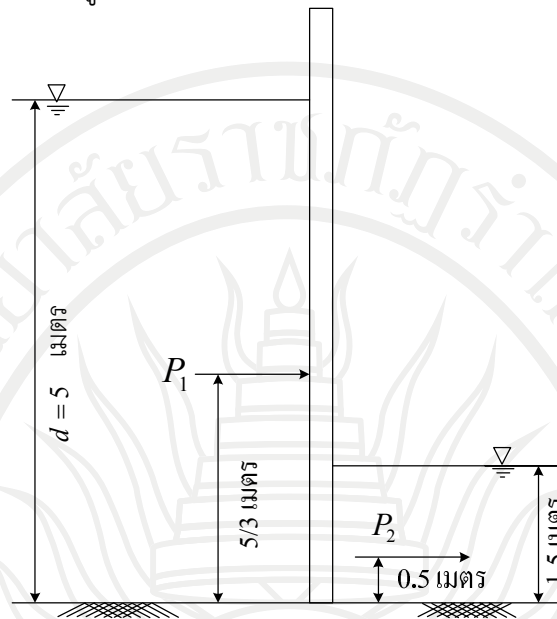
$$= 15/3$$

$$= 5 \text{ ft}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 2.16 ประตูน้ำใช้ปิดกั้นน้ำในคลองส่งน้ำแห่งหนึ่งกว้าง 1.8 เมตร สูง 6 เมตร ถ้าระดับทางด้านขวา (ด้านบน) สูง 5 เมตร ส่วนด้านซ้าย (ด้านล่าง) สูง 1.5 เมตร ตามภาพให้คำนวณหาแรงและตำแหน่งที่แรงกระทำกับประตู และหาแรงลัพธ์



วิธีทำ โจทย์ กำหนดให้หาค่า F_1 , F_2

$$\text{จากสมการ } F_1 = \gamma h_{cg1} A_1$$

แทนค่าลงในสมการ

$$= 9.81 \text{ kN/m}^3 \times \frac{(5+0)}{2} \text{ m} \times (5 \times 1.8) \text{ m}^2$$

$$= 220.725 \text{ kN} \quad \text{Ans}$$

$$\text{ตำแหน่งที่แรงกระทำ } F_1 = h / 3$$

$$= 5/3 \text{ m}$$

$$= 1.67 \text{ m} \quad \text{Ans}$$

$$F_2 = \gamma h_{cg2} A_2$$

$$= 9.81 \text{ kN/m}^3 \times \frac{(1.5+0)}{2} \text{ m} \times (5 \times 1.8) \text{ m}^2$$

$$= 19.865 \text{ kN} \quad \text{Ans}$$

$$\text{ตำแหน่งที่แรงกระทำ } F_2 = h / 3$$

$$= 1.5/3 \text{ m}$$

$$= 0.5 \text{ m} \quad \text{Ans}$$

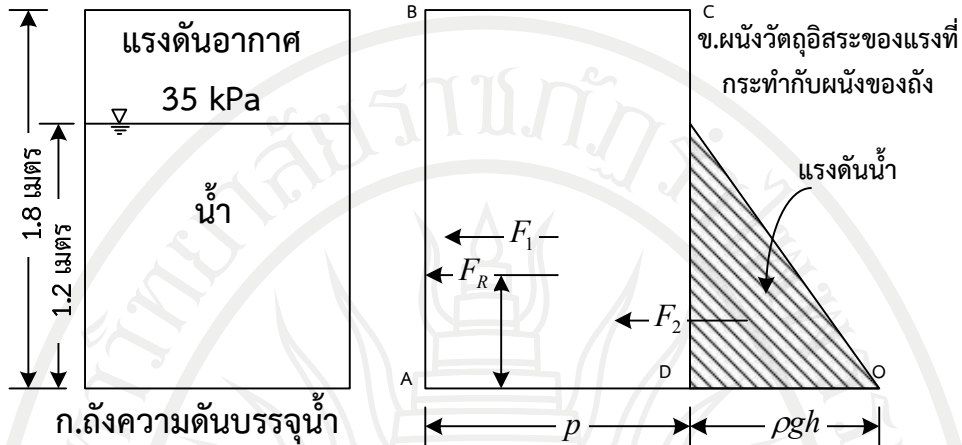
∴ แรงลัพธ์จากการที่น้ำหนักกระทำกับประตู

$$F_R = F_1 - F_2 = 220.725 \text{ kN} - 19.865 \text{ kN}$$

$$= 200.87 \text{ kN} \quad \rightarrow$$

Ans

ตัวอย่างที่ 2.17 ถังความดันหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส กว้าง, ยาว 3 เมตร ความสูงของถัง 1.8 เมตร บรรจุน้ำลึก 1.2 เมตร ด้านบนผิวน้ำมีแรงดันอากาศ 35 kPa ให้คำนวณหาแรงลัพธ์ที่เกิดจากอากาศและน้ำกระทำกับถังผนัง และคำนวณหาตำแหน่งที่แรงลัพธ์กระทำ



วิธีทำ กำหนดให้

$$F_1 = \text{แรงที่อากาศกระทำกับผนัง}$$

$$F_2 = \text{แรงที่น้ำกระทำกับผนัง}$$

จากสมการ

$$F_1 = pA$$

แทนค่าลงในสมการ

$$= 35 \text{ kPa} \times (1.8 \times 3) \text{ m}^2$$

$$= 189 \text{ KN}$$

$$F_2 = \gamma h_{cg} A$$

$$= 9.81 \text{ kN/m}^3 \times \frac{(1.2) \text{ m}}{2} \times (1.3 \times 3) \text{ m}^2$$

$$= 21.2 \text{ kN}$$

$$F_R = F_1 + F_2 = \text{แรงลัพธ์}$$

$$= 189 \text{ KN} + 21.2 \text{ kN}$$

$$= 210.2 \text{ KN}$$

Ans

หาตำแหน่งที่แรงกระทำจากภาพ

ผลรวมของโมเมนต์รอบจุด D เท่ากับ 0 หรือ $\sum M_D = 0$

$$F_R \times x = F_1 \times 0.9 \text{ m} + F_2 \times 0.4 \text{ m}$$

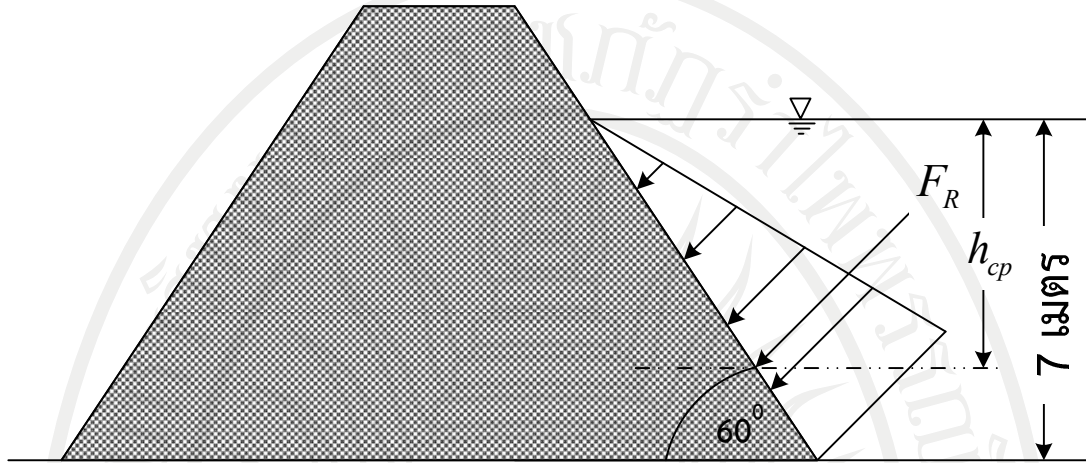
$$210.2 \text{ kN} \times x = 189 \text{ KN} \times 0.9 \text{ m} + 21.2 \text{ kN} \times 0.4 \text{ m}$$

$$x = 0.85 \text{ m}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 2.18 เขื่อนแห่งหนึ่งยาว 40 เมตร สันเขื่อนเอียงทำมุม 60° กับแนวตั้งตามภาพ ถ้าเขื่อนนี้บรรจุน้ำสูง 7 เมตร ให้คำนวณ

- ก. แรงลัพธ์ที่กระทำกับกับสันเขื่อน
ข. ตำแหน่งที่แรงแรงลัพธ์กระทำ



วิธีทำ ก. แรงลัพธ์ที่กระทำกับกับสันเขื่อน

จากสมการ

$$F_R = \rho h A$$

$$h = \text{ความสูงเฉลี่ย}$$

$$= \frac{0+7}{2} \text{ m}$$

$$= 3.5 \text{ m}$$

$$A = \text{พื้นที่สันเขื่อน}$$

$$= 40 \text{ m} \times \frac{7}{\sin 60^\circ} \text{ m}$$

$$= 323.325 \text{ m}^2$$

$$\therefore F_R = 9.81 \text{ kN/m}^3 \times 3.5 \text{ m} \times 323.325 \text{ m}^2$$

$$= 11,101.36 \text{ kN}$$

Ans

ข. ตำแหน่งที่แรงแรงลัพธ์กระทำ

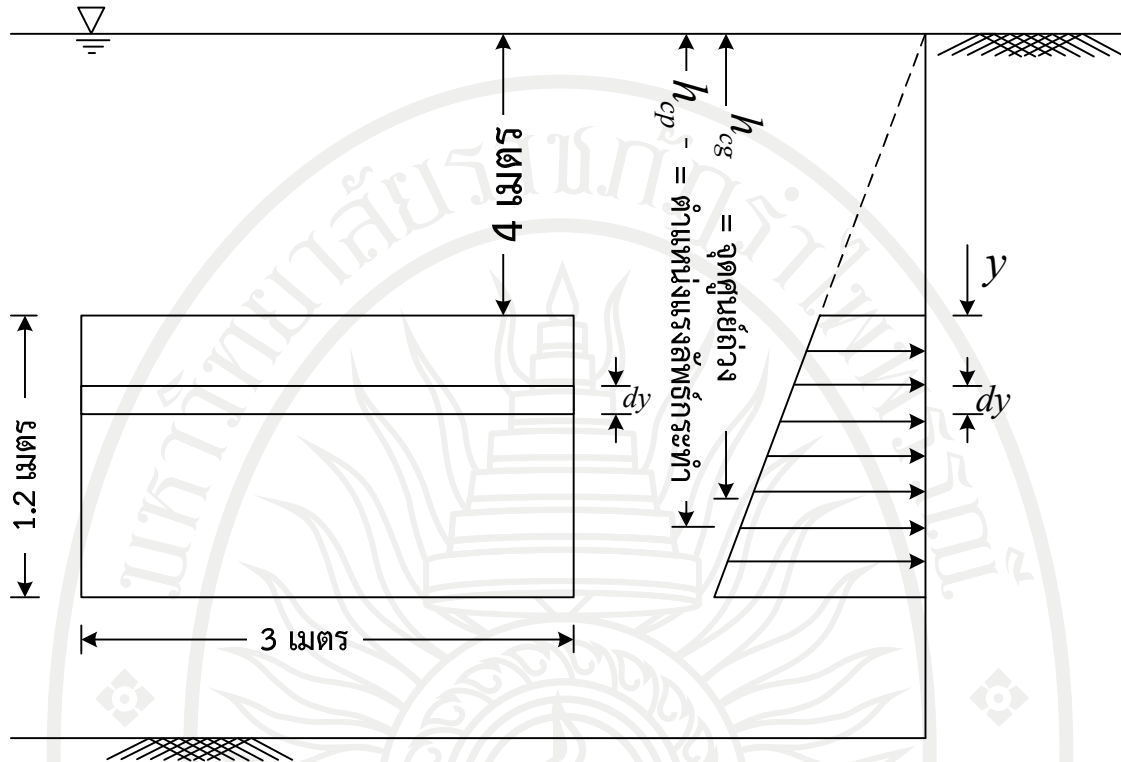
$$\text{ตำแหน่งที่แรงกระทำ} = \frac{7}{\sin 60^\circ} \text{ m} \times \frac{2}{3}$$

$$= 5.388 \text{ m ในแนวเอียง}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 2.19 ประตูน้ำของเขื่อนแห่งหนึ่งมีรูปร่างสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 1.2×3 เมตร² ติดตั้งกับผนังเขื่อนในแนวตั้งตามภาพ ให้คำนวณหาแรงลัพธ์ที่กระทำกับประตูน้ำ



วิธีทำ คำนวณหาแรงลัพธ์โดยวิธีอินทิเกรต

จากสมการ

$$F = \int \gamma h dA$$

$$h = (4 + y) \text{ m}$$

$$dA = (3 dy) \text{ m}^2$$

จะได้ว่า

$$F = \gamma \int_0^{1.2} (4 + y) \cdot 3 dy$$

$$= 9.81 \times 3 \times \int_0^{1.2} (4 + y) \cdot dy$$

$$= 29.43 \left[4y + \frac{y^2}{2} \right]_0^{1.2}$$

$$= 29.43 \times (4.8 + 0.72)$$

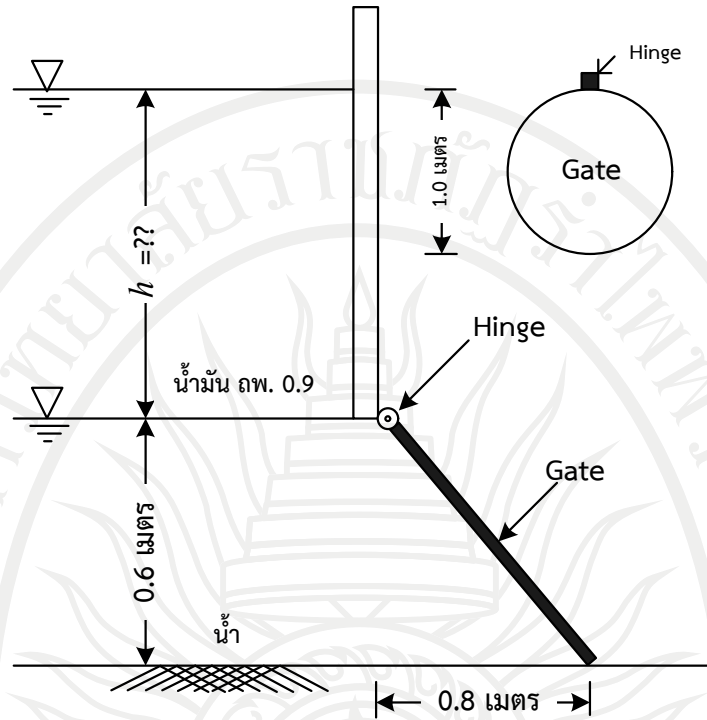
$$= 162.45 \text{ kN}$$

Ans

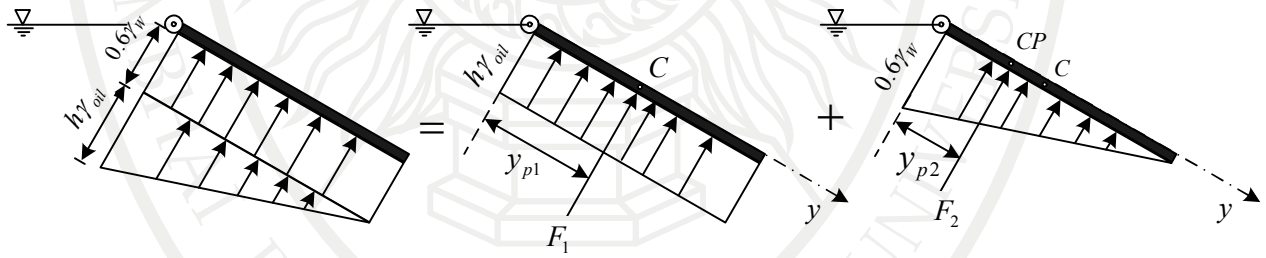
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 2.20 ประตูน้ำรูปวงกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.0 m มีมวล 1,500 kg มีการติดตั้งใน

ลักษณะดังภาพ จงหาความลึกของชั้นน้ำมันสูงสุด (h) ที่ทำให้ประตูน้ำเปิดออกพอดี เมื่อความถ่วงจำเพาะของน้ำมันเท่ากับ 0.9



วิธีทำ พิจารณาจากการกระจายตัวของความดันบนพื้นที่รับแรงแล้วแยกการคำนวณออกเป็นสองส่วนในลักษณะดังภาพแรงดัน $F_R = F_1 + F_2$



แรง F_1 เกิดจากความดันที่กระจายตัวสม่ำเสมอ $P = \gamma_{oil} h$ ดังนั้น F_1 จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ} \quad F_1 &= \gamma_{oil} h A \\ \text{แทนค่าลงในสมการ} &= 0.9 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 1^2\right) h \gamma_w \\ &= 0.7069 h \gamma_w \text{ KN} \end{aligned}$$

ตำแหน่งที่แรง F_1 กระทำ อยู่ที่จุดศูนย์กลางของพื้นที่รับแรง

$$\therefore y_{P1} = \frac{D}{2} = \frac{1.0}{2} = 0.5 \text{ m}$$

แรง F_2 เป็นแรงที่เกิดจากความดันของน้ำ ดังนั้น F_2 หาได้จาก

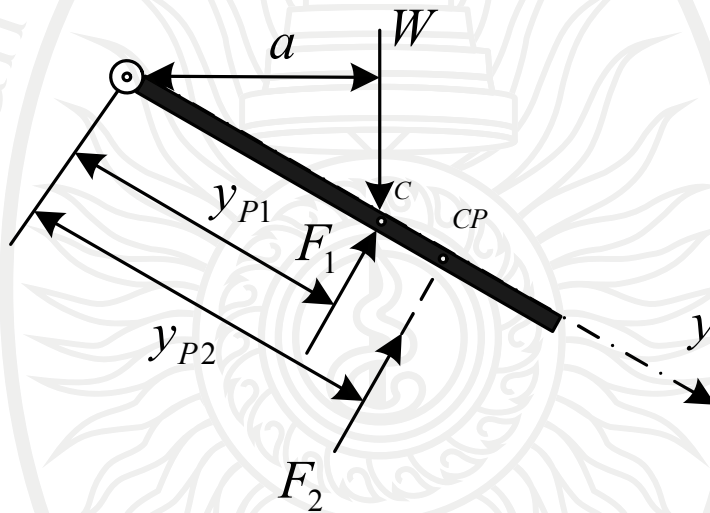
$$\begin{aligned}
 F_2 &= \gamma h_{c2} A \\
 &= (0.3) \times \left(\frac{\pi}{4} \times 1^2 \right) \gamma_w \\
 &= 0.2356 \gamma_w
 \end{aligned}$$

$$(h_{c2} = y_{c2} \sin \theta = \frac{1.0}{2} \left(\frac{3}{5} \right) = 0.3 \text{ M})$$

ตำแหน่งที่แรง F_2 กระทำ อยู่ที่จุดศูนย์กลางความดัน

เนื่องจาก $y_{c2} = \frac{1.0}{2} = 0.5$ และ $I_{xc2} = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi (1.0)^4}{64} = 0.0491 \text{ m}^4$

$$y_{P2} = y_{c2} + \frac{I_{xc2}}{y_{c2} A}$$



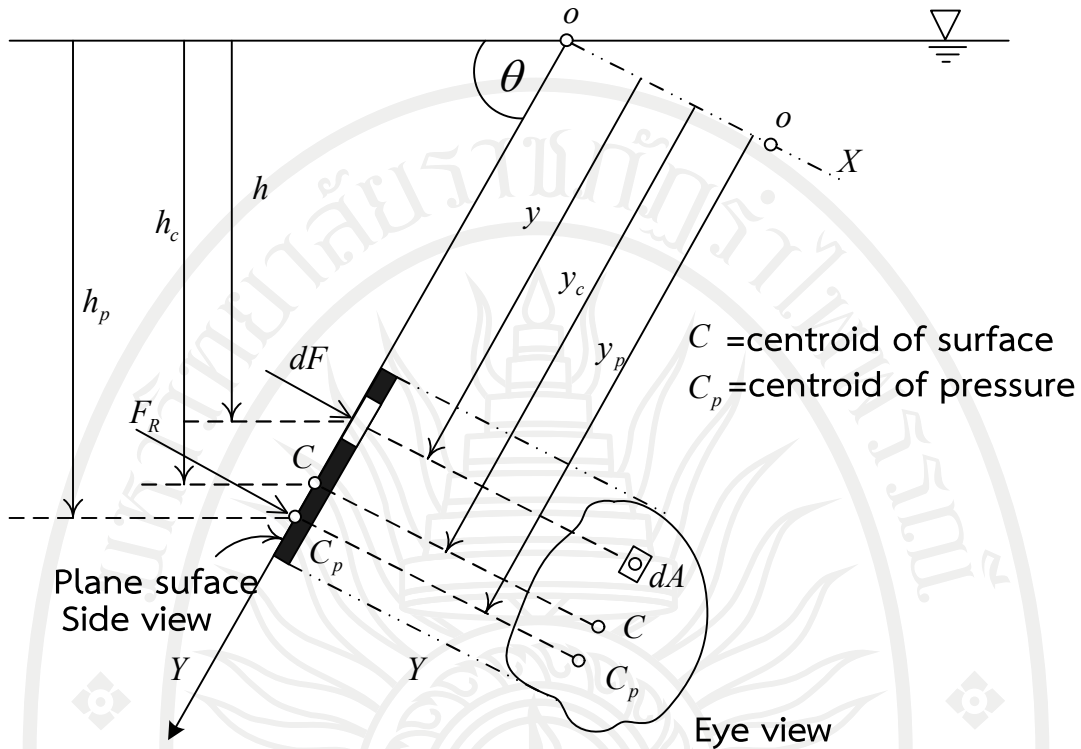
เมื่อพิจารณาความสมดุลของประจุในขณะที่ประตูกำลังเปิดออกพอดี

$$\begin{aligned}
 \sum M_o = 0 \rightarrow F_1 y_{P1} + F_2 y_{P2} - aW &= 0 \rightarrow \text{แรงลัพธ์} \\
 (0.7069 h \gamma_w)(0.5) + (0.2356 \gamma_w)(0.625) &= (0.4)(1,500 \times 9.81) \\
 0.353 h + 0.147 &= 0.6 \\
 h &= 1.283 \text{ m. } \underline{\text{Ans}}
 \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

2.6.3 แรงดันของของไหลบนพื้นในแนวระนาบเอียง

แรงดันของของไหลบนพื้นในแนวระนาบเอียง (Pressure force on inclined surface)
 พิจารณาจากภาพที่ 2.15



ภาพที่ 2.15 แรงดันของของไหลที่กระทำกับระนาบเอียง

- เมื่อ จุด C = จุดศูนย์กลางของระนาบ
- จุด C_p = จุดศูนย์กลางของความดัน
- หรือตำแหน่งของแรงกระทำ y_c
- y_c = ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของพื้นที่ โดยวัดตามแนวแกน Y
- y_p = ตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของความดัน โดยวัดตามแนวแกน Y
- h_c = ความลึกของจุดศูนย์กลางของพื้นที่ (วัดในแนวตั้ง)
- h_p = ความลึกของจุดศูนย์กลางความดัน (วัดในแนวตั้ง)

พิจารณาแรงที่กระทำกับพื้นที่เล็กๆ บนพื้นที่รับแรง

$$dF = \gamma \cdot h \cdot dA$$

แรงกระทำทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ

$$F_R = \int dF = \int_A \gamma \cdot h \cdot dA$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

จากภาพ $h = y \sin \theta$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad F_R &= \int_A \gamma \cdot y \sin \theta \cdot dA \\ F_R &= \gamma \cdot \sin \theta \int_A y \cdot dA \end{aligned}$$

แต่เนื่องจาก $\int_A y \cdot dA = y_c \cdot A$ (โมเมนต์ของพื้นที่รอบแกน X)

\therefore แรงดันของของไหลบนพื้นที่จะมีค่าเท่ากับ

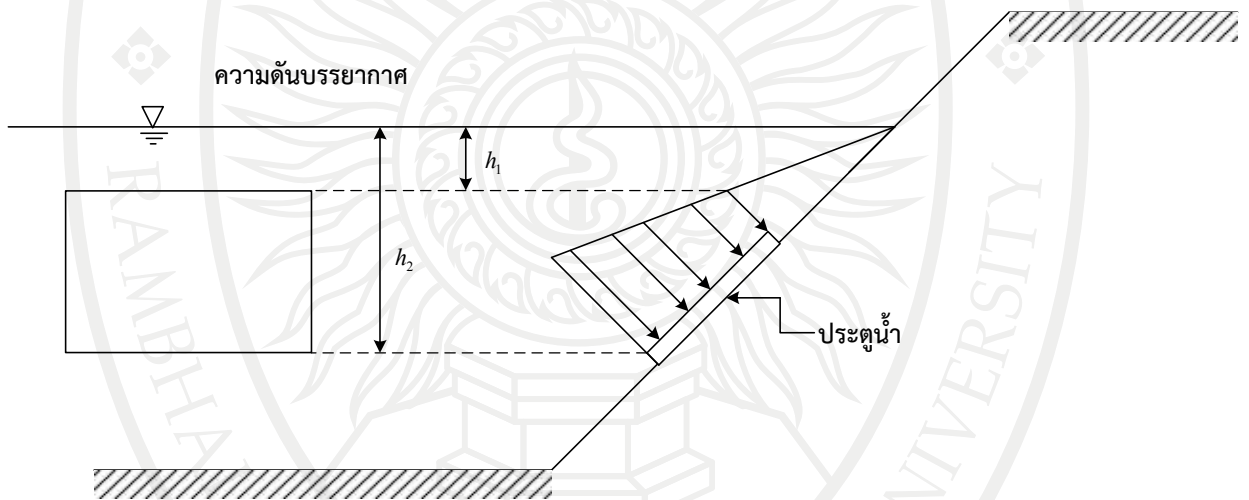
$$F_R = \gamma \cdot y_c \cdot A (\sin \theta)$$

จากภาพ $h_c = y_c \sin \theta$

$$F_R = \gamma \cdot h_c \cdot A \quad (2.38)$$

ถ้าผิวระนาบของสมการอยู่ในแนวระดับ ความลึกของของไหลจะคงที่เท่ากับ h คงที่เท่ากับสมการที่ 3.2 จะประยุกต์ใช้คำนวณหาแรงลัพธ์ที่กระทำกับพื้นที่ A

ถ้าระนาบไม่อยู่ในแนวระดับมีการเอียงไปด้านใดด้านหนึ่งหรือจมอยู่ในแนวตั้ง ความลึกของผิวระนาบจะไม่คงที่ จากสมการที่ 2.37 และ 2.38 ค่าความดันที่นำมาแทนค่าจะเป็นความดันเฉลี่ย ดังแสดงในภาพที่ 2.16



ภาพที่ 2.16 ความดันที่กระทำกับอนุภาคของไหลที่ติดกับพื้นผิวรับแรง

$$\begin{aligned} h &= \text{ความสูงเฉลี่ย} \\ &= \frac{h_1 + h_2}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore p = \gamma \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right)$$

การหาตำแหน่งที่แรงดันกระทำ โดยพิจารณาจากผิวน้ำไปตามแนวแกน $Y(y_R)$ ดังภาพ 2.17
พิจารณาโมเมนต์ที่จุด O ของแรงรอบแกน X

$$F_R y_p = \int_A y dF$$

$$\begin{aligned}
&= \int_A y \cdot \gamma \cdot h \cdot dA \\
&= \int_A \gamma \cdot y^2 \times \sin \theta \cdot dA \\
F_R y_p &= \frac{\int_A \gamma \cdot y^2 \times \sin \theta \cdot dA}{F_R} \\
&= \frac{\int_A \gamma \cdot y^2 \times \sin \theta \cdot dA}{\gamma \cdot A \times \sin \theta \cdot y_c} \\
y_p &= \frac{\int_A y^2 \cdot dA}{A \cdot y_c} \\
&= \frac{\int y^2 \cdot dA}{F_R} \quad (2.39)
\end{aligned}$$

แต่เนื่องจาก $\int_A y^2 dA = I_x$ (โมเมนต์ความเฉื่อย) ดังนั้นจะได้ว่า

$$y_p = \frac{I_x}{A \cdot y_c} \quad (2.40)$$

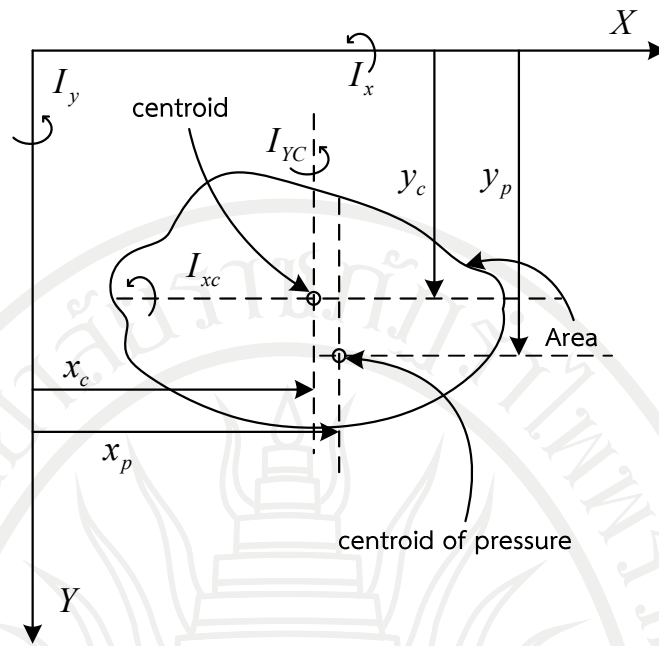
พิจารณาการหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน X (I_x) ในกรณีที่แกนอ้างอิงไม่ผ่านจุดศูนย์กลาง
ของพื้นที่

$$I_x = I_{xc} + Ay_c^2 \quad (2.41)$$

เมื่อ I_{xc} คือโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน X ที่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่

\therefore แรงดันที่กระทำกับพื้นที่จะอยู่ห่างจากแกน X เท่ากับ

$$\begin{aligned}
y_p &= \frac{I_{xc} + Ay_c^2}{A \cdot y_c} \\
y_p &= y_c + \frac{I_{xc}}{A \cdot y_c} \quad (2.42)
\end{aligned}$$



ภาพที่ 2.17 พิกัดโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกนต่างๆ

การหาตำแหน่งที่แรงดันกระทำ โดยพิจารณาจากระยะห่างจากแกน Y
พิจารณาโมเมนต์ที่จุด O ของแรงรอบแกน Y

$$\begin{aligned}
 F_R x_p &= \int_A y dF \\
 &= \int_A x \cdot \gamma \cdot h \cdot dA \\
 &= \int_A \gamma \cdot xy \times \sin \theta \cdot dA \\
 &= \frac{\int_A \gamma \cdot xy \times \sin \theta \cdot dA}{F_R} \\
 x_p &= \frac{\int_A xy \cdot dA}{A \cdot y_c} \tag{2.43}
 \end{aligned}$$

แต่เนื่องจาก $\int_A xy \, dA = I_{xy}$ (โมเมนต์ความเฉื่อย xy) และเมื่อพิจารณาการหาโมเมนต์
ความเฉื่อยรอบแกน xy (I_{xy}) ในกรณีที่แกนอ้างอิงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ $I_{xy} = I_{xyc} + Ax_c y_c$

ลิสสิทธีมหาวิทาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$x_p = \frac{I_{xyc} + Ax_c y_c}{A \cdot y_c}$$

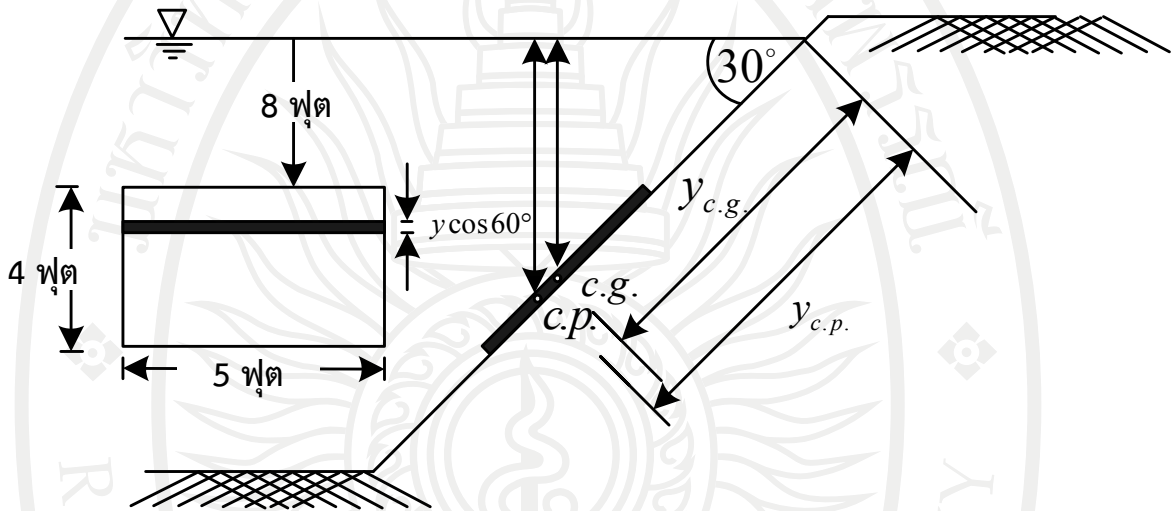
∴ แรงดันที่กระทำกับพื้นที่จะอยู่ห่างจากแกน Y เท่ากับ

$$x_p = x_c + \frac{I_{yc}}{A \cdot x_c} \quad (2.44)$$

(ในกรณีที่พื้นที่รับแรงเป็นรูปทรงสมมาตรตามแนวแกน $Y : I_{yc} = 0$)

ตัวอย่างที่ 2.21 ประตูน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ติดตั้งอยู่ในแนวเอียง ทำมุมตามภาพให้คำนวณหา

- ก. ขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู
ข. ตำแหน่งที่แรงลัพธ์กระทำ



วิธีทำ หาโดยวิธีอินทิเกรต

- ก. ขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู

จากสมการ

$$F = \int \gamma h dA$$

$$h = (8 + y \sin 60^\circ)$$

$$= (8 + 0.5y) \text{ ft}$$

$$dA = (5dy) \text{ ft}^2$$

จะได้ว่า

$$F = \gamma \int_0^4 (8 + 0.5y) \cdot 5dy$$

$$= 32.4 \text{ lb/ft}^3 \int_0^4 (8 + 0.5y) \text{ ft} \times (5dy) \text{ ft}^2$$

$$= 312 \text{ lb/ft}^3 \int_0^4 (8 + 0.5y) \cdot dy \text{ ft}^3$$

$$= 312 \text{ lb/ft}^3 \left[8y + 0.25y^2 \right]_0^4 \text{ ft}^3$$

$$= 11,232 \text{ lb} \quad \text{Ans}$$

- ข. ตำแหน่งที่แรงลัพธ์กระทำ

จากสมการ $x_p = \frac{\int y h^2 dA}{F}$

จะได้ว่า $= \frac{32.4 \text{ lb/ft}^3}{11,232 \text{ lb}} \int_0^4 (8 + 0.5y)^2 \text{ ft}^2 \cdot (5dy) \text{ ft}^2$

$$= 0.0277 \text{ ft} \int_0^4 (64 + 8y + 0.25y^2) \cdot dy$$

$$= 0.0277 \text{ ft} [64y + 4y^2 + 0.0833y^3]_0^4$$

$$= 9.03 \text{ ft} \quad \text{ในแนวตั้ง จากระดับผิวน้ำ} \quad \text{Ans}$$

$$= 18.068 \text{ ft} \quad \text{ในแนวเอียงตามภาพ} \quad \text{Ans}$$

หาโดยวิธีโมเมนต์ของความเฉื่อย

ก. ขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู

จากสมการ $F = \gamma h A$

$$h = 8 \text{ ft} + \frac{4 \text{ ft} \cos 60^\circ}{2}$$

$$= 9 \text{ ft}$$

แทนค่า $F_R = 62.4 \text{ lb/ft}^3 \times 9 \text{ ft} \times 20 \text{ ft}^2$

$$= 11,232 \text{ lb} \quad \text{Ans}$$

ข. ตำแหน่งที่แรงลัพธ์กระทำ

จากสมการ $y_{cp} = y_{cg} + \frac{I_{cg}}{y_{cg} A}$

เนื่องจาก $y_{c2} = \frac{8.0}{\cos 60^\circ} + \frac{4}{2}$

$$= 18 \text{ ft}$$

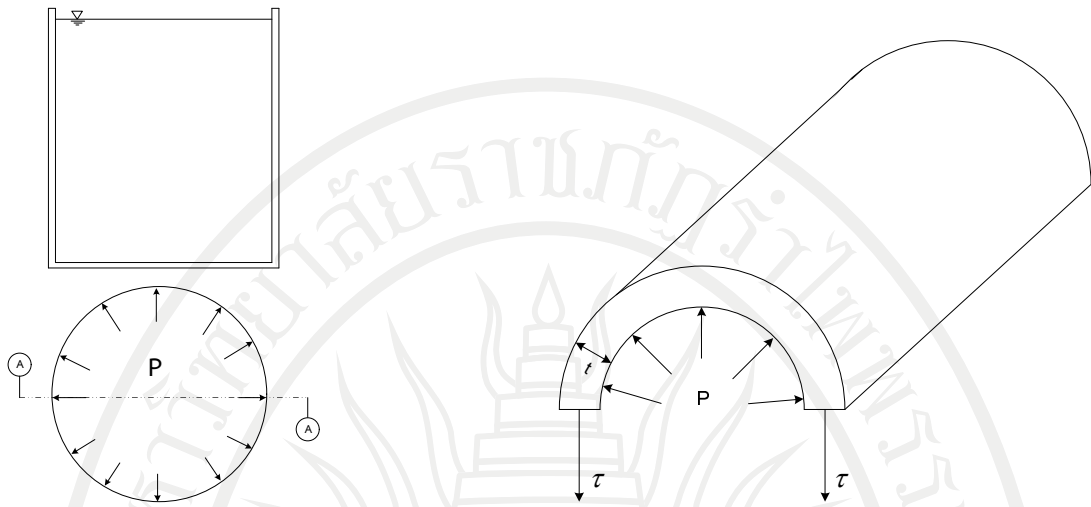
และ $I_{cg} = \frac{5 \times 4^3}{12}$

$$= 26.67 \text{ ft}^4$$

แทนค่า $y_{cp} = 18 \text{ ft} + \frac{26.6 \text{ ft}^4}{18 \text{ ft} \times 20 \text{ ft}^2}$

$$= 18.074 \text{ ft} \quad \text{Ans}$$

2.7 แรงดึงของของไหลรอบท่อ



ภาพที่ 2.18 แสดงความเค้นตามแนวเส้นรอบวงที่กระทำกับภาชนะครึ่งทรงกระบอก

แรงดึงของของไหลรอบท่อ Hoop tension in circular pipes and tanks เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 2.18 ในการหาแรงดึงรอบท่อนี้ สามารถหาได้โดยการพิจารณาสมดุลของแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากความดันภายในกับแรงต้านที่เกิดขึ้นเนื่องจากความเค้นตามแนวเส้นรอบวง ถ้าภาชนะยังคงรูปเดิมได้แรงที่เกิดขึ้นจะต้องเท่ากัน

แรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากความดันภายใน = ความดัน x พื้นที่รับความดัน

$$F = P \times 2rL$$

แรงต้านที่เกิดขึ้นเนื่องจากความเค้นตามแนวเส้นรอบวง (เมื่อพิจารณาความหนาเท่ากับ 1)

$$F = 2\tau \times L \cdot 1$$

ถ้าภาชนะยังคงรูปเดิมได้แรงที่เกิดขึ้นจะต้องสมดุล

$$P \times 2rL = 2\tau \times L \cdot 1$$

$$\tau = \frac{2prL}{2L}$$

$$\tau = P \cdot r$$

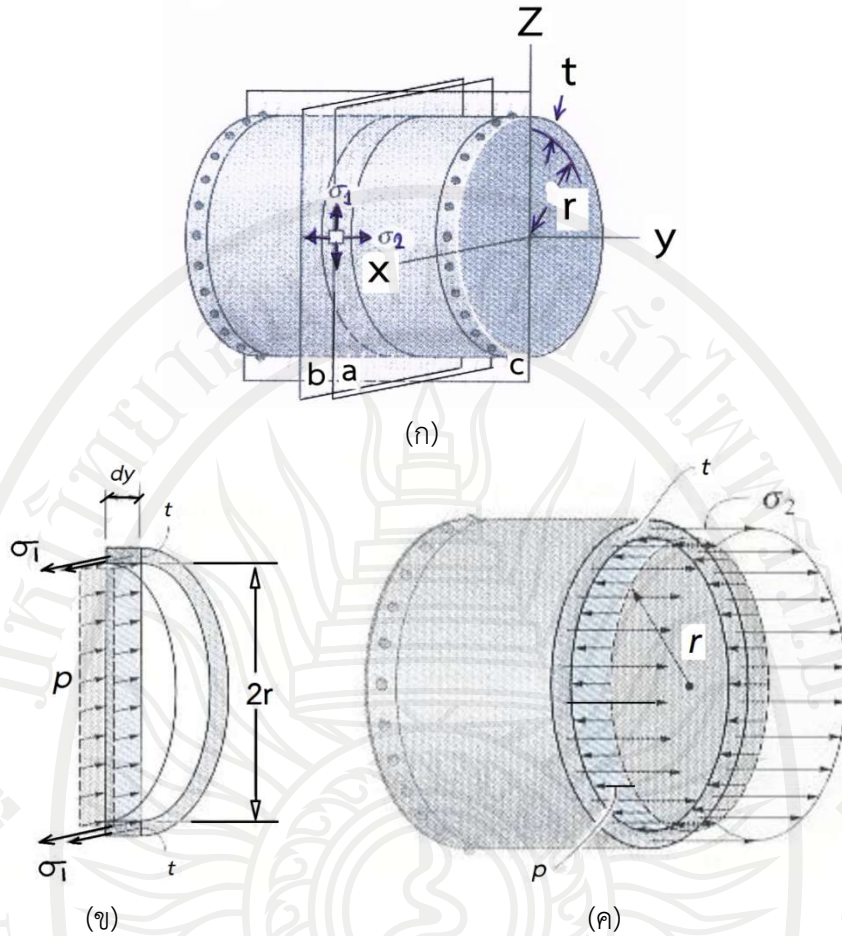
$$= \frac{PD}{2} \tag{2.45}$$

เมื่อ τ = ความเค้นแรงดึง

P = γh

D = เส้นผ่านศูนย์กลาง

r = รัศมีวงกลม



ภาพที่ 2.19 ทรงกระบอกผนังบาง
ที่มา (ดัดแปลงมาจาก Alexandrou N., 2001, p. 78)

ภาชนะอัดความดันรูปทรงกระบอกเมื่อได้รับความดัน ความดัน นี้จะทำให้เกิดความเค้นขึ้นในเนื้อวัสดุที่ใช้ทำภาชนะนั้น และเมื่อความเค้นที่เกิดขึ้นมีปริมาณมากจนวัสดุนั้นไม่สามารถที่จะรับได้จะทำให้ภาชนะนั้น เกิดการเสียหาย ซึ่งจะมีผลกระทบต่อสิ่งมีชีวิตได้ฉะนั้น ในการออกแบบใช้ภาชนะอัดความดันจึงเป็นสิ่งจำเป็นมาก ในการหาความเค้นนี้ สามารถหาได้โดยการพิจารณาสมดุลของแรง พิจารณาภาพที่ 2.19 (ก) เมื่อตัดหน้าตัด a และ b ออกมาพิจารณาในภาพที่ 2.19 (ข) จะพบว่า จะมีแรงกระทำในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวผนังในทิศทางแกน x แรงนี้จะกระจายทั่วทั้งบริเวณรูปทรงกระบอกดังแสดงในภาพที่ 2.19 (ค) จากสมการการรวมแรงในแนวแกน x จะได้สมการ (เมื่อพิจารณาความหนาของถัง)

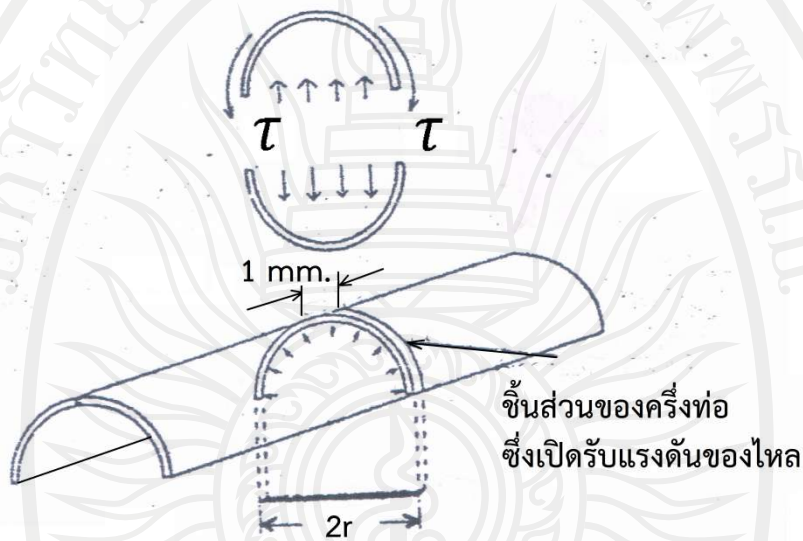
ผลรวมของแรงในแนวแกน x ต้องเท่ากับ 0

$$\sum F_x = 0 : \quad 2[F_s(tdy)] - P(2r dy) = pA$$

$$\begin{aligned} F_s &= \frac{Pr}{t} \\ &= \frac{PD}{2t} \end{aligned} \quad (2.46)$$

- เมื่อ F_s = ความเค้นแรงดึง
- P = γh
- D = เส้นผ่านศูนย์กลาง
- r = รัศมีวงกลม
- t = ความหนาของถัง

ตัวอย่างที่ 2.22 ท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 300 มิลลิเมตร รับน้ำโดยมีความดันสูงสุด 30 เมตรของน้ำ ถ้าเหล็กเหนียวซึ่งนำมาเป็นวัสดุท่อ สามารถรับ Safe stress ได้ 150 N/mm^2 ให้หาความหนาของท่อ



ที่มา (ดัดแปลงมาจาก Alexandrou N., 2001, p. 85)

วิธีทำ จากสมการ $P = \gamma h$

$$P = 1000 \times 9.81 \text{ N/m}^3 \times 30 \text{ m}$$

$$= 294,300 \text{ N/m}^2$$

$$= 0.2943 \text{ N/mm}^2$$

แรงระเบิดของท่อจะทำให้ท่อครึ่งบนแยกออกจากท่อครึ่งล่าง
พิจารณาความยาวท่อ 1 มม.

จากสมการ $T = Pr$

แรงดึงรอบท่อจะเท่ากับ Safe stress \times Area

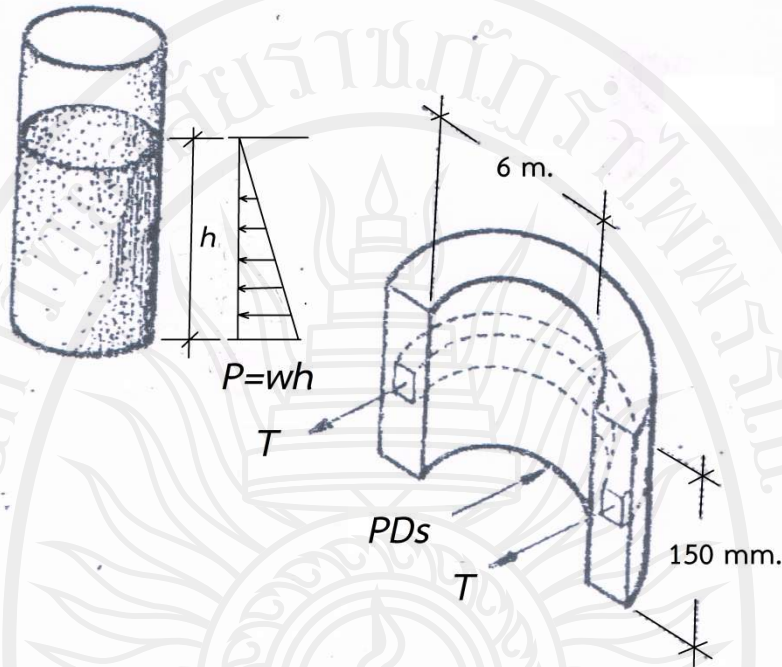
แทนค่า $T = 150 \text{ N/mm}^2 \times [\text{ความหนา } t \times \text{ความยาวที่นำมาวิเคราะห์}]$

$$0.2943 \text{ N/mm}^2 \times 150 \text{ mm} = 150 \text{ N/mm}^2 \times t$$

$$t = 0.294 \text{ mm. (ความหนาน้อยที่สุด) \quad \text{Ans}}$$

ความหนาต่ำสุดของท่อ 0.2943 มม. เราต้องใช้ท่อที่แข็งแรงกว่าและหนากว่า ผนังท่อจะต้องรับแรงเพิ่มขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนย้ายและการวางท่อ

ตัวอย่างที่ 2.23 จากภาพถังน้ำคอนกรีตรูปทรงกระบอกมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 6.00 เมตร หนา 300 มิลลิเมตร เหล็กมัดรอบท่อเป็นระยะๆ ห่างกัน 150 มิลลิเมตร ทางแนวตั้ง โดยมีเหล็กมัดเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 20 มม. × 20 มม. กำหนดเหล็กรับแรงดึงได้สูงสุด 110 MPa จงคำนวณหาความลึกของน้ำในถังมากที่สุด โดยคอนกรีตไม่สามารถรับแรงดึงได้เลย



ที่มา (ดัดแปลงมาจาก Alexandrou N., 2001, p. 89)

วิธีทำ

จากสมการ	T	$=$	$A_s \cdot f_s$
แทนค่า		$=$	$(20 \text{ mm.} \times 20 \text{ mm.}) (110 \times 10^6) \text{ N/m}^2 \times 1000^{-1}$
		$=$	$44,000 \text{ N}$
จากสมการ	$2T$	$=$	$P \cdot D \cdot s$
	$2 \times 44,000 \text{ N}$	$=$	$P \cdot 6 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}$
	P	$=$	$9,777.777 \text{ N/m}^2$
จากสมการ	P	$=$	γh
	$9,777.777 \text{ N/m}^2$	$=$	$9.81 \times 1000 \text{ N/m}^3 \times h$
	h	$=$	9.967 m ประมาณ 10 เมตร

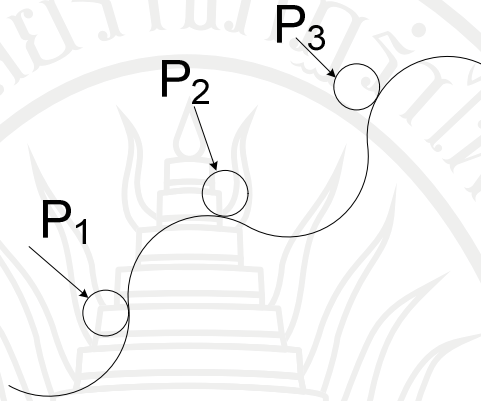
นั่นคือ ความสูงของน้ำในถังสูงสุดประมาณ 10 เมตร

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

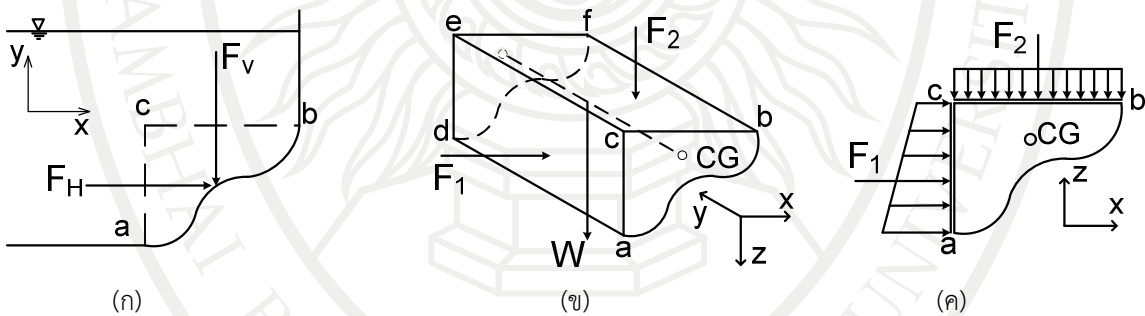
2.8 แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง

แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง (Pressure force on a curved surface) เนื่องจากจากความดันจะมีทิศตั้งฉากกับพื้นที่เสมอ ซึ่งในกรณีที่พื้นที่รับแรงมีพื้นผิวโค้ง ทำให้ทิศทางของความดันจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องไปตามพื้นผิวที่โค้งไปมา ดังแสดงในภาพที่ 2.20 ด้วยเหตุผลนี้จึงทำให้การวิเคราะห์ค่าของแรงดันโดยตรงนั้นจึงทำได้ยาก



ภาพที่ 2.20 ลักษณะทิศทางของความดันที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวโค้ง

หลักในการวิเคราะห์แรงดันที่กระทำกับพื้นที่ผิวโค้งนั้น สามารถทำให้ง่ายขึ้นได้ โดยพิจารณาแรงที่กระทำกับก้อนของไหลที่โอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้งนั้น และจะต้องแยกพิจารณาเป็น แรงในแนวราบ (F_H) กับแรงในแนวตั้ง (F_V) ดังตัวอย่างในภาพที่ 2.20



ภาพที่ 2.21 แรงที่กระทำกับก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้งเอปี้

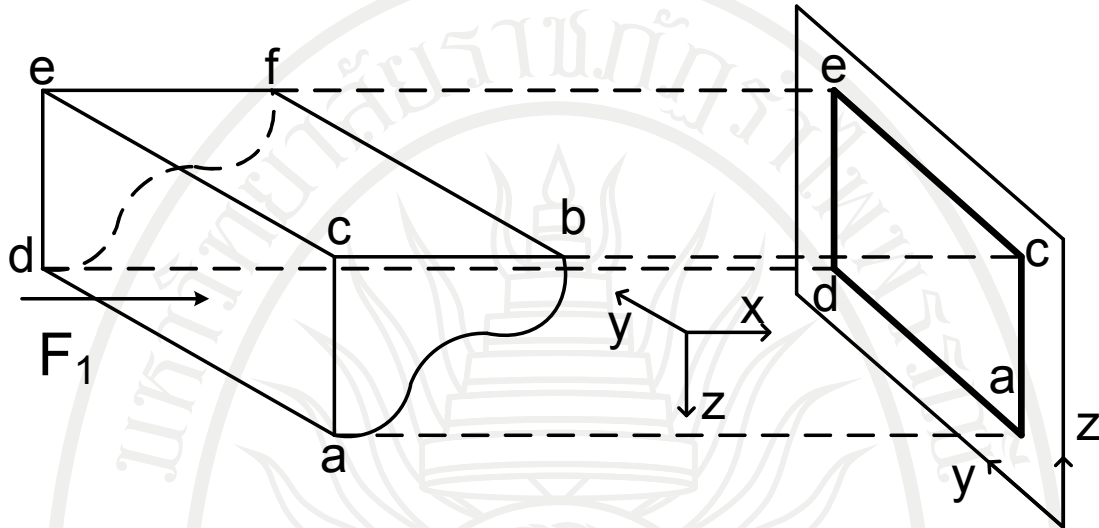
จากภาพที่ 2.21 (ก) ก้อนของไหล abc ถูกโอบล้อมไปด้วยส่วนโค้ง abfd ดังภาพที่ 2.21 (ข) เนื่องจากก้อนของไหลจมอยู่ในของไหล ดังนั้นจะเกิดแรง F_1 กระทำบนระนาบ aced แรง F_2 กระทำบนระนาบ bcef และแรงดึงดูดของโลกกระทำที่จุดศูนย์กลางของก้อนของไหล ดังภาพที่ 2.21 (ค) ซึ่งหากพิจารณาความสมดุลของก้อนของไหลจะได้ว่า

ผลรวมของแรงในแนวราบต้องเท่ากับ 0

$$\sum F_x = 0$$

$$F_x = F_1$$

เมื่อ F_x คือแรงที่พื้นผิวโค้งกระทำกับก้อนของไหลในแนวราบ และ F_1 คือแรงดันที่กระทำบนพื้นที่ผิวเรียบด้าน $acde$ ดังนั้นแรงที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้งนั้นคือแรงปฏิกิริยาของแรง F_x ซึ่งหมายความว่า แรงดันในแนวราบ (F_H) ที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้งก็คือ แรงดันบนพื้นที่ผิวเรียบของภาพฉายบนระนาบ yz (F_1) หรือพื้นที่ด้าน $acde$ ในภาพที่ 2.21 (ข) และ ภาพที่ 2.22



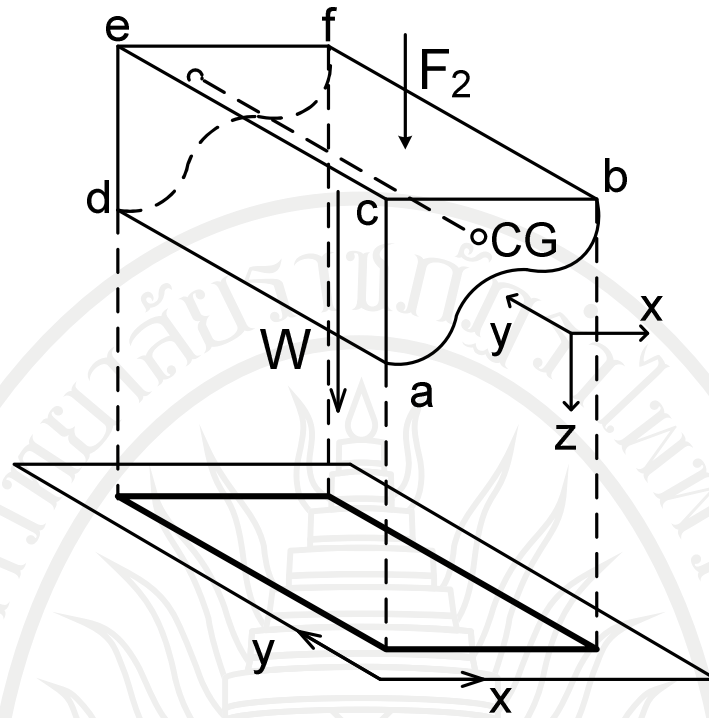
ภาพที่ 2.22 ระนาบรับแรงในแนวราบของก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง

ในทำนองเดียวกัน ผลรวมของแรงในแนวตั้งต้องเท่ากับ 0

$$\sum F_y = 0$$

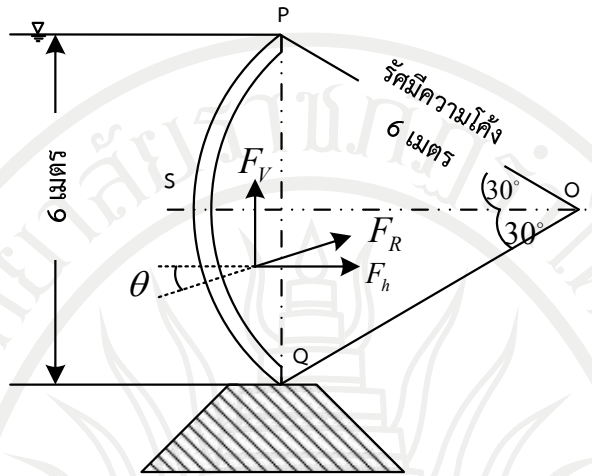
$$F_y = F_2 + W$$

เมื่อ F_y คือแรงที่พื้นผิวโค้งกระทำกับก้อนของไหลในแนวตั้ง W น้ำหนักของก้อนของไหลที่ถูกปิดล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง และ F_2 คือแรงดันที่กระทำบนพื้นที่ผิวเรียบด้าน $bcef$ ดังนั้นแรงที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้งนั้นคือแรงปฏิกิริยาของแรง F_y ซึ่งหมายความว่า แรงดันในแนวตั้ง (F_V) ที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้งคือผลรวมของแรงดันบนพื้นที่ผิวเรียบของภาพฉายบนระนาบ xy (F_2) หรือพื้นที่ด้าน $bcef$ กับน้ำหนักของก้อนของไหลที่ถูกปิดล้อมด้วยพื้นผิวโค้งดังภาพที่ 2.21 (ค) และ ภาพที่ 2.23



ภาพที่ 2.23 ระนาบรับแรงในแนวตั้งของก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง

ตัวอย่างที่ 2.24 ประตูน้ำแบบชักขึ้นลงได้ (Sluice gate) มีรูปร่างเป็นส่วนโค้งของวงกลมรัศมี 6 เมตร ตามภาพ ให้คำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู และหาตำแหน่งของแรงลัพธ์อ้างอิงกับจุด O



วิธีทำ จากภาพ ระดับความลึกของน้ำได้จาก $h = 2 \times (6 \cdot \sin 30^\circ) = 6$ เมตร
แรงประกอบที่กระทำกับประตูน้ำในระดับ F_h ต่อหน่วยความยาวหาได้จาก

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ } F_h &= \gamma \cdot h \cdot h_{cg} \\ \text{แทนค่า} &= (9.81 \text{ kN/m}^3) \times 6 \text{ m} \times \frac{6}{2} \\ &= 176.58 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

แรงประกอบที่กระทำกับประตูน้ำในระดับ F_v ต่อหน่วยความยาวหาได้จาก

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ } F_v &= \text{น้ำหนักของน้ำที่ถูกแทนที่ด้วยเสี้ยวของวงกลม PSQ} \\ &= (\text{ส่วนของวงกลม OPSQ} - \Delta\text{PSQ}) \times \gamma \\ &= [(60/360)\pi \cdot 6^2 - 60 \times \sin 30^\circ \times 60 \times \cos 30^\circ] \times 9.81 \\ &= 32 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

แรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_h^2 + F_v^2} \\ \text{แทนค่า} &= \sqrt{(176.58)^2 + (32)^2} \\ &= 179.46 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

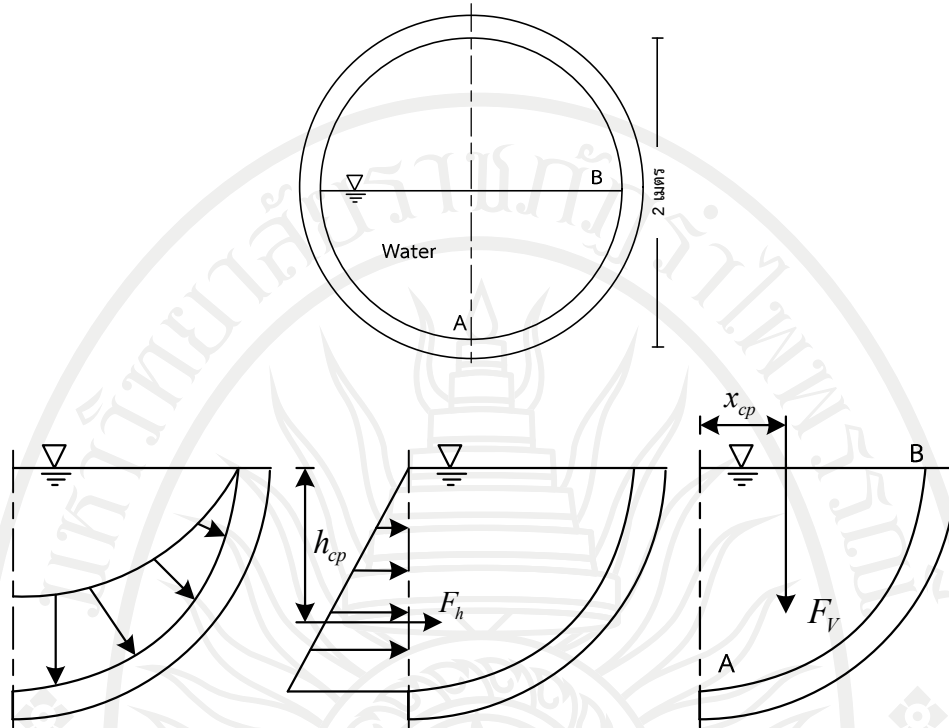
Ans

จากภาพแรงลัพธ์ทำมุม θ กับแนวระดับ

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{F_v}{F_h} \\ &= \frac{32}{176.58} \\ \theta &= 10.27^\circ \text{ กับแนวระดับ} \end{aligned}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 2.25 ท่อคอนกรีตสำหรับส่งน้ำประปา ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 เมตร มีน้ำอยู่ภายในท่อตามภาพ ให้คำนวณหาขนาดของแรงและตำแหน่งที่แรงกระทำกับส่วนโค้ง AB ยาว 2.5 เมตร



วิธีทำ

- กำหนดให้
- F_h = แรงกระทำในแนวระดับ
 - F_v = แรงกระทำในแนวตั้ง
 - h_{cg} = ระยะจากผิวของน้ำมายังจุดศูนย์กลางของภาพฉายในแนวตั้งของผนังที่สัมผัสกับน้ำ
 - h_{cp} = ตำแหน่งที่แรงในแนวระดับกระทำกับผนัง
 - x_{cp} = ตำแหน่งที่แรงในแนวตั้งกระทำกับผนัง

หาแรงในแนวระดับ $F_h = \gamma \cdot A \cdot h_{cg}$

แทนค่า $= (9.81 \text{ kN/m}^3) \times (1 \times 2.5 \text{ m}^2) \times \frac{1}{2} \text{ m}$
 $= 12.26 \text{ kN/m}$ Ans

จากสมการ $h_{cp} = h_{cg} + \frac{I_{cg}}{h_{cg} A}$

แทนค่า $= (0.5 \text{ m}) + \frac{(2.5 \times 1^3 / 12) \text{ m}^4}{0.5 \text{ m} \times (2.5 \times 1) \text{ m}^2}$
 $= 0.6664 \text{ m}$ Ans

หาแรงกระทำในแนวตั้งจะเกิดจากน้ำหนักของน้ำที่กระทำกับผนังหาได้จาก

$$F_v = \gamma \cdot \nabla$$

แทนค่า
$$= \gamma \times \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) \times b$$

แทนค่า
$$= (9.81 \text{ kN/m}^3) \times \left(\frac{\pi (2.0)^2}{4} \right) \times 2.5 \text{ m}$$

$$= 77.078 \text{ kN}$$

Ans

หาตำแหน่งที่แรงกระทำในแนวตั้ง

จากสมการ
$$x_{cp} = \frac{4R}{3\pi}$$

แทนค่า
$$= \frac{(4 \times 1)}{3\pi} \text{ m}$$

$$= 0.424 \text{ m}$$

Ans

2.9 สรุป

การศึกษาเกี่ยวกับความดันในของไหลที่อยู่นิ่ง การวัดความดันที่นิยมใช้กัน 2 มาตรฐาน คือ ความดันสมบูรณ์และความดันเกจ ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการที่ 2.20 และมีหน่วยหน่วยของระบบหน่วยสากล คือปาสคาล (นิวตัน/ตารางเมตร) กับระบบหน่วยอังกฤษ คือปอนด์/ตารางนิ้ว

อุปกรณ์วัดความดันที่นิยมใช้มีดังนี้

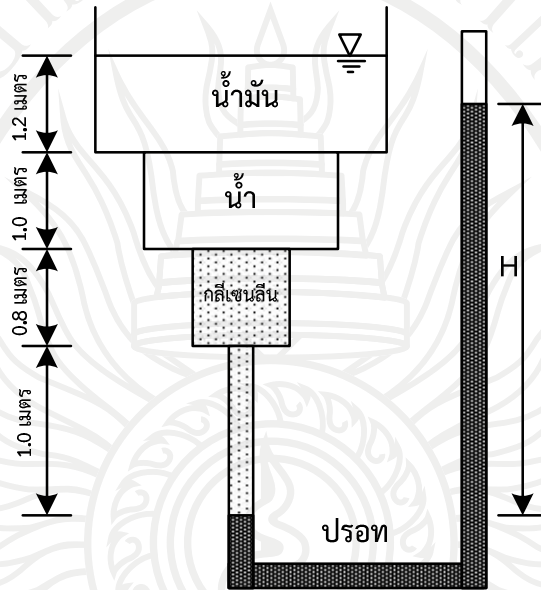
1. บารอมิเตอร์
2. มาโนมิเตอร์
3. มาตรวัดบูตอง

เมื่อความดันที่มีพื้นที่ร่องรองรับจะแรงกระจายตัวทั่วพื้นที่ทำให้เกิดแรงดันที่กระทำตั้งฉากกับพื้นที่รับแรงเสมอ ซึ่งแรงดันที่เกิดขึ้นจะเกิดขึ้นในแนวระดับทั้งแนวระดับสามารถวิเคราะห์หาค่าแรงดันในแนวระดับได้จากสมการ 2.30 และแรงดันในแนวระนาบแนวตั้งการกระจายแรงเป็นรูปสามเหลี่ยมสามารถวิเคราะห์หาค่าแรงดันในแนวระนาบแนวตั้งได้จากสมการ 2.35 อีกทั้งแรงดันในกรณีพื้นผิวโค้งซึ่งในการวิเคราะห์หาค่าแรงดันจากหลักการของเวกเตอร์เพื่อหาทิศทางของแรงที่กระทำต่อพื้นผิวโค้งโดยพิจารณาแรงดันแนวระดับและระนาบแนวตั้งจากสมการที่ 2.30 และ 2.35

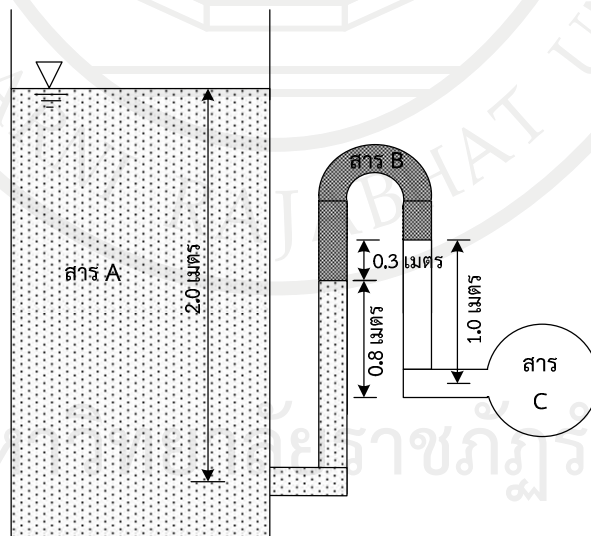
แบบฝึกหัดบทที่ 2

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. อ่านค่าความดันจากเกจที่ระดับความสูง 8 เมตร และ 4 เมตร จากกันถึงที่บรรจุของไหลได้ 65 kPa และ 85 kPa ตามลำดับให้คำนวณหาน้ำหนักจำเพาะและความหนาแน่นของของไหลนี้
2. ถังบรรจุภาพทรงกระบอกต่อกัน 3 ชั้นมีขนาดตามกำหนดดังภาพ ชั้นบนเป็นน้ำมันมี ถพ. 0.80 ชั้นที่เป็นน้ำ และชั้นล่างสุดเป็นกรีเซอลินมี ถพ. 1.05 ปลายด้านล่างต่อเข้ากับमानอมิเตอร์ จงคำนวณหา ระยะ H



3. จากภาพใช้मानอมิเตอร์วัดความดันของของเหลวสาร A ในถังบรรจุของไหลที่ระดับความลึก 2 เมตร จากผิวของเหลว กำหนดให้ของเหลวสาร A และ B มีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.2 และ 0.8 ตามลำดับ จงคำนวณหาความดันเกจของเหลวสาร C

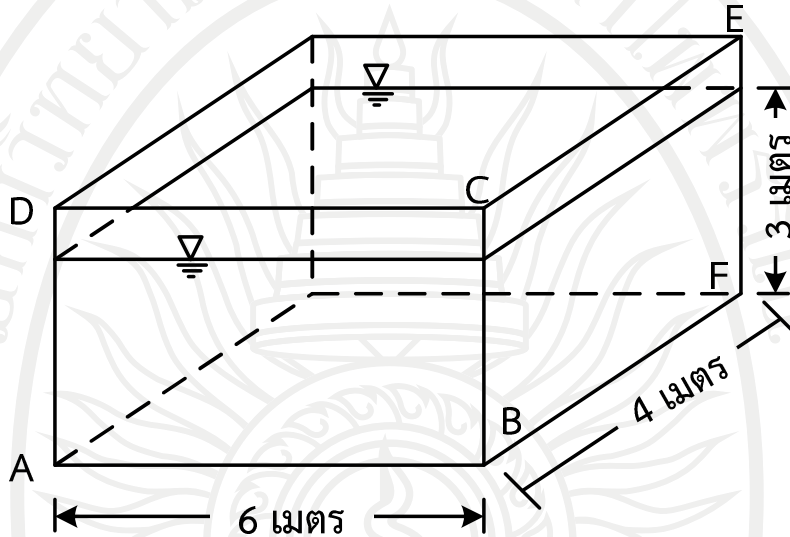


ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

4. จากภาพमानอิมิตอร์แบบหลอดเอียง 30° กับแนวระดับ จงคำนวณหาระยะความสูงของผิวปรอทในหลอดด้านซ้ายว่าเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด ถ้าความดันในท่อ A เพิ่มขึ้น 80 kPa ซึ่งขณะนั้นในท่อ B มีความดันเท่าเดิม

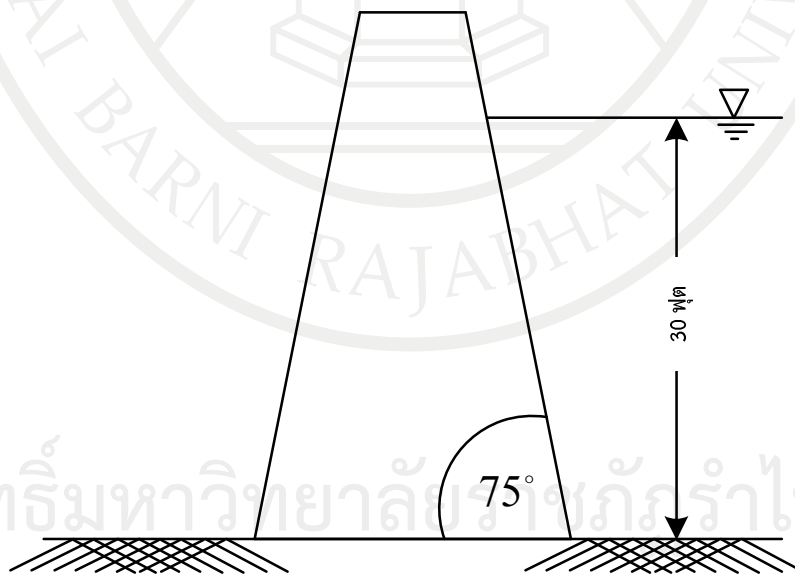
5. ถังบรรจุน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดตามภาพ ให้คำนวณ

- แรงลัพธ์ที่กระทำกับก้นถัง
- แรงลัพธ์ที่กระทำกับผนังด้าน ABCD
- ตำแหน่งที่แรงลัพธ์ที่กระทำกับผนังด้าน ABCD



6. เขื่อนแห่งหนึ่งยาว 80 ฟุต สันเขื่อนทำมุม 75° กับแนวตั้ง บรรจุน้ำสูง 30 ฟุต ดังแสดงในภาพให้คำนวณหา

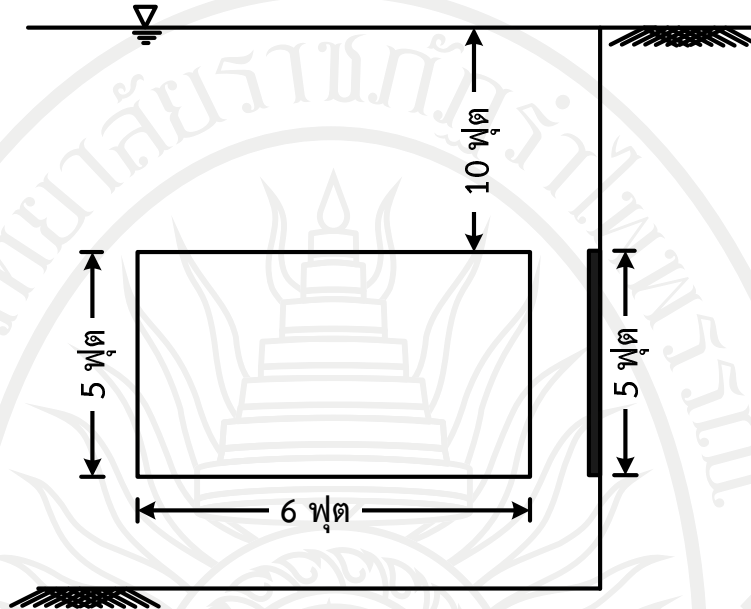
- ขนาดแรงลัพธ์ที่กระทำกับผนังเขื่อน
- ตำแหน่งที่แรงลัพธ์ที่กระทำกับผนังเขื่อน



7. ประตุน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจมอยู่ใต้น้ำตามภาพ ให้คำนวณหาแรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู และ ตำแหน่งที่แรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู

ก. โมเมนต์ของความเฉื่อย

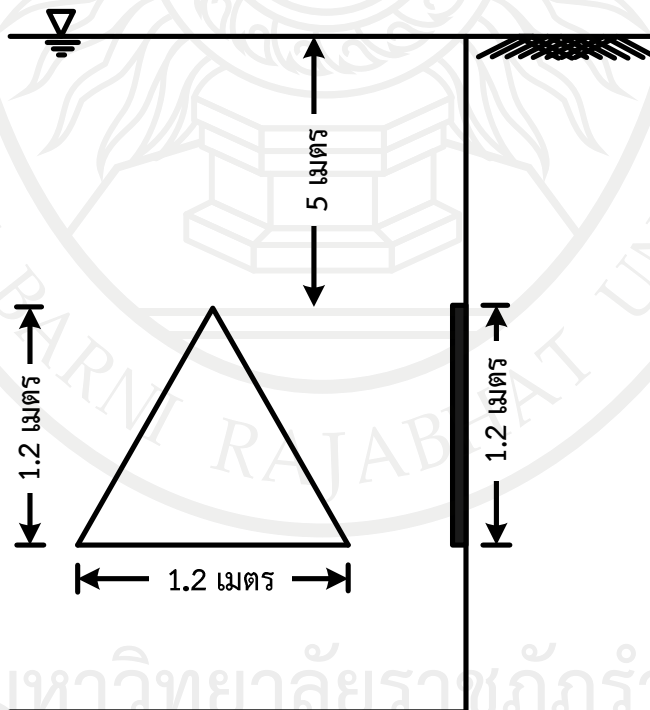
ข. อินทิเกรท



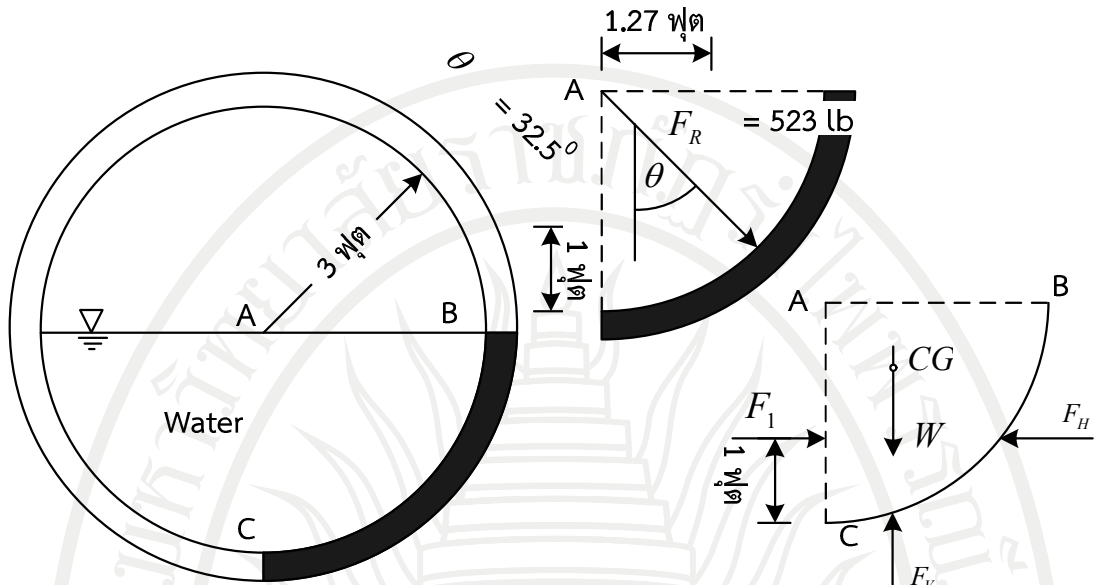
8. ประตุน้ำรูปสามเหลี่ยมจมอยู่ใต้น้ำลึกจากผิวน้ำ 5 เมตร ตามภาพ ให้คำนวณหา

ก. ขนาดแรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู

ข. ตำแหน่งที่แรงลัพธ์ที่กระทำกับประตู



9. ท่อระบายน้ำขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 ฟุต มีน้ำขังอยู่ในท่อระดับ 3 ฟุต ตามภาพ คำนวณหาแรงลัพธ์ที่กระทำกับผิวโค้ง EF ตามความยาวท่อ 1 ฟุต



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

เอกสารอ้างอิง

- คมสัน วงศ์วีรจันทร์. (2548). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ : โอ.เอส.พรีนติ้ง เฮ้าส์ เดียนสโตร์.
- ธัญดร ออภาะลา. (2553). เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- มนตรี พิรุณเกษตร. (2554). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ : วิทยพัฒน์ จำกัด.
- สกุล ห่อวโนทยาน. (2543). เอกสารประกอบการสอนวิชาชลศาสตร์ Hydraulics. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- Alexandrou N. (2001). Principles of Fluid Mechanics, Prentice-Hall. 1th ed. New York : McGraw-Hill Company.

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 3

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 3 แรงพุงและการลอยตัว

- 3.1 แรงลอยตัว
- 3.2 ไฮโดรมิเตอร์
- 3.3 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุในของเหลว
- 3.4 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว
- 3.5 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุลอยในของเหลว
- 3.6 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 3 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายแรงลอยตัว
2. อธิบายหลักการของไฮโดรมิเตอร์
3. อธิบายพฤติกรรมของเสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุในของเหลว
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์แรงลอยตัว
5. อธิบายวิธีการวิเคราะห์ความถ่วงจำเพาะ และความหนาแน่นจากไฮโดรมิเตอร์
6. อธิบายวิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุในของเหลว

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ซักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะที่เรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

บทที่ 3

แรงพยุงและการลอยตัว

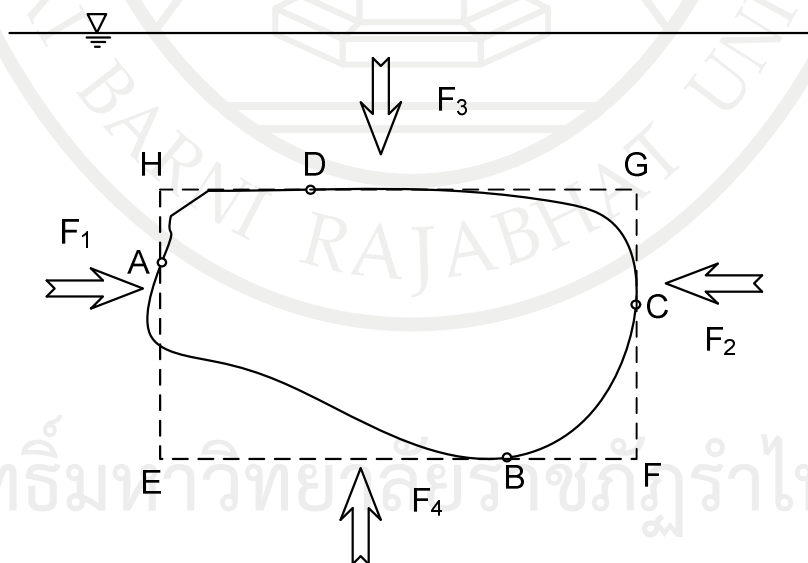
บทนี้จะกล่าวถึงการศึกษาหลักการเพื่อออกแบบสร้างอุปกรณ์ต่างๆ ที่ต้องการให้ลอยหรือจมอยู่ในของเหลวได้ เช่น การสร้างเรือดำน้ำ เรือ ทุ่นลอย เป็นต้น จึงต้องคำนึงถึงเสถียรภาพในการจมและการลอยตัว มิฉะนั้นวัตถุดังกล่าวอาจเกิดการพลิกคว่ำได้ ผู้ออกแบบต้องมีความเข้าใจหลักการพื้นฐานในเรื่องเกี่ยวกับแรงพยุงและการลอยตัวของวัตถุ จุดศูนย์กลางของแรงพยุง ตำแหน่งของเมตาเซนเตอร์ และความสูงของเมตาเซนเตอร์ เพื่อจะได้ใช้เป็นพื้นฐานในการออกแบบงานต่อไป

จากที่เคยกล่าวถึงวัตถุรูปทรงใดๆ ที่จมอยู่ใต้น้ำของเหลว จะมีความดันของของเหลวกระทำกับวัตถุนั้นๆ ในบทนี้จะไม่กล่าวถึงแรงในแนวระดับ แต่จะพิจารณาเฉพาะแรงสองแรงที่กระทำกับวัตถุในแนวตั้งแรงหนึ่งเป็นแรงที่กระทำกับผิวบนของวัตถุในทิศทางกดลง อีกแรงหนึ่งเป็นแรงที่กระทำกับผิวล่างของวัตถุในทิศทางดันขึ้น เนื่องจากว่าแรงที่กระทำกับผิวล่างจะมีค่ามากกว่าแรงที่กระทำกับผิวบนของวัตถุแรงลัพธ์จึงกระทำในทิศทางดันขึ้นด้านบน เรียกว่าแรงพยุง หรือแรงลอยตัว

3.1 แรงลอยตัว

แรงลอยตัว (Buoyancy force) โดยจะพิจารณาจากหลักการของอาคิเมดิส (Archimedes principle) เป็นหลักการเบื้องต้นของแรงพยุง และการลอยตัวได้มีการค้นพบโดยอาคิเมดิส ในปี ค.ศ.250 ค้นพบว่า "การที่วัตถุจะลอยหรือจมอยู่ในของเหลว จะถูกพยุง (ยกขึ้น) ด้วยแรงที่มีค่าเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ในปริมาตรที่เท่ากัน" ถ้าแรงพยุงมากกว่าน้ำหนักของวัตถุ วัตถุนั้นก็จะลอย แต่ถ้าแรงพยุงน้อยกว่าน้ำหนักของวัตถุ วัตถุนั้นก็จะจม

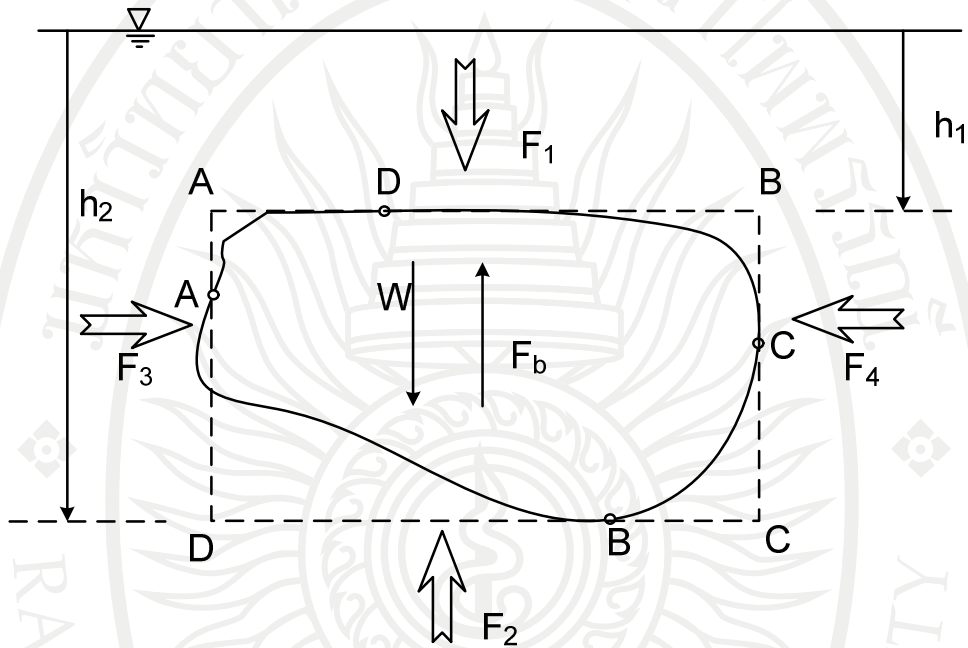
หากพิจารณาแรงดันที่เกิดขึ้นกับวัตถุเอปไซดี ABCD ที่จมอยู่ในของไหลดังแสดงในภาพที่ 3.1 ในกรณีที่ไม่มีการไหล หรือวัตถุไม่มีการเคลื่อนที่ ถ้ากำหนดให้แรงในแนวราบที่กระทำกับพื้นผิวด้าน DAB มีค่าเท่ากับ F_1 และแรงในแนวราบที่กระทำกับพื้นผิวด้าน DCB มีค่าเท่ากับ F_2 จะเห็นได้ว่า F_1 คือแรงดัน บนพื้นผิวเรียบ HE และ F_2 คือแรงดันบนพื้นผิวเรียบ FG ซึ่งมีค่าเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้าม จึงทำให้แรงทั้งสองหักล้างกันหมด



ภาพที่ 3.1 แรงดันของของไหลที่กระทำกับวัตถุใดๆ

เมื่อพิจารณาแรงในแนวตั้ง จากการที่ด้านล่าง ABC อยู่ลึกกว่าด้านบน CDA จึงทำให้ความดันบนพื้นผิวด้านล่าง ABC มีค่าสูงกว่าด้านบน CDA ดังนั้นแรงที่เกิดกับด้านล่าง ABC จะสูงกว่าด้านบน CDA เสมอ ผลจากความแตกต่างระหว่างแรงดันด้านล่างกับแรงดันด้านบนที่เกิดขึ้นกับวัตถุนี้ จะทำให้เกิดแรงลัพธ์ที่มีทิศทางขึ้นขึ้นด้านบนเสมอที่เรียกว่า “แรงลอยตัว” (F_B)

พิจารณาวัตถุไม่มีมวลก้อนหนึ่ง จมอยู่ในของไหล ดังภาพที่ 3.2 โดยที่ F_B คือแรงที่กดให้วัตถุจมในของไหล และ W คือน้ำหนักของของไหลที่อยู่ภายในกรอบ ABCD เมื่อกำหนดให้กรอบ ABCD คือกรอบสมมุติรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ล้อมรอบก้อนวัตถุ



ภาพที่ 3.2 แรงต่างๆ ที่กระทำกับวัตถุไม่มีมวลที่จมอยู่ในของไหล

จากที่กล่าวมาแล้วในข้างต้น แรงที่เกิดในแนวราบจะหักล้างกันหมด ในที่นี้จึงพิจารณาเฉพาะแรงในแนวตั้งเท่านั้นจากภาพที่ 3.2 จะเห็นได้ว่าพื้นที่ด้าน AB เท่ากับ DC กำหนดให้เท่ากับ A

$$\text{แรงที่เกิดบนพื้นผิวด้าน AB} \quad F_1 = \gamma h_1 A$$

$$\text{แรงที่เกิดบนพื้นผิวด้าน DC} \quad F_2 = \gamma h_2 A$$

เมื่อวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุลจะได้ว่า

$$\begin{aligned} F_b &= F_2 - F_1 - W \\ &= \gamma h_2 A - \gamma h_1 A - W \\ &= \gamma A(h_2 - h_1) - W \end{aligned} \quad (3.1)$$

จากภาพที่ 3.2 จะเห็นได้ว่า $(h_2 - h_1)A$ คือปริมาตรของกรอบ หรือกำหนดให้เท่ากับ ในกรณีนี้ ∇_{box}

$$\nabla_{box} = (h_2 - h_1)A \quad (3.2)$$

จาก W คือน้ำหนักของของไหลที่อยู่ภายในกรอบ

ถ้ากำหนดให้ V คือปริมาตรของวัตถุส่วนที่จม ดังนั้น

$$W = (\nabla_{box} - V) \gamma \quad (3.3)$$

นำสมการที่ 3.2 และ 3.3 ไปแทนใน 3.1 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} F_b &= \nabla_{box} \gamma - (\nabla_{box} - V) \gamma \\ \text{หรือ} \quad F_b &= V \gamma \\ &= W \end{aligned} \quad (3.4)$$

ซึ่งเมื่อพิจารณาจาก F_b คือแรงที่กดให้วัตถุจม ดังนั้นแรงปฏิกิริยาที่พยายามดันให้วัตถุลอยขึ้น ก็คือแรงที่มีขนาดเท่ากับ F_b แต่มีทิศทางตรงกันข้าม แรงปฏิกิริยาที่ว่านี้ก็คือ “แรงลอยตัว”

$$F_b = \nabla \gamma (\uparrow) \quad (3.5)$$

ดังนั้นจากที่กล่าวมาทั้งหมดจึงสามารถสรุปได้ว่า “แรงลอยตัว จะเกิดขึ้นเมื่อ มีส่วนใดส่วนหนึ่งของวัตถุจมอยู่ในของไหล ซึ่งแรงลอยตัวนี้จะมีทิศทางพุ่งขึ้นด้านบนเสมอ และจะมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่มีปริมาตรเท่ากับวัตถุส่วนที่จม”

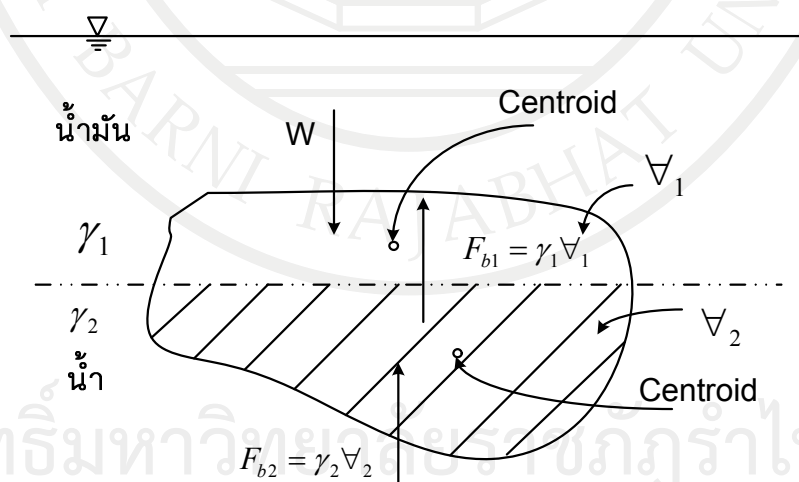
ถ้าแรงพยุง F_b เท่ากับ W ถ้าวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล

$F_b > W$: วัตถุจะลอยขึ้นเรื่อยๆจน F_b เท่ากับ W จึงหยุด

$F_b < W$: วัตถุจะจมดิ่งลงเรื่อยๆจนกว่าจะมีแรงมาช่วยให้เท่ากับ W

การที่วัตถุจะจมลงสู่ก้น ลอยขึ้นไปขึ้นอยู่กับ F_b (Hydrostatic uplift) น้อยกว่า มากกว่าหรือเท่ากับ น.น.ของวัตถุ นี่คือหลักการของเรือดำน้ำ ซึ่งจะทำให้ลอยหรือจมได้

ตำแหน่งของแรงลอยตัวกระทำที่ศูนย์กลางน้ำหนักของเหลวที่ถูกแทนที่ในกรณีที่วัตถุจมในของเหลว 2 ชนิด



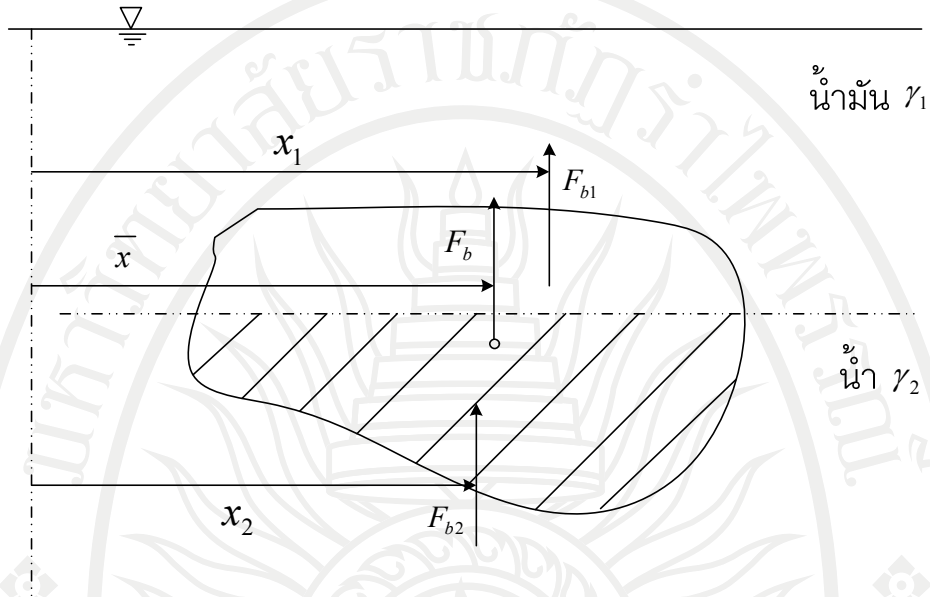
ภาพที่ 3.3 วัตถุที่จมอยู่ในของเหลว 2 ชนิด

ที่มา (สายสุนีย์ พุทธาคุณเจริญ, 2541, หน้า 59)

พิจารณาจากภาพที่ 3.3

$$F_b = F_{b1} + F_{b2}$$

$$F_b = \gamma_1 \nabla_1 + \gamma_2 \nabla_2 \quad (3.6)$$



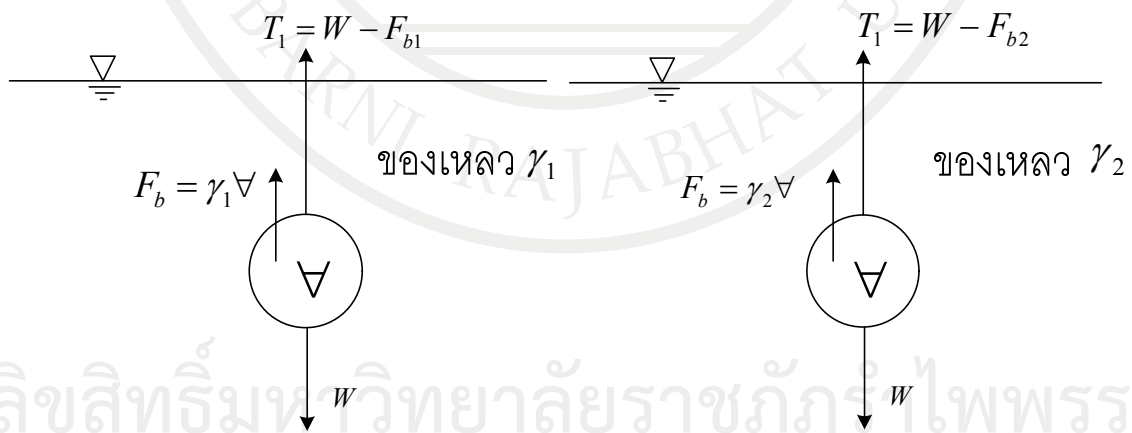
ภาพที่ 3.4 แสดงระยะจุดศูนย์กลางของวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว 2 ชนิด
ที่มา (สายสุณีย์ พุทธาคณเจริญ, 2541, หน้า 60)

พิจารณาจากภาพที่ 3.4 ตำแหน่งของ

$$F_b = \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{F_{b1}(x_1) + F_{b2}(x_2)}{F_{b1} + F_{b2}} \quad (3.7)$$

จากหลักเกณฑ์เรื่องแรงลอยตัวทำให้สามารถหาปริมาตร และน้ำหนักของวัตถุที่จมน้ำ



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ภาพที่ 3.5 แสดงหลักเกณฑ์เรื่องแรงลอยตัวของวัตถุในของของเหลว

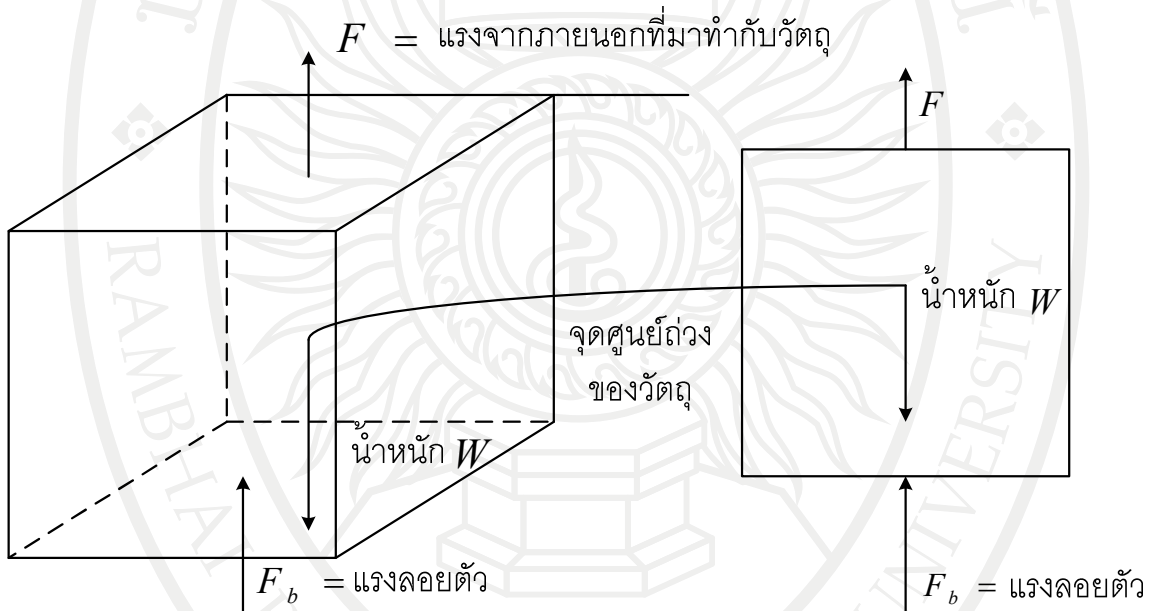
พิจารณาจากภาพที่ 3.5 ค่า T_1 และ T_2 สามารถวัดค่าได้ จะได้สมการดังนี้

$$W = \frac{T_1(\gamma_1) + T_2(\gamma_2)}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (3.8)$$

$$\forall = \frac{T_1 + T_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (3.9)$$

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการพยุง และการลอยตัวจะทำได้โดยการประยุกต์ หลักการเบื้องต้นของ สถิติศาสตร์ โดยมีวิธีการดังนี้

1. วิเคราะห์ปัญหาว่าจะต้องการคำตอบอะไร เช่น แรง น้ำหนัก น้ำหนักจำเพาะ หรือปริมาตร
2. เขียนภาพแผนผังวัตถุอิสระของเป้าหมายลงในของเหลว แสดงแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ ในแนวตั้ง โดยที่รวมน้ำหนักของวัตถุ แรงลอยตัว และแรงจากภายนอกทั้งหมดเข้าไปด้วยดังภาพที่ 3.6 ในกรณีที่ไม่ทราบทิศทางของแรงให้สมมุติในทิศทางที่น่าจะเป็นไปได้มากที่สุด และแสดงไว้ในภาพ แผนผังวัตถุอิสระด้วย



ภาพที่ 3.6 การเขียนแผนผังวัตถุอิสระของวัตถุ

3. เขียนสมการสมดุลขณะที่วัตถุอยู่นิ่งในแนวตั้ง $\sum F_v = 0$ โดยให้ทิศทางขึ้นเป็นบวก (+)
4. เริ่มแก้ปัญหาเพื่อหาตัวที่ไม่ทราบค่า เช่น แรง น้ำหนัก หรือน้ำหนักจำเพาะ โดยอาศัย หลักการที่กล่าวมาแล้ว

4.1 แรงลอยตัวจะคำนวณจากสมการ $F_b = \gamma V$

4.2 น้ำหนักของวัตถุจะหาจากปริมาตรคูณกับน้ำหนักจำเพาะ $W = \gamma V$

4.3 ถ้าน้ำหนักจำเพาะโดยเฉลี่ยแล้วน้อยกว่าของของไหล วัตถุนั้นมีแนวโน้มว่าจะลอยเพราะว่า $W < F_b$ แต่ถ้ามากกว่าวัตถุนั้นมีแนวโน้มว่าจะจม เพราะว่ามี $W > F_b$

ตัวอย่างที่ 3.1 ก้อนหินก้อนหนึ่งเมื่อชั่งในอากาศ 105 lbs เมื่อจมนลงในน้ำชั่งน้ำหนักได้ 67 lbs ให้คำนวณหาปริมาตร และความถ่วงจำเพาะของหินก้อนนี้

วิธีทำ จากสมการแรงพยุง

$$F_B = F_U - F_D$$

$$= 105 - 67$$

$$= 38 \text{ lb}$$

$$F_B = W \quad \text{จากหลักของอาคิเมดิส แรงลอยตัวเท่ากับน้ำหนักของน้ำที่แทนที่}$$

$$\therefore W = \gamma V$$

$$V = \frac{W}{\gamma}$$

$$= \frac{38}{62.4} \frac{\text{lb}}{\text{lb/ft}^3}$$

$$= 0.609 \text{ ft}^3$$

ปริมาตรของหิน ปริมาตรของน้ำที่ถูกแทนที่ = 0.609 ft³

Ans

$$\text{ความถ่วงจำเพาะ} = \frac{W_s}{W_w}$$

เมื่อ

$$W_s = \text{น้ำหนักของหินที่ชั่งในอากาศ}$$

$$= 105 \text{ lb}$$

$$W_w = \text{น้ำหนักของหินที่ชั่งในน้ำ}$$

$$= \gamma V$$

$$= (62.4 \text{ lb/ft}^3)(0.609 \text{ ft}^3)$$

$$= 38.006 \text{ lb}$$

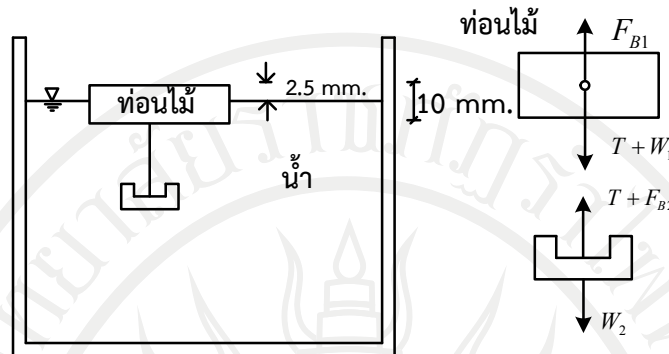
$$\therefore \text{ความถ่วงจำเพาะ} = \frac{105}{38.006} \frac{\text{lb}}{\text{lb}}$$

$$= 2.76$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 3.2 ท่อนโลหะรูปตัวยูผูกยึดไว้กับท่อนไม้ขนาด 50 × 50 × 10 มิลลิเมตร ถ.พ. 0.3 ด้วยลวด ทำให้ท่อนไม้จมลงไปใต้น้ำตามภาพ ถ้าปริมาตรของโลหะมีค่าเท่ากับ 6,600 ลูกบาศก์มิลลิเมตร คำนวณหามวลของท่อนโลหะนี้และแรงดึงในเส้นลวด



วิธีทำ พิจารณาท่อนไม้ จากสมการ $\sum F_v = 0$

$$F_{B1} = T + W_1$$

F_{B1} = แรงพยุงที่กระทำกับท่อนไม้

$$= \gamma V$$

$$= (9.81 \text{ kg/m}^3)(0.05 \times 0.05 \times 0.0075) \text{ m}^3$$

$$= 0.1839 \text{ N}$$

W_1 = น้ำหนักท่อนไม้

$$= \gamma_s V_s$$

$$= 0.3 \times (9.81 \text{ kg/m}^3)(0.05 \times 0.05 \times 0.01) \text{ m}^3$$

$$= 0.0735 \text{ N}$$

แรงดึงในเส้นลวด $T = (0.1839 \text{ N} - 0.0735 \text{ N})$

$$= 0.1104 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

พิจารณาท่อนโลหะ จากสมการ $\sum F_v = 0$

$$T + F_{B2} = W_2$$

F_{B2} = แรงพยุงที่กระทำกับท่อนโลหะ

$$= \gamma V$$

$$= (9.84 \text{ kg/m}^3)(6,600 \times 10^{-9}) \text{ m}^3$$

$$= 0.0647 \text{ N}$$

W_2 = น้ำหนักท่อนโลหะ

$$= (0.1104 \text{ N} + 0.0647 \text{ N})$$

$$= 0.175 \text{ N}$$

จากสมการ

$$W = mg$$

$$m = \frac{W}{g}$$

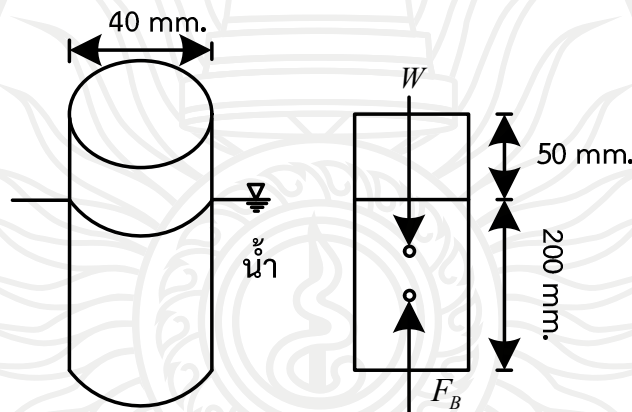
$$\therefore \text{มวลของท่อนโลหะ} = \frac{W_s}{W_w}$$

$$\therefore \text{มวลของท่อนโลหะ} = \frac{105 \text{ N}}{9.81 \text{ kg/m}^3}$$

$$= 0.0175 \text{ kg}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 3.3 แท่งทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 มิลลิเมตร ยาว 250 มิลลิเมตร ลอยอยู่ในน้ำในแนวตั้งตามภาพ ให้คำนวณหาความหนาแน่นของแท่งทรงกระบอกนี้



วิธีทำ จากภาพ การที่วัตถุไม่จมน้ำแสดงว่า แรงพยุงเท่ากับแรงที่เกิดจากน้ำหนักของวัตถุนั้น

\therefore จะได้ว่า

$$W = F_B$$

$$(\gamma \nabla)_{\text{ทรงกระบอก}} = (\gamma \nabla)_{\text{ส่วนที่จมน้ำ}}$$

$$(\rho g \nabla)_{\text{ทรงกระบอก}} = (\rho g \nabla)_{\text{ส่วนที่จมน้ำ}}$$

$$\rho \times \frac{\pi D^2}{4} \times L = \rho_w \times \frac{\pi D^2}{4} \times L$$

$$\rho = \frac{\rho_w l}{L}$$

$$= \frac{(1,000 \text{ kg/m}^3)(0.2 \text{ m})}{0.25 \text{ m}}$$

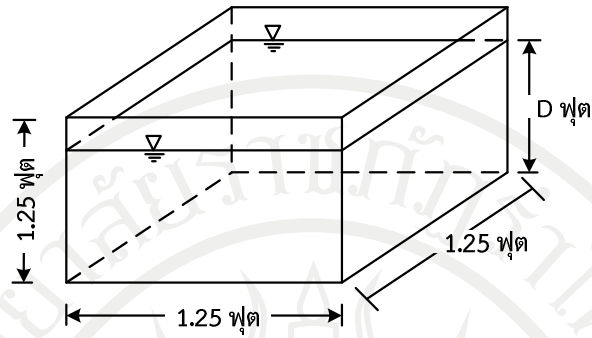
\therefore ความหนาแน่นของแท่งทรงกระบอก

$$= 800 \text{ kg/m}^3$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 3.4 ท่อนไม้รูปปริมาตรยาวด้านละ 1.25 ฟุต ลอยในน้ำตามภาพ มีความถ่วงจำเพาะ 0.60 ให้คำนวณหาความลึกที่ท่อนไม้จมน้ำลงในน้ำ



วิธีทำ จากสมการ

$$F_B = W$$

$$W_s = \gamma_s \cdot \nabla_{sub}$$

$$= 0.6 \times 62.4 \text{ lb/ft}^3 \times 1.25^3 \text{ ft}^3$$

$$= 73.1 \text{ lb}$$

$$F_B = \gamma_d \nabla_d$$

$$\therefore 73.1 \text{ lb} = 62.4 \text{ lb/ft}^3 \times 1.25^2 h \text{ ft}^2$$

$$= \frac{73.1}{97.5} \text{ lb}$$

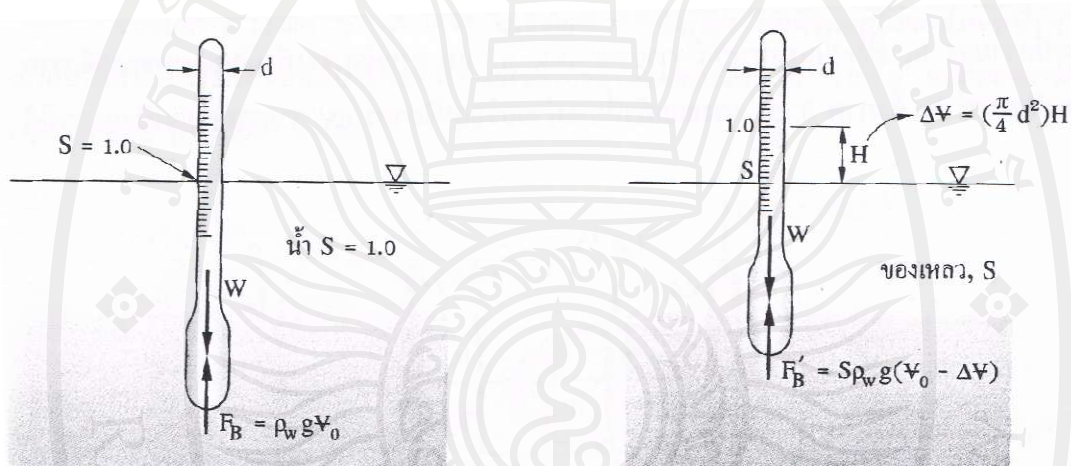
$$h = 0.75 \text{ ft}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

3.2 ไฮโดรมิเตอร์

ไฮโดรมิเตอร์ (Hydrometer) คือ เครื่องมือสำหรับวัดคุณสมบัติของของเหลว ซึ่งสามารถวัดความถ่วงจำเพาะ หรือความหนาแน่น โดยอาศัยหลักการของแรงลอยตัวภายใต้สภาวะสมดุล การที่จะใช้วัดค่าใดนั้นขึ้นอยู่กับสเกลของไฮโดรมิเตอร์ว่าออกแบบมาสำหรับวัดค่าใด ลักษณะของเครื่องมือจะออกแบบมาเป็นกระเปาะแก้วทรงกระบอกกลม ด้านล่างจะมีขนาดโตกว่าด้านบนและจะถ่วงน้ำหนักไว้เพื่อที่จะสามารถลอยตัวในของเหลวได้ในแนวตั้ง ที่ทรงกระบอกด้านบนจะมีสเกลบอกค่าคุณสมบัติของเหลวไว้ ถ้าใช้วัดความถ่วงจำเพาะก็จะเป็นสเกลของความถ่วงจำเพาะ วิธีการวัดจะนำไฮโดรมิเตอร์จุ่มลงไปใ้ในของเหลวที่ต้องการวัด ไฮโดรมิเตอร์จะจมลงไปใ้ในของเหลว ซึ่งจะจมมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับน้ำหนักจำเพาะหรือความจำเพาะของของเหลวนั้น การกำหนดสเกลวัดค่าความถ่วงจำเพาะของของเหลว (ที่มี $SG=S$) จะเปรียบเทียบกับค่าความถ่วงจำเพาะของน้ำ (ที่มี $SG=1.0$)



(ก) วัดความถ่วงจำเพาะของน้ำ (ที่มี $S=1.0$)

(ข) วัดความถ่วงจำเพาะของของเหลว (ที่มีค่าความถ่วงจำเพาะ S)

ภาพที่ 3.7 ไฮโดรมิเตอร์

ทีมา (มนตรี พิรุณเกษตร, 2554, หน้า 82)

จากภาพที่ 3.7 ภาพ (ก) ใช้วัดความถ่วงจำเพาะของน้ำ อ่านค่าได้เท่ากับ 1

ภาพ (ข) ใช้วัดความถ่วงจำเพาะของของเหลวชนิดหนึ่ง อ่านค่าได้เท่ากับ > 1

พิจารณาจากภาพที่ 3.7 (ก) นำไฮโดรมิเตอร์ไปวัดเทียบกับน้ำโดยนำไปลอยในน้ำ ภายใต้สภาวะสมดุลระหว่างแรงลอยตัวและน้ำหนักของไฮโดรมิเตอร์ ขีดสเกลบนแท่งสเกลตรงระดับผิวน้ำจะมีค่า 1.0 ถ้ากำหนดให้ V_0 เป็นปริมาตรส่วนที่จมของไฮโดรมิเตอร์ขณะลอยอยู่ในน้ำที่มีความหนาแน่น ρ_w จะพบว่า

$$\begin{aligned} F_B &= \rho_w g V_0 \\ &= W \end{aligned} \quad (3.10)$$

ถ้าพิจารณาจากภาพที่ 3.7 (ข) จะเป็นการกำหนดขีดสเกลลงบนแท่งไฮโดรมิเตอร์ตัวเดิมที่กล่าวข้างต้น ขณะนำไปลอยในของเหลวอื่น (ที่มีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ S) ปรากฏว่าแท่งไฮโดรมิเตอร์จะโผล่พ้นระดับผิวของเหลวขึ้นมาอีกเป็นระยะ H เมื่อวัดเทียบกับแท่งไฮโดรมิเตอร์ที่ไปลอยในน้ำ

ดังภาพที่ 3.7 (ก)

ดังนั้น $\Delta V = \pi d^2 H / 4$ โดยที่ d คือเส้นผ่านศูนย์กลางของแท่งสเกลไฮโดรมิเตอร์ ภายใต้สภาวะสมดุลระหว่างแรงลอยตัวกับน้ำหนักของไฮโดรมิเตอร์ ขณะลอยในของเหลวในภาพ (ข) พบว่า

$$F_B = S\rho_w g(V_0 - \Delta V) = W \quad (3.11)$$

จากสมการ (3.10) และ (3.11) จะได้ระยะห่างระหว่างขีดสเกลที่ ที่มี $SG.=1.0$ จนถึง $SG.=S$ ในรูปของสมการ

$$H = \frac{(S-1) \cdot V_0}{S \cdot A} \quad (3.12)$$

โดยที่ $A = \frac{\pi}{4} d^2$ คือพื้นที่หน้าตัดของแท่งสเกลไฮโดรมิเตอร์ ใน

สมการที่ 3.12

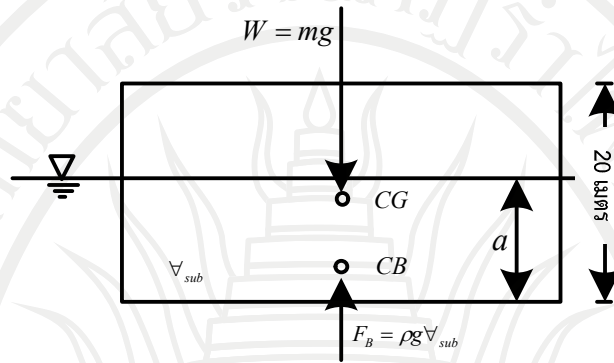
ถ้าของเหลวมี $S > 1.0$ คือขีดสเกลได้ค่าขีด 1.0 นั้นมีค่ามากกว่า 1.0

ถ้าของเหลวมี $S < 1.0$ คือขีดสเกลเหนือค่าขีด 1.0 นั้นมีค่าน้อยกว่า 1.0

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะสามารถกำหนดขีดสเกลค่าของความถ่วงจำเพาะของของเหลวชนิดต่างๆ ลงบนแท่งสเกลไฮโดรมิเตอร์โดยอาศัยการคำนวณระยะ H จากสมการที่ 3.12

ตัวอย่างที่ 3.5 เรือในแม่น้ำเจ้าพระยาบรรทุกทรายมวล 2,000 ตัน (metric) ตัวเรือรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ที่มีความยาว 20 เมตร กว้าง 10 เมตร และมีมวล 500 ตัน

1. ขณะบรรทุกทรายเรือจะมีระยะกินน้ำลึกเท่าใด
2. ขณะเรือไม่ได้รับบรรทุกทรายจะต้องเติมน้ำเข้าภายในเรือปริมาณเท่าใดเพื่อที่จะทำให้ตัวเรือกินน้ำลึก 10 เมตร (ทั้งนี้ เพื่อทำให้เรือมีเสถียรภาพในการลอยตัวในน้ำ)



วิธีทำ

จากสมการ $W = \rho_w g V_{sub}$

1. ขณะบรรทุกทรายมวล 200 ตัน

$$m = 2,500 \times 10^3 \text{ kg}, \quad \rho = 1,000 \text{ kg/m}^3$$

จากสมการ $W = mg$

$$= (2,500 \times 10^3 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)$$

$$= 24.518 \times 10^6 \text{ N}$$

$$V_{sub} = 20 \text{ เมตร} \times 10 \text{ เมตร} \times a$$

$$= 200 a \text{ m}^3$$

จากภาพ $[\uparrow \sum F_y = 0] \quad \rho g V_{sub} = W$

$$(1,000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(200 a \text{ m}^3) = 24.518 \times 10^6 \text{ N}$$

$$a = 12.5 \text{ เมตร}$$

Ans

2. ขณะเรือเปล่าจะต้องเติมน้ำเข้าเรือเพื่อทำให้เกิดเสถียรภาพ

สมมติให้เติมน้ำเข้าเรือมวล b kg

$$W = (500 \times 10^3 \text{ kg} + b)(9.81 \text{ m/s}^2) \text{ N}$$

$$V_{sub} = 20 \text{ เมตร} \times 10 \text{ เมตร} \times 10 \text{ เมตร} = 2,000 \text{ m}^3$$

จากภาพ $[\uparrow \sum F_y = 0] \quad F_B - W = 0$

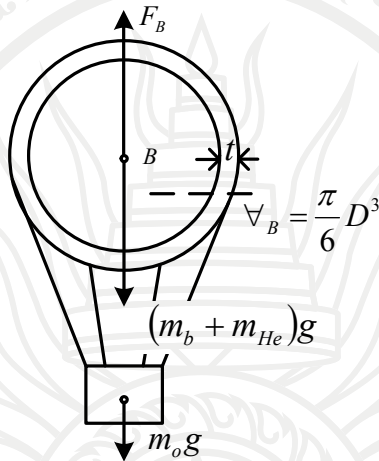
$$(1,000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(2,000 \text{ m}^3) = (500 \times 10^3 \text{ kg} + b)(9.81 \text{ m/s}^2) \text{ N}$$

$$b = 1500 \times 10^3 \text{ kg}$$

$$b = 1500 \text{ ตัน}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 3.6 กำหนดให้บอลลูนยกกล่องสัมภาระซึ่งมีมวลหนัก 200 kg เมื่อบอลลูนดังกล่าวทำมาจากยางสังเคราะห์หนา 20 มิลลิเมตร และมีความถ่วงจำเพาะ 1.38 อัดแก๊สฮีเลียมเข้าบอลลูนที่ความดัน 0.80 mbar (เกจ) ทำให้บอลลูนพองตัวขึ้นเป็นรูปทรงกลมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง D ปล่อยบอลลูนขึ้นไปในระดับความสูงหนึ่ง ซึ่งที่จุดนี้มีความดันบรรยากาศ 5 mbar และมีอุณหภูมิเท่ากับ -20°C ขณะบอลลูนลอยนิ่งที่ตำแหน่งดังกล่าว จงคำนวณหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางและมวลบอลลูน (กำหนดให้ $R_a = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ และ $R_{He} = 2077 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$)



วิธีทำ กำหนดให้

$$m_0 = 200 \text{ kg}$$

$$t = 0.02 \times 10^{-3} \text{ เมตร}$$

$$SG_B = 1.38$$

$$\rho_a = 5 \times 10^{-3} \text{ bar}$$

$$SG_B = 1.38$$

$$P_{He} = p_a + p_g \times 10^{-3} \text{ bar}$$

จากโจทย์ความดัน 0.80 mbar (เกจ)

$$= 5.80 \times 10^{-3} \text{ bar}$$

$$= 580 \times 10^{-3} \text{ kPa}$$

ที่อุณหภูมิ -20°C

$$T = 273.2 - 20$$

$$= 253.2 \text{ K}$$

$$R_a = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

$$R_{He} = 2077 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$$

ความหนาแน่นของอากาศและฮีเลียมคำนวณจาก

อากาศ

$$\rho_a = \frac{p_a}{R_a T}$$

$$= \frac{(500 \times 10^{-3} \text{ kPa})}{(0.287 \text{ J/kg}\cdot\text{K})(253.2 \text{ K})}$$

$$= 6.8806 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$$

ฮีเลียม ρ_{He} = $\frac{P_{He}}{R_{He}T}$

$$= \frac{(580 \times 10^{-3} \text{ kPa})}{(2.077 \text{ J/kg}\cdot\text{K})(253.2 \text{ K})}$$

$$= 1.1029 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3$$

มวลของฮีเลียมและบอลลูนคำนวณจาก

ฮีเลียม m_{He} = $\rho_{He} \nabla_B$

$$= \rho_{He} \left(\frac{\pi}{6} D^3 \right)$$

$$= 1.1029 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3 \left(\frac{\pi}{6} D^3 \right) \text{ m}^3$$

$$= 5.7748 \times 10^{-4} D^3 \text{ kg}$$

บอลลูน m_B = $\rho_B \nabla$

$$= (SG)\rho_w (\pi D^2 \cdot t)$$

$$= (1.38)1,000 \text{ kg/m}^3 (\pi D^2 \times 0.02 \times 10^{-3} \text{ m})$$

$$= 0.0867 D^2 \text{ kg}$$

แรงลอยตัวที่กระทำต่อบอลลูน

$$F_B = \rho_a g \nabla_{sub}$$

$$= \rho_a g \nabla_B$$

$$= 6.8806 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3 (9.81 \text{ m/s}^2) \left(\frac{\pi}{6} D^3 \text{ m} \right)$$

$$= 0.0353 D^3 \text{ kg}$$

จากสมดุลของแรงที่กระทำต่อ FBD (บอลลูน) ในภาพ $[\uparrow^+ \sum F_y = 0]$

$$F_B - (m_B + m_{He})g - m_0g = 0$$

เมื่อ $(m_B + m_{He})g = [(0.0867 D^2 - 5.7748 \times 10^{-4} D^3)(9.81 \text{ m/s}^2)]$

$$= 0.8503 D^2$$

แทนค่าในสมการ

$$(0.0353 D^3) - 0.8503 D^2 - (200)(9.81 \text{ m/s}^2) = 0$$

$$0.0296 D^3 - 0.8503 D^2 - 1961.4 = 0$$

$$D = 52.65 \text{ m}$$

$$\therefore \text{เส้นผ่านศูนย์กลางบอลลูน} = 52.65 \text{ m} \quad \text{Ans}$$

$$\begin{aligned} \text{ตั้งน้ำหนักมวลของบอลลูน} \quad m_B &= \rho_B \nabla \\ &= 0.0867(52.65 \text{ m}) \text{ kg} \\ &= 240.3 \text{ kg} \end{aligned} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 3.7 ไฮโดรมิเตอร์มีมวล 0.045 กิโลกรัม พื้นที่หน้าตัดของแท่งสเกลเท่ากับ 208 ตารางมิลลิเมตร จงคำนวณหาระยะห่างระหว่างขีดสเกล 1.0 กับ 0.9

วิธีทำ

ระยะห่างระหว่างขีดสเกล $S = 0.9$ กับขีดสเกลน้ำ คำนวณจาก

$$\text{จากสมการ} \quad H = \frac{(S-1) \cdot \nabla_0}{S \cdot A}$$

โดย ∇_0 คือ ปริมาตรส่วนที่จมในน้ำซึ่งคำนวณจากการนำไฮโดรมิเตอร์นี้ไปลอยน้ำ
($\rho_w = 1,000 \text{ kg/m}^3$)

$$\begin{aligned} F_B &= \rho_a g \nabla_{sub} \\ &= W \\ &= mg \end{aligned}$$

$$1,00 \text{ kg/m}^3 (9.81 \text{ m/s}^2) (\nabla_0 \text{ m}^3) = 0.045 \text{ kg} (9.81 \text{ m/s}^2)$$

$$\nabla_0 = 0.045 \times 10^3 \text{ m}^3$$

ในที่นี้ $S = 0.9$, $A = 280 \times 10^3 \text{ เมตร}^2$ แทนค่าในสมการจะได้

$$\begin{aligned} H &= \frac{(0.9 - 1) \times (0.045 \times 10^3)}{0.9 \cdot 280 \times 10^3} \\ &= -17.8 \text{ mm.} \end{aligned}$$

ขีดสเกล 0.9 นั้นอยู่เหนือขีดสเกล 1.0 เป็นระยะเท่ากับ 17.8 มิลลิเมตร Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

3.3 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุในของเหลว

เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุในของเหลว (Stability of bodies) คือการทรงตัวในของเหลว จะมีเสถียรภาพหรือไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งศูนย์กลางของแรงลอยตัวที่ของเหลวกระทำต่อวัตถุ (Center of buoyancy) และตำแหน่งศูนย์กลางน้ำหนักของวัตถุ (Center of gravity)

เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุในของเหลว มีอยู่ 2 ลักษณะ คือ

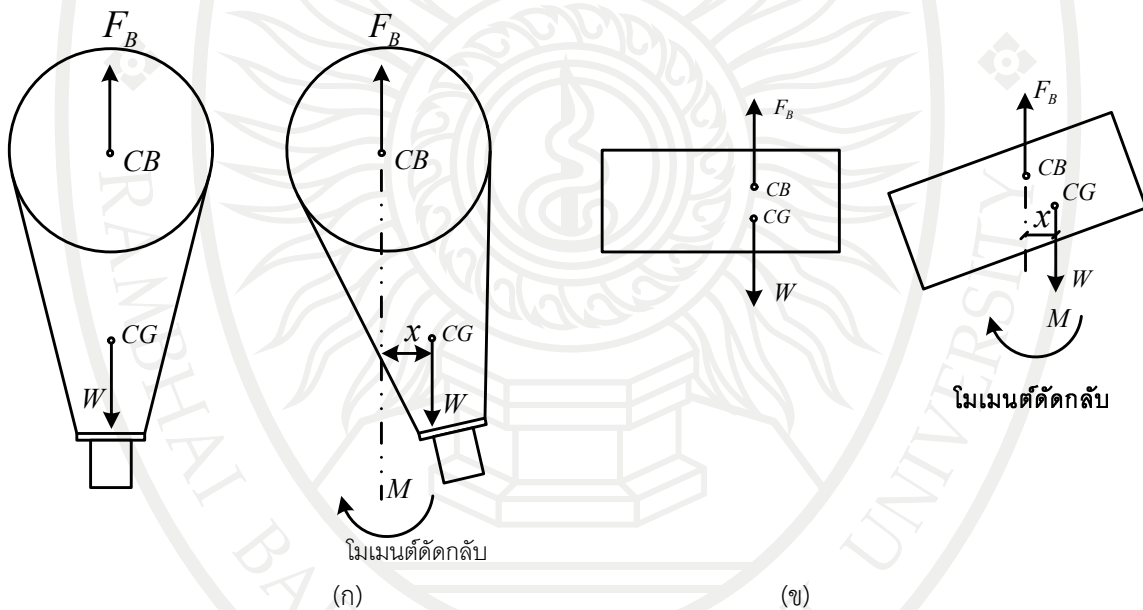
1. เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว (Stability of submerged bodies)
2. เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุลอยในของเหลว (Stability of floating bodies)

พิจารณาการลอยของบอลูนขึ้นไปในอากาศตามที่แสดงในภาพที่ 3.8 ในสภาวะสมดุลย์

Force of buoyancy ; F_b = น้ำหนักบอลูน, W

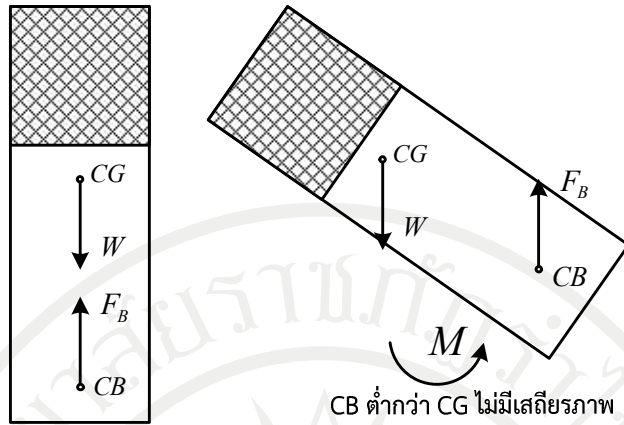
กำหนดให้ F_b กระทำที่ตำแหน่งศูนย์กลางของแรงลอยตัวที่ของเหลวกระทำต่อวัตถุ, CB

W กระทำที่ตำแหน่งศูนย์กลางน้ำหนักของวัตถุ, CG



ภาพที่ 3.8 เสถียรภาพการลอยตัวและจมตัว

เมื่อบอลูนถูกกระทำให้เอียงไป F_b และ W ทำให้เกิดโมเมนต์คู่ควบพยายามที่จะทำให้อยู่ในสภาพเดิม ดังนั้นบอลูนจึงมีเสถียรจุด CB ต้องอยู่สูงกว่า CG ซึ่งเป็นกรณีเดียวกับเรือดำน้ำ



ภาพที่ 3.9 วัตถุที่ไม่เสถียรภาพการลอยตัวและจมตัว

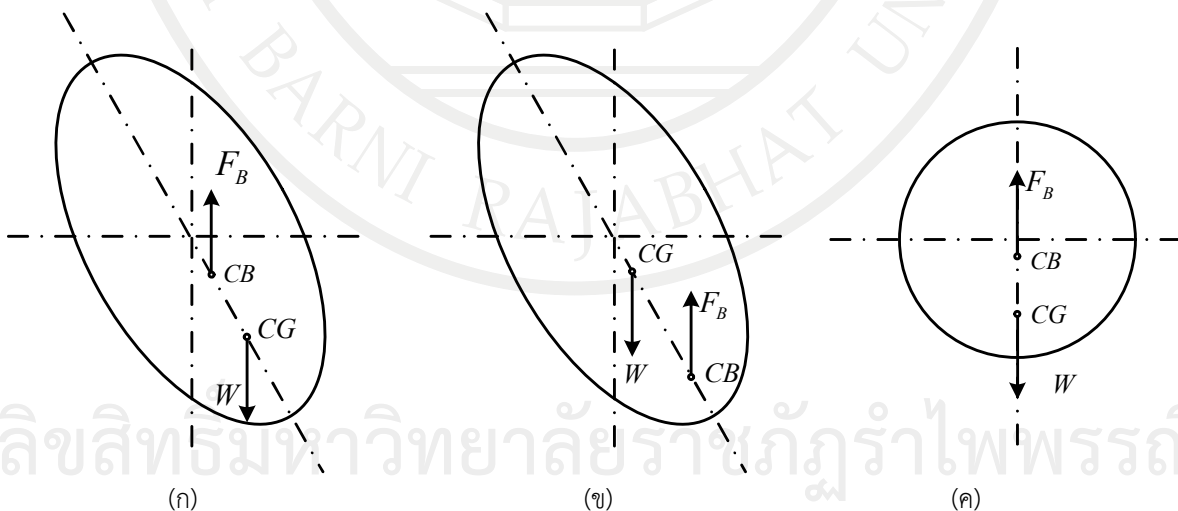
พิจารณา หลอดทดลองซึ่งตะกั่วหนักๆ ถ่วงอยู่ดังภาพที่ 3.9 เมื่อทำให้เอียงไปเล็กน้อย F_B และ W ทำให้เกิดโมเมนต์ทำให้พลิกคว่ำ จึงเรียกว่าไม่มีเสถียรภาพ จุด CB ต่ำกว่าจุด CG

เสถียรภาพการลอยตัวสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 แบบคือ

1. การทรงตัวอย่างมีเสถียรภาพ (Stable) เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำทำให้วัตถุเอียงไปจากแนวสมดุลเดิม หากตำแหน่งของศูนย์กลางน้ำหนักของวัตถุอยู่ต่ำกว่าตำแหน่งศูนย์กลางของแรงลอยตัวที่ของเหลวกระทำต่อวัตถุ จะทำให้แรงลอยตัวและน้ำหนักเกิดเป็นแรงคู่ควบต้านให้วัตถุเอียงกลับ ซึ่งไม่ทำให้เกิดการพลิกคว่ำ ดังแสดงในภาพที่ 3.10 (ก)

2. การทรงตัวอย่างไม่มีเสถียรภาพ (Unstable) จะมีลักษณะตรงข้ามกับเสถียรภาพแบบแรกคือ ตำแหน่งศูนย์กลางน้ำหนักของวัตถุอยู่สูงกว่าตำแหน่งศูนย์กลางของแรงลอยตัวที่ของเหลวกระทำต่อวัตถุ ดังนั้นเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำทำให้วัตถุเอียงไปจากแนวสมดุลเดิมเพียงเล็กน้อยจะส่งผลให้เกิดเป็นแรงคู่ควบทำให้วัตถุนั้นพลิกคว่ำโดยง่าย ดังแสดงในภาพที่ 3.10 (ข)

3. การทรงตัวแบบสะเทิน (Neutral) จะเกิดขึ้นในกรณีที่วัตถุนั้นไม่ว่าจะทำให้เอียงหรือหมุนไปอย่างไร ตำแหน่งศูนย์กลางน้ำหนักของวัตถุและตำแหน่งศูนย์กลางของแรงลอยตัวจะไม่อยู่ในแนวเดียวกันตลอดเวลา ซึ่งจะทำให้ไม่มีแรงคู่ควบต้าน ดังแสดงในภาพที่ 3.10 (ค)



ภาพที่ 3.10 การทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว

3.4 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว

เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว เมื่อวัตถุนั้นถูกแรงจากภายนอกมากระทำวัตถุจะเอียงตัว หรือเกิดการหมุนไปจากแนวเดิม แต่จะกลับคืนสู่สภาพหรือตำแหน่งเดิมได้ เมื่อวัตถุเอียงตัวทำให้ตำแหน่งแรงเปลี่ยนแปลงไป เกิดแรงคู่ควบขึ้นมาคู่หนึ่ง ถ้าออกแบบวัตถุนั้นมาดีแรงคู่ควบนี้จะทำให้วัตถุกลับคืนสู่ตำแหน่งเดิม เรียกว่า "วัตถุมีความเสถียร"

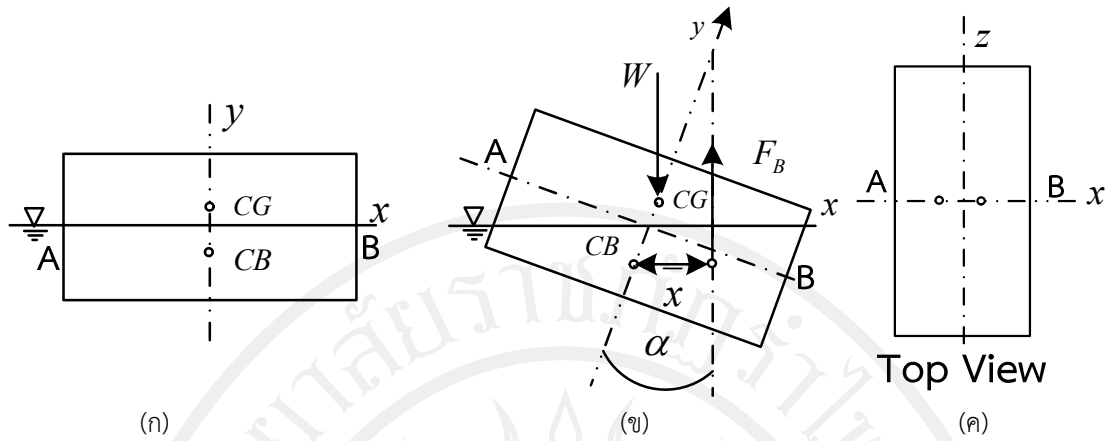
จากหลักเกณฑ์อย่างหนึ่งของวัตถุจมแล้วมีการทรงตัวอย่างมีเสถียรภาพ คือ จุดศูนย์กลางของการลอยจะอยู่เหนือจุดศูนย์กลางของวัตถุ โดยที่จุดศูนย์กลางการลอยอยู่ที่จุดศูนย์กลางของปริมาตรของไหลที่ถูกแทนที่ตามภาพที่ 3.11 (ก) โดยที่วัตถุนั้นจะมีเสถียรภาพอยู่ได้ คือทำให้วัตถุนั้นบริเวณหนักที่สุดบริเวณใกล้กับส่วนล่างของวัตถุ เมื่อให้จุดศูนย์กลางของการลอยแทนด้วย CB และอยู่เหนือจุดศูนย์กลางของวัตถุ แทนด้วย GB ถ้ามีแรงภายนอกมากระทำกับวัตถุนั้นแล้วทำให้เกิดการเอียงตัวหรือหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ตามภาพที่ 3.11 (ค) แรงลอยตัว F_B และน้ำหนักของวัตถุทำให้เกิดแรงคู่ควบขึ้น พยายามทำให้เกิดการหมุนตามเข็มนาฬิกาและทำให้วัตถุกลับคืนสภาพเดิมได้ ภาพที่ 3.11 (ข) แสดงให้เห็นว่าถ้าจุดศูนย์กลางของการลอยอยู่ต่ำกว่าจุดศูนย์กลางของวัตถุ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำให้วัตถุเกิดการหมุนทวนเข็มนาฬิกาจะเกิดแรงคู่ควบหนึ่งพยายามที่จะให้เกิดการหมุนทวนเข็มนาฬิกาเช่นกัน จึงทำให้เกิดการหมุนรอบและพลิกคว่ำในที่สุด

3.5 เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุลอยในของเหลว

เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุลอยในของเหลว สำหรับวัตถุลอยอยู่บริเวณผิวอิสระของของไหล หรือวัตถุที่จมเพียงบางส่วน เสถียรภาพของการลอยตัวของวัตถุนั้นจะขึ้นอยู่กับ ความสูงของจุด "เมตาเซนเตอร์" (Metacenter) หรือเรียกว่า ความสูงเมตาเซนตริก (Metacentric height)

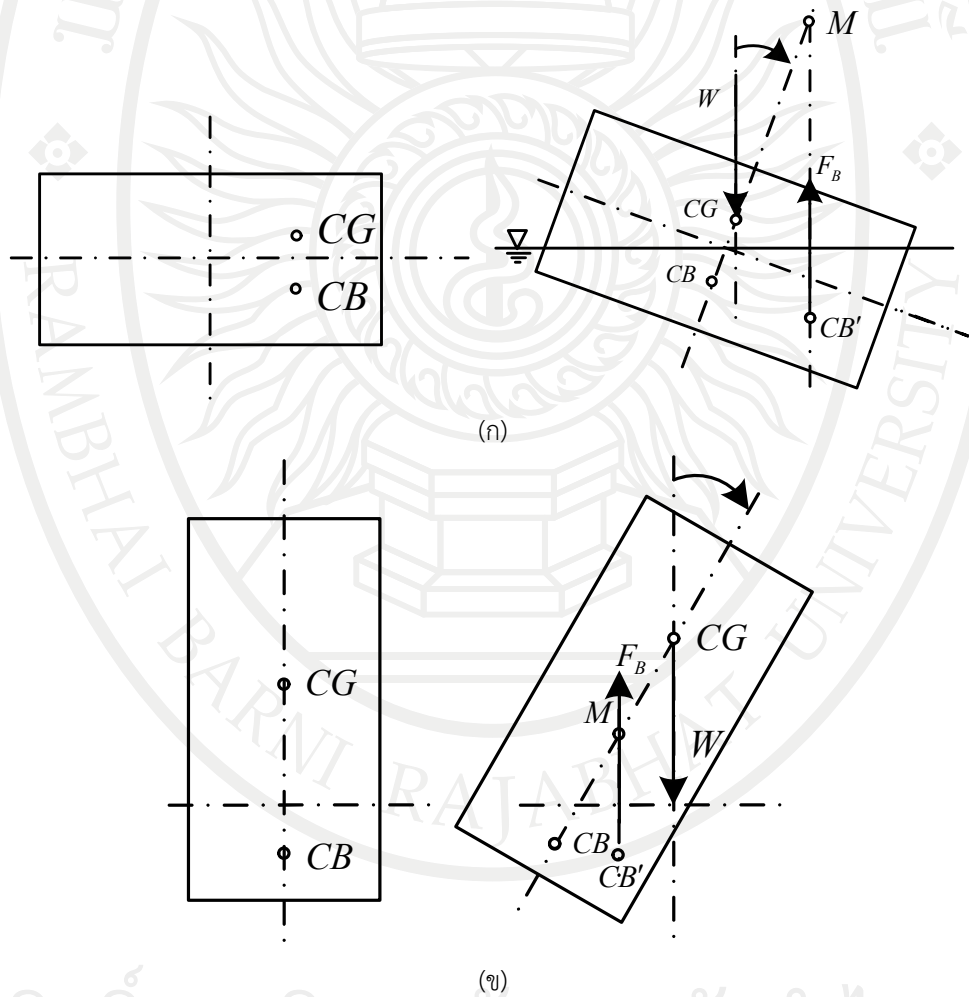
ถ้ากำหนดให้ จุด CG คือจุดศูนย์กลางของวัตถุ
 จุด CB คือจุดศูนย์กลางของแรงลอยตัว

จุดเมตาเซนเตอร์ คือจุดตัดของเส้นในแนวตั้งที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของวัตถุ ก่อนที่วัตถุจะเอียงตัวกับเส้นแนวตั้งที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางแรงลอยตัวหลังจากวัตถุเอียงตัวไปแล้ว หรือจุด M ดังแสดงในภาพที่ 3.12 (ข) ซึ่งจะเห็นได้ว่า เมื่อวัตถุเกิดการเอียงตัว ถ้าจุดเมตาเซนเตอร์ อยู่สูงกว่าจุดศูนย์กลางของวัตถุ น้ำหนักของวัตถุ และแรงลอยตัวจะทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบในทิศที่สวนทางกับการเอียง จึงทำให้วัตถุนั้นมีเสถียรภาพ ดังภาพที่ 3.12 (ก) ในทางตรงกันข้าม และหากจุดเมตาเซนเตอร์อยู่ต่ำกว่าจุดศูนย์กลางของวัตถุ น้ำหนักของวัตถุ และแรงลอยตัวทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบในทิศทางเดียวกับการเอียง ซึ่งช่วยทำให้วัตถุเกิดการพลิก วัตถุจะไม่มีเสถียรภาพ ดังภาพที่ 3.12 (ข)



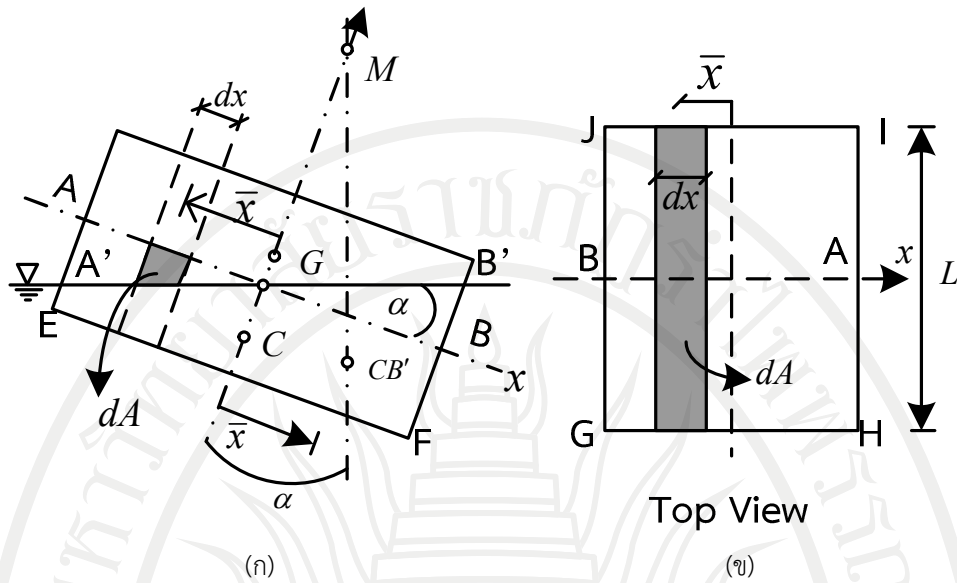
ภาพที่ 3.11 เสถียรภาพของวัตถุที่จมเพียงบางส่วน

ความสูงเมตาเซนตริก หมายถึงระยะที่วัดจากจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุไปยังจุดเมตาเซนเตอร์ ซึ่งถ้าพิจารณาจากภาพที่ 3.12 (ข) ความสูงเมตาเซนเตอร์คือระยะ GM



ภาพที่ 3.12 ความสูงเมตาเซนตริกของเสถียรภาพของวัตถุที่จมเพียงบางส่วน

การหาค่าความสูงเมตาเซนตริก (GM) ทำได้โดย



ภาพที่ 3.13 ตัวแปรต่างๆ ที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุที่ลอยในของไหลเกิดการเอียงตัว

จากวัตถุที่จมในของไหลเพียงบางส่วนดังภาพที่ 3.13 หากวัตถุเกิดการเอียงไปเป็นมุมเล็กๆ (α) ตำแหน่งของแรงลอยตัวจะเปลี่ยนจากจุด C เป็น C' และเมื่อพิจารณาเฉพาะแรงลอยตัว จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{โมเมนต์ของแรงลอยตัวรูป } A'B'FE &= \text{โมเมนต์ของแรงลอยตัวรูป } ABFE \\ &+ \text{โมเมนต์ของแรงลอยตัวรูป } B'BO \\ &- \text{โมเมนต์ของแรงลอยตัวรูป } A'AO \\ (\bar{V}_{A'B'FE})\gamma \cdot \bar{x} &= (\bar{V}_{ABFE})\gamma \cdot \bar{x}_1 + (\bar{V}_{B'BO})\gamma \cdot \bar{x}_2 - (\bar{V}_{A'AO})\gamma \cdot \bar{x}_3 \quad (3.13) \end{aligned}$$

เมื่อ \bar{x} คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของปริมาตร $\bar{V}_{A'B'FE}$

\bar{x}_1 คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของปริมาตร \bar{V}_{ABFE}

\bar{x}_2 คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของปริมาตร $\bar{V}_{B'BO}$

\bar{x}_3 คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของปริมาตร $\bar{V}_{A'AO}$

เนื่องจากจุดศูนย์กลางถ่วงของปริมาตร \bar{V}_{ABFE} อยู่บนแกน y ดังนั้น $\bar{x}_1 = 0$

$$\therefore (\bar{V}_{A'B'FE}) \cdot \bar{x} = +(\bar{V}_{B'BO}) \cdot \bar{x}_2 - (\bar{V}_{A'AO}) \cdot \bar{x}_3$$

$$(\bar{V}_{A'B'FE}) \cdot \bar{x} = \int_{\bar{V}_{B'BO}} x \cdot d\bar{V} - \int_{\bar{V}_{A'AO}} (-x) \cdot d\bar{V} \quad (3.14)$$

จากภาพที่ 3.13 (ก)

$$d\bar{V} = x \cdot \tan \alpha \cdot dA \quad (3.15)$$

แทนค่าสมการที่ 3.14 ใน 3.15 จะได้

$$\begin{aligned} (\nabla_{AB'FE}) \cdot \bar{x} &= \int_{\nabla_{B'BO}} x \cdot x \cdot \tan \alpha \cdot dA - \int_{\nabla_{AAO}} (-x) \cdot x \cdot \tan \alpha dA \\ (\nabla_{AB'FE}) \cdot \bar{x} &= \tan \alpha \left(\int_{\nabla_{B'BO}} x^2 \cdot dA + \int_{\nabla_{AAO}} x^2 \cdot dA \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

เมื่อพิจารณาจาก $\int_{\nabla_{B'BO}} x^2 \cdot dA + \int_{\nabla_{AAO}} x^2 \cdot dA$ หรือเท่ากับ $\int_{\nabla_{AAOEBB}} x^2 \cdot dA$ ซึ่งก็คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนที่วัตถุปิดตัว (ในที่นี้คือแกน z) ของพื้นที่ GHUJ ดังแสดงในภาพที่ 3.13 (ข) ดังนั้นสมการที่ 3.14 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$(\nabla_{AB'FE}) \cdot \bar{x} = \tan \alpha (I_A) \quad (3.17)$$

จากภาพที่ 3.13 (ก) $\nabla_{AB'FE}$ คือปริมาตรของวัตถุส่วนที่จม กำหนดให้แทนด้วยสัญลักษณ์ ∇ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{x} &= \tan \alpha (I_A) \\ \frac{\bar{x}}{\tan \alpha} &= \frac{I_A}{\nabla} \end{aligned} \quad (3.18)$$

หากพิจารณาจากภาพที่ 3.13 (ก) $\frac{I_A}{\nabla}$ คือระยะห่างระหว่าง จุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (C) กับ จุดเมตาเซนเตอร์ (M) ซึ่งเราจะเรียกระยะนี้ว่า รัศมีเมตาเซนตริกสัญลักษณ์คือ MB

$$\therefore MB = \frac{I_A}{\nabla} \quad (3.19)$$

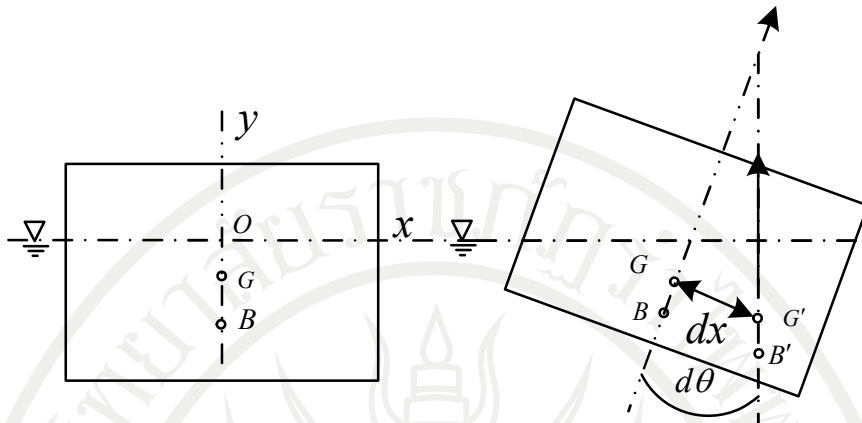
เมื่อ

- MB = ระยะห่างจากศูนย์กลางการลอยตัวถึงเมตาเซนตริก
- I_A = โมเมนต์ความเฉื่อยของภาพตัดแนวระดับของวัตถุที่ผิวของของไหลเมื่อวัตถุที่ลอยอยู่ในสภาวะเอียง
- ∇ = ปริมาตรของของไหลที่ถูกแทนที่

ถ้า CG คือระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (C) กับจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (G) วัตถุจะมีเสถียรภาพได้ก็ต่อเมื่อ จุดเมตาเซนเตอร์ (M) จะอยู่สูงกว่าจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ ซึ่งระยะ MB ต้องมากกว่า CG หรือสามารถสรุปเป็นสมการได้ดังนี้

$$GM = MB - CG \quad (3.20)$$

การหาความสูงของเมตาเซ็นตริก : GM โดยวิธีการทดลอง



ภาพที่ 3.14 แสดงการหาความสูงเมตาเซ็นตริก

จากภาพที่ 3.14 พิจารณาเรือที่มีน้ำหนักเท่ากับ W และมีน้ำหนักที่เลื่อนได้ W อยู่บนคานาดฟ้า และทราบตำแหน่งของศูนย์กลางหรืออยู่ที่จุด CG

ในการทดลองเมื่อเลื่อนน้ำหนัก W ออกจากจุดศูนย์กลางไปทางซ้ายหรือขวาเป็นระยะทาง dx ก็จะทำให้เรือโคลงไปเป็นมุม $d\theta$ การที่เรือโคลงไปเป็นมุม $d\theta$ จะทำให้จุด CG เคลื่อนไปอยู่ที่จุด และจุด CB เคลื่อนไปอยู่ที่จุด CB' ฉะนั้นเมื่อจดบันทึกค่า dx และ $d\theta$ ไว้และนำมาคำนวณก็จะหาค่า GM ได้ดังต่อไปนี้

เมื่อเรือเอียงไปเป็นมุม θ จะได้

$$\sin \theta = \Delta L / d$$

ทำให้เกิดโมเมนต์แรงคู่ควบเท่ากับโมเมนต์เนื่องจากน้ำหนัก

$$\begin{aligned} W \cdot x &= W \cdot CG \cdot \sin \theta \\ &= W \cdot CG \cdot \frac{\Delta L}{d} \end{aligned}$$

$$GM = \frac{Wx}{W \cdot \frac{\Delta L}{d}} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } W &= F_B \\ &= \gamma V \end{aligned}$$

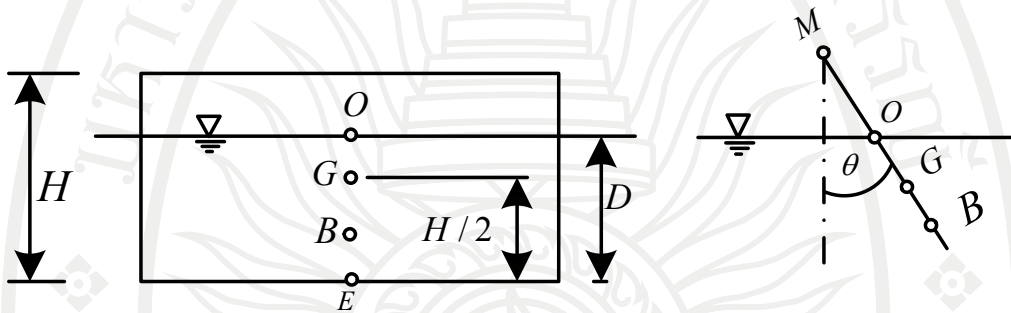
ตำแหน่งของกับจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (G) และจุดเมตาเซนเตอร์ (M) จะเป็นเกณฑ์กำหนดเสถียรภาพของการลอยตัวของวัตถุกล่าวคือ

1. การทรงตัวมีเสถียรภาพ เมื่อจุด M อยู่เหนือจุด G จุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (GM เป็น +)
2. การทรงตัวไม่มีเสถียรภาพ เมื่อจุด M อยู่ต่ำจุด G จุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (GM เป็น -)
3. การทรงตัวแบบสะเทิน เมื่อจุด M อยู่ทับจุด G จุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ ($GM = 0$)

ตารางที่ 3.1 ตารางเกณฑ์เสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุ
 ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 2-33)

Case of equilibrium	Submerged body	Floating body
stable	B เหนือ G	M เหนือ G
Unstable	B ต่ำ G	M ต่ำ G
Neutral	B ทับ G	M ทับ G

ตัวอย่างที่ 3.8 โป๊ะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 2.5 เมตร ยาว 5 เมตร และมีมวล 10 ตัน จะต้องออกแบบให้โป๊ะมีความสูงเท่าใดจึงทำให้สามารถลอยอยู่ในน้ำได้ในสภาวะของการลอยตัวแบบเสถียร



วิธีทำ

จากสมการ

$$\begin{aligned}
 W &= mg \\
 &= (10 \times 10^3 \text{ kg})(9.807 \text{ m/s}^2) \\
 &= 98.07 \times 10^3 \text{ N}
 \end{aligned}$$

หาระยะ D จาก

$$\begin{aligned}
 F_B &= \rho g V_{sub} \\
 &= W \\
 1,000 \text{ kg/m}^3 \times (9.81 \text{ m/s}^2) (2.5 \times 5 \times D) &= 98.07 \times 10^3 \text{ N} \\
 D &= 0.8 \text{ m}
 \end{aligned}$$

ระยะศูนย์กลางของการลอยตัว

$$\begin{aligned}
 CB &= \frac{D}{2} \\
 &= 0.4 \text{ m}
 \end{aligned}$$

หาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ระนาบรอยตัดบนผิวของเหลรรอบแกน $y - y$ ที่ผ่านจุด O จาก

$$\begin{aligned}
 I_{yy} &= \frac{1}{12} bh^3 \\
 &= \left(\frac{1}{12} \times 2.5^3 \times 5\right) \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 6.5104 \text{ m}^4 \\
 \nabla_{sub} &= 2.5 \text{ เมตร} \times 5 \text{ เมตร} \times 0.8 \text{ เมตร} \\
 &= 10 \text{ m}^3 \\
 \text{จะได้} \quad CB &= \frac{I_{yy}}{\nabla_{sub}} \\
 &= \frac{6.5104 \text{ m}^4}{10 \text{ m}^3} \\
 &= 0.651 \text{ m}
 \end{aligned}$$

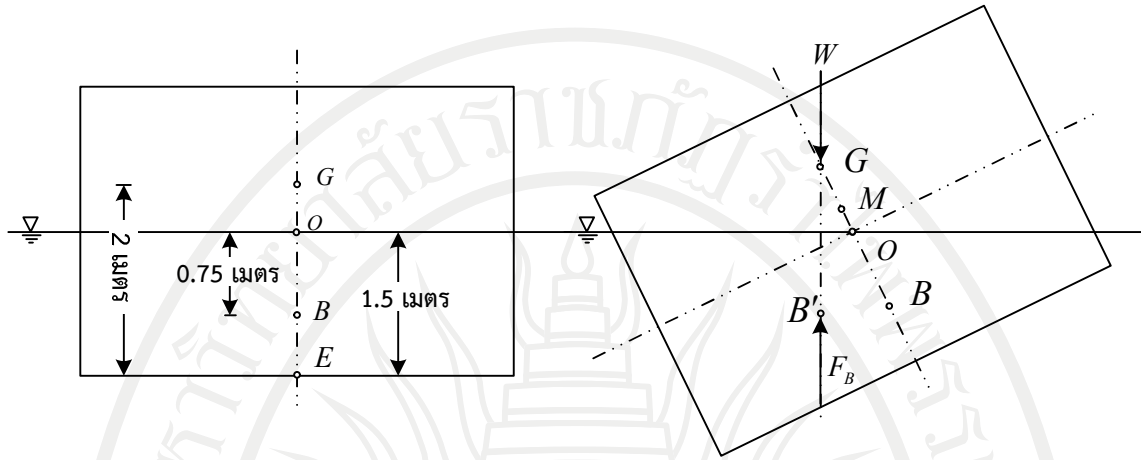
สำหรับในสภาวะของการลอยตัวแบบเสถียร $MB > GB$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น} \quad MB &= MG + GB \\
 \text{และจุด } B \text{ อยู่ต่ำกว่า } G \text{ ดังนั้น}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 GB &= \frac{H}{2} - \frac{D}{2} \\
 \text{ดังนั้น} \quad MB &> \frac{H}{2} - \frac{D}{2} \\
 0.651 &> \frac{H}{2} - 0.4 \text{ m} \\
 \frac{H}{2} &< 1.051 \text{ m} \\
 H &< 2.102 \text{ m}
 \end{aligned}$$

∴ จะต้องออกแบบให้โป๊ะมีความสูงน้อยกว่า 2.102 เมตร จึงสามารถลอยอยู่ในน้ำในสภาวะของการลอยตัวแบบเสถียร

ตัวอย่างที่ 3.9 โป๊ะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 4.0 เมตร ยาว 6.0 เมตร และสูง 4.0 เมตร กินน้ำลึก 1.50 เมตร จงคำนวณหาเสถียรภาพของการลอยตัวของโป๊ะ และถ้าหากต้องการให้โป๊ะกลับเข้าสู่การลอยตัวแบบมีเสถียร โป๊ะนี้จะต้องโคลงตัวเอียงเป็นมุมไม่เกินเท่าใด



วิธีทำ

จากภาพ

$$\begin{aligned}
 GB &= GE - BE \\
 &= GE - OB \\
 &= 2 \text{ m} - 0.75 \text{ m} \\
 &= 1.25 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{yy} &= \frac{1}{12}bh^3 \\
 &= \left(\frac{1}{12} \times 4.0^3 \times 6.0\right) \text{ m}^4 \\
 &= 32 \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

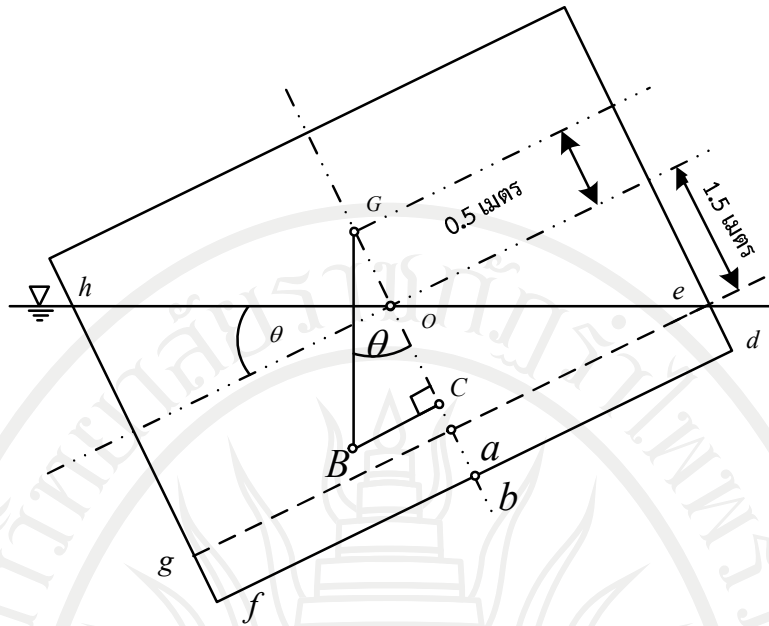
$$\begin{aligned}
 \nabla_{sub} &= 4.0 \text{ เมตร} \times 6.0 \text{ เมตร} \times 1.5 \text{ เมตร} \\
 &= 36 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

จะได้

$$\begin{aligned}
 CM &= \frac{I_{yy}}{\nabla_{sub}} \\
 &= \frac{32 \text{ m}^4}{36 \text{ m}} \\
 &= 0.889 \text{ m}
 \end{aligned}$$

จากการคำนวณ $CB > CG$ แสดงว่า M อยู่ต่ำกว่า G นั้นโป๊ะอยู่ในสภาวะของการลอยตัวแบบไม่มีเสถียรดังภาพ

พิจารณามุมเอียง θ ใดๆ สำหรับการโคลงตัวของโป๊ะดังภาพ ลากเส้น eg ขนานกับฐาน fd โดยที่ B เป็นจุดศูนย์กลางของการลอยตัว ลากเส้นตั้ง BG ตัดกับแนว OG ที่จุด G ลาก BC ขนาดกับ eg



$$\Delta egh; gh = 4 \tan \theta$$

$$\Delta eaO; aO = 2 \tan \theta$$

$$ab = 1.5 - Oa$$

$$A_{\Delta egd} = 4(1.5 - 2 \tan \theta)$$

$$A_{\Delta egh} = \frac{1}{2} \times 4 \times (4 \tan \theta)$$

$$= 8 \tan \theta$$

ใช้หลักโมเมนต์ของพื้นที่รอบแกน fd จะได้

$$\{\text{โมเมนต์ของพื้นที่ } A_{\Delta edfh}\} = \{\text{ผลรวมของโมเมนต์ของพื้นที่ย่อย } A_{\Delta edh} \text{ และ } A_{\Delta edf}\}$$

$$(4 \times 1.5 \text{ m}^2)(C_b) = 4(1.5 - 2 \tan \theta) \left(\frac{1.5 - 2 \tan \theta}{2} \right) + 8 \tan \theta \left[1.5 - 2 \tan \theta + \left(\frac{1}{3} (4 \tan \theta) \right) \right]$$

$$C_b = 0.75 - 0.444 \tan^2 \theta$$

หาระยะ GB จาก

$$CB \cos \theta = CG$$

$$= 8Gb - Cb$$

$$= 2.0 - 0.75 - 0.444 \tan^2 \theta$$

$$CG = (1.25 - 0.444 \tan^2 \theta) \sec \theta$$

$$\frac{CG}{ab} = 1.50 - Oa$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

บนระนาบรอยตัดบนผิวของเหลว (ระนาบ eh ขนานกับผิวของเหลว)

$$\begin{aligned}
 I_{yy} &= \frac{1}{12}bh^3 \\
 &= \left(\frac{1}{12} \times 6.0 \times \left(\frac{4}{\cos\theta}\right)^3\right) \text{ m}^4 \\
 &= 32\sec^3\theta \text{ m}^4 \\
 \forall_{sub} &= 4.0 \text{ เมตร} \times 6.0 \text{ เมตร} \times 1.5 \text{ เมตร} \\
 &= 36 \text{ m}^3 \\
 \text{ดังนั้น } CM &= \frac{I_{yy}}{\forall_{sub}} \\
 &= \frac{32}{36}\sec^3\theta \\
 &= 0.889 \text{ m}
 \end{aligned}$$

จากการตรวจสอบเสถียรภาพของการลอยตัวของโป๊ะ ปรากฏว่าโป๊ะลอยตัวแบบไม่มีเสถียร การปรับเอียงของตัวโป๊ะอย่างเหมาะสมจะทำให้แนวแรงลอยตัวและน้ำหนักของโป๊ะอยู่บนแนวเส้นตรงเดียว (สถานะของการลอยตัวแบบสะเทิน) จุดเปลี่ยนจากการลอยตัวแบบไม่มีเสถียรเข้าสู่การลอยตัวแบบมีเสถียรจะเริ่มต้นด้วยเงื่อนไขของการลอยตัวแบบสะเทินนี้กล่าว คือ

$$\begin{aligned}
 CM &= GB \\
 0.889 \sec^3\theta \text{ m} &= (1.25 - 0.444 \tan^2\theta) \sec\theta \\
 \text{เนื่องจาก } \sec^2\theta &= 1 + \tan^2\theta \text{ m แทนค่าในสมการข้างต้น แก้สมการแล้วได้} \\
 \sec^2\theta &= 1.2708 \\
 \rightarrow \sec\theta &= 1.1273 \\
 \theta &= 27.49^\circ
 \end{aligned}$$

หากต้องการให้โป๊ะลอยตัวแบบมีเสถียร $\theta \leq 27.49^\circ$

3.6 สรุป

เมื่อต้องการพิจารณาออกแบบอุปกรณ์ให้ลอยและจมอยู่ในของเหลวได้จะพิจารณาแรงลอยตัวเมื่อวัตถุอยู่ในน้ำจะมีแรงพยุงดันวัตถุให้ลอยสามารถวิเคราะห์ได้จากสมการที่ 3.5 เมื่อน้ำหนักของวัตถุมากกว่าแรงพยุงจะทำให้วัตถุจมในทำนองเดียวกันถ้าน้ำหนักของวัตถุน้อยกว่าแรงพยุงจะทำให้วัตถุลอยตัว ซึ่งจากหลักการดังกล่าวสามารถสร้างไฮโดรมิเตอร์เพื่อใช้วัดความถ่วงจำเพาะโดยการวิเคราะห์ค่าความถ่วงจำเพาะของของเหลวใดๆ จากสมการที่ 3.10-3.12 โดยที่วัตถุที่ลอยตัวอยู่ในของเหลวจะต้องพิจารณาเสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุด้วยในการพิจารณาออกแบบอุปกรณ์ต่างมี 2 กรณีคือ

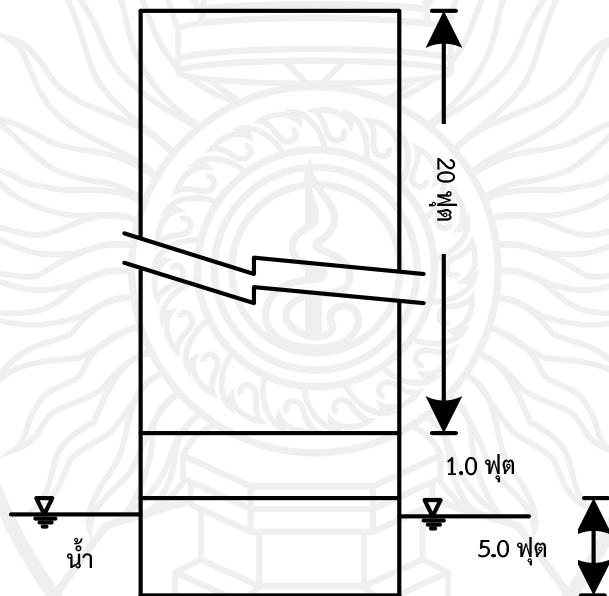
1. เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว เมื่อวัตถุนั้นถูกแรงจากภายนอกมากระทำวัตถุจะเอียงตัว แต่จะกลับคืนสู่สภาพหรือตำแหน่งเดิมได้ เรียกว่า "วัตถุลอยตัวอย่างมีเสถียรภาพ" โดยที่จุดศูนย์กลางการลอยอยู่เหนือจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุหรืออยู่จุดเดียวกัน แต่ถ้าจุดศูนย์กลางการลอยอยู่ต่ำกว่าจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุก็จะทำให้วัตถุลอยตัวอย่างไม่มีความเสถียร โดยที่จุดศูนย์กลางการลอยอยู่หาได้จากการหาจุดเมตาเซนเตอร์สมการที่ 3.18 และหาจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุจากสมการที่ 3.19

2. เสถียรภาพการทรงตัวของวัตถุจมในของเหลว เมื่อวัตถุนั้นถูกแรงจากภายนอกมากระทำวัตถุจะเอียงตัว ถ้าวัตถุกลับคืนสู่ตำแหน่งเดิม เรียกว่า "วัตถุมีความเสถียร" โดยที่จุดศูนย์กลางการลอยอยู่เหนือจุดเมตาเซนเตอร์หรืออยู่จุดเดียวกัน โดยที่จุดศูนย์กลางการลอยอยู่สามารถวิเคราะห์ได้จากการหาจุดเมตาเซนเตอร์สมการที่ 3.18 และหาจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุจากสมการที่ 3.19

แบบฝึกหัดบทที่ 3

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. เรือบรรทุกถ่านหินหนัก 150 ตัน น้ำหนักของเรือเมื่อชั่งในอากาศหนัก 35 ตัน เรือมีความกว้าง 18 ฟุต ยาว 52 ฟุต สูง 9 ฟุต ให้คำนวณหาว่าเรือจะจมน้ำลึกเท่าใด
2. แท่งเหล็กรูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.3 เมตร ลอยอยู่ในปรอท ถ้า ถ.พ. ของท่อนเหล็กเท่ากับ 7.8 ให้คำนวณหาความลึกของแท่งเหล็กที่จมน้ำในปรอท
3. ให้คำนวณหาขนาดและทิศทางของแรง F ที่ทำให้ท่อนไม้รูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 9 นิ้ว อยู่ในสภาวะสมดุลจมอยู่ในน้ำพอดี ถ้า ถ.พ. ของท่อนไม้ 0.6
4. แท่งคอนกรีตรูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.5 เมตร อยู่ในสภาวะสมดุลเมื่อจมอยู่ใต้น้ำ โดยยึดอยู่กับแผ่นโฟม น้ำหนักจำเพาะของคอนกรีต 23.58 kN/m^3 ของโฟม 0.79 kN/m^3
5. เรือรูปสี่เหลี่ยมตามภาพ เรือจะมีเสถียรภาพหรือไม่ลอยอยู่ในน้ำ ถ้ามีเสถียรภาพให้คำนวณหาโมเมนต์ทางขวา (โมเมนต์ของการค้ำ) ถ้าเรือเอียงไปเป็นมุม 10°

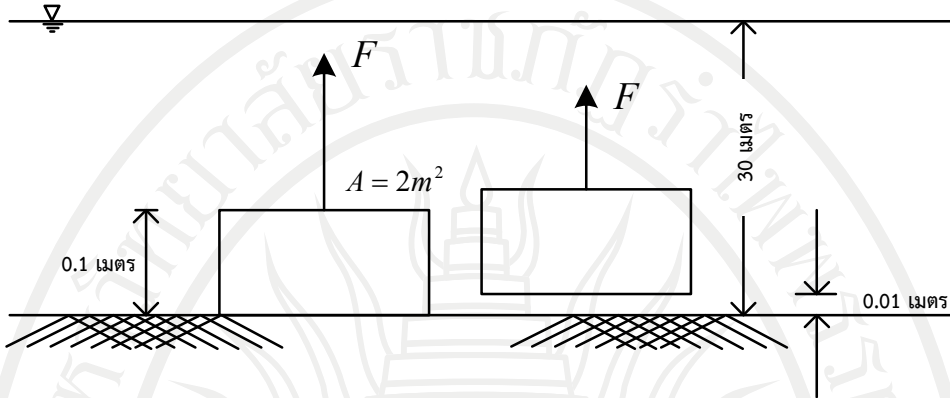


6. เรือลำหนึ่งมีมวล 292 Mg. ให้คำนวณหาปริมาตรของน้ำทะเลที่ถูกเรือแทนที่เมื่อเรือลอยอยู่ในน้ำทะเล
7. ท่อนซุงรูปร่างทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลาง 450 มิลลิเมตร ยาว 6.75 เมตร เมื่อท่อนซุงนี้ลอยอยู่ในน้ำตามแนวยาว ในแนวระดับปรากฏเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อนซุงอยู่บนผิวน้ำ 110 มิลลิเมตร ให้คำนวณหาน้ำหนักจำเพาะของท่อนซุง

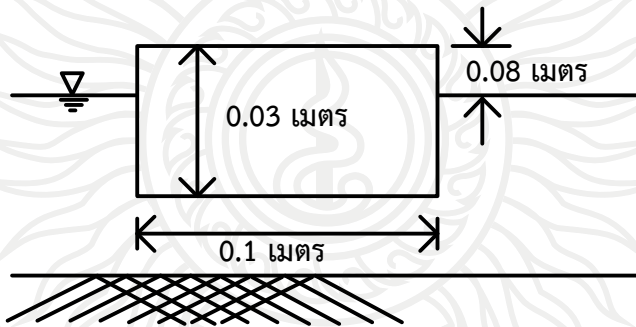
8. แท่งตีบุกมีพื้นที่หน้าตัด 2 ตารางเมตร จมอยู่ก้นถังที่มีรูปร่างแบนตามภาพ ถ้าน้ำลึก 30 เมตร ให้คำนวณหาว่า

ก. แรงดึงที่ดึงให้แท่งตีบุกนี้ลอยขึ้นจากก้นถังได้พอดี

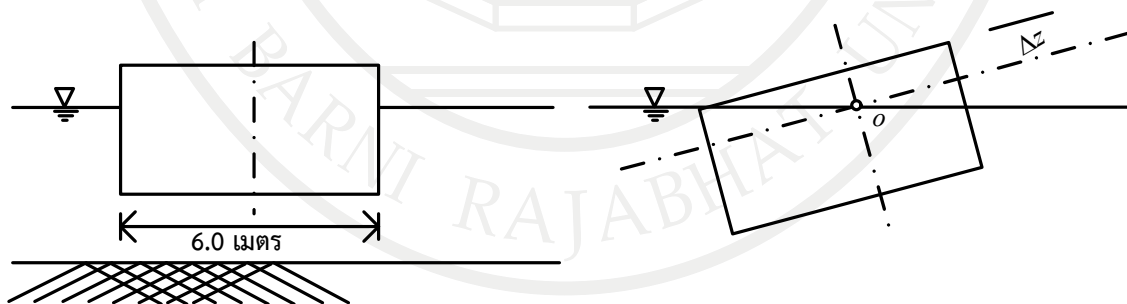
ข. เมื่อแท่งตีบุกลอยขึ้นจากก้นถังได้ 0.01 เมตร น้ำจะสามารถช่วยยกแท่งตีบุกได้ ให้คำนวณหาแรงดึงใหม่



9. แท่งสปูมีขนาดกว้าง 0.05 เมตร ยาว 0.1 เมตร สูง 0.03 เมตร ลอยอยู่ในอ่างน้ำโดยโผล่อยู่บนผิวน้ำ 0.008 เมตร ถ้าน้ำขณะนั้นมีความหนาแน่น 997 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ให้หาความหนาแน่นของสปู



10. แท่งวัตถุชนิดหนัก 1.96 MN. มีความกว้าง 6 เมตร ยาว 18 เมตร เมื่อลอยอยู่ในน้ำตามภาพ จุดศูนย์กลางของวัตถุนี้จะอยู่สูงจากผิวน้ำ 0.3 เมตร ให้คำนวณหาความสูงเมตาเซนตริก ถ้า $\Delta z = 0.3$ เมตร



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ธัญดร ออกเวลา. (2553). เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

มนตรี พิรุณเกษตร. (2554). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ :
วิทย์พัฒน จำกัด.

สายสุนีย์ พุทธาคุณเจริญ. (2541). ชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ : ไลบรารี นาย
จำกัด.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 4

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 4 จลนศาสตร์ของของไหล

- 4.1 การจำแนกประเภทของการไหล
- 4.2 การวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม
- 4.3 ความเร็วเฉลี่ยและอัตราการไหล
- 4.4 ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์
- 4.5 สมการกฎการอนุรักษ์มวล
- 4.6 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 4 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายและการจำแนกประเภทของการไหล
2. อธิบายหลักการวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม
3. อธิบายพฤติกรรมของความเร็วเฉลี่ยและอัตราการไหล
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม
5. อธิบายวิธีการวิเคราะห์ความเร็วเฉลี่ยและอัตราการไหล
6. อธิบายวิธีการวิเคราะห์การเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์
7. อธิบายวิธีการวิเคราะห์สมการกฎการอนุรักษ์มวล

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ชักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

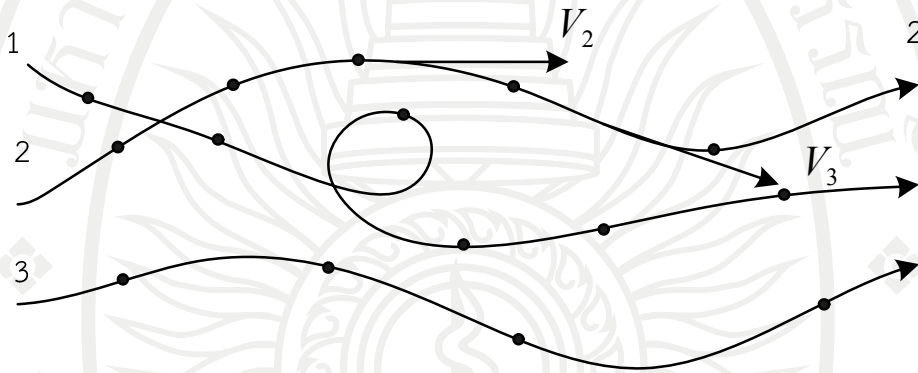
1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะที่เรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค

บทที่ 4

จลนศาสตร์ของของไหล

เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของความเร็ว ความเร่ง และการเคลื่อนที่ของของไหล โดยจะไม่พิจารณาแรงใดๆ ที่กระทำกับของไหลหรือที่เราเรียกว่า "จลนศาสตร์ของของไหล" (Kinematics of fluid flow) ก่อนที่จะเข้าเนื้อหาในบทนี้และบทต่อไป จำเป็นต้องเข้าคำศัพท์เฉพาะที่อธิบายถึงวิธีการพิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหลเสียก่อน

แนววิถีการไหล (Pathline) หมายถึงแนวเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหลเพียงอนุภาคเดียว (Single fluid particle) ซึ่งจะบ่งบอกถึงทิศทางของอนุภาคที่เคลื่อนที่ไปข้างหน้าในหนึ่งช่วงเวลาใดๆ แนววิถีการไหลสามารถตัดกันได้ หรืออาจจะมีแนววิถีคดเคี้ยวไปมา (Zigzag) ดังภาพที่ 4.1



ภาพที่ 4.1 การเคลื่อนที่ของอนุภาคของการไหลในสนามการไหลที่วุ่น (ดัดแปลงมาจาก B. Franzini et.al , 1997 p. 119)

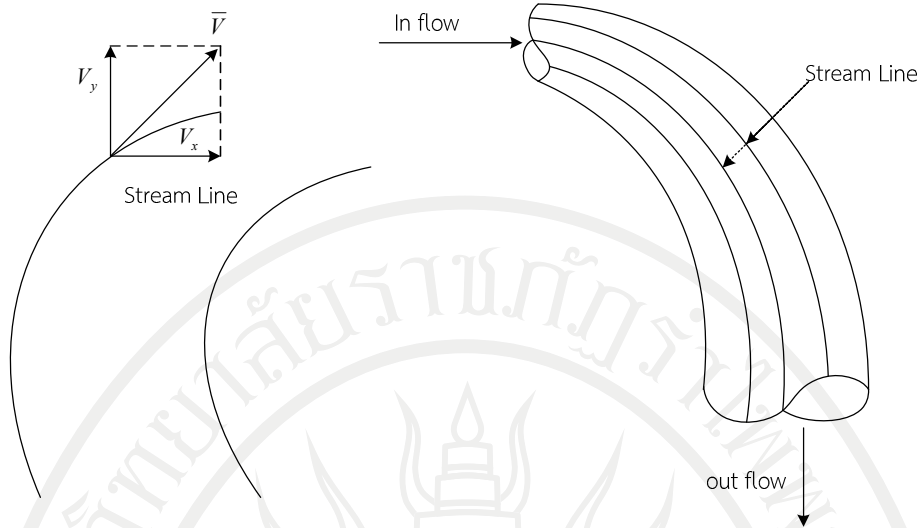
พิจารณาภาพที่ 4.1

$$V = \frac{dS}{dt} \quad (4.1)$$

วิธีนี้ไม่สามารถอธิบายปรากฏการณ์ของลักษณะรูปแบบการไหล (Flow pattern) ได้เพราะแนววิถีการไหลเขียนขึ้นจากการเคลื่อนที่ของอนุภาคหลายๆ อนุภาค วิธีที่จะแสดงการไหลอย่างเด่นชัดที่เวลาใดเวลาหนึ่งโดยการใช้ แนวเส้นทางการไหล

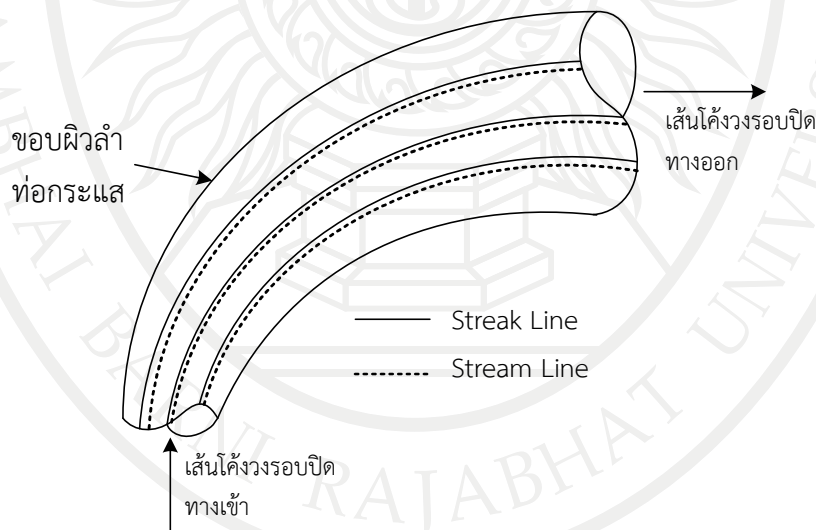
แนวเส้นทางการไหล (Streamline) หมายถึงเส้นสมมุติเพื่อบอกทิศทางของการเคลื่อนที่เฉลี่ยขณะใดขณะหนึ่งของกลุ่มอนุภาคของไหลที่เคลื่อนที่ต่อเนื่องกันในสนามการไหล ซึ่งเส้นแนวเส้นทางการไหลนี้จะสัมผัสกับทิศทางของความเร็วเฉลี่ยของอนุภาคของของไหลเสมอ ดังนั้นเส้นนี้จะไม่ตัดกัน เพราะไม่มีสาขาความเร็วที่ตั้งฉาก

การไหลอย่างสม่ำเสมอ นั้นแนวเส้นทางการไหล และแนววิถีการไหลจะทับซ้อนกันเพราะอนุภาคจะเคลื่อนที่สัมผัสกับแนวเส้นทางการไหลดังภาพที่ 4.2



(ก) แนวเส้นทางของการไหลและความเร็วของของไหล (ข) แนวเส้นทางของการไหลของของไหลภายในข้อลื่นยาว
ภาพที่ 4.2 แนวเส้นทางของการไหลในสนามการไหล

เส้นใยการไหล (Streakline) หมายถึงเส้นที่แสดงภาพให้เห็นถึงของกลุ่มอนุภาคของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ในสนามการไหล ซึ่งเส้นใยการไหลนี้ก็คือ โลคัส (Locus) เช่น เมื่อฉีดสีลงในสนามการไหล เราจะเห็นภาพของเส้นสีที่เคลื่อนที่ไปในสนามการไหล หรือภาพของควันที่ลอยในอากาศ ถ้าฉีดสีย้อมผ้าเข้าไปในของไหลซึ่งกำลังไหลผ่านจุดใดจุดหนึ่งจะพบว่าสีย้อมผ้าจะไหลตามอนุภาคของการไหลที่กำลังไหลผ่านจุดดังกล่าว เส้นทางการไหลของสีย้อมผ้าก็คือเส้นใยการไหล ในสภาวะคงตัวนั้นพบว่าเส้นกระแสของแนวเส้นทางของการไหล และเส้นใยการไหลจะซ้อนทับเป็นเส้นเดียวกัน



ภาพที่ 4.3 ลำท่อเส้นกระแสของแนวเส้นทางของการไหล

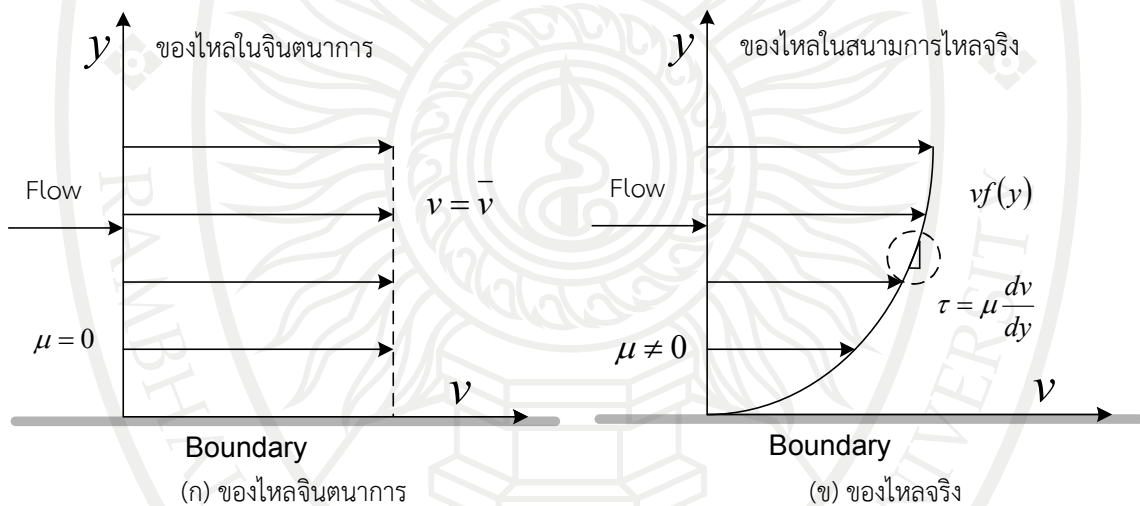
เมื่อลากเส้นกระแสกลุ่มหนึ่งผ่านเส้นโค้งวงรอบปิด 2 วง จะทำให้เกิดขอบผิวท่อการไหลเสมือนเป็นผนังคล้ายลำท่อ ดังภาพที่ 4.3 โดยอนุภาคของไหลจะไหลอยู่ภายในท่อ ไม่มีความเร็วทิศทางตั้งฉากกับเส้นกระแสและของไหลไม่สามารถผ่านท่อออกมาได้ ดังนั้นของไหลเข้าภายในลำท่อปริมาณเท่าใดก็จะไหลออกปริมาณเท่านั้น ขอบผิวท่อการไหลที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า ลำท่อกระแส (Streamtube)

4.1 การจำแนกประเภทของการไหล

การจำแนกประเภทของการไหล (Flow classification) พิจารณาจากคุณสมบัติหลายประการของของไหลสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามสภาพแวดล้อม (เช่นอุณหภูมิ ความดัน เป็นต้น) และเวลาในสภาพปัญหาหนึ่งๆ ถึงแม้การไหลจะเกิดขึ้นที่ตำแหน่งเดียวกัน แต่พฤติกรรมของการไหลอาจไม่เหมือนกัน ดังนั้นการวิเคราะห์จึงจำเป็นต้องคำนึงถึงสมมุติฐานที่สอดคล้องกับสภาพปัญหานั้นๆ จากพฤติกรรมการไหลที่แตกต่างกันนี้ เราสามารถแบ่งประเภทของการไหลโดยพิจารณาได้จากหลายหลักเกณฑ์ แต่บทนี้จะกล่าวถึงการแบ่งประเภทการไหลโดยพิจารณาใน 7 หลักเกณฑ์ดังนี้

4.1.1 ของไหลจริง และของไหลจินตนาการ

ของไหลจริง และของไหลจินตนาการ (Real fluid and Ideal fluid) ในสนามการไหลของของไหลจริง จะมีผลกระทบจากความหนืด ซึ่งจะทำให้เกิดแรงเค้นเฉือนขึ้นระหว่างอนุภาคของของไหล เมื่ออนุภาคของไหลมีความเร็วแตกต่างกันดังภาพที่ 4.4 (ข) ส่วนของไหลจินตนาการ (Ideal fluid) เป็นการไหลที่สมมุติให้ของไหลไม่มีผลกระทบเนื่องจากความหนืด (การไหลที่ไม่เกิดขึ้นจริง) ดังนั้นในสนามการไหลจะไม่เกิดแรงเค้นเฉือนระหว่างอนุภาคของของไหล และความเร็วของอนุภาคของไหลจะเท่ากันดังภาพที่ 4.4 (ก)

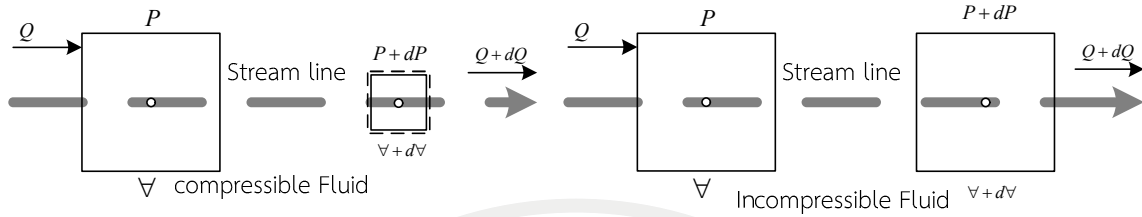


ภาพที่ 4.4 ของไหลจินตนาการและของไหลในสนามการไหลจริง

เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ โดยส่วนมากเมื่อกล่าวถึงการไหล จะหมายถึงการไหลจินตนาการที่ไม่มีผลกระทบเนื่องจากความหนืด และความเร็วคงที่ในบริเวณที่พิจารณา

4.1.2 พิจารณาจากคุณสมบัติในการบีบอัดของของไหล

หากของไหลอัดตัวได้เคลื่อนที่ในสนามการไหลเมื่อความดันเปลี่ยนแปลงไปปริมาตรของของไหลจะเกิดการเปลี่ยนแปลง การวิเคราะห์อัตราการไหลจึงมีความซับซ้อนมากขึ้นดังภาพที่ 4.5 (ก) ในทางตรงกันข้าม ถ้าหากของไหลอัดตัวไม่ได้เคลื่อนที่ในสนามการไหลของไหลแล้วปริมาตรของไหลคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามขนาดของความดัน เมื่อต้องการวิเคราะห์อัตราการไหลจึงมีความซับซ้อนน้อยลงดังภาพที่ 4.5 (ข) โดยส่วนมากของไหลอัดตัวไม่ได้จะมีสถานะเป็นของเหลว



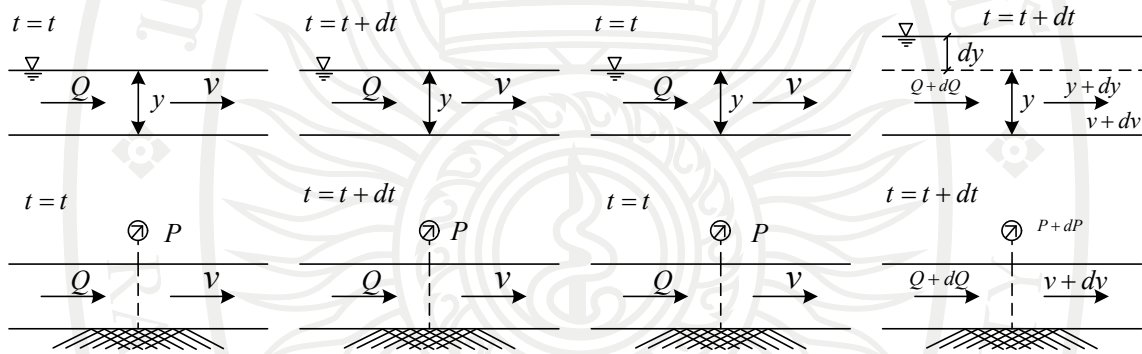
(ก) ของไหลที่อัดตัวได้

(ข) ของไหลที่อัดตัวไม่ได้

ภาพที่ 4.5 ของไหลที่อัดตัวได้และไม่ได้ภายในสนามการไหลที่มีการเปลี่ยนแปลงความดัน

4.1.3 พิจารณาจากการเปรียบเทียบกับเวลา

เมื่อพิจารณาที่จุดใดจุดหนึ่งในสนามการไหล หากในช่วงเวลาที่วิเคราะห์ค่าของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องไม่มีการเปลี่ยนแปลง จะถือว่าการไหลนั้นไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา หรือเรียกว่า Steady flow (กล่าวง่ายๆว่าการไหลที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา คือการไหลที่อัตราการไหล, Q คงที่) ดังภาพที่ 4.6 (ก) ในทางตรงกันข้าม หากในช่วงเวลาที่วิเคราะห์ ค่าของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง มีการเปลี่ยนแปลงอย่างเห็นได้ชัดจะถือว่าการไหลนั้นแปรเปลี่ยนตามเวลา หรือที่เราเรียกว่า Unsteady flow ดังภาพที่ 4.6 (ข)



(ก) การไหลนั้นไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

(ข) การไหลนั้นแปรเปลี่ยนตามเวลา

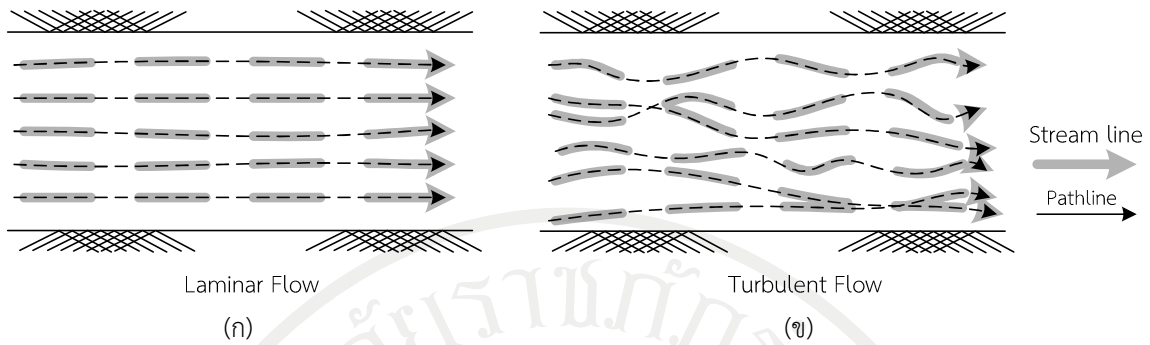
ภาพที่ 4.6 แนวเส้นทางของการไหลในสนามการไหล

4.1.4 พิจารณาจากเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหล

หากพิจารณาจากเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในสนามการไหล เราสามารถแบ่งประเภทการไหลได้เป็น 2 ลักษณะคือ

1. การไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบไปตามเส้นทางที่แน่นอน (เคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นทางของการไหล) สภาพการไหลไม่มีความปั่นป่วน การไหลประเภทนี้มักเกิดกับการไหลของของไหลที่มีความหนืดสูง หรือการไหลที่มีความเร็วต่ำมากๆ ภาพที่ 4.7 (ก)

2. การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่อย่างไม่เป็นระเบียบ อนุภาคของของไหลมีเส้นทางการเคลื่อนที่ที่ไม่แน่นอน สภาพการไหลในสนามการไหลมีความปั่นป่วน การไหลประเภทนี้มักเกิดกับการไหลที่มีความหนืดต่ำ หรือการไหลที่มีความเร็วสูง ภาพที่ 4.7 (ข)



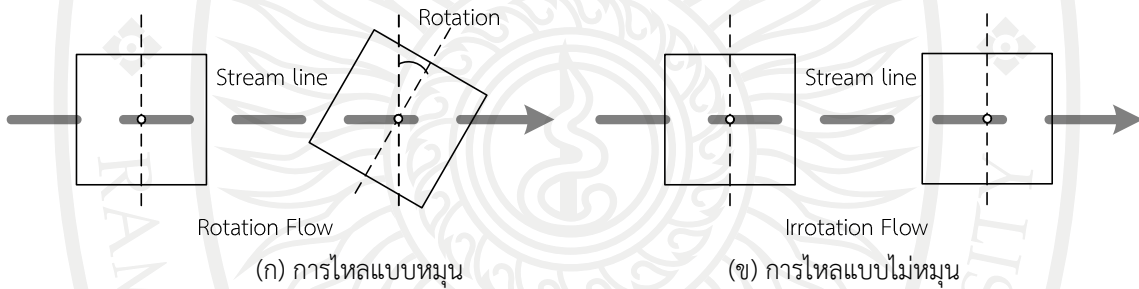
ภาพที่ 4.7 การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน

4.1.5 พิจารณาจากลักษณะการเคลื่อนตัวของอนุภาคของไหล

เมื่อพิจารณาลักษณะของการเคลื่อนตัวของอนุภาคของของไหลสามารถแบ่งได้ 2 ลักษณะคือ

1. การไหลแบบหมุน (Rotational flow) คือการไหลที่อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ไปพร้อมกับการหมุนดังภาพที่ 4.8 (ก)
2. การไหลแบบไม่หมุน (Irrotational flow) คือการไหลที่อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ไปแต่ไม่มีการหมุนดังภาพที่ 4.8 (ข)

โดยส่วนมากในการวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับการไหลจะสมมุติให้การไหลมีลักษณะแบบไม่หมุน



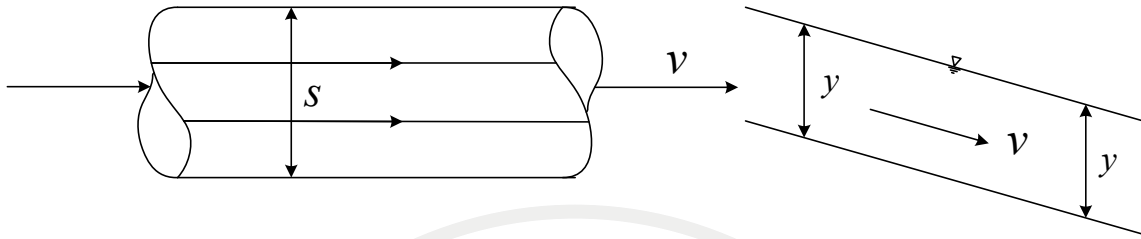
ภาพที่ 4.8 การไหลแบบหมุนและการไหลแบบไม่หมุน

4.1.6 การไหลแบบสม่ำเสมอและการไหลแบบไม่สม่ำเสมอ

การไหลแบบสม่ำเสมอ (Uniform flow) เป็นการไหลซึ่งมีขนาดและทิศทางของความเร็วของการไหลมีค่าคงที่และเท่ากันทุกๆ หน้าตัด เช่นการไหลในท่อที่มีขนาดเท่ากันตลอดความยาวนั้นจะเป็นการไหลแบบสม่ำเสมอ ไม่ว่าจะเป็นการไหลแบบคงที่หรือไม่คงที่ก็ตาม ส่วนการไหลแบบไม่สม่ำเสมอ (Nonuniform flow) เป็นการไหลความเร็วจะเปลี่ยนแปลงไปทุกๆ หน้าตัดของการไหล

การไหลแบบสม่ำเสมอเป็นการไหลที่ขนาดและทิศทางของความเร็วของการไหลมีค่าเท่ากันทุกๆ หน้าตัดในช่วงที่พิจารณา, $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ หรือกล่าวคือเป็นการไหลที่มีความเร็วหรือความลึกเท่ากัน

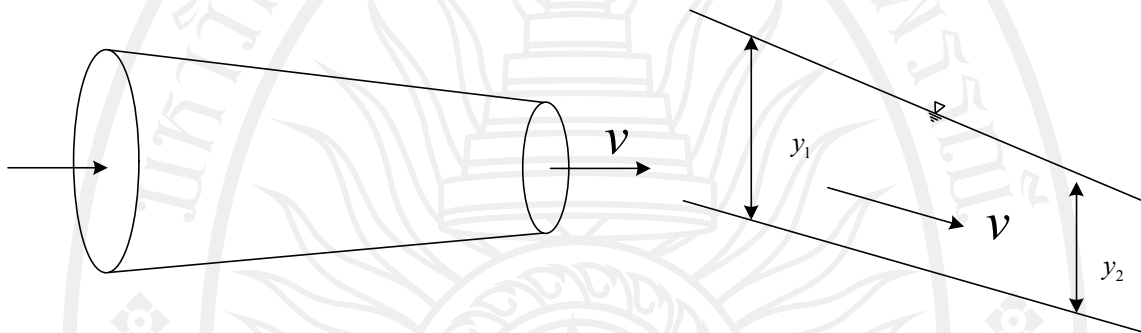
ตลอดดังภาพที่ 4.9



ภาพที่ 4.9 การไหลแบบสม่ำเสมอ

การไหลแบบไม่สม่ำเสมอเป็นการไหลที่มีความเร็วของของไหลเปลี่ยนแปลงไปตลอดช่วง

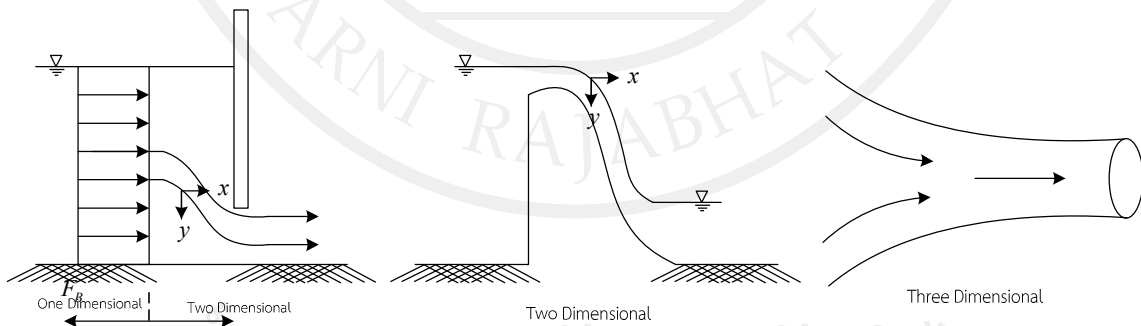
พิจารณา $\frac{\partial v}{\partial y} \neq 0$ ดังภาพที่ 4.10



ภาพที่ 4.10 การไหลแบบไม่สม่ำเสมอ

4.1.7 การไหลแบบหนึ่ง, สอง และสามมิติ

การไหลทิศทางเดียว (One dimensional flow) เป็นลักษณะการไหลที่มีคุณสมบัติการไหล เช่น ความเร็ว, ความดัน และระดับน้ำซึ่งจะผันแปรไปตามทิศทางของการไหลเพียงทิศทางเดียวเท่านั้น ดังภาพที่ 4.11 (ก) โดยเมื่อแนวเส้นทางของการไหลเป็นมีลักษณะเป็นเส้นโค้งใน 2 ทิศทางจะเรียกแบบนี้ว่าเป็นการไหลแบบสองมิติ (Two dimensional flow) ดังภาพที่ 4.11 (ข) เช่น การไหลของน้ำผ่านประตูน้ำ หรือน้ำไหลผ่านเขื่อน และการไหลแบบสามมิติ (Three dimensional flow) เป็นการวิเคราะห์ที่ซับซ้อนมาก เช่นบริเวณที่น้ำไหลเข้าปากท่อ หรือเมื่อของไหลปะทะวัตถุที่ขวางทิศทางการไหลดังภาพที่ 4.11 (ค)



(ก) One dimensional (ข) Two dimensional (ค) Three dimensional

ภาพที่ 4.11 การไหลแบบหนึ่ง, สอง และสามมิติ

4.2 การวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม

การวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม (Flow analysis with control volume method) เป็นการศึกษาถึงพฤติกรรมเคลื่อนที่ของของไหล หรือที่เราเรียกว่าการไหลนั้น เราสามารถวิเคราะห์ได้ใน 3 ลักษณะคือ

1. วิเคราะห์การไหลโดยพิจารณาความเร็ว และความเร่งของของไหลในทุกตำแหน่งในสนามการไหล ซึ่งเป็นวิธีที่จะต้องอาศัยหลักการเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ หรือเรียกว่า วิธีอนุพันธ์ (Differential approach)
2. วิเคราะห์โดยการพิจารณาถึงสภาพความสมดุลของปริมาณการไหลเข้า ปริมาณการไหลออก และปริมาณที่อยู่ภายในขอบเขตที่กำหนด (Finite region)
3. วิเคราะห์โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์มิติประกอบกับการสร้างแบบจำลอง (Dimensional analysis and modeling)

จากทั้งสามหลักการที่กล่าวมา วิธีอนุพันธ์เป็นวิธีที่มีความยุ่งยากซับซ้อนในการวิเคราะห์ เพื่อให้ได้คำตอบบางครั้ง อาจต้องใช้เครื่องมือช่วยในกาคำนวณเช่น โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ส่วนการวิเคราะห์มิติกับแบบจำลองนั้น จะกล่าวถึงอย่างละเอียดในบทต่อไป ดังนั้นในบทนี้จะขอกล่าวถึงเฉพาะการวิเคราะห์โดยการกำหนดขอบเขตของการไหลหรือที่เรียกว่า “วิธีปริมาตรควบคุม” (Control volume approach)

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมของของไหลที่เคลื่อนที่หรือไหลไปนั้น เป็นการยากที่จะพิจารณาของไหลแบบก้อนอนุภาค เพราะของไหลมีการเปลี่ยนรูปร่างอยู่ตลอดเวลา จึงต้องอาศัยการกำหนดขอบเขตในบริเวณที่มีการไหลขึ้นมาเพื่อทำการศึกษาพฤติกรรมของของไหล ในขณะที่ไหลเข้าออกจากขอบเขตดังกล่าว

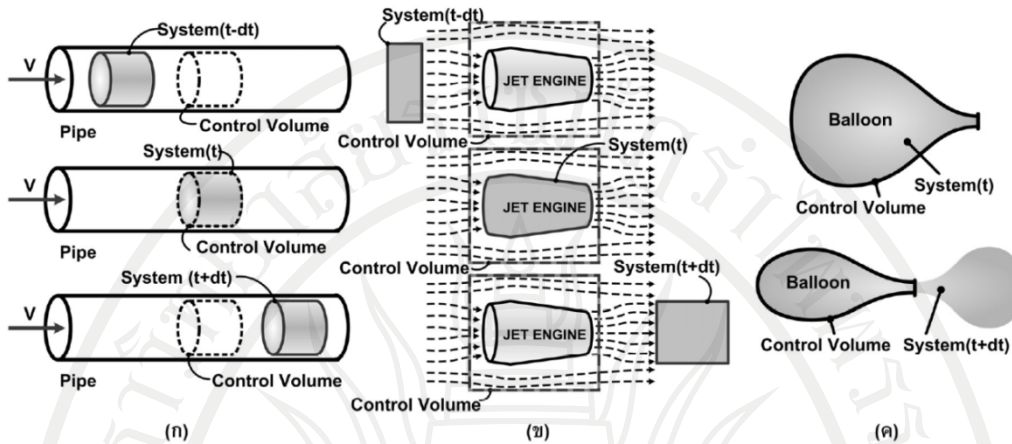
ก่อนที่จะกล่าวถึงการวิเคราะห์ด้วยวิธีปริมาตรควบคุม จะต้องเข้าใจถึงศัพท์ทางเทคนิคที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ด้วยเสียก่อน

1. ระบบ (System) หมายถึง กลุ่มของอนุภาคของไหลที่เลือกทำการศึกษา มีรูปพรรณสัณฐานที่เฉพาะเจาะจง และสามารถเคลื่อนที่ไปตำแหน่งใดก็ได้
2. สิ่งแวดล้อม (Surrounding) หมายถึง สิ่งต่างๆ ที่ล้อมรอบอยู่ภายนอกระบบ
3. ปริมาตรควบคุม (Control volume) หมายถึง ปริมาตรที่ถูกกำหนดขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของการไหลเข้า และไหลออก ในบริเวณที่ทำการศึกษา
4. ผิวของปริมาตรควบคุม (Control surface) หมายถึง พื้นที่ผิวของขอบเขตที่ล้อมรอบปริมาตรควบคุม

4.2.1 การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุม

การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุมสามารถทำได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับสภาพปัญหา และระบบที่ทำการวิเคราะห์ ในการกำหนดขอบเขตนั้น จะต้องมีตำแหน่งของของการไหลเข้าออกที่ชัดเจน และจะต้องตอบคำถามที่กำลังวิเคราะห์นั้นได้ ตัวอย่างเช่น ปัญหาเกี่ยวกับการไหลในท่อเราจะกำหนดขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบอยู่นิ่งกับที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Fix control volume) เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมของระบบที่ไหลผ่านท่อดังภาพที่ 4.12 (ก) หากปัญหาเกี่ยวข้องกับวัตถุที่เคลื่อนที่ในของไหล เราจะกำหนดขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบเคลื่อนที่ที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Moving control volume) เพื่อศึกษาพฤติกรรมของระบบรอบวัตถุในขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ผ่านระบบนั้นดังภาพที่ 4.12 (ข)

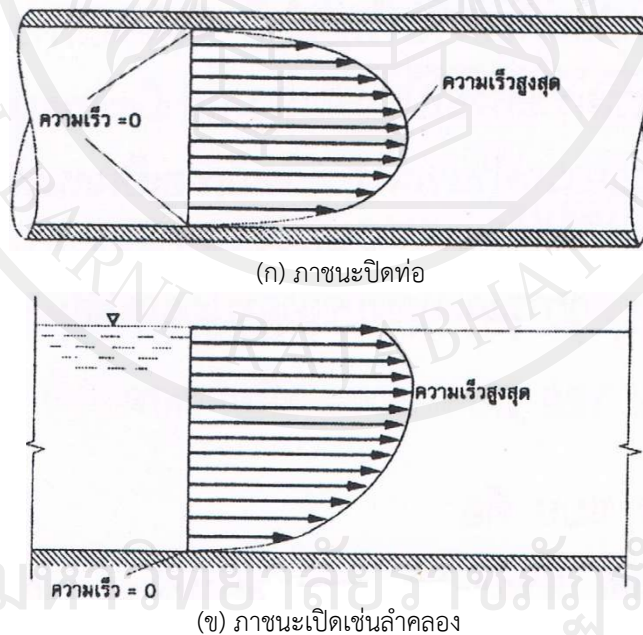
หรือถ้าหากต้องการศึกษาเกี่ยวกับของไหลที่อยู่ในสถานะที่สามารถเปลี่ยนรูปร่างได้เราจะกำหนดขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบเปลี่ยนรูปร่างได้ (Deforming control volume) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างของสถานะ กับ การไหลเข้าและออกของระบบดังภาพที่ 4.12 (ค)



ภาพที่ 4.12 การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุมที่มา (ัญตร ออกวะลา, 2553, หน้า 3-8)

4.3 ความเร็วเฉลี่ยและอัตราการไหล

ความเร็ว (Velocity, v) ตัวชี้บอกว่าของไหลนั้นไหลไปเป็นระยะทางเท่าใดต่อช่วงเวลา เช่น เมตรต่อวินาที (m/s) ฟุตต่อวินาที (ft/s) ของไหลที่ไหลในสถานะที่เท่ากัน ค่าความเร็วจะไม่เท่ากันตลอดเนื่องจากค่าความเสียดทานของผนังท่อหรือสถานะ ตามปกติแล้วความเร็วของของไหลที่อยู่ใกล้กับผนังท่อหรือที่กั้นคลองจะมีค่าน้อยกว่าความเร็วของของไหลที่อยู่ห่างออกมา ดังนั้นจึงถือว่าความเร็วที่ผนังท่อมี่ค่าเท่ากับศูนย์และจะมีค่ามากขึ้นจนกระทั่งสูงสุดที่ตำแหน่งศูนย์กลางท่อดูได้จากผลการทดลองจะออกมาได้ตามภาพที่ 4.13 ดังนั้นในการคำนวณจึงต้องคิดเป็นค่าความเร็วเฉลี่ย (Mean velocity)



ภาพที่ 4.13 ความเร็วของของไหลในสถานะที่มา (คมสัน วงศ์วีรพันธ์, 2548, หน้า 94)

กำหนดให้ พื้นที่สี่เหลี่ยมคือ ระบบที่กำลังพิจารณา และแนวเส้นประคือ ขอบเขตของปริมาตรควบคุม

$$B = \text{ปริมาณทางฟิสิกส์ใดๆ ในระบบที่เคลื่อนตัวผ่านปริมาตรควบคุม}$$

จากภาพที่ 4.14 (ข) เมื่อเวลา $t=t$ ปริมาณใดๆ ที่มีอยู่ในระบบ $B_{sys}(t)$ จะเท่ากับปริมาณใดๆ ที่อยู่ในปริมาตรควบคุม $B_{CV}(t)$

$$B_{sys}(t) = B_{CV}(t) \quad (4.6)$$

แต่เมื่อเวลาผ่านไป δt หากพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในระบบ กับปริมาณในปริมาตรควบคุมและสิ่งแวดล้อม จะได้ว่า

$$B_{sys}(t+\delta t) = B_{CV}(t+\delta t) - B_I(t+\delta t) + B_{II}(t+\delta t) \quad (4.7)$$

โดยที่ $B_I(t+\delta t)$ คือปริมาณที่ไหลเข้ามาในปริมาตรควบคุม และ $B_{II}(t+\delta t)$ คือปริมาณที่ไหลออกจากปริมาตรควบคุม เมื่อเวลาผ่านไป

พิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ B ในระบบเมื่อเทียบกับเวลา จะได้ว่า

$$\frac{\delta B_{sys}}{\delta t} = \frac{B_{sys}(t+\delta t) - B_{sys}(t)}{\delta t} \quad (4.8)$$

แทนค่าสมการที่ 4.6 และ 4.7 ในสมการที่ 4.8

$$\begin{aligned} \frac{\delta B_{sys}}{\delta t} &= \frac{B_{CV}(t+\delta t) - B_I(t+\delta t) + B_{II}(t+\delta t) - B_{CV}(t)}{\delta t} \\ \frac{\delta B_{sys}}{\delta t} &= \frac{B_{CV}(t+\delta t) - B_{CV}(t)}{\delta t} - \frac{B_I(t+\delta t)}{\delta t} + \frac{B_{II}(t+\delta t)}{\delta t} \end{aligned} \quad (4.9)$$

หากพิจารณา δt มีค่าน้อยมากจนเกือบเป็น 0 จะทำให้ $\frac{\delta B_{sys}}{\delta t}$ เปลี่ยนรูปเป็น $\frac{DB_{sys}}{Dt}$

และจากเทอม $\frac{B_{CV}(t+\delta t) - B_{CV}(t)}{\delta t}$ ซึ่งก็คือ $\frac{\partial B_{CV}}{\partial t}$ หรืออัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณในปริมาตรควบคุมต่อเวลา

ดังนั้นสมการที่ 4.9 จึงสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \frac{B_I(t+\delta t)}{\delta t} + \frac{B_{II}(t+\delta t)}{\delta t} \quad (4.10)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ความหมายของเทอม $\frac{B_I(t+\delta)}{\delta}$ คืออัตราการไหลเข้าของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม ซึ่งกำหนดให้ $\frac{B_I(t+\delta)}{\delta}$ สามารถเขียนแทนด้วย \dot{B}_{In} และความหมายของเทอม $\frac{B_{II}(t+\delta)}{\delta}$ คืออัตราการไหลออกของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม กำหนดให้ $\frac{B_{II}(t+\delta)}{\delta}$ เขียนแทนด้วย \dot{B}_{Out} แทนค่าสัญลักษณ์ในสมการที่ 4.10 จะได้

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \dot{B}_{In} + \dot{B}_{Out} \quad (4.11)$$

และถ้าหากมีทางเข้าออกหลายทางสมการที่ 4.11 จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{In} + \sum \dot{B}_{Out} \quad (4.12)$$

ซึ่งเราจะเรียกสมการที่ 4.12 ว่า สมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\begin{aligned} \text{โดยเมื่อ } Q_{In/Out} &= \text{อัตราการไหล (เข้า-ออก)} \left(\frac{\nabla_{In/Out}}{\delta} \right) \\ b &= \text{อัตราส่วนของปริมาณใดๆ ต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไหลใดๆ} \\ &\quad (\text{ของไหลที่ผ่านปริมาตรควบคุม ไม่จำเป็นต้องเป็นระบบ}) \\ \therefore b &= \frac{B}{m} \end{aligned}$$

หากพิจารณาที่ อัตราการไหลเข้าของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม (\dot{B}_{In})

$$\begin{aligned} \dot{B}_{In} &= \frac{m_{In} b_{In}}{\delta} = \frac{\rho_{In} \nabla_{In} b_{In}}{\delta} = \rho_{In} \left(\frac{\nabla_{In}}{\delta} \right) b_{In} \\ \dot{B}_{In} &= \rho_{In} Q_{In} b_{In} \end{aligned} \quad (4.13)$$

ในทำนองเดียวกันหากพิจารณาที่

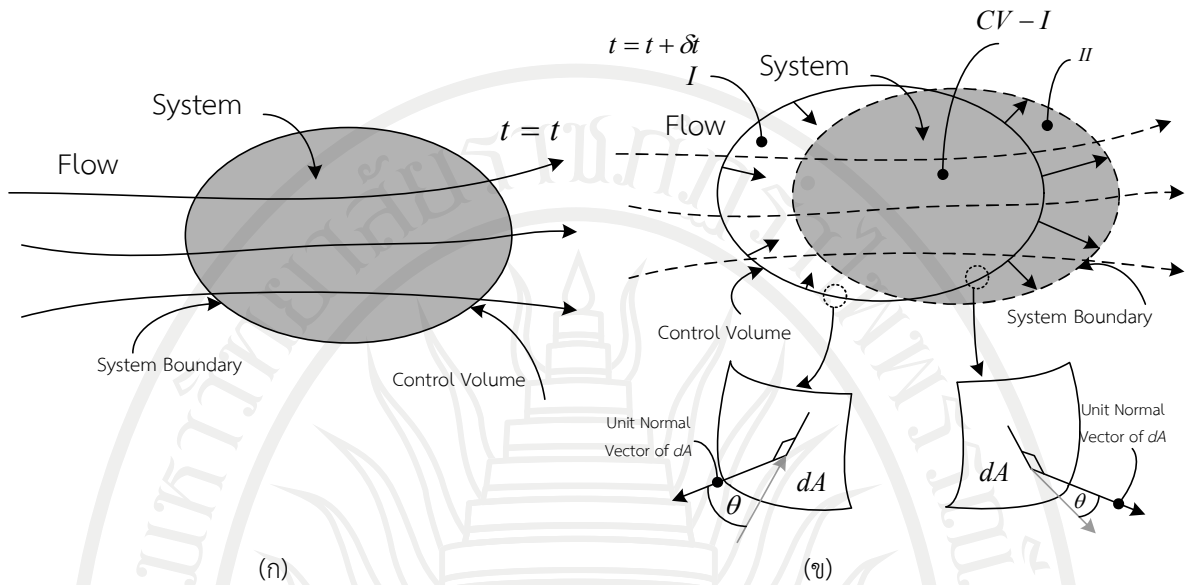
อัตราการไหลออกของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม (\dot{B}_{Out})

$$\begin{aligned} \dot{B}_{Out} &= \frac{m_{Out} b_{Out}}{\delta} = \frac{\rho_{Out} \nabla_{Out} b_{Out}}{\delta} = \rho_{Out} \left(\frac{\nabla_{Out}}{\delta} \right) b_{Out} \\ \dot{B}_{Out} &= \rho_{Out} Q_{Out} b_{Out} \end{aligned} \quad (4.14)$$

สมการที่ 4.13 อาจอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum (\rho_{In} Q_{In} b_{In}) + \sum (\rho_{Out} Q_{Out} b_{Out}) \quad (4.15)$$

4.4.2 ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์กับปริมาตรควบคุมที่มีการไหลเข้าออก
อย่างอิสระ



ภาพที่ 4.15 การเคลื่อนที่ของระบบผ่านปริมาตรควบคุมที่มีการไหลเข้าออกอย่างอิสระ
ที่มา (ดัดแปลงมาจาก B. Franzini et.al , 1997 p. 122)

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.15
ปริมาณในระบบมีค่าเท่ากับ

$$B_{sys} = \int_{sys} d \cdot dm = \int_{sys} \rho b \cdot dV$$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณเทียบกับเวลาในระบบมีค่าเท่ากับ

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{sys} \rho b \cdot dV \right) \tag{4.16}$$

ปริมาณในปริมาตรควบคุมมีค่าเท่ากับ

$$B_{CV} = \int_{CV} d \cdot dm = \int_{CV} \rho b \cdot dV$$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณเทียบกับเวลาในปริมาตรควบคุมมีค่าเท่ากับ

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\frac{dB_{CV}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{CV} \rho b \cdot dV \right) \tag{4.17}$$

จากภาพที่ 4.15 (ก) เมื่อเวลาเปลี่ยนเป็น $t + dt$ พิจารณาปริมาณที่ไหลออก (II) กำหนดให้ความเร็วในแนวตั้งฉากกับผิวควบคุม

$$v_n = \vec{v} \cdot \vec{n} \quad (4.18)$$

เมื่อ \vec{v} = ความเร็วของระบบที่ผิวของปริมาตรควบคุม
 \vec{n} = เวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วยที่ผิวของปริมาตรควบคุม

จากภาพที่ 4.15 (ข) ปริมาณการไหลออกบนพื้นที่เล็กๆ เท่ากับ

$$\delta B_{Out} = \rho b v_n \cdot dA \delta t \quad (4.19)$$

อัตราการไหลออกของปริมาณบนพื้นที่เล็กๆ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \delta \dot{B}_{Out} &= \frac{\delta B_{Out}}{\delta t} \\ &= \rho b v_n \cdot dA \end{aligned} \quad (4.20)$$

ดังนั้นอัตราการไหลออกของปริมาณทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ

$$\dot{B}_{Out} = \int_{CS_{Out}} \rho b v_n \cdot dA \quad (4.21)$$

ถ้าพิจารณาปริมาณการไหลเข้าบนพื้นที่เล็กๆ จะเท่ากับ

$$\delta B_{In} = -\rho b v_n \cdot dA \delta t \quad (4.22)$$

การที่มีเครื่องหมายเป็นลบ เนื่องจากทิศของการไหลสวนทางกับ เวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วยที่ผิวของปริมาตรควบคุม ดังนั้นจึงส่งผลให้

$$-v_n = \vec{v} \cdot \vec{n}$$

อัตราการไหลเข้าของปริมาณบนพื้นที่เล็กๆ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \delta \dot{B}_{In} &= \frac{\delta B_{In}}{\delta t} \\ &= -\rho b v_n \cdot dA \end{aligned} \quad (4.23)$$

ดังนั้นอัตราการไหลเข้าของปริมาณทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ

$$\dot{B}_{In} = \int_{CS_{In}} \rho b v_n \cdot dA \quad (4.24)$$

จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (สมการที่ 4.12) อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณในระบบเทียบกับเวลาจะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} DN_{CV} &= \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} + (\dot{B}_{Out} - \dot{B}_{In}) \\ &= \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} + \left(\int_{CS_{Out}} \rho b v_n dA - \int_{CS_{In}} \rho b v_n dA \right) \end{aligned}$$

∴ จะได้สมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ ในรูปสมการดังนี้

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} + \int_{CS} \rho b v_n dA \quad (4.25)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{sys} \rho b \cdot dV = \frac{d}{dt} \int_{CV} \rho b \cdot dV + \frac{d}{dt} \int_{CS} \rho b \cdot v_n dA \quad (4.26)$$

4.5 สมการกฎการอนุรักษ์มวล

สมการกฎการอนุรักษ์มวล (Mass conservation) พิจารณาจากรูปแบบอย่างง่าย โดยให้ปริมาณที่พิจารณาคือมวลจากสมการที่ 4.12 จะได้ว่า

$$\frac{DM_{sys}}{Dt} = \frac{\partial M_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{M}_{In} + \sum \dot{M}_{Out} \quad (4.27)$$

แต่เนื่องจากมวลไม่มีวันสูญสลาย ซึ่งนั่นหมายความว่า $\frac{DM_{sys}}{Dt} = 0$ ดังนั้น

$$0 = \frac{\partial M_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{M}_{In} + \sum \dot{M}_{Out}$$

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{In} + \sum \dot{M}_{Out} \quad (4.28)$$

สมการที่ 4.28 คือ สมการกฎการอนุรักษ์มวลหรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)

ถ้าพิจารณาในรูปสมการทั่วไป จากสมการที่ 4.24 อัตราส่วนของปริมาณใดๆ ต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไหล $b = \frac{m}{m} = 1$ และเนื่องจากมวลของระบบจะคงที่เสมอจึงทำให้ $\frac{d}{dt} \int_{sys} \rho b \cdot dV = 0$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{d}{dt} \int_{CV} \rho b \cdot dV + \frac{d}{dt} \int_{CS} \rho b \cdot dV = 0 \quad (4.29)$$

สมการที่ 4.29 คือ รูปทั่วไปของสมการกฎการอนุรักษ์มวล

จากสมการที่ 4.23 หากปริมาณที่พิจารณาคือปริมาตร ดังนั้น $b = \frac{\forall}{m}$ หรือเท่ากับ ปริมาตรจำเพาะของของไหล (v) จะได้ว่า

$$\frac{D\forall_{sys}}{Dt} = \frac{\partial\forall_{CV}}{\partial t} + \int_{CS} \rho v_n dA \quad (4.30)$$

เนื่องจาก $\rho v = 0$ ดังนั้นจะได้

$$\frac{D\forall_{sys}}{Dt} = \frac{\partial\forall_{CV}}{\partial t} + \int_{CS} v_n dA \quad (4.31)$$

แต่ถ้าสมมุติฐานของการไหล เป็นการไหลของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (Incompressible fluid) ปริมาตรของระบบจะคงที่ทำให้

$$\frac{D\forall_{sys}}{Dt} = 0$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial\forall_{CV}}{\partial t} = - \int_{CS} v_n dA \quad (4.32)$$

พิจารณาเทอม

$$\int_{CS} v_n dA = \int_{CS_{out}} v_n dA - \int_{CS_{in}} v_n dA$$

แทนค่าในสมการที่ 4.32

$$\frac{\partial\forall_{CV}}{\partial t} = - \left(\int_{CS_{out}} v_n dA - \int_{CS_{in}} v_n dA \right)$$

$$\frac{\partial\forall_{CV}}{\partial t} = \int_{CS_{in}} v_n dA - \int_{CS_{out}} v_n dA$$

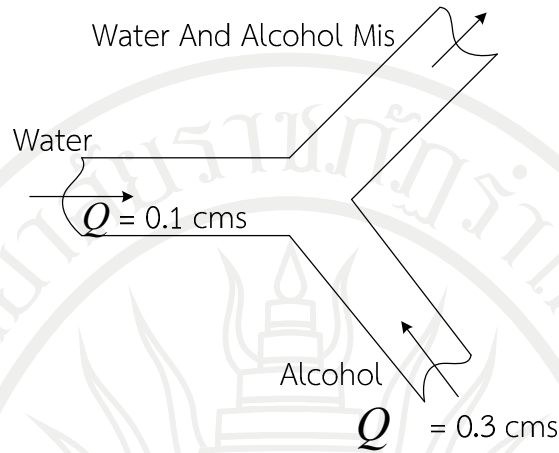
เนื่องจาก $\int_{CS} v_n dA = \sum Q$ ดังนั้น

$$\frac{\partial\forall_{CV}}{\partial t} = \sum Q_{in} - \sum Q_{out} \quad (4.33)$$

ถ้าปริมาตรควบคุมเป็นแบบคงตัวปริมาตรคงที่ และถ้าหากการไหลเป็นการไหลแบบคงที่ ซึ่งหมายถึงการไหลที่คุณสมบัติของของไหลที่ตำแหน่งใดๆ ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาซึ่งทำให้ $\frac{\partial\forall_{CV}}{\partial t} = 0$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\sum Q_{in} = \sum Q_{out} \quad (4.34)$$

ตัวอย่างที่ 4.1 น้ำและแอลกอฮอล์ ไหลมาผสมกันในที่รูปตัว Y ลักษณะดังภาพ เมื่ออัตราการไหลของน้ำและแอลกอฮอล์เท่ากับ 0.1 cms และ 0.3 cms ตามลำดับ จงหาความหนาแน่นของของเหลวที่ทางออก ($SG_{Alcohol} = 0.8$)



วิธีทำ จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{In} + \sum \dot{B}_{Out}$$

พิจารณาปริมาตรควบคุมแบบดังภาพ กำหนดให้ระบบ คือของไหลทั้งหมดที่ไหลผ่านท่อ และปริมาณที่พิจารณาคือมวลจะได้ว่า

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{In} + \sum \dot{M}_{Out}$$

เนื่องจากอัตราการไหลเข้าออกคงที่ และปริมาณภายในท่อส่วนที่อยู่ในปริมาตรควบคุมไม่เปลี่ยนแปลงดังนั้น

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = 0$$

พิจารณาการไหลเข้าทั้งสองทาง

$$\begin{aligned} \sum \dot{M}_{In} &= \rho_W Q_W + \rho_{Alcohol} Q_{Alcohol} \\ &= (0.1) \rho_W + (0.3)(0.8) \rho_W \end{aligned}$$

พิจารณาการไหลออก

$$\sum \dot{M}_{Out} = \rho_{Mix} \cdot Q_{Mix}$$

แทนค่าทั้งหมดในสมการ จะได้

$$0 = (0.1) \rho_W + (0.3)(0.8) \rho_W + \rho_{Mix} \cdot Q_{Mix} \quad (4.35)$$

เนื่องจากระบบเป็นของไหลอัดตัวได้น้อยมาก ประกอบกับปริมาตรควบคุมเป็นแบบคงตัว ไม่มีการเปลี่ยนแปลงปริมาตร และการไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

$$\therefore \sum Q_{In} = \sum Q_{Out}$$

$$\Rightarrow Q_W + Q_{Alcohol} = Q_{Mix}$$

$$(0.1) + (0.3) = Q_{Mix}$$

$$Q_{Mix} = 0.4 \text{ cms}$$

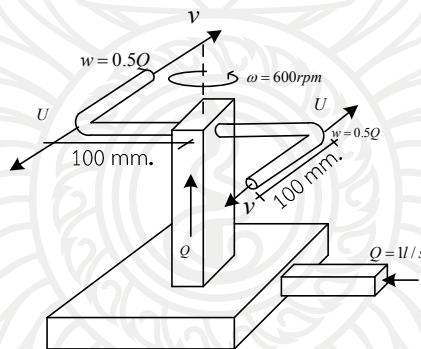
$$\text{แทนค่าใน (4.35)} \quad 0 = (0.1) \rho_W + (0.3)(0.8) \rho_W - \rho_{Mix}(0.4)$$

$$\rho_{Mix} = \left[\frac{(0.1 + (0.3 \times 0.8))}{0.4} \right] \rho_W$$

$$= (0.85) \rho_W$$

$$= 850 \text{ kg/m}^3 \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 4.2 สปริงเกอร์ฉีดน้ำด้วยอัตราการไหล 1 ลิตรต่อวินาทีตั้งภาพปลายทางออกของสปริงเกอร์ มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร รัศมี 100 มิลลิเมตร จงหาความเร็วของน้ำในอากาศ (v) ในขณะที่สปริงเกอร์หมุนด้วยความเร็วรอบ (ω) 600 rpm



วิธีทำ จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{In} + \sum \dot{B}_{Out}$$

พิจารณาปริมาตรควบคุมแบบตั้งภาพ

กำหนดให้ระบบคือ ของไหลทั้งหมดที่ไหลผ่านท่อ และปริมาณที่พิจารณาคือมวล จะได้ว่า

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{In} + \sum \dot{M}_{Out} \quad (4.36)$$

เนื่องจากอัตราการไหลเข้าออกคงที่ และปริมาตรของส่วนที่อยู่ในปริมาตรควบคุมไม่เปลี่ยนแปลงดังนั้น

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = 0$$

พิจารณาการไหลเข้า

$$\sum \dot{M}_{In} = \rho_W Q_W$$

$$= (0.001) \rho_W$$

พิจารณาการไหลออก $\sum \dot{M}_{Out} = 2(\rho_w \cdot Q_{Out})$

เนื่องจาก $Q_{Out} = A_{Out}W$

$$= \left(\frac{\pi}{4} (0.006)^2 \right) W$$

เมื่อ W คือความเร็วของน้ำที่ไหลออกจากสปริงเกอร์ เมื่อเทียบกับปลายสปริงเกอร์

ดังนั้น $\sum \dot{M}_{Out} = 2 \left(\rho_w \left(\frac{\pi}{4} (0.006)^2 \right) W \right)$

แทนค่าทั้งหมดในสมการ (4.36) จะได้

$$0 = (0.001) \rho_w + 2 \left(\rho_w \left(\frac{\pi}{4} (0.006)^2 \cdot 2 \right) \cdot W \right)$$

$$W = \frac{(0.001) \rho_w}{2 \frac{\pi}{4} \cdot (0.006)^2}$$

$$= 17.68 \text{ m/s}$$

จากภาพเมื่อพิจารณาความเร็วในรูปเวกเตอร์ จะเห็นได้ว่า

$$\vec{v} = \vec{W} \cdot \vec{U}$$

ดังนั้นความเร็วของน้ำในอากาศจึงเท่ากับ

$$U = \omega R$$

$$= \left(\frac{2\pi(600)}{600} \right) (0.1)$$

$$= 2\pi \text{ m/s}$$

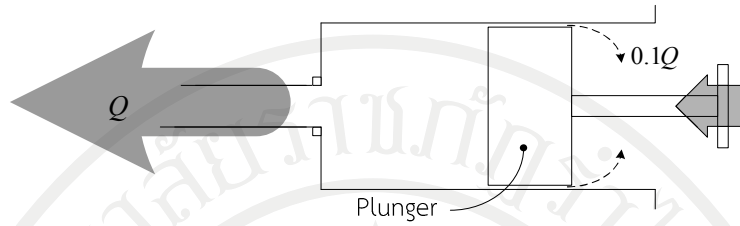
ดังนั้นความเร็วของน้ำในอากาศจึงเท่ากับ

$$\vec{V} = (-17.68) + (2\pi)$$

$$= -11.40 \text{ m/s}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 4.3 เข็มฉีดยาอันหนึ่ง แป้นกด (Plunger) มีขนาดพื้นที่ 500 ตร.มม. ถ้าต้องการฉีดยาให้น้ำยาไหลออกในอัตรา 300 cc/min จงหาความเร็วในการกดแป้น โดยสมมติให้มีการรั่วไหลของตัวยา รอบแป้นกดเท่ากับ 0.1 เท่าของอัตราที่ไหลออกทางปลายเข็ม



วิธีทำ จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{In} + \sum \dot{B}_{Out}$$

พิจารณาปริมาตรควบคุมแบบ Deforming control volume ดังภาพ

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{In} + \sum \dot{M}_{Out} \tag{4.37}$$

เนื่องจากไม่อัตราการไหลเข้า ดังนั้น

พิจารณาการไหลเข้า $\sum \dot{M}_{In} = 0$

พิจารณาการไหลออก $\sum \dot{M}_{Out} = \rho Q + \rho(0.1Q)$

เมื่อแทนค่าในสมการที่ (4.37) จะได้

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = 0 - [\rho Q + \rho(0.1Q)]$$

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = -(1.1)\rho Q \tag{4.38}$$

พิจารณาเทอม

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \frac{\rho dV_{CV}}{dt}$$

$$= \frac{\rho d(AL)}{dt}$$

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \rho A \frac{dL}{dt} \tag{4.39}$$

จะเห็นได้ว่าความเร็วในการกด

$$v = \frac{dS}{dt}$$

$$= -\frac{dL}{dt} \tag{4.40}$$

แทนค่า (4.39) และ (4.40) ใน (4.38)

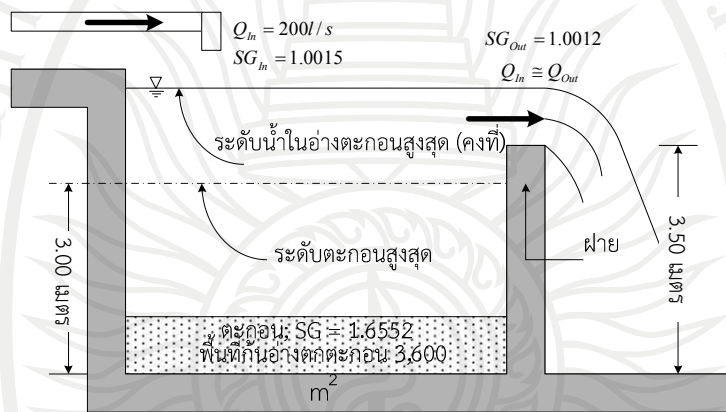
$$\rho A(-v) = -(1.1)\rho Q$$

$$v = \frac{(1.1)Q}{A}$$

$$= \frac{(1.1) \cdot \left(300 \times \frac{10^{-6}}{60}\right)}{(500 \times 10^{-6})}$$

$$v = 0.011 \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 4.4 โรงบำบัดน้ำเสียแห่งหนึ่งต้องการบำบัดน้ำผ่านอ่างตกตะกอน โดยน้ำเสียที่ต้องการบำบัดที่จะไหลเข้าสู่อ่างตกตะกอน มีปริมาณ 500 ลิตร/วินาที ค่าความถ่วงจำเพาะ 1.0015 หลังจากผ่านการตกตะกอนน้ำเสียมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.0012 ซึ่งจะไหลออกผ่านฝายน้ำล้นที่ทางออก เนื่องจากระดับน้ำภายในอ่างค่อนข้างคงที่จึงประมาณได้ว่าอัตราการไหลออกจากอ่างค่อนข้างคงที่ จากการตรวจวัดตะกอนที่ก้นอ่าง ค่าความถ่วงจำเพาะมีค่าเท่ากับ 1.6552 จะต้องใช้เวลาานเท่าไรกว่าที่ตะกอนจะเต็มอ่างพอดี (ปริมาณตะกอนถึงระดับสูงสุด)



วิธีทำ จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{In} + \sum \dot{B}_{Out}$$

พิจารณาปริมาตรควบคุมแบบดังภาพ

กำหนดให้ระบบคือ ของไหล และปริมาณที่พิจารณาคือมวล จะได้ว่า

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{In} + \sum \dot{M}_{Out} \quad (4.41)$$

เนื่องจากอัตราการไหลเข้าออกคงที่ และปริมาตรของส่วนที่อยู่ในปริมาตรควบคุมไม่เปลี่ยนแปลงดังนั้น

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = 0$$

พิจารณาการไหลเข้า

$$\begin{aligned} \sum \dot{M}_{In} &= \rho_{In} Q_{In} \\ &= 1.0015(0.1) \rho_w \end{aligned} \quad (4.42)$$

พิจารณาการไหลออก

$$\begin{aligned} \sum \dot{M}_{Out} &= \rho_{Out} \cdot Q_{Out} \\ &= 1.0012(0.1) \rho_w \end{aligned} \quad (4.43)$$

เมื่อพิจารณาที่ $t=0$ มวลในปริมาตรควบคุม คือมวลของน้ำส่วนที่ 1 และ 2 เมื่อเวลาผ่านไป $t = \Delta t$ มวลที่อยู่ในปริมาตรควบคุม คือมวลของน้ำส่วนที่ 1 กับมวลของตะกอนที่เข้ามาแทนที่ส่วนที่ 2 ดังนั้นในช่วงเวลาดังกล่าวมีมวลแตกต่างกันเท่ากับ

$$\begin{aligned}\Delta M_{CV} &= (m_1 + m_{s,ii}) - (m_1 - m_2) \\ &= m_s - m_2 = \rho_s \cdot \nabla_s - \rho_2 \nabla_2 \\ &= \nabla (\rho_{\mu Di} - \rho_2) \\ &= (3600 \times 3)(1.6552 - 1.0012)(1000)\end{aligned}$$

$$\therefore \Delta M_{CV} = 7,063,200 \text{ kg} = 7,063.2 \text{ ton}$$

เมื่อพิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลในปริมาตรควบคุมต่อหนึ่งหน่วยเวลาจะได้

$$\begin{aligned}\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} &= \frac{\Delta M_{CV}}{\Delta t} \\ &= \frac{7,063.2 \times 10^3}{\Delta t}\end{aligned} \quad (4.44)$$

นำ (4.42) (4.43) และ (4.44) แทนใน (4.41)

$$\frac{7,063.2 \times 10^3}{\Delta t} = (1.0015 - 1.0012) \rho_w$$

$$\Delta t = \frac{7,063.2}{(1.0015 - 1.0012)} \text{ ton}$$

$$= 47,088,000 \text{ วินาที}$$

$$= 545 \text{ วัน}$$

Ans

4.6 สรุป

ทฤษฎีการไหลเบื้องต้นโดยกล่าวถึงจลนศาสตร์ของไหลเป็นหลัก การจำแนกประเภทการไหลสามารถแบ่งออกตามลักษณะของการพิจารณา 7 หลักเกณฑ์ดังนี้ คือ

1. ของไหลจริง และของไหลจินตนาการ
2. การบีบอัดตัวของของไหล
3. การเปรียบเทียบกับเวลา
4. การเคลื่อนที่ของอนุภาคการไหล
5. ลักษณะการเคลื่อนตัวของอนุภาคการไหล
6. การไหลแบบสม่ำเสมอ และการไหลแบบไม่สม่ำเสมอ
7. การไหลแบบหนึ่ง, สอง และสามมิติ

ในบทนี้จะพิจารณาการของไหลที่ไม่สามารถบีบอัดตัวได้ โดยสามารถพิจารณาวิเคราะห์แก้ปัญหาการไหลเพื่อหาความเร็ว ความเร่ง และการเคลื่อนที่ของของไหล ซึ่งจะสามารถพิจารณาจากทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

โดยการวิเคราะห์อัตราการไหลสามารถวิเคราะห์จากสมการที่ 4.2 แบ่งออกเป็นอัตราการไหลเชิงปริมาตร, เชิงน้ำหนัก และเชิงมวล ตามสมการที่ 4.4, 4.5 และ 4.6 ตามลำดับ

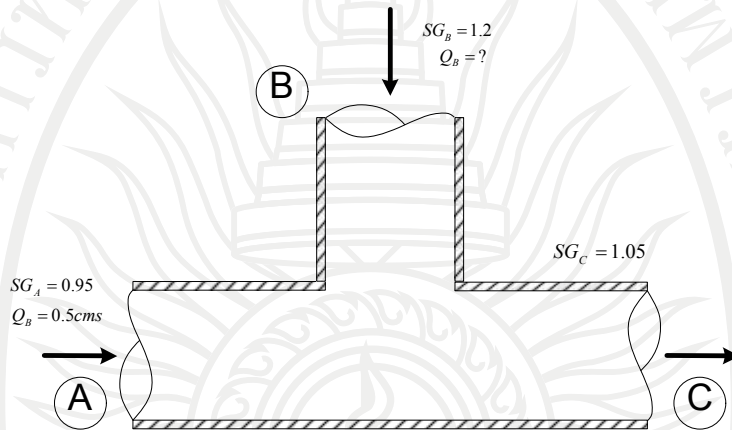
และการวิเคราะห์ปัญหาการไหลของของไหลจะพิจารณาที่กำหนดการเคลื่อนที่ที่มีการกำหนดการไหลเข้าและออก สามารถแก้ไขปัญหาจากสมการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ ดังสมการที่ 4.15 ทำนองเดียวกันถ้าพิจารณาการไหลเข้าและออกอย่างอิสระสามารถแก้ไขปัญหาโดยใช้สมการที่ 4.26

ซึ่งในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลของของไหลที่มีลักษณะของทางเข้าทางออกที่อยู่ในระบบโครงข่ายจะมีลักษณะของปัญหาที่ยุ่งยากจึงต้องพิจารณาร่วมกับสมการกฎการอนุรักษ์มวลภายใต้สมมติฐานที่ว่าปริมาตรของของไหลคงที่ และการไหลเป็นแบบคงที่ ดังสมการที่ 4.34

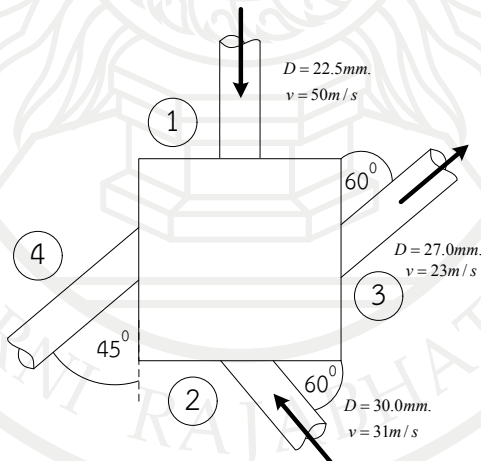
แบบฝึกหัดบทที่ 4

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากสมการ $\frac{\partial M_{sys}}{\partial t} = \frac{\partial M_{CV}}{\partial t} + \sum \dot{M}_{out} - \sum \dot{M}_{in}$ จงอธิบายความหมายของตัวแปรเทอมต่างๆ
2. สมการการเคลื่อนย้ายของเรโนลด์ กับ สมการการอนุรักษ์มวลแตกต่างกันอย่างไร
3. โรงงานแห่งหนึ่งต้องการผสมของเหลวสองชนิดคือ A กับ B ที่มีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.95 และ 1.20 ตามลำดับ อัตราการไหลของสาร A ถูกควบคุมที่ 0.5 cms หากต้องการควบคุมความถ่วงจำเพาะของสารผสม (C) ให้มีค่า 1.05 จงหาอัตราการไหลของสาร B (ของเหลวทั้งสองชนิดอัดตัวได้น้อยมาก)



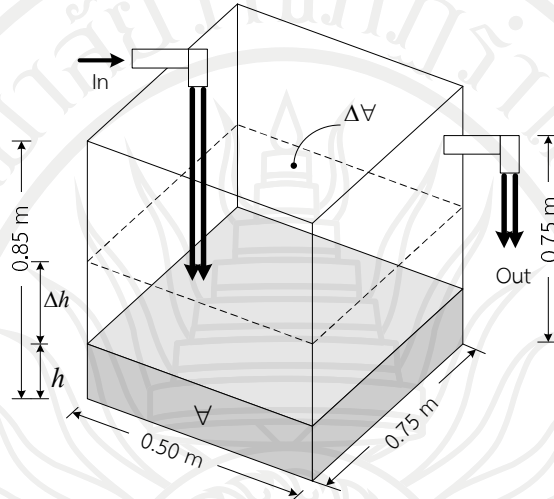
4. กล้องใบหนึ่ง มีทางน้ำไหลเข้าออกในลักษณะดังภาพ จงหาทิศทาง และอัตราการไหลที่ทางน้ำ หมายเลข 4



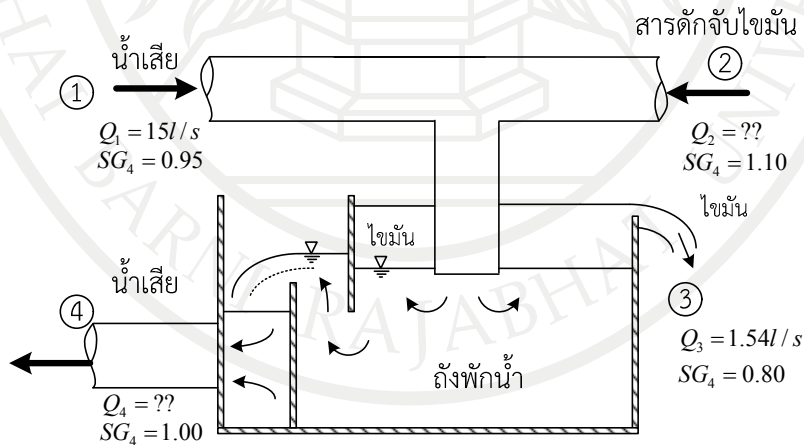
5. จากภาพ ถ้าเปิดน้ำใต้งถังขนาด $0.5 \times 0.75 \times 1.5 \text{ m}^3$ ด้วยอัตรา 25 L/s อยากทราบว่า

1. ถ้าในขณะที่เริ่มจับเวลาไม่มีน้ำอยู่ในถังจะต้องใช้เวลานานเท่าใด ระดับน้ำจะเพิ่มขึ้นจนถึงวาล์วน้ำที่ทางออก

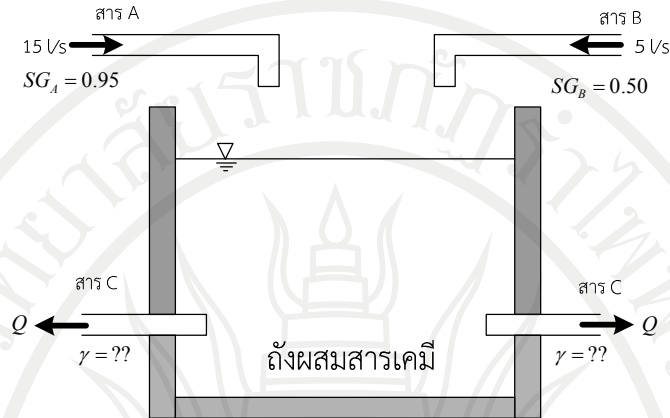
2. ถ้าต้องการไม่ให้น้ำล้นออกจากถัง จงหาความเร็วของน้ำที่ระบายทางออก เมื่อมีขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อที่ทางออกเท่ากับ 2.5 cm



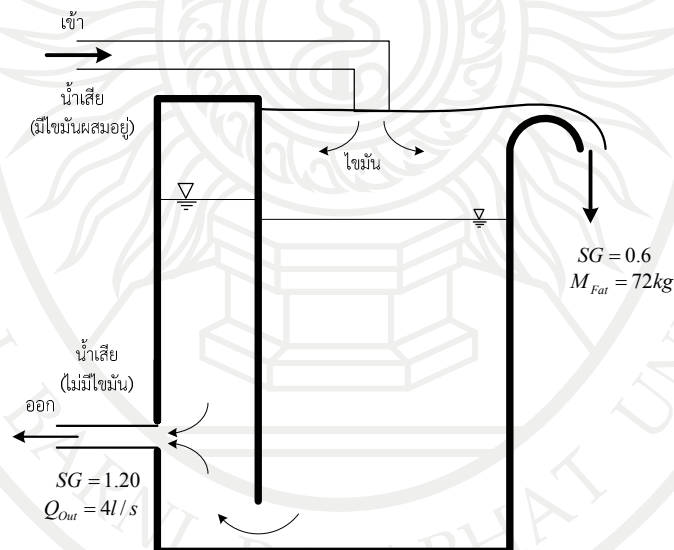
6. ในกระบวนการบำบัดน้ำเสีย ต้องการแยกไขมันออกจากน้ำด้วยการผสมสารดักจับไขมันลงในน้ำเสีย จากนั้นจึงปล่อยลงสู่ถังพักน้ำ ภายในถังพักน้ำไขมันจะลอยขึ้นด้านบน ส่วนน้ำเสียที่ปราศจากไขมันจะจมลงสู่ด้านล่าง และระบายทิ้งลงสู่แหล่งน้ำธรรมชาติ ในลักษณะดังภาพ ถ้า ถ.พ.ของน้ำเสีย สารดักจับไขมัน ไขมัน และน้ำทิ้ง มีค่าเท่ากับ 0.95, 1.10, 0.08 และ 1.00 ตามลำดับ ในการทดสอบหาปริมาณสารดักจับไขมันที่เหมาะสมพบว่า จากปริมาณน้ำเสียที่ต้องการบำบัด 15 L/s สามารถดักจับไขมันได้มากที่สุดให้อัตรา 1.54 L/s อยากทราบว่า จะต้องเติมสารดักจับไขมันที่เหมาะสมด้วยอัตราเท่าไร และมีน้ำทิ้งเกิดขึ้นให้อัตราเท่าไร



7. ทำการผสมสารเคมี A กับ B ในถังผสมสารเคมีในลักษณะดังภาพ ต้องการปล่อยสารผสม (C) ออกสองทาง ด้วยอัตราที่เท่ากัน ถ้าสาร A มีความถ่วงจำเพาะ 1.5 อัตราการไหล 15 L/s ส่วนสาร B มีความถ่วงจำเพาะ 0.5 อัตราการไหล 5 L/s จงหาอัตราการไหลออกของสาร C ในแต่ละทาง และน้ำหนักจำเพาะของสาร C (สภาพการไหลเป็นแบบ Steady flow และของไหลอัดตัวได้น้อยมาก)



8. โรงบำบัดน้ำเสียแห่งหนึ่งต้องการแยกไขมันออกจากน้ำเสียด้วยถังตกไขมัน หลังจากน้ำเสียไหลผ่านถังตกไขมันที่ทางออกสามารถวัดอัตราการไหลของน้ำเสียได้ 4 ลิตร/วินาที ความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.2 และเมื่อเวลาผ่านไป 5 นาที ปริมาณไขมันที่ตกได้เพิ่มขึ้น 72 กิโลกรัม ความถ่วงจำเพาะของไขมันเท่ากับ 0.6 ถ้าอัตราการไหลของน้ำเสียที่ทางเข้ามีค่าคงที่ จงหาอัตราการไหลและความหนาแน่นของน้ำเสียก่อนเข้าถังตกไขมัน



เอกสารอ้างอิง

- คมสัน วงศ์วีระพันธ์. (2548). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ : โอ.เอส.พรีนติ้ง เฮ้าส์ เดียนสโตร์.
- สกุล ท่อวโนทยาน. (2543). เอกสารประกอบการสอนวิชาชลศาสตร์ Hydraulics. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- Joseph B. Franzini., and E.John Finnemore (1997). Fluid Mechanics with engineering. 13st ed. New York : McGraw-Hill Company.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 5

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 5 สมการพลังงาน

- 5.1 สมการพลังงานของออยเลอร์
- 5.2 สมการเบอร์นูลลี
- 5.3 คาวีเตชัน
- 5.4 ประยุกต์ใช้สมการพลังงานกับชลศาสตร์
- 5.5 การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ
- 5.6 เครื่องสูบ
- 5.7 กังหัน
- 5.8 ประยุกต์ใช้สมการพลังงานในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่
- 5.9 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 1 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายสมการพลังงานของออยเลอร์
2. อธิบายสมการเบอร์นูลลี
3. อธิบายคาวีเตชัน
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์สมการเบอร์นูลลี และสมการพลังงาน
5. อธิบายวิธีการประยุกต์ใช้สมการพลังงานในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ชักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่ยังเรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะเรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค

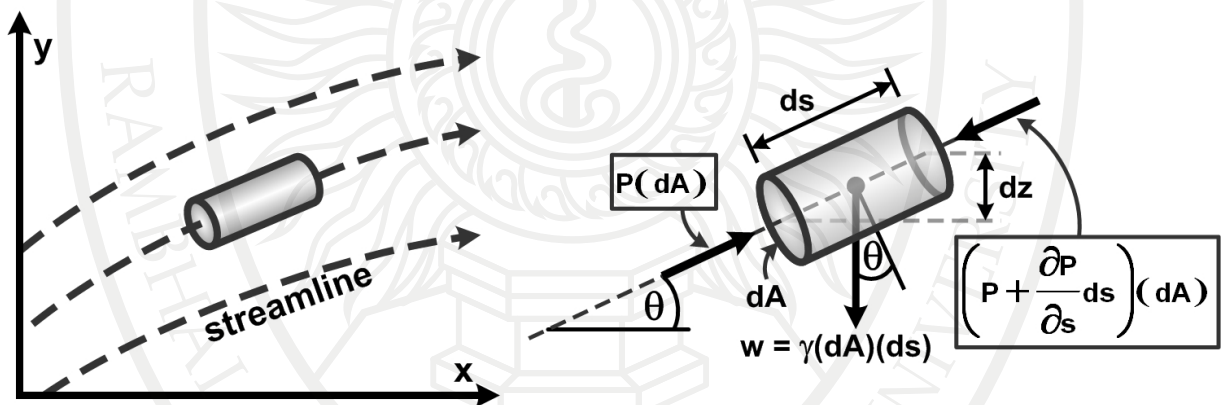
บทที่ 5 สมการพลังงาน

เมื่อพิจารณาอนุภาคของของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ในสนามของการไหล ความดัน ความเร็วของอนุภาค รวมถึงแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้นจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องไปตามตำแหน่ง และเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป เพื่อหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ซึ่งสามารถวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการจากสมการพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง 3 สมการดังนี้ คือสมการความต่อเนื่อง สมการพลังงาน และสมการโมเมนตัม ซึ่งการวิเคราะห์ด้วยสมการโมเมนตัมนั้นจะกล่าวถึงในบทต่อไป ส่วนในบทนี้จะเป็นการวิเคราะห์ สมการพลังงานของอนุภาคของไหลอัดตัวไม่ได้ และที่เคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นทางการไหลภายใต้การไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

สมการพลังงานของการไหลนั้นเกิดจากแนวคิดของนักคณิตศาสตร์ชื่อเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ โดยพิจารณาตัวแปรต่างๆ ไปตามแนวเส้นทางการไหล ซึ่งต่อมานักคณิตศาสตร์ชื่อดาเนียล แบร์นูลลี ได้นำสมการของออยเลอร์มาวิเคราะห์ต่อจนได้เป็นสมการพลังงานที่ใช้กันอย่างแพร่หลายจนถึงปัจจุบัน

5.1 สมการพลังงานของออยเลอร์

สมการพลังงานของออยเลอร์ (Euler's energy equation) คือสมการที่พิจารณาอนุภาคของไหลรูปทรงกระบอกที่กำลังเคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นทางการไหลดังภาพที่ 5.1



ภาพที่ 5.1 การเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลตามแนวเส้นทางการไหล
ทีมา (ฉัตร ออวะลา, 2553, หน้า 4-1)

ของไหลเคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นทางการไหลด้วยความเร่ง a_s ทำมุม θ กับแนวระดับ พิจารณาแรงภายนอกที่กระทำกับของไหลประกอบด้วย

แรงดัน เนื่องจากความดันที่ผิวของทรงกระบอกมีทิศทางหักล้างกันหมด ดังนั้นแรงดันจึงเหลือเพียง แรงที่กระทำกับปลายด้านหนึ่งมีค่าเท่ากับ $P(dA)$ ทำมุม $\left(P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) (dA)$

น้ำหนักของก้อนอนุภาค

$$\begin{aligned} dW &= \gamma(dV) \\ &= \gamma(dA \cdot ds) \end{aligned}$$

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\sum F = m\bar{a}$$

เมื่อพิจารณาทิศทางการไหลตามแนวเส้นทางการไหล จะได้ว่า

$$P(dA) - \left(P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) (dA) - dW(\sin \theta) = m\bar{a} \quad (5.1)$$

เนื่องจากความเร็ว $\bar{a}_s = \frac{dV}{dt}$ และ $V = f(s, t)$ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \bar{a}_s &= \frac{\partial V}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt} \\ &= V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t} \end{aligned} \quad (5.2)$$

แต่เนื่องจากสภาพการไหลไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาจึงทำให้อัตราเร่ง $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ และ $\frac{\partial V}{\partial s} = \frac{dV}{ds}$

ดังนั้นสมการที่ 5.2 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\bar{a}_s = V \cdot \frac{dV}{ds} \quad (5.3)$$

มวลของอนุภาคของไหลมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} m &= \rho(dV) \\ &= \rho(dA \cdot ds) \end{aligned} \quad (5.4)$$

แทนค่าสมการ 5.3 และ 5.4 ในสมการที่ 5.1 จะได้

$$\begin{aligned} P(dA) - \left(P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) (dA) - \gamma(dA \cdot ds)(\sin \theta) &= \rho(dA \cdot ds) \left(V \cdot \frac{dV}{ds} \right) \\ P - \left(P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) (dA) - \gamma(ds) \left(\frac{dz}{ds} \right) &= \rho(dA \cdot ds) \left(V \cdot \frac{dV}{ds} \right) \end{aligned}$$

ความดันที่สภาพการไหลแบบไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา จึงทำให้ $\frac{\partial P}{\partial s} = \frac{dP}{ds}$ ดังนั้น

$$P - \left(P + \frac{dP}{ds} ds \right) (dA) - \gamma(ds) \left(\frac{dz}{ds} \right) = \rho(dA \cdot ds) \left(V \cdot \frac{dV}{ds} \right)$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{V \cdot dV}{g} = 0 \quad (5.5)$$

ซึ่งต่อมาสสมการที่ 5.5 นี้ถูกเรียกว่า "สมการพลังงานของออยเลอร์"

5.2 สมการเบอร์นูลลี

นักคณิตศาสตร์ชื่อดาเนียล แบริ์นูลลี ได้นำสมการพลังงานของออยเลอร์มาวิเคราะห์ด้วยวิธีอินทิเกรตภายใต้สมมติฐานดังต่อไปนี้

1. ไม่คำนึงถึงผลของความหนืด จึงไม่คิดผลของความเสียดทาน
2. เป็นการไหลในสภาวะคงตัว
3. เป็นของไหลยุบตัวไม่ได้
4. พิจารณาปริมาตรควบคุมตามเส้นกระแส
5. ของไหลมีความเร็วสม่ำเสมอตลอดหน้าตัดการไหล

$$\int dz + \int \frac{dP}{\gamma} + \int \frac{V \cdot dV}{g} = \int 0$$

จากผลของการอินทิเกรต จะได้

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = C \quad (5.6)$$

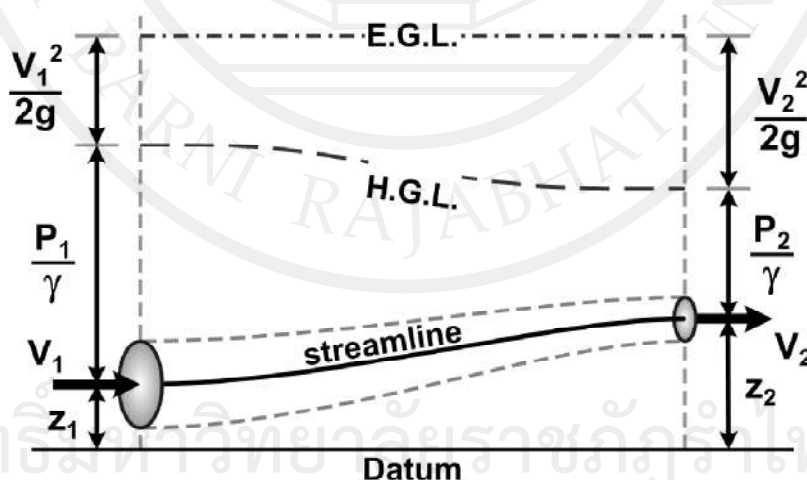
โดยที่ C คือค่าคงตัวของการอินทิเกรต ซึ่งสามารถวิเคราะห์ค่าได้โดยอาศัยสภาวะเงื่อนไขของจุดบนเส้นกระแสนั้นสำหรับของไหลยุบตัวไม่ได้ ($\rho = \text{ค่าคงตัว}$) จะพบว่า

$$\text{หรือ} \quad P + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho g z = C \quad (5.7)$$

$$\text{หรือ} \quad z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (5.8)$$

ซึ่งต่อมาสมการที่ 5.8 นี้ถูกเรียกว่า "สมการพลังงานของเบอร์นูลลี หรือสมการเบอร์นูลลี"

ความหมายของสมการเบอร์นูลลี คือหากไม่มีผลของพลังงานจากภายนอก และการสูญเสียพลังงานจากภายในระบบความสัมพันธ์ของตัวแปรของของไหลที่เดินทางไปตามแนวเส้นทางการไหลผ่านจุดที่ 1 และ 2 จะเป็นไปตามสมการที่ 5.8



ภาพที่ 5.2 ความสัมพันธ์ของตัวแปรเทอมต่างๆ ในสมการเบอร์นูลลี

ที่มา (การุณ เตชะฐิตินันท์, 2548, หน้า 3-7)

จากสมการที่ 5.6 และ 5.7 จะเห็นได้ว่า มิติของตัวแปรแต่ละเทอมในสมการคือความยาว (L) ซึ่งเป็นมิติเดียวกันกับมิติของพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนักของของไหล กล่าวคือ

$$z : [L] \quad \frac{P}{\gamma} : \left[\frac{FL^{-1}}{ML^{-2}T^{-2}} \right] = \left[\frac{(MLT^{-2})L^{-2}}{ML^{-2}T^{-2}} \right] \quad \frac{V^2}{2g} : \left[\frac{(LT^{-1})^2}{LT^{-2}} \right] = [L]$$

มิติของพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนัก

$$\frac{\text{Energy}}{\text{Weight}} : \frac{[FL]}{[F]} = [L]$$

ดังนั้นสมการของเบอร์นูลลีไม่ใช่สมการความสัมพันธ์ของพลังงาน แต่เป็นสมการความสัมพันธ์ของพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนักของของไหล

ด้วยเหตุนี้เราจึงไม่เรียกเทอมต่างๆ ว่าพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนักแต่จะเรียกว่า เฮดพลังงาน (Energy head) หรือเรียกสั้นๆ ว่าเฮด (Head) ซึ่งในแต่ละเทอมก็จะมีชื่อเรียกเฉพาะตามคำนิยามดังนี้

z = เฮดของพลังงานศักย์ ซึ่งก็คือระดับความสูงจากระดับอ้างอิงถึงแนวเส้นทางการไหล หรือเรียกว่าเฮดระดับ (Potential head or elevation head)

$\frac{P}{\gamma}$ = เฮดของพลังงานอันเนื่องมาจากความดันสถิต หรือเรียกว่าเฮดความดัน (Pressure head)

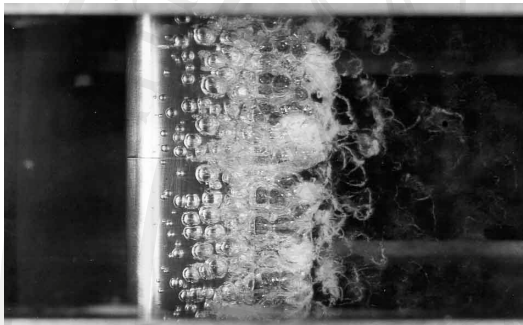
$\frac{V^2}{2g}$ = เฮดของพลังงานจลน์ หรือเรียกว่า เฮดความเร็ว (Velocity head)

เมื่อพิจารณาภายใต้เงื่อนไขการไหลแบบคงที่แรงที่เกี่ยวข้องจะมีเพียงแรงโน้มถ่วงของโลกกับแรงอันเนื่องมาจากความดันของไหลเป็นของไหลในจินตนาการ และอัดตัวไม่ได้เมื่ออนุภาคของไหลเคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นทางการไหล โดยไม่มีผลจากพลังงานภายนอก และการสูญเสียพลังงานผลรวมของเฮดที่จุดใดจุดหนึ่ง จะเท่ากับผลรวมของเฮดอีกจุดหนึ่งเสมอ ดังนั้นเฮดพลังงานรวมจะคงที่ตลอดความยาวของ เส้นทางการไหลดังภาพที่ 5.2 โดยเส้นที่บอกถึงระดับของเฮดพลังงานรวมนั้นเราจะเรียกว่า เส้นระดับพลังงาน (Energy grade line ; E.G.L.) และเส้นที่บอกถึงระดับผลรวมของเฮดระดับกับเฮดความดัน จะเรียกว่า ระดับชลศาสตร์ (Hydraulic grade line ; H.G.L.)

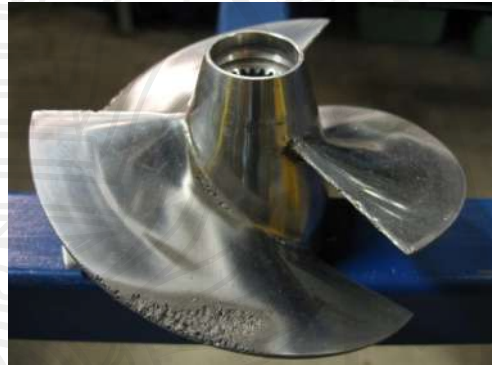
(ผลรวมของเฮดระดับ กับเฮดความดันเรียกว่า เฮดสถิต ; Static head หรือ Piezometric head)

5.3 คาวิตีเตชัน

คาวิตีเตชัน (Cavitation) คือปรากฏการณ์ที่ทำให้ของเหลวมีการเปลี่ยนแปลงสถานะเป็นไอ และกลั่นตัวอย่างรวดเร็ว ขณะที่ของเหลวไหลช่วงสั้นผ่านส่วนที่มีความดันสมบูรณ์ต่ำ เรียกว่า "ปรากฏการณ์คาวิตีเตชัน" (แก๊สจะไม่มีการเกิดคาวิตีเตชันเพราะแก๊สไม่มีการเปลี่ยนสถานะที่ความต่ำ) การศึกษาเกี่ยวกับการไหลของของเหลวจะต้องคำนึงถึงเรื่องนี้ด้วย เพราะว่าการเกิดคาวิตีเตชันจะมีผลทำให้เกิดความเสียหายขึ้นได้ ถ้าที่ตำแหน่งใดๆ ในการไหลที่ของเหลวมีความเร็วสูงกว่าปกติ ความดันภายในของของเหลวจะลดลงจนถึงความดันไอของมัน ของเหลวที่จุดนั้นจะเดือดกลายเป็นไอนั้นจะกลั่นตัวอย่างรวดเร็วอาจเรียกว่าเกิดการแตกตัว ซึ่งทำให้เกิดความดันไดนามิกส์สูงกระแทกกับผนังที่ของเหลวไหลผ่าน และถ้าเกิดขึ้นบ่อยๆ จะมีผลทำให้วัสดุนั้นเกิดการเสียหายได้ดังแสดงในภาพที่ 5.3 เช่น ใบพัดของปั๊มผนังท่อ เทอร์ไบน์ เป็นต้น



(ก) การเกิดคาวิตีเตชัน



(ข) ใบพัด หลังจากที่มีเกิดอาการคาวิตีเตชัน

ภาพที่ 5.3 แสดงปรากฏการณ์การเกิดคาวิตีเตชัน
ที่มา (คมสัน วงศ์วีระพันธ์, 2548, หน้า 121)

ในการแก้ปัญหาของของไหลเกี่ยวกับการไหลของของเหลว จำเป็นที่จะต้องรู้ค่าของคาวิตีเตชันจากสมการที่ 5.9 พบว่าถ้าที่ความดันใดๆ ที่ทำให้เฮดความเร็วสูงขึ้นแล้วเฮดความดันจะมีค่าลดลงในของเหลวใดๆ จะมีค่าความดันสมบูรณ์ต่ำสุดที่สามารถลดลงได้อยู่ค่าหนึ่ง เรียกว่า ความดันไอของของเหลวค่านี้จะขึ้นอยู่กับชนิดของของเหลวและอุณหภูมิของของเหลวแต่ละชนิด การคำนวณเกี่ยวกับการกลายเป็นไอของของเหลวนั้น จะหาค่าความดันสมบูรณ์ต่ำสุดที่ของเหลวเริ่มจะกลายเป็นไอ โดยนิยามให้มีค่าเท่ากับความดันไอของของเหลวนั้น

$$\left(\frac{P_{crit}}{\gamma}\right)_{abs} = \frac{P_V}{\gamma}$$

$$\text{แต่} \quad \left(\frac{P_{crit}}{\gamma}\right)_{abs} = \frac{P_{atm}}{\gamma} + \left(\frac{P_{crit}}{\gamma}\right)_{gage}$$

$$\therefore \left(\frac{P_{crit}}{\gamma}\right)_{gage} = -\left(\frac{P_{atm}}{\gamma} + \frac{P_V}{\gamma}\right) \quad (5.9)$$

เมื่อ P_{atm} = ความดันบรรยากาศ

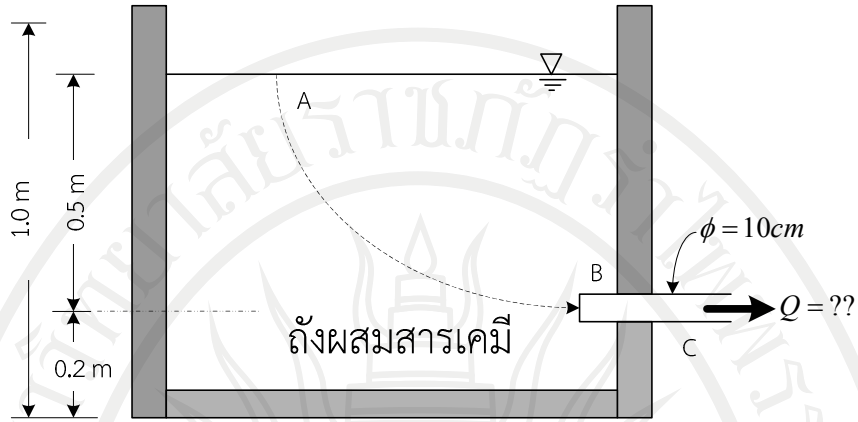
P_{crit} = ความดันวิกฤตหรือความดันต่ำสุดที่ของเหลวเริ่มจะกลายเป็นไอ

P_V = ความดันไอของของเหลว

แนวทางการแก้ไขการเกิดควิเตชั่น คือ

1. เลือกปั๊มที่มีค่าความดันสัมบูรณ์ที่ปั๊มต้องการ (NPSHr) ต่ำๆโดยทางวิศวกรรมค่าความดันสัมบูรณ์ที่ปั๊มต้องการ ต้องมีค่าน้อยกว่าความดันสัมบูรณ์ของระบบทางด้านดูดสุทธิ (NPSHa) อย่างน้อยที่สุด 0.5 เมตร ปั๊มจึงจะสามารถดูดของเหลวได้
2. ควรหลีกเลี่ยงระบบท่อทางดูด และการติดตั้งอุปกรณ์ข้อต่อ ท่องอ ที่เป็นอุปสรรคขัดขวางการไหลของของเหลว ปกติการติดตั้งท่อทางดูด ควรสั้นและหักงอน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ (ท่อทางดูดก่อนเข้าตัวปั๊มควรมีความยาวมากกว่า 6 เท่าขึ้นไปของเส้นผ่านศูนย์กลางท่อทางดูดของปั๊ม)
3. ห้ามใช้ท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางน้อยกว่าเส้นผ่านศูนย์กลางท่อทางดูดของปั๊ม
4. ลดระยะดูดยกที่สูงเกินไป
5. ตรวจสอบระบบท่อทางดูดว่ามีการรั่วหรือมีลมเข้าด้านท่อดูดหรือไม่ (ควรติดตั้งปั๊มให้อยู่ใกล้แหล่งของเหลวที่สุด)
6. ตรวจสอบชุดกรองอุดตัน (ควรทำการตรวจสอบเช็คอย่างน้อย 1 เดือน/ครั้ง)
7. ตรวจสอบเช็คของเหลวมีความหนืดสูง ควรใช้งานปั๊มสุบจ่ายของเหลวตามที่กำหนด

ตัวอย่างที่ 5.1 จากภาพ ถังน้ำสูง 1.0 ม. มีใ้่น้ำสูง 0.7 ม. มีรูระบายน้ำอยู่ที่ ความสูง 0.2 ม. จากก้นถัง และมีเส้นผ่านศูนย์กลางกลาง 10 ซม. ถ้าถังมีขนาดใหญ่มาก (อัตราการไหลเปลี่ยนแปลงน้อยมากในขณะที่ทำการวัด) ถ้าการสูญเสียพลังงานเกิดขึ้นน้อยมาก จงหาขนาดของอัตราการไหลของน้ำผ่านรูระบาย



วิธีทำ การพิจารณาจากสมการเบอร์นูลลีของน้ำที่เดินทางจาก A ไป C จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g}$$

กำหนดให้ระดับที่กั้นถัง คือระดับอ้างอิง (Datum) และความดันอากาศเท่ากับ 0

ที่จุด A : $Z_A = +0.7$ เมตร : $P_A = 0$: $V_A = 0$

ที่จุด C : $Z_C = +0.2$ เมตร : $P_C = 0$

แทนค่าใน $0.7 + 0 + 0 = 0.2 + 0 + \frac{V_C^2}{2g}$

$$V_C = 3.13 \text{ m/s}$$

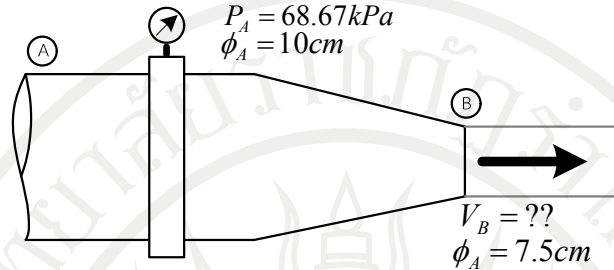
จากสมการ

$$Q = A_C \cdot V_C = \frac{\pi}{4} (0.10^2) (3.13)$$

$$= 0.012 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$= 12.29 \text{ l/s} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 5.2 จากภาพ หัวฉีดฉีดน้ำจากจุด A ออกสู่อากาศที่ปลาย B โดย ที่จุด A มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 ซม. และมีความดันที่มาตรวัดอ่านได้เท่ากับ 68.67 kPa ส่วนที่จุด B มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 7.5 ซม. จงหาความเร็ว และอัตราการไหลของน้ำที่ปลายทางออก (จุด B) กำหนดให้การสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก



วิธีทำ การพิจารณาจากสมการ Bernoulli ของน้ำที่เดินทางจาก A ไป B จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

กำหนดให้ระดับที่กั้นถึง คือระดับอ้างอิง (Datum) และความดันอากาศเท่ากับ 0

ที่จุด A : $Z_A = +0.0$ เมตร : $P_A = 68.67 \times 10^3$ Pa

: $V_A = 0$

ที่จุด B : $Z_B = +0.0$ เมตร : $P_B = 0$

แทนค่าใน $0.7 + \frac{68.67 \times 10^3}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = 0.0 + 0 + \frac{V_B^2}{2g}$

$$2g (6.957) = V_B^2 - V_A^2 \quad (5.10)$$

จากสมการ $Q = A \cdot V$ และ $Q_{In} = Q_{Out}$

$$A_A \cdot V_A = A_B \cdot V_B$$

$$A_A = \frac{A_B}{A_A} V_B$$

$$= \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 V_B$$

$$= \left(\frac{0.075}{0.10} \right)^2 V_B$$

$$= (0.5625) V_B \quad (5.11)$$

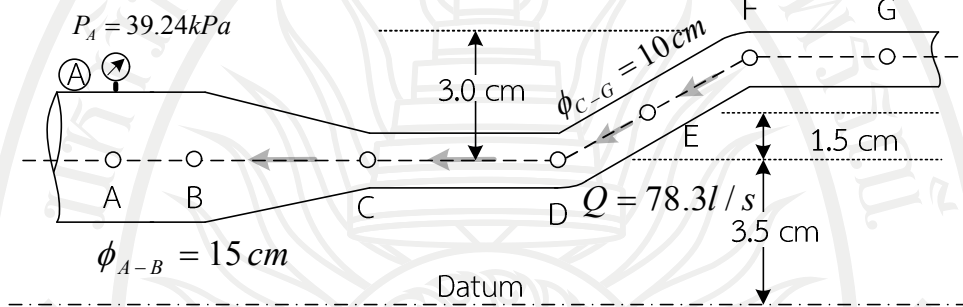
แทนค่า V_A จากมากกว่า (5.11) ในสมการ (5.10)

$$2g (6.957) = V_B^2 - (0.5625 V_B)^2$$

$$V_B = 14.13 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Rightarrow \quad Q &= A_B \cdot V_B \\ &= \frac{\pi}{4} (0.075^2) (14.13) \\ &= 0.06242 \text{ m}^3/\text{s} \\ &= 6.242 \text{ l/s} \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5.3 ท่อ AG มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางช่วง A-B 15 ซม. และช่วง C-G 10 ซม. มาตรการวัดความดันที่จุด A อ่านค่าได้ 39.24 kPa น้ำไหลจาก G ไป A ด้วยอัตรา 78.3 l/s ถ้าการสูญเสียพลังงานระหว่างการไหลเกิดขึ้นน้อยมากจงพล็อตกราฟเส้นระดับพลังงาน และระดับชลศาสตร์ที่จุดต่างๆ



วิธีทำ

จากสมการ $Q = A \cdot V$

และ $Q_{in} = Q_{out}$

พิจารณาจากภาพ

$$Q_{AB} = Q_{CG}$$

$$A_{AB} \cdot V_{AB} = A_{GC} \cdot V_{CG}$$

$$V_{CG} = \frac{Q}{A_{GC}}$$

$$= \frac{0.0783}{\frac{\pi}{4} \times 0.1^2}$$

$$= 9.97 \text{ m/s}$$

ทำนองเดียวกัน

$$V_B = \frac{0.0783}{\frac{\pi}{4} \times 0.15^2}$$

$$= 4.43 \text{ m/s}$$

$$\therefore (\text{E.G.L})_A = Z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$\text{ลึขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี} = 3.5 + 4 + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$= 8.5 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{H.G.L})_A &= Z_A + \frac{P_A}{\gamma} \\
 &= 3.5 + 4 \\
 &= 7.5 \text{ m}
 \end{aligned}$$

พิจารณาสมการเบอร์นูลลีจาก G ไป A

ที่จุด G : $Z_G = +6.5$ เมตร

: $V_G = 9.97$ m/s

ที่จุด A : $Z_A = +3.5$ เมตร

: $P_A = 39.4 \times 10^3$ Pa

$$z_G + \frac{P_G}{\gamma} + \frac{V_G^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$6.5 + \frac{P_G}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} = 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$\frac{P_G}{\gamma} = -3.06 \text{ m}$$

$$\therefore (\text{E.G.L})_G = Z_G + \frac{P_G}{\gamma} + \frac{V_G^2}{2g}$$

$$= 6.5 + (-3.06) + \frac{9.97^2}{2g}$$

$$= 8.5 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L})_G = Z_G + \frac{P_G}{\gamma}$$

$$= 6.5 + (-3.06)$$

$$= 3.44 \text{ m}$$

พิจารณาสมการเบอร์นูลลีจาก F ไป A

ที่จุด F : $Z_F = +6.5$ เมตร

: $V_F = 9.97$ m/s

ที่จุด A : $Z_A = +3.5$ เมตร

: $P_A = 39.4 \times 10^3$ Pa

$$z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$6.5 + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} = 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$\frac{P_F}{\gamma} = -3.06 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \quad (\text{E.G.L})_E &= Z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} \\
 &= 5.0 + (-1.56) + \frac{9.97^2}{2g} \\
 &= 8.5 \text{ m} \\
 (\text{H.G.L})_E &= Z_E + \frac{P_E}{\gamma} \\
 &= 5.0 + (-1.56) \\
 &= 3.44 \text{ m}
 \end{aligned}$$

พิจารณาสมการเบอร์นูลลีจาก D ไป A

ที่จุด D : $Z_D = +3.5$ เมตร

: $V_D = 9.97$ m/s

ที่จุด A : $Z_A = +3.5$ เมตร

: $P_A = 39.4 \times 10^3$ Pa

$$z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$3.5 + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} = 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$\frac{P_D}{\gamma} = -0.06 \text{ m}$$

$$\therefore \quad (\text{E.G.L})_C = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g}$$

$$= 3.5 + (-0.06) + \frac{9.97^2}{2g}$$

$$= 8.5 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L})_C = Z_C + \frac{P_C}{\gamma}$$

$$= 3.5 + (-0.06)$$

$$= 3.44 \text{ m}$$

พิจารณาสมการเบอร์นูลลีจาก B ไป A

ที่จุด B : $Z_B = +3.5$ เมตร

: $V_B = 9.97$ m/s

ที่จุด A : $Z_A = +3.5$ เมตร

: $P_A = 39.4 \times 10^3$ Pa

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$3.5 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} = 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 4.0 \text{ m}$$

$$\therefore (\text{E.G.L})_B = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$= 3.5 + 4 + \frac{9.97^2}{2g}$$

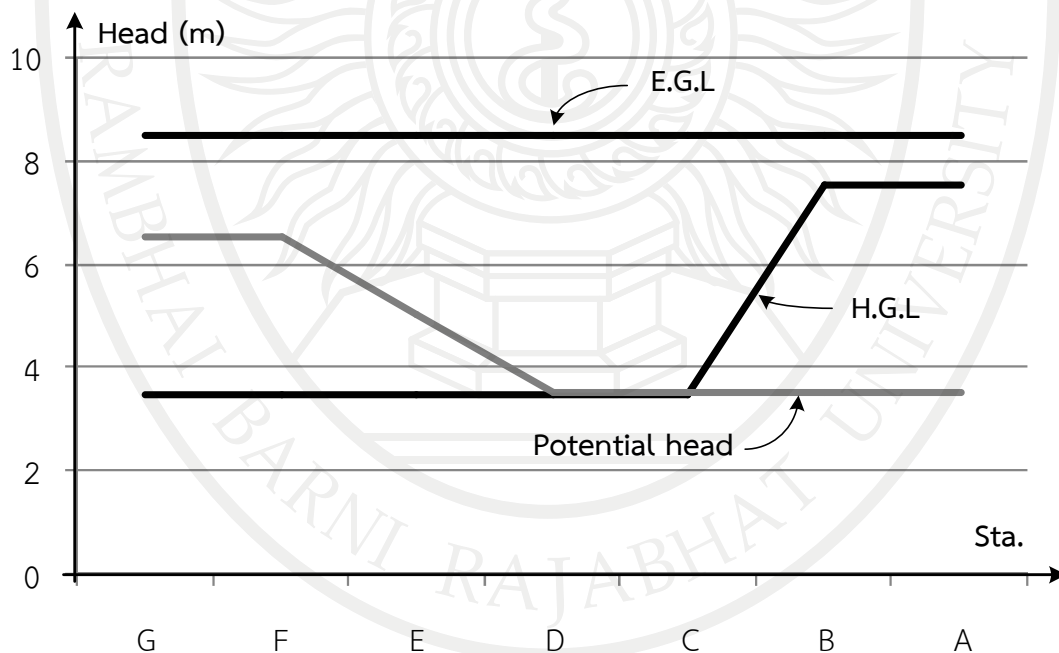
$$= 8.5 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L})_B = z_B + \frac{P_B}{\gamma}$$

$$= 3.5 + 4$$

$$= 7.5 \text{ m}$$

สามารถพล็อตกราฟ E.G.L. และ H.G.L. ได้ดังนี้



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

5.4 ประยุกต์ใช้สมการพลังงานกับงานในชลศาสตร์

สมการพลังงานเนื่องจากสมการเบอร์นูลลีเป็นสมการความสัมพันธ์ของเฮดภายใต้สมมุติฐานที่ไม่มีการสูญเสียพลังงาน หรือการแลกเปลี่ยนพลังงานระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อม แต่ในทางจริงของไหลอาจมีการสูญเสียพลังงานให้กับตัวกลางระหว่างการเดินทาง (การสูญเสียหลัก) เช่นการไหลในท่อของไหลจะมีการสูญเสียพลังงานให้กับผนังท่ออันเนื่องมาจากแรงเสียดทาน หรือของไหลอาจเกิดการสูญเสียพลังงานจากการเปลี่ยนแปลงความเร็วอย่างกะทันหัน (การสูญเสียรอง) เช่นการไหลในท่อที่บริเวณวาล์ว และข้อต่อต่างๆ หรือของไหลเคลื่อนที่ผ่านอุปกรณ์ที่สามารถเพิ่มพลังงานให้กับระบบ หรือดึงพลังงานออกจากระบบ (Pump and Turbine) ดังนั้นในหัวข้อนี้จะเป็นการประยุกต์สมการพลังงานของเบอร์นูลลีกับการไหลในสถานการณ์ต่างๆ ดังที่กล่าวมา

พิจารณาสมการพลังงานจากแบบการไหลต่อไปนี้

5.4.1. การไหลสภาวะคงตัวด้วยความเร็วสม่ำเสมอ

พิจารณาสมการพลังงานภายใต้การไหลคงตัวใน 1 มิติ โดยปราศจากเพลาสำหรับของไหลยุบตัวไม่ได้ สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{loss} \quad (5.12)$$

สำหรับของไหลยุบตัวได้ โดยมีการไหลที่คำนึงถึงความเสียดทานในของไหลในสภาวะคงตัว พบว่า

$$\sum h_{loss} > 0$$

โดยที่ h_{Loss} คือพลังงานสูญเสียต่อหนึ่งหน่วยมวลของไหล มีหน่วยเป็น kJ/kg-ของไหล

5.4.2. การไหลสภาวะคงตัวด้วยความเร็วไม่สม่ำเสมอ

ในหัวข้อที่กล่าวข้างต้นที่ผ่านมาเป็นการพิจารณาไหลใน 1 มิติในสภาวะคงตัวด้วยความเร็วสม่ำเสมอตลอดหน้าตัดที่ของของไหลข้ามผิวควบคุม ในกรณีที่ความเร็วไม่สม่ำเสมอ นั้นสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{sh} - h_{loss} \quad (5.13)$$

โดยที่ α = สัมประสิทธิ์พลังงานจลน์ (Kinetic energy coefficient) ตรงทางเข้าหรือทางออก เขียนเป็น α_1 และ α_2 ตามลำดับ

\bar{V} = ความเร็วเฉลี่ยบนหน้าตัดการไหล

ข้อสังเกต

สำหรับการไหลที่มีความเร็วไม่สม่ำเสมอ $\alpha > 1$

สำหรับการไหลที่มีความเร็วสม่ำเสมอ $\alpha = 1$

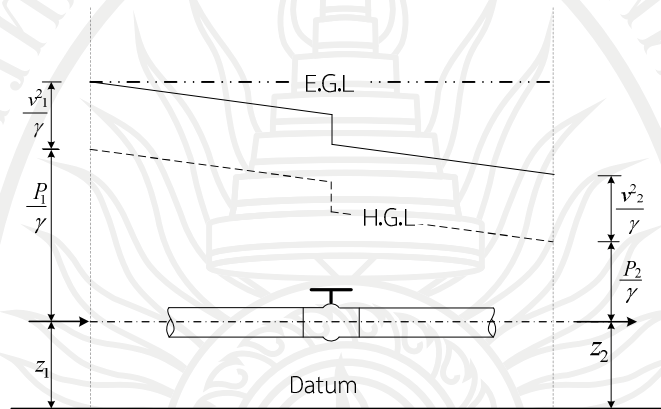
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

5.5 การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ

การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ สามารถจำแนกได้เป็น 2 ประเภทดังนี้

1. การสูญเสียหลัก (Major loss) เป็นการสูญเสียเฮดที่เกิดจากแรงเสียดทานบริเวณผนังท่อ หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า การสูญเสียเนื่องจากความฝืด (Friction head loss) ซึ่งการสูญเสียเฮดประเภทนี้จะเกิดอย่างต่อเนื่องตลอดช่วงความยาวของการไหล สัญลักษณ์ที่ใช้คือ h_f

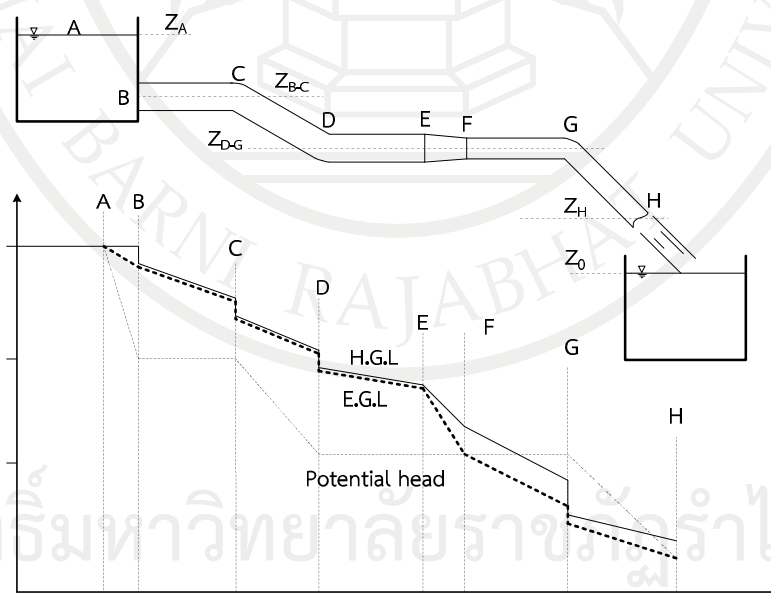
2. การสูญเสียรอง (Minor loss) เป็นการสูญเสียเฮดที่เกิดขึ้นบริเวณที่ความเร็วของของไหลมีการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหัน ซึ่งการสูญเสียเฮดประเภทนี้มักจะเกิดขึ้นบริเวณจุดเชื่อมต่อทางเข้าออกหรือจุดที่มีอุปกรณ์ประกอบต่างๆ (Fitting devices) เช่น ข้อต่อ ข้องอต่างๆ วาล์ว เป็นต้น สัญลักษณ์ที่ใช้คือ h_m



ภาพที่ 5.4 การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ

จากสมการของเบอร์นูลลีหากพิจารณาการสูญเสียเฮดเข้าไปด้วย จะได้ว่า

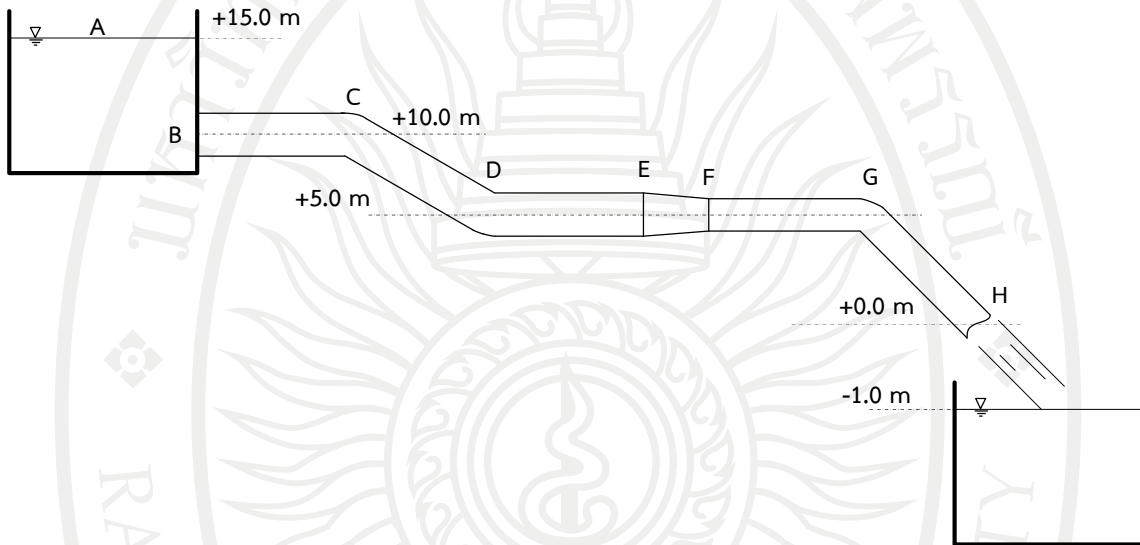
$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow B} \quad (5.14)$$



ภาพที่ 5.5 การเปลี่ยนแปลงระดับพลังงาน และระดับชลศาสตร์ของการไหลในท่อ

ตัวอย่างที่ 5.4 จากภาพจงวิเคราะห์และสร้างแนวเส้นกราฟระดับพลังงาน และระดับชลศาสตร์ของระบบท่อส่งน้ำที่จุดต่างๆ

Station	ϕ (mm.)	Major loss (m)	อุปกรณ์	Minor loss (m)
B-C	150	1.0	ข้ออ C	1.0
C-D	150	1.0	ข้ออ C	1.0
D-E	150	1.0	ข้ออ C	1.0
F-G	100	2.0	Transistion	2.0
G-H	100	2.0	ทางเข้า B	1.5



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด A ไป H จะได้ว่า

ที่จุด A : $Z_A = +15.0$ เมตร

: $V_A = 0$ m/s : $P_A = 0$ Pa

ที่จุด H : $Z_H = +0.0$ เมตร

: $P_H = 0$ Pa

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด A ไป H

$$\sum h_{f(A \rightarrow H)} = 1+1+1+2+2 = 7 \text{ m}$$

$$\sum h_{m(A \rightarrow H)} = 1.5+1+1+2+1.5 = 7 \text{ m}$$

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_H + \frac{P_H}{\gamma} + \frac{V_H^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow H}$$

$$15.0+0+0 = 0+0 + \frac{V_H^2}{2g} + (7+7)_{A \rightarrow H}$$

$$V_H = 4.429 \text{ m/s}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned}\Rightarrow Q &= A_H \cdot V_H \\ &= \frac{\pi}{4}(0.10)^2 \times (4.429) \\ &= 0.035 \text{ m}^3/\text{s}\end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด A-B จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\text{ที่จุด A: } Z_A &= +15.0 \text{ เมตร} \\ &: V_A = 0.0 \text{ m/s} &: P_A = 0 \text{ Pa} \\ \text{ที่จุด B: } Z_B &= +10.0 \text{ เมตร} \\ &: V_B = 1.968 \text{ m/s}\end{aligned}$$

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด A ไป B

$$\begin{aligned}\sum h_{f(A \rightarrow B)} &= 1.50 \text{ m} \\ \sum h_{m(A \rightarrow B)} &= 0.0 \text{ m}\end{aligned}$$

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow B}$$

$$15.0 + 0 + 0 = 10.0 + \frac{P_B}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (15.0 + 0)$$

$$\frac{P_B}{\gamma_w} = 3.303 \text{ m}$$

$$\text{ดังนั้นที่จุด B} \quad \text{ระดับ E.G.L} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$= 10.0 + 3.303 + \frac{1.968^2}{2g}$$

$$= 13.5 \text{ m}$$

$$\text{ระดับ H.G.L} = Z_B + \frac{P_B}{\gamma}$$

$$= 10.0 + 3.303$$

$$= 13.303 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด B-C (ก่อนเข้าข้อง)

$$\text{ที่จุด B: } Z_B = +10.0 \text{ เมตร}$$

$$: V_B = 1.968 \text{ m/s} \quad : \frac{P_B}{\gamma_w} = 3.303 \text{ m}$$

$$\text{ที่จุด } C_{in}: Z_{C_{in}} = +15.0 \text{ เมตร}$$

$$: V_{C_{in}} = 1.968 \text{ m/s}$$

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด B ไป C_{in}

$$\sum h_f (B \rightarrow C_{in}) = 10.0 \quad \text{m}$$

$$\sum h_m (B \rightarrow C_{in}) = 0.0 \quad \text{m}$$

$$z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} = z_{C_{in}} + \frac{P_{C_{in}}}{\gamma} + \frac{V_{C_{in}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow C_{in}}$$

$$10.0 + 3.303 + 0 = 10.0 + \frac{P_{C_{in}}}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (10.0+0)$$

$$\frac{P_{C_{in}}}{\gamma_w} = 2.303 \quad \text{m}$$

ตั้งน้ำที่จุด C_{in}

$$\text{ระดับ E.G.L} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g}$$

$$= 10.0 + 2.303 + \frac{1.968^2}{2g}$$

$$= 12.5 \quad \text{m}$$

$$\text{ระดับ H.G.L} = Z_C + \frac{P_C}{\gamma}$$

$$= 10.0 + 2.303$$

$$= 12.303 \quad \text{m}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางเข้า-ออก ที่จุด C

$$\text{ที่จุด } C_{out} : Z_{C_{out}} = +10.0 \quad \text{เมตร}$$

$$: V_{C_{out}} = 1.968 \quad \text{m/s}$$

$$\text{ที่จุด } C_{in} : Z_{C_{in}} = +15.0 \quad \text{เมตร}$$

$$: V_{C_{in}} = 1.968 \quad \text{m/s} \quad : \frac{P_{C_{in}}}{\gamma_w} = 2.303 \quad \text{m}$$

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างทางเข้า-ออก ที่จุด C

$$\sum h_f (C_{in} \rightarrow C_{out}) = 0.0 \quad \text{m}$$

$$\sum h_m (C_{in} \rightarrow C_{out}) = 1.0 \quad \text{m}$$

$$z_{C_{in}} + \frac{P_{C_{in}}}{\gamma} + \frac{V_{C_{in}}^2}{2g} = z_{C_{out}} + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma} + \frac{V_{C_{out}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{C_{in} \rightarrow C_{out}}$$

$$10.0 + 2.303 + \frac{(1.968)^2}{2g} = 10.0 + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (0.0+10.0)$$

$$\frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} = 1.303 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{ตั้งน้ันที่จุด } C_{out} \quad \text{ระดับ E.G.L} &= Z_c + \frac{P_c}{\gamma} + \frac{V_c^2}{2g} \\ &= 10.0 + 1.303 + \frac{1.968^2}{2g} \\ &= 11.5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ระดับ H.G.L} &= Z_c + \frac{P_c}{\gamma} \\ &= 10.0 + 1.303 \\ &= 11.303 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางออกข้อ C - ทางเข้าข้อ D

$$\begin{aligned} \text{ที่จุด } C_{out} : Z_{C_{out}} &= +10.0 \text{ เมตร} \\ : V_{C_{out}} &= 1.968 \text{ m/s} \quad : \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} = 1.303 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ที่จุด } D_{in} : Z_{D_{in}} &= +5.0 \text{ เมตร} \\ : V_{D_{in}} &= 1.968 \text{ m/s} \end{aligned}$$

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างทางออกข้อ C - ทางเข้าข้อ D

$$\sum h_f (C_{out} \rightarrow D_{in}) = 1.0 \text{ m}$$

$$\sum h_m (C_{out} \rightarrow D_{in}) = 0.0 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} z_{C_{out}} + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma} + \frac{V_{C_{out}}^2}{2g} &= z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma} + \frac{V_{D_{in}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{C_{out} \rightarrow D_{in}} \\ 10.0 + 1.303 + \frac{(1.968)^2}{2g} &= 5.0 + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (1.0 + 0.0) \\ \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} &= 5.303 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ตั้งน้ันที่จุด } D_{in} \quad \text{ระดับ E.G.L} &= z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma} + \frac{V_{D_{in}}^2}{2g} \\ &= 5.0 + 5.303 + \frac{1.968^2}{2g} \\ &= 10.5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ระดับ H.G.L} &= z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma} \text{ m} \\ &= 5.0 + 5.303 \\ &= 10.303 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางเข้า-ออก ช่องที่จุด D

$$\text{ที่จุด } D_{out} : Z_{D_{out}} = +5.0 \quad \text{เมตร}$$

$$: V_{D_{out}} = 1.968 \quad \text{m/s}$$

$$\text{ที่จุด } D_{in} : Z_{D_{in}} = +5.0 \quad \text{เมตร}$$

$$: V_{D_{in}} = 1.968 \quad \text{m/s} \quad : \quad \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} = 5.303 \quad \text{m}$$

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างทางออกช่อง C - ทางเข้าช่อง D

$$\sum h_{f(D_{in} \rightarrow D_{out})} = 0.0 \quad \text{m}$$

$$\sum h_{m(D_{in} \rightarrow D_{out})} = 1.0 \quad \text{m}$$

$$z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma} + \frac{V_{D_{in}}^2}{2g} = z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma} + \frac{V_{D_{out}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{D_{in} \rightarrow D_{out}}$$

$$5.0 + 5.303 + \frac{(1.968)^2}{2g} = 5.0 + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (0.0+1.0)$$

$$\frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} = 4.303 \quad \text{m}$$

$$\text{ดังนั้นที่จุด } D_{in} \quad \text{ระดับ E.G.L} = z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma} + \frac{V_{D_{out}}^2}{2g}$$

$$= 5.0 + 5.303 + \frac{1.968^2}{2g}$$

$$= 9.5 \quad \text{m}$$

$$\text{ระดับ H.G.L} = z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma} \quad \text{m}$$

$$= 5.0 + 5.303$$

$$= 9.303 \quad \text{m}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางออกของช่องที่จุด D - E

$$\text{ที่จุด } D_{out} : Z_{D_{out}} = +5.0 \quad \text{เมตร}$$

$$: V_{D_{out}} = 1.968 \quad \text{m/s} \quad : \quad \frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} = 4.303 \quad \text{m}$$

$$\text{ที่จุด } E : Z_E = +5.0 \quad \text{เมตร}$$

$$: V_E = 1.968 \quad \text{m/s}$$

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด D ไป E

$$\sum h_{f(D_{out} \rightarrow E)} = 1.0 \text{ m}$$

$$\sum h_{m(D_{out} \rightarrow E)} = 0.0 \text{ m}$$

$$z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma} + \frac{V_{D_{out}}^2}{2g} = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{D \rightarrow E}$$

$$5.0 + 4.303 + \frac{(1.968)^2}{2g} = 5.0 + \frac{P_E}{\gamma_W} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (1.0+0.0)$$

$$\frac{P_E}{\gamma_W} = 3.303 \text{ m}$$

ตั้งน้ำที่จุด E

$$\text{ระดับ E.G.L} = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g}$$

$$= 5.0 + 3.303 + \frac{1.968^2}{2g}$$

$$= 5.5 \text{ m}$$

$$\text{ระดับ H.G.L} = z_E + \frac{P_E}{\gamma}$$

$$= 5.0 + 3.303$$

$$= 8.303 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด E - F

ที่จุด E: $Z_E = +5.0$ เมตร

: $V_E = 1.968$ m/s : $\frac{P_E}{\gamma_W} = 3.303$ m

ที่จุด F: $Z_F = +5.0$ เมตร

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด E ไป F

$$\sum h_{f(E \rightarrow F)} = 0.0 \text{ m}$$

$$\sum h_{m(E \rightarrow F)} = 2.0 \text{ m}$$

จากสมการ

$$Q_E = Q_F$$

$$A_E V_E = A_F V_F$$

$$\Rightarrow V_F = \frac{D_E^2}{D_F^2} V_E$$

$$= \left(\frac{0.15^2}{0.10^2} \right) (1.968) \text{ m}$$

$$= 4.428 \text{ m/s}$$

$$z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} = z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{E \rightarrow F}$$

$$5.0 + 3.303 + \frac{(1.968)^2}{2g} = 5.0 + \frac{P_F}{\gamma_w} + \frac{(4.428)^2}{2g} + (0.0+2.0)$$

$$\frac{P_F}{\gamma_w} = 0.50 \text{ m}$$

ดังนั้นที่จุด F

$$\text{ระดับ E.G.L} = z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g}$$

$$= 5.0 + 0.50 + \frac{4.428^2}{2g}$$

$$= 6.5 \text{ m}$$

$$\text{ระดับ H.G.L} = z_F + \frac{P_F}{\gamma}$$

$$= 5.0 + 0.50$$

$$= 5.50 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด F - ทางเข้าช่องอที่จุด G

$$\text{ที่จุด } G_{in} : Z_{G_{in}} = +5.0 \text{ เมตร}$$

$$: V_{G_{in}} = 4.428 \text{ m/s}$$

$$\text{ที่จุด F} : Z_F = +5.0 \text{ เมตร}$$

$$: V_F = 4.428 \text{ m/s} \quad : \quad \frac{P_F}{\gamma_w} = 0.50 \text{ m}$$

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด F ไปทางเข้าช่องอที่จุด G

$$\sum h_{f(F \rightarrow G_{in})} = 2.0 \text{ m}$$

$$\sum h_{m(F \rightarrow G_{in})} = 0.0 \text{ m}$$

$$z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} = z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma} + \frac{V_{G_{in}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{F \rightarrow G_{in}}$$

$$5.0 + 0.50 + \frac{(4.428)^2}{2g} = 5.0 + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} + \frac{(4.428)^2}{2g} + (2.0+0.0)$$

$$\frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} = -1.50 \text{ m}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned} \text{ตั้งน้ันที่จุด } G_{in} \quad \text{ระดับ E.G.L} &= z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma} + \frac{V_{G_{in}}^2}{2g} \\ &= 5.0 - 1.50 + \frac{4.428^2}{2g} \\ &= 4.5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ระดับ H.G.L} &= z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma} \\ &= 5.0 - 1.50 \\ &= 3.50 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางเข้า-ออกของช่องที่จุด G

$$\begin{aligned} \text{ที่จุด } G_{out} : Z_{G_{out}} &= +5.0 \text{ เมตร} \\ &: V_{G_{out}} = 4.428 \text{ m/s} \\ \text{ที่จุด } G_{in} : Z_{G_{in}} &= +5.0 \text{ เมตร} \\ &: V_{G_{in}} = 4.428 \text{ m/s} \quad : \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} = -1.50 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างทางเข้า-ออก ที่จุด G

$$\begin{aligned} \sum h_{f(G_{in} \rightarrow G_{out})} &= 0.0 \text{ m} \\ \sum h_{m(G_{in} \rightarrow G_{out})} &= 1.5 \text{ m} \\ z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma} + \frac{V_{G_{in}}^2}{2g} &= \\ z_{G_{out}} + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma} + \frac{V_{G_{out}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{G_{in} \rightarrow G_{out}} & \\ 5.0 - 1.50 + \frac{(4.428)^2}{2g} &= 5.0 + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} + \frac{(4.428)^2}{2g} + (0.0+1.5) \\ \frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} &= -3.00 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ตั้งน้ันที่จุด } G_{out} \quad \text{ระดับ E.G.L} &= z_{G_{out}} + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma} + \frac{V_{G_{out}}^2}{2g} \\ &= 5.0 - 3.0 + \frac{4.428^2}{2g} \\ &= 3.0 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ระดับ H.G.L} &= z_{G_{out}} + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma} \text{ m} \\ &= 5.0 - 3.0 \\ &= 2.0 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางออกของข้อต่อที่จุด G - H

ที่จุด G_{out} : $Z_{G_{out}} = +5.0$ เมตร

: $V_{G_{out}} = 4.428$ m/s : $\frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} = -3.00$ m

ที่จุด H : $Z_H = +0.0$ เมตร

: $V_H = 4.428$ m/s

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างทางออกของข้อต่อที่จุด G - H

$\sum h_{f(G_{out} \rightarrow H)} = 2.0$ m

$\sum h_{m(G_{out} \rightarrow H)} = 0.0$ m

$$z_G + \frac{P_G}{\gamma} + \frac{V_G^2}{2g} = z_H + \frac{P_H}{\gamma} + \frac{V_H^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{G_{out} \rightarrow H}$$

$$5.0 - 3.0 + \frac{(4.428)^2}{2g} = 0.0 + \frac{P_H}{\gamma_w} + \frac{(4.428)^2}{2g} + (2.0 + 0.0)$$

$$\frac{P_H}{\gamma_w} = 0.00 \text{ m}$$

ดังนั้นที่จุด H

ระดับ E.G.L = $z_H + \frac{P_H}{\gamma} + \frac{V_H^2}{2g}$

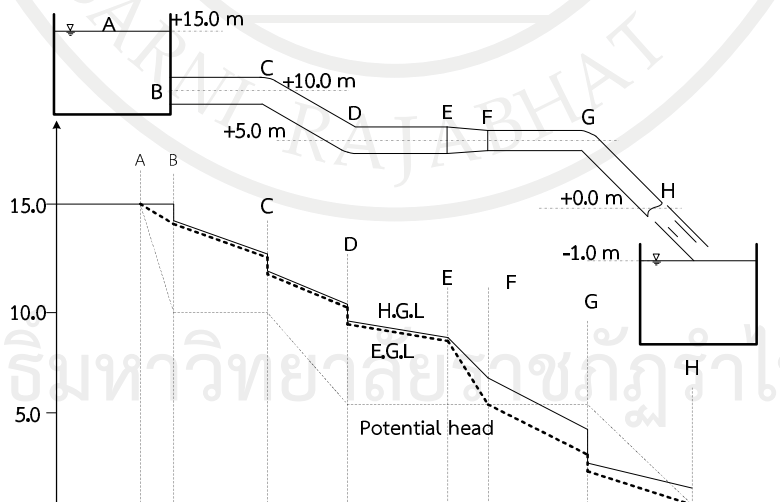
$$= 0.0 + 0.0 + \frac{4.428^2}{2g}$$

$$= 1.0 \text{ m}$$

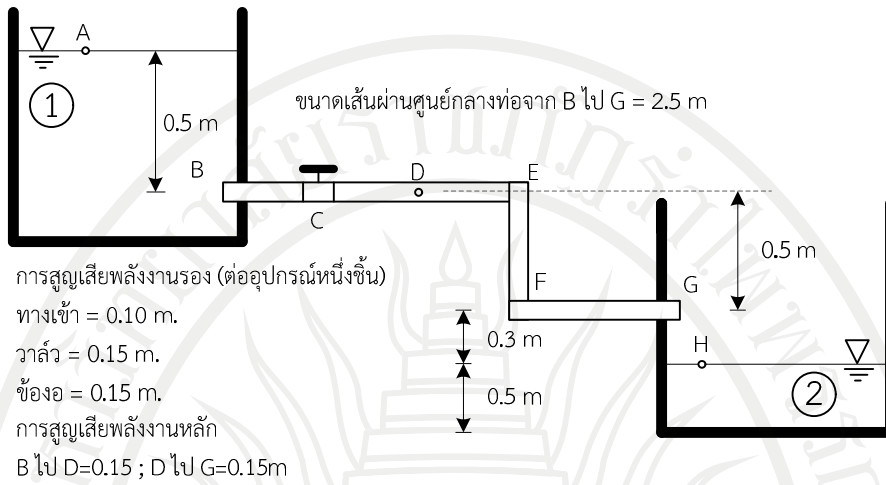
ระดับ H.G.L = $z_H + \frac{P_H}{\gamma}$

$$= 0.0 + 0.0$$

$$= 0.0 \text{ m}$$



ตัวอย่างที่ 5.5 ต้องการถ่ายน้ำจากถังใบที่ 1 ไปยังถังใบที่ 2 ด้วยระบบท่อลักษณะดังภาพ ถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อเท่ากับ 2.5 cm การสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรอง เป็นไปตามที่ระบุไว้ในภาพ จงหาอัตราการไหลของน้ำ และความดันที่จุด D



วิธีทำ พิจารณาจากสมการพลังงานจากจุด A ไปหน้าตัด G จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_H + \frac{P_H}{\gamma} + \frac{V_H^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{G_{out} \rightarrow H}$$

กำหนดให้ระดับที่จุด H คือระดับอ้างอิง (Datum) และความดันอากาศเท่ากับ 0

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางออกของข้อต่อที่จุด A - G

ที่จุด A : $Z_A = +1.30$ เมตร : $P_A = 0$ Pa

: $V_A = 0$ m/s

ที่จุด G : $Z_G = +0.30$ เมตร : $P_G = 0$ Pa

แทนค่า $1.3 + 0 + 0 = 0.3 + 0 + \frac{V_G^2}{2g} + 0.3 + 0.55$

$V_G = 2.971$ m/s

จากสมการ

$$Q = A_G V_G = \frac{\pi}{4} (0.025^2) (2.971) = 0.6 \text{ l/s} \quad \text{Ans}$$

พิจารณาจากสมการพลังงานจากจุด A ไปหน้าตัด D จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow D}$$

ที่จุด D : $Z_D = +0.80$ เมตร : $V_D = 2.971$ m/s

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด A - D

$$\sum h_{f(A \rightarrow D)} = 0.15 \text{ m}$$

$$\sum h_{m(A \rightarrow D)} = 0.25 \text{ m}$$

แทนค่า $1.3 + 0 + 0 = 0.8 + \frac{P_D}{\gamma_w} + \frac{(2.971)^2}{2g} + (0.15 + 0.25)$

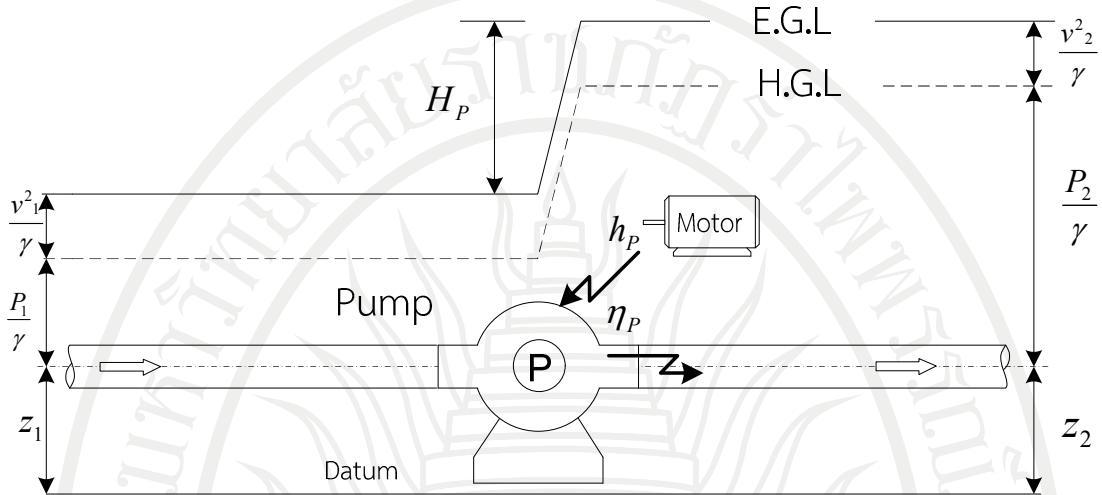
$$\frac{P_D}{\gamma_w} = -0.05 \text{ m}$$

$$P_D = -490.5 \text{ N/m}^2 \quad \text{Ans}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

5.6 เครื่องสูบน้ำ

เครื่องสูบน้ำ (Pump) เป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานกล (h_p) ที่ได้รับมาจากแหล่งพลังงานเช่น มอเตอร์ให้กลายเป็นพลังงานของของไหล (H_p) ดังนั้น เมื่อของไหลหรือระบบการไหลผ่านเครื่องสูบน้ำ เหนือพลังงานรวมของระบบจะเพิ่มสูงขึ้น ดังภาพที่ 5.6



ภาพที่ 5.6 การเปลี่ยนแปลงเอนทาลปีของไหลไหลผ่านเครื่องสูบน้ำ

จากสมการพลังงานของเบอร์นูลลีหากพิจารณาการสูญเสียพลังงาน และพลังงานที่ของไหลได้รับจากเครื่องสูบน้ำ จะได้ว่า

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_p = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{1 \rightarrow 2} \tag{5.15}$$

กำลังงานที่ของไหลได้รับ (Power; P_w) คือพลังงานที่ของไหลได้รับจากเครื่องสูบน้ำต่อหนึ่งหน่วยเวลา วิเคราะห์จากนิยามของกำลังงานจะได้ว่า

$$P_w = \frac{Work}{t} \cong \left[\frac{Wight}{Volume} \right] \left[\frac{Volume}{t} \right] [H_p]$$

ดังนั้นกำลังงานที่ของไหลได้รับจากเครื่องสูบน้ำจะมีค่าเท่ากับ

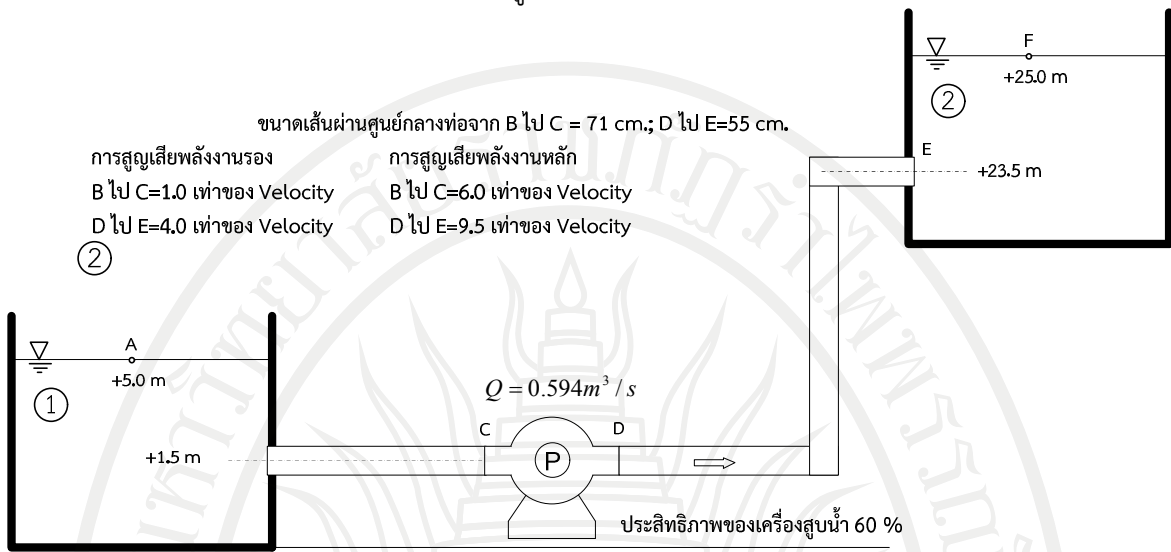
$$P_w = \gamma Q H_p \tag{5.16}$$

และเมื่อพิจารณากำลังงานที่แหล่งพลังงานส่งให้กับเครื่องสูบน้ำ (P_p) เพื่อเปลี่ยนเป็นกำลังงานที่ให้กับของไหล จึงมีค่าเท่ากับ

$$\eta_p P_p = (P_w) \tag{5.17}$$

เมื่อ η_p คือประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำ

ตัวอย่างที่ 5.6 ระบบสูบน้ำถูกติดตั้ง ในลักษณะดังภาพต้องการสูบน้ำจากถังใบที่ 1 ไปยังถังใบที่ 2 ด้วย อัตรา 0.594 ลบ.ม./วินาที ถ้าการสูญเสียพลังงานเป็นไปตามที่ระบุไว้ในภาพ และเครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 60 % จงหาค่าพลังงานที่ใช้ในการสูบน้ำ



วิธีทำ พิจารณาจากสมการพลังงานจากจุด A ไป F จะได้ว่า

ที่จุด A : $Z_A = +5.0$ เมตร : $P_A = 0$ Pa
 : $V_A = 0$ m/s

ที่จุด F : $Z_F = +25.0$ เมตร : $P_F = 0$ Pa
 : $V_F = 0$ m/s

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + H_P = z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow F}$$

จากสมการ $Q = AV$

∴ ความเร็วของการไหลในท่อ BC ; $V_{B \rightarrow C} = \frac{Q}{A_B}$

$$= \frac{0.594}{\frac{\pi}{4}(0.71^2)}$$

$$= 1.50 \text{ m/s}$$

ความเร็วของการไหลในท่อ DE ; $V_{D \rightarrow E} = \frac{Q}{A_D}$

$$= \frac{0.594}{\frac{\pi}{4}(0.55^2)}$$

$$= 2.50 \text{ m/s}$$

จากโจทย์กำหนดการสูญเสียพลังงานในท่อ BC;

$$\begin{aligned} (\sum h_f + \sum h_m)_{B \rightarrow C} &= (6.0) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) + (1.0) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) \\ &= (7.0) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) \end{aligned}$$

การสูญเสียพลังงานในท่อ DE;

$$\begin{aligned} (\sum h_f + \sum h_m)_{D \rightarrow E} &= (9.5) \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right) + (4.0) \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right) \\ &= (13.5) \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right) \end{aligned}$$

แทนค่าต่างๆ ในสมการ

$$5.0 + 0 + 0 + H_p = 25.0 + 0 + 0 + (7.0) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) + (13.5) \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right)$$

$$H_p = 30 + (7.0) \left(\frac{1.5^2}{2g} \right) + (13.5) \left(\frac{2.5^2}{2g} \right)$$

$$= 25.1 \text{ m}$$

กำลังงานที่น้ำได้รับจากเครื่องสูบล

$$\begin{aligned} P_w &= \gamma Q H_p \\ &= \gamma (0.597) (25.1) \\ &= 146,261.214 \text{ W} \\ &= 146.26 \text{ KW} \end{aligned}$$

Ans

กำลังงานที่เครื่องสูบลต้องการ

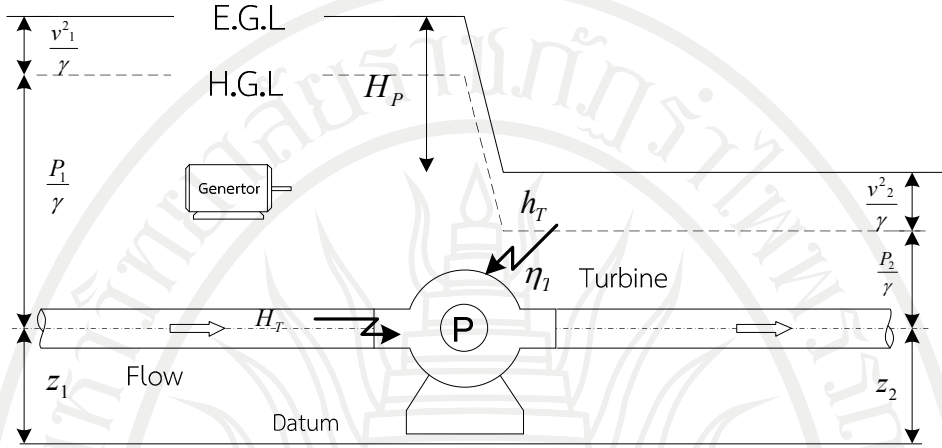
$$\begin{aligned} P_p &= \frac{P_w}{\eta_p} \\ &= \frac{146.26 \text{ kW}}{0.60} \\ &= 246.77 \text{ KW} \end{aligned}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

5.7 กังหัน

กังหันน้ำ (Turbine) เป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานของของไหล (H_p) ให้กลายเป็นพลังงานกล (h_T) เพื่อนำไปใช้กับกิจกรรมต่างๆ เช่น ส่งพลังงานที่ได้ให้กับเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้า ดังนั้น เมื่อของไหลหรือระบบไหลผ่านเครื่องสูบ เหนดพลังงานรวมของระบบจะลดต่ำลง ดังภาพที่ 5.7



ภาพที่ 5.7 การเปลี่ยนแปลงเฮดพลังงานเมื่อของไหลไหลผ่านกังหัน

จากสมการพลังงานของเบอร์นูลลี หากพิจารณาการสูญเสียพลังงาน และพลังงานที่กังหันได้รับจากของไหล จะได้ว่า

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_T + (\sum h_f + \sum h_m)_{1 \rightarrow 2} \quad (5.18)$$

กำลังงานที่ของไหลได้รับ (Power; P_w) คือพลังงานที่ของไหลได้รับจากเครื่องสูบต่อหนึ่งหน่วยเวลา วิเคราะห์จากนิยามของกำลังงานจะได้ว่า

$$P_w = \frac{Work}{t} \cong \left[\frac{Wight}{Volume} \right] \left[\frac{Volume}{t} \right] [H_T]$$

ดังนั้นกำลังงานที่ของไหลได้รับจากเครื่องสูบจะมีค่าเท่ากับ

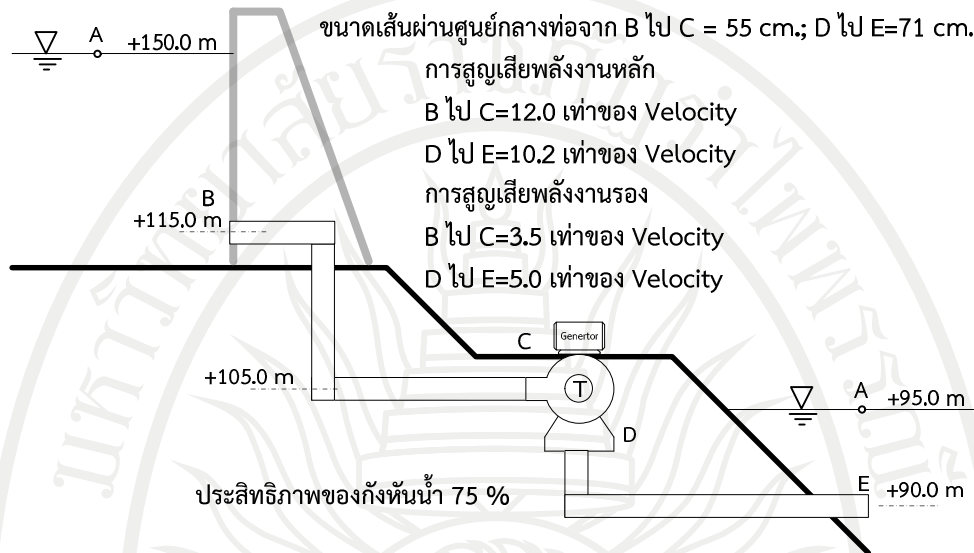
$$P_w = \gamma Q H_T \quad (5.19)$$

และเมื่อพิจารณากำลังงานที่กังหันส่งต่อให้กิจกรรมอื่น (P_T) จะมีค่าเท่ากับ

$$P_T = \eta_T (P_w) \quad (5.20)$$

เมื่อ η_T คือประสิทธิภาพของเครื่องสูบ

ตัวอย่างที่ 5.7 อ่างเก็บน้ำแห่งหนึ่ง มีระดับน้ำในอ่าง +150 ม. ระดับน้ำท้ายเขื่อนอยู่ที่ +95 ม. ต้องการปั่นเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้า โดยการปล่อยน้ำผ่านกังหันน้ำด้วยอัตราการไหล 0.594 cms ถ้าการสูญเสียพลังงานเป็นไปตามที่ระบุไว้ในภาพ และประสิทธิภาพของกังหันน้ำเท่ากับ 75 % จงหาค่าพลังงานที่เครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้าได้รับจากกังหันน้ำ



วิธีทำ พิจารณาจากสมการพลังงานจากจุด A ไป F จะได้ว่า

ที่จุด A : $Z_A = +150$ เมตร : $P_A = 0$ Pa
 : $V_A = 0$ m/s

ที่จุด F : $Z_F = +95$ เมตร : $P_F = 0$ Pa
 : $V_F = 0$ m/s

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} + H_T + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow F}$$

$$150.0 + 0 + 0 = 95.0 + 0 + 0 + H_T + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow F}$$

จากสมการ $Q = AV$

∴ ความเร็วของการไหลในท่อ BC ;

$$V_{B \rightarrow C} = \frac{Q}{A_B}$$

$$= \frac{0.594}{\frac{\pi (0.55^2)}{4}}$$

$$= 2.50 \text{ m/s}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ความเร็วของการไหลในท่อ DE ;

$$\begin{aligned} V_{D \rightarrow E} &= \frac{Q}{A_D} \\ &= \frac{0.594}{\frac{\pi}{4}(0.71^2)} \\ &= 1.50 \text{ m/s} \end{aligned}$$

จากโจทย์กำหนดการสูญเสียพลังงานในท่อ BC;

$$\begin{aligned} (\sum h_f + \sum h_m)_{B \rightarrow C} &= (12.5) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) + (3.5) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) \\ &= (16) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) \end{aligned}$$

การสูญเสียพลังงานในท่อ DE;

$$\begin{aligned} (\sum h_f + \sum h_m)_{D \rightarrow E} &= (10.2) \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right) + (5.0) \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right) \\ &= (15.2) \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right) \end{aligned}$$

แทนค่าต่างๆ ในสมการ

$$\begin{aligned} 150 + 0 + 0 &= 95 + 0 + 0 + H_T + (16) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) - (13.5) + H_T \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right) \\ H_T &= (150+95) + (16) \left(\frac{V_{B \rightarrow C}^2}{2g} \right) - (13.5) + H_T \left(\frac{V_{D \rightarrow E}^2}{2g} \right) \\ &= (25+5) + (16.0) \left(\frac{2.5^2}{2g} \right) - (13.5) \left(\frac{1.5^2}{2g} \right) \\ &= 48.16 \text{ m} \end{aligned}$$

กำลังงานที่น้ำได้รับจากเครื่องสูบ

$$\begin{aligned} P_w &= \gamma Q H_p \\ &= \gamma (0.597) (48.16) \\ &= 280,635.06 \text{ W} \\ &= 280.64 \text{ KW} \end{aligned}$$

Ans

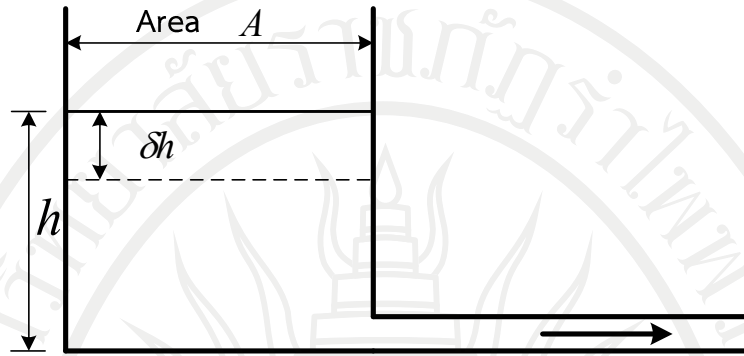
กำลังงานที่เครื่องสูบต้องการ

$$\begin{aligned} P_T &= \eta_T P_w \\ &= 280.64 \text{ KW} \times 0.75 \\ &= 210.48 \text{ KW} \end{aligned}$$

Ans

5.8 ประยุกต์ใช้สมการพลังงานในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่

การไหลไม่คงที่ (Unsteady flow) คือลักษณะการไหลที่แปรผันเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาต่างๆ นั่นคือของเหลวจะมีค่าความลึก ความเร็ว และอัตราการไหลไม่คงที่ แต่จะแปรผันเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา การไหลลักษณะนี้จะพบได้โดยทั่วไปในลำน้ำธรรมชาติ



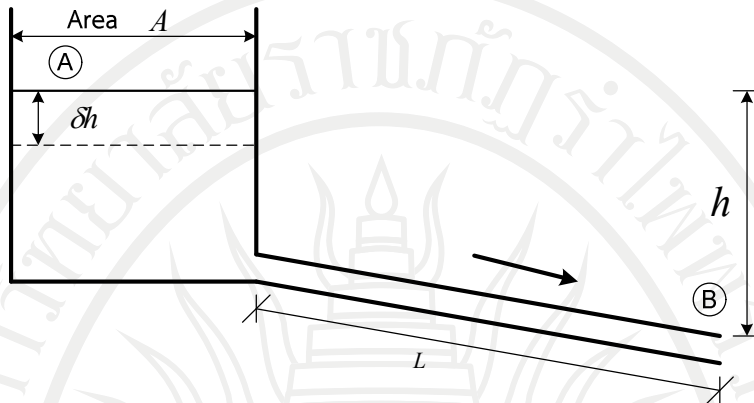
ภาพที่ 5.8 การเปลี่ยนแปลงระดับน้ำในถัง

จากภาพที่ 5.8 เมื่อเวลาผ่านไป t ระดับน้ำในถังจะลดลงเหลือ h โดยกำหนดให้อัตราการลดลงของน้ำในถังเท่ากับอัตราที่น้ำไหลออกจากถัง

$$\begin{aligned} A(h - dh) - Ah &= Q[(t + dt) - t] \\ -Ah &= Qdt \\ dt &= -\frac{A}{Q} dh \end{aligned} \quad (5.21)$$

เมื่อ A = พื้นที่หน้าตัดของระดับน้ำ
 Q = อัตราการไหล
 t = เวลา

ตัวอย่างที่ 5.8 ในการระบายน้ำออกจากถังรูปทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.9 เมตร โดยใช้ท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 มิลลิเมตร ยาว 3.6 เมตร ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน $f = 0.04$ จงคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการลดระดับน้ำในถังลงจาก 2.4 เมตร เหลือ 1.2 เมตร กำหนดให้ความสูญเสียรองของทั้งระบบมีค่าเท่ากับ $0.5V^2/2g$



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด A-B จะได้ว่า

ที่จุด A : $Z_A = h$ เมตร
 : $V_A = 0.0$ m/s : $P_A = 0$ Pa
 ที่จุด B : $Z_B = +0.0$ เมตร : $P_B = 0$ Pa

พิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุด A ไป B

$$\sum h_{m(A \rightarrow B)} = \frac{0.5V_B^2}{2g}$$

$$\sum h_{f(A \rightarrow B)} = f \frac{L V_B^2}{D 2g}$$

แทนค่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow B}$$

$$h + 0 + 0 = 0.0 + 0 + \frac{V_B^2}{2g} + (f \frac{L V_B^2}{D 2g} + \frac{0.5V_B^2}{2g})$$

$$V_B = \frac{\sqrt{2g}(h)^{0.5}}{\sqrt{1.5 + (fL/D)}}$$

จากสมการ

$$Q = AV$$

$$= \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)V$$

แทนค่า V_B จะได้

$$= \left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \frac{\sqrt{2g}(h)^{0.5}}{\sqrt{1.5 + (fL/D)}}$$

อัตราการลดลงของน้ำในถัง = อัตราที่น้ำไหลออกจากถัง

$$-Ah = Qdt$$

$$dt = -\frac{A}{Q}dh$$

$$dt = -\frac{A\sqrt{1.5+(fL/D)}(h)^{-0.5}}{\pi D^2 \sqrt{2g}} dh$$

อินทิเกรตจาก $h_1 = 2.4$ เมตร ถึง $h_2 = 1.2$ เมตร

$$\int dt = -\int_{h_1}^{h_2} \frac{A\sqrt{1.5+(fL/D)}(h)^{-0.5}}{\pi D^2 \sqrt{2g}} dh$$

$$T = \frac{8A\sqrt{1.5+(fL/D)}(h_1^{0.5} - h_2^{0.5})}{\pi D^2 \sqrt{2g}}$$

$$= \frac{8 \times \frac{\pi}{4} (0.9)^2 \sqrt{1.5+(0.04 \times 3.6/0.05)} (\sqrt{2.4} - \sqrt{1.2})}{\pi (0.05)^2 \sqrt{2g}}$$

$$= 138.80 \text{ S}$$

Ans

5.9 สรุป

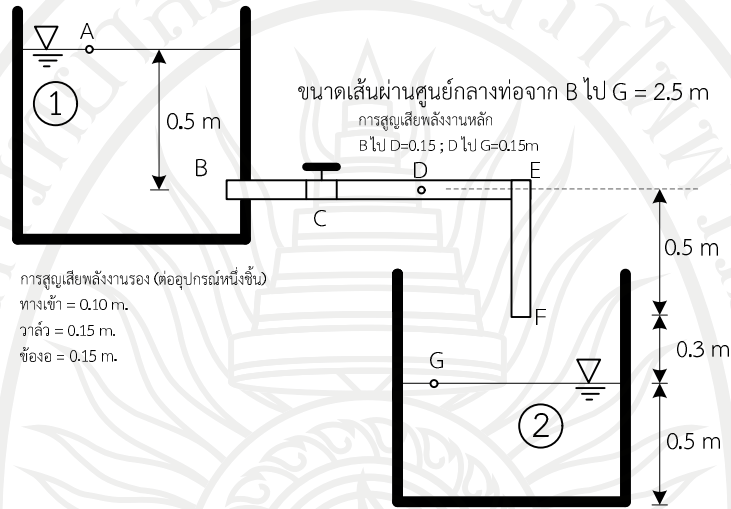
เมื่อต้องการพิจารณาอนุภาคของของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ในสนามการไหลโดยอาศัยสมการพลังงานภายใต้สมมุติฐานที่ว่าอนุภาคของไหลอัดตัวไม่ได้และเคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นทางการไหลภายใต้การไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา โดยที่สมการเบอร์นูลลีตั้งสมการที่ 5.8 และเมื่อพิจารณาการไหลในระบบท่อจะมีการเกิดการสูญเสียพลังงานที่เกิดจากเสียดทานระหว่างของไหลกับผิววัสดุท่อเรียกการสูญเสียหลัก และอุปกรณ์ต่างๆ ในระบบโครงข่ายท่อเรียกการสูญเสียรอง ในการวิเคราะห์ปัญหานั้นจะใช้สมการพลังงานดังแสดงในสมการที่ 5.14 ซึ่งในงานระบบสามารถนำไปประยุกต์กับเครื่องสูบน้ำในกรณีที่พลังงานในระบบไม่เพียงพอเพื่อวิเคราะห์กำลังของเครื่องสูบน้ำ ซึ่งสามารถหาลำกำลังของเครื่องสูบน้ำจากสมการที่ 5.17 และ 5.18 อีกทั้งในการวิเคราะห์ของของไหลต้องพิจารณาค่าของควาวิตซ์ขึ้นจากสมการที่ 5.9 เพื่อป้องกันความเสียหายที่เกิดขึ้นอุปกรณ์ต่างๆ ของท่อ

จากที่กล่าวข้างต้นถึงว่าสมการพลังงานอยู่ภายใต้สมมุติฐานที่ว่าอนุภาคของไหลอัดตัวไม่ได้และการไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา เมื่อต้องการวิเคราะห์การไหลแปรเปลี่ยนตามเวลาจะต้องประยุกต์ใช้กับสมการที่ 5.21

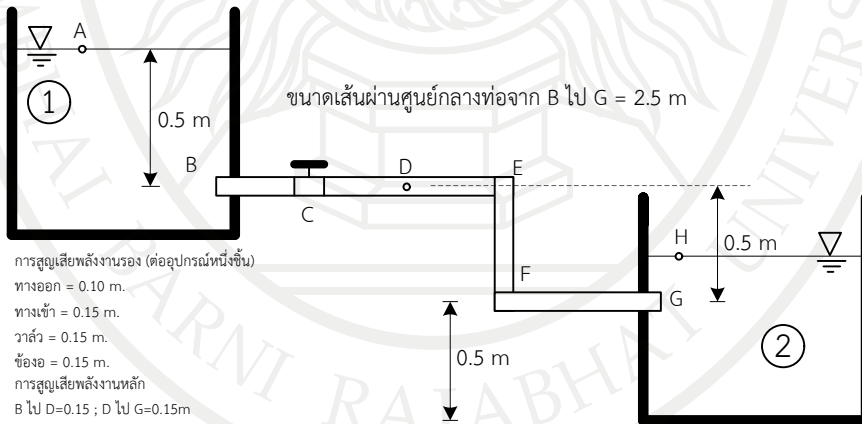
แบบฝึกหัดบทที่ 5

จงตอบคำถามต่อไปนี้

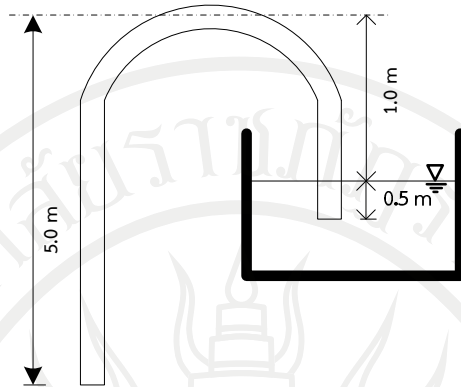
1. จงอธิบายความหมายของ การสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียรอง
2. ต้องการถ่ายน้ำจากถังใบที่ 1 ไปยังถังใบที่ 2 ด้วยระบบท่อลักษณะดังภาพ ถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อเท่ากับ 2.5 cm การสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรองเป็นไปตามที่ระบุไว้ในภาพ จงหาอัตราการไหลของน้ำ และความดันที่จุด D



3. ต้องการถ่ายน้ำจากถังใบที่ 1 ไปยังถังใบที่ 2 ด้วยระบบท่อลักษณะดังภาพ ถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อเท่ากับ 2.5 cm การสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรองเป็นไปตามที่ระบุไว้ในภาพ จงหาอัตราการไหลของน้ำ และความดันที่จุด D

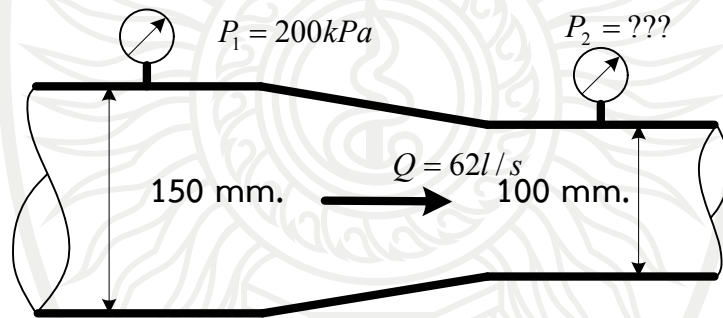


4. ในการทำกาลักน้ำเพื่อสูบน้ำออกจากถัง โดยท่อที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 100 มม. ค่าการสูญเสียพลังงานจากปากท่อตูดถึงจุดสูงสุดเท่ากับ 1.2 ม. และจากจุดสูงสุดถึงปลายท่อเท่ากับ 1.5 ม. จงหาอัตราการสูบน้ำออกจากถัง



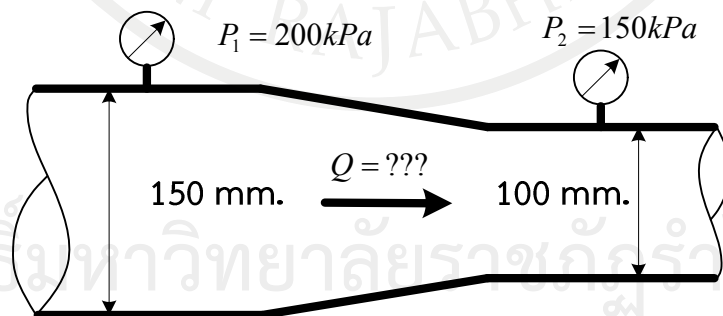
5. ท่อส่งน้ำขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 150 มม. ส่งน้ำด้วยอัตราการไหล 62 l/s ความดันด้านเหนือน้ำเท่ากับ 200 kPa ผ่านท่อลดขนาด ซึ่งลดขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางด้านท้ายน้ำลงเหลือ 100 มม. จงหาความดันในท่อด้านท้ายน้ำเมื่อ

- 1) ไม่คิดการสูญเสียพลังงาน
- 2) การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของ เหน็ดพลังงานด้านเหนือน้ำ

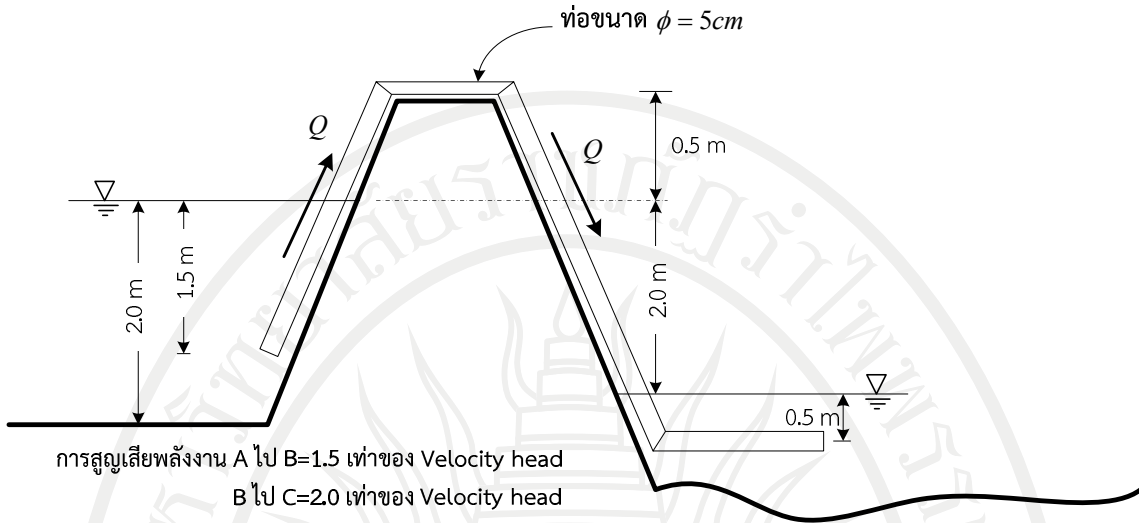


6. ท่อส่งน้ำขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 150 มม. ความดันด้านเหนือน้ำเท่ากับ 200 kPa ผ่านท่อลดขนาด ซึ่งลดขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางด้านท้ายน้ำลงเหลือ 100 มม. ความดันด้านท้ายน้ำเท่ากับ 150 kPa จงหาความอัตราการไหลเมื่อ

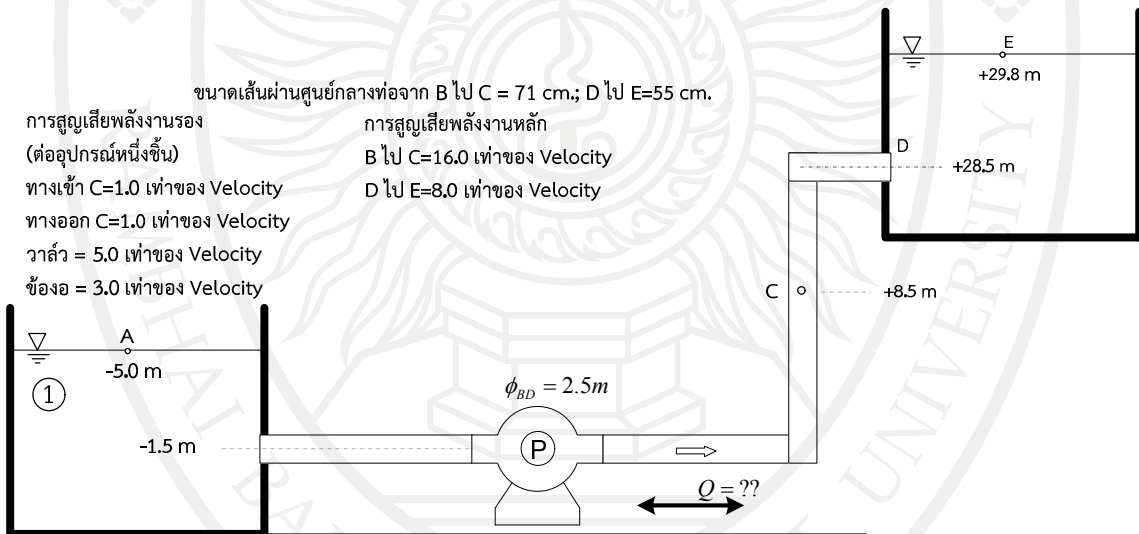
- 1) ไม่คิดการสูญเสียพลังงาน
- 2) การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของ เหน็ดพลังงานด้านเหนือน้ำ



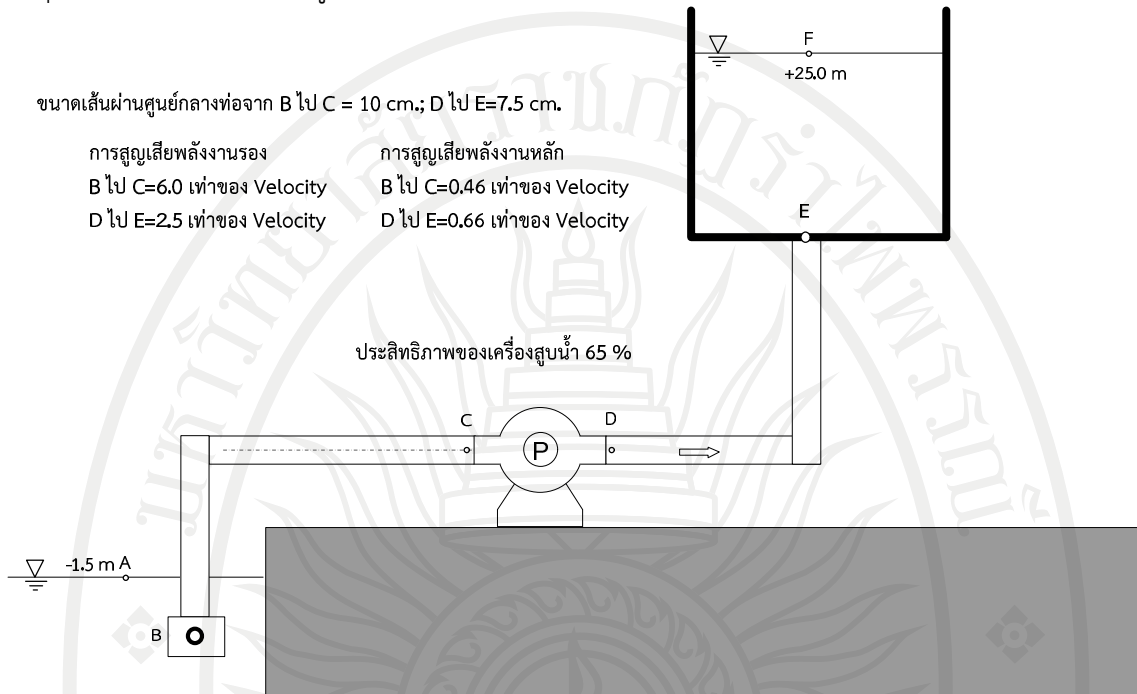
7. ในการทำกัลกน้ำเพื่อสูบน้ำจาก A ไป C โดยท่อที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 ซม. ค่าการสูญเสียพลังงานระบุไว้ดังภาพ จงหาอัตราการสูบน้ำออกจากถังและความดันที่จุด B



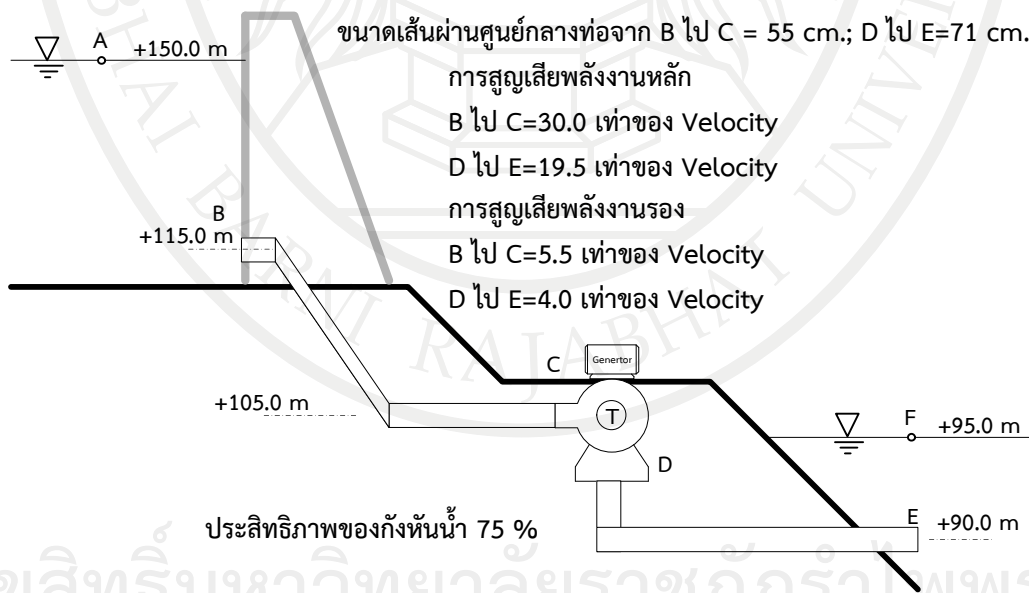
8. ต้องการปล่อยน้ำจากถังใบที่ 2 ไปยัง ถังใบที่ 1 ดังภาพ ถ้าค่าระดับของผิวน้ำในถังใบที่ 2 และ 1 อยู่ที่ +29.8 m และ -0.5 m ตามลำดับ (วัดจากระดับอ้างอิง) ท่อ BD มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.5 cm การสูญเสียพลังงานเป็นไปตามที่ระบุไว้ในภาพ จงหาอัตราการไหล และความดันที่จุด C



9. ต้องการสูบน้ำขึ้นถึงสูงด้วยอัตรา 13.25 ลิตร/วินาที โดยต้องการให้ระดับน้ำในถังมากกว่า 25 ม. ระบบสูบน้ำมีการติดตั้งในลักษณะดังภาพ กำหนดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ และการสูญเสียพลังงานในเส้นท่อแสดงดังตาราง จงออกแบบขนาดเครื่องสูบน้ำ (กำลังงานที่ใช้ขับเคลื่อนสูบน้ำ) โดยสมมติให้ประสิทธิภาพเครื่องสูบน้ำเท่ากับ 65 %



10. อ่างเก็บน้ำแห่งหนึ่ง มีระดับน้ำในอ่าง +150.0 ม. ระดับน้ำท้ายเขื่อนอยู่ที่ +95 ม. ปล่อยน้ำผ่านเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้าด้วยอัตราการไหล 0.594 ลบ.ม. / วินาที ถ้าเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้ามีประสิทธิภาพ 75 % จงหากำลังงานที่ได้จากเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้า กำหนดให้ขนาดของท่อและการสูญเสียพลังงานมีค่าดังตาราง



เอกสารอ้างอิง

- การุณ เตชะฐิตินันท์. (2548). เอกสารประกอบการสอนวิชาชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 1).
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- คมสัน วงศ์วีรพันธ์. (2548). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ :
ไอ.เอส.พรีนติ้ง เฮ้าส์ เดียนสโตร์.
- ธัญดร ออภาะลา. (2553). เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 6

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 6 พลศาสตร์ของของไหล

- 6.1 สมการโมเมนตัมเชิงเส้นสำหรับปริมาตรควบคุม
- 6.2 สมการโมเมนตัมกับการไหลหลายทิศทาง
- 6.3 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบสถิต
- 6.4 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบที่เคลื่อนที่
- 6.5 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งสถิต
- 6.6 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งเคลื่อนที่
- 6.7 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อกังหันแบบกระแทก
- 6.8 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 6 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายสมการโมเมนตัมเชิงเส้นสำหรับปริมาตรควบคุม
2. อธิบายการประยุกต์ใช้สมการสมการโมเมนตัมเชิงเส้น
3. อธิบายวิธีการวิเคราะห์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นสำหรับปริมาตรควบคุม
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์การประยุกต์ใช้สมการสมการโมเมนตัมเชิงเส้น

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ชักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

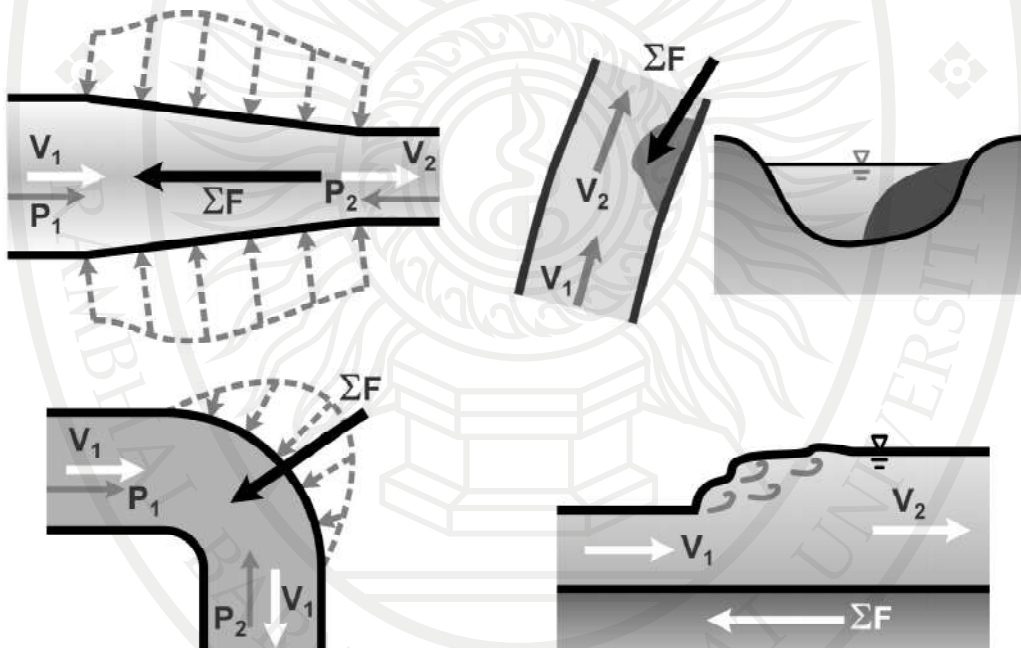
1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะเรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค

บทที่ 6 พลศาสตร์ของของไหล

เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการศึกษาที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ว ความเร่ง และแรงที่กระทำหรือแรงที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของของไหลเรียกว่า "พลศาสตร์ของของไหล(Fluid dynamics)" หากพิจารณาวัตถุใดๆ ที่กำลังเคลื่อนที่ เมื่อมีแรงภายนอกที่มากกระทำที่ไม่สมดุลจะเกิดความเร่งขึ้น ทำให้ขนาดหรือทิศทางของความเร็วมีการเปลี่ยนแปลง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงความเร็วนี้จะเกิดขึ้นอย่างช้าๆ ถ้าวัตถุนั้นมีมวลมาก หรือแรงที่มากกระทำมีค่าน้อยในทางตรงกันข้าม การเปลี่ยนแปลงจะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วถ้าวัตถุนั้นมีมวลน้อย หรือแรงที่มากกระทำมีค่ามาก เป็นไปตามกฎอิมพัลส์โมเมนตัม (Impulse momentum) ในของไหลก็เช่นเดียวกัน หากการไหลมีการเปลี่ยนแปลงทิศทางหรือขนาดของความเร็ว นั้นเป็นผลมาจากแรงภายนอกที่มากกระทำ เช่นในกรณีของการไหลภายในท่อที่มีการลดขนาดหรือข้องอแบบต่างๆ บริเวณผิวของผนังท่อจะส่งแรงกระทำไปยังกับของไหล ทำให้ขนาดและทิศทางของความเร็วเปลี่ยนแปลงไป หรือในกรณีการไหลในทางน้ำเปิด แรงเสียดทานที่ผิวของทางน้ำ หรือแรงต้านที่เกิดจากสิ่งกีดขวางจะทำให้ความเร็วของการไหลเปลี่ยนแปลงไปเช่นกัน ดังแสดงดังภาพที่ 6.1

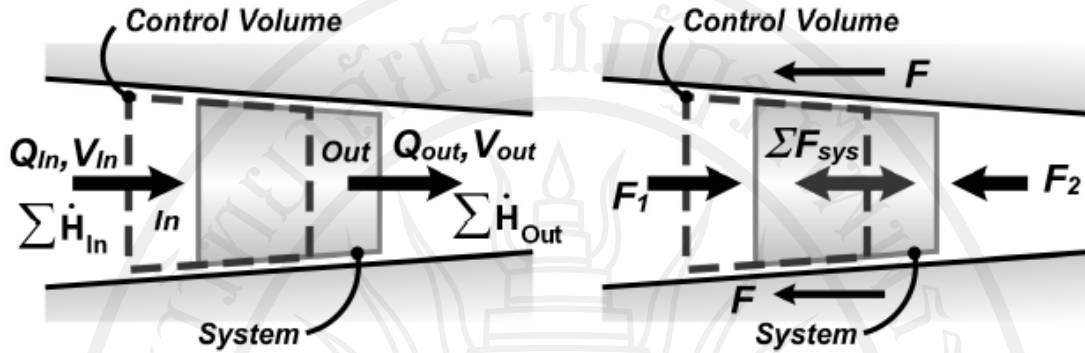


ภาพที่ 6.1 ตัวอย่างพฤติกรรมของแรงที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม
ที่มา (ธัญธร ออวะลา, 2553, หน้า 5-1)

ดังนั้นเนื้อหาในบทนี้จะเป็นการศึกษาพฤติกรรมของแรงกระทำภายนอกที่มีส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงความเร็วของการไหล โดยอาศัยการพิจารณาจากหลักการจากกฎอิมพัลส์โมเมนตัม และทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (Reynolds transport theorem) ในหัวข้อนี้จะเน้นการวิเคราะห์ในลักษณะเช่นเดียวกับการวิเคราะห์สมการต่อเนื่องกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ได้แก่ สมการโมเมนตัมเชิงเส้นและสมการโมเมนตัมเชิงมุม นั่นเอง

6.1 สมการโมเมนตัมเชิงเส้นสำหรับปริมาตรควบคุม

สมการโมเมนตัมเชิงเส้น (Linearly momentum equation) พิจารณาการเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัมของระบบผ่านปริมาตรควบคุม โดยอาศัยหลักการจากการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์สมมุติให้การไหลมีเพียงทิศทางเดียว และไม่มีกรไหลทางด้านข้างดังภาพที่ 6.2



(ก) พิจารณาปริมาณที่ไหลเข้า

(ข) พิจารณาแรงที่กระทำกับระบบ

ภาพที่ 6.2 การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัมของระบบผ่านปริมาตรควบคุม
ที่มา (กิริติ ลีวจันกุล, 2548, หน้า 102)

พิจารณาจากภาพที่ 6.2 เป็นการแสดงสิ่งต่างๆ ที่เกิดขึ้นกับระบบ โดยภาพที่ 6.1 (ก) เป็นการพิจารณาเกี่ยวกับ อัตราการไหลความเร็ว และ โมเมนตัมที่ไหลผ่านปริมาตรควบคุม ส่วนภาพที่ 6.1 (ข) พิจารณาเฉพาะแรงภายนอกที่กระทำกับระบบ

จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ โดยพิจารณาปริมาณโมเมนตัม (H) ที่อยู่ในระบบ จะได้ว่า

$$\frac{D\bar{H}_{sys}}{Dt} = \frac{\partial \bar{H}_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{H}_{In} + \sum \dot{H}_{Out} \quad (6.1)$$

เมื่อ H คือโมเมนตัม

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$

$$\sum \bar{F} = m \frac{d\bar{V}}{dt}$$

$$\sum \bar{F}(dt) = m \cdot d\bar{V} \quad (6.2)$$

ซึ่งสมการที่ 6.2 ก็คือกฎของอินทิกรัลโมเมนตัม โดยเราจะเรียกเทอมของ $\sum \bar{F}(dt)$ ว่าอินทิกรัลส่วนเทอมของ $m \cdot d\bar{V}$ คือการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัม

จากสมการที่ 6.2 เมื่อพิจารณาโมเมนตัม และแรงที่กระทำกับระบบในภาพที่ 6.2 จะได้ว่า

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\sum \bar{F}_{sys}(dt) = m_{sys} \cdot (d\bar{V})_{sys}$$

$$\sum \bar{F}_{sys} = \frac{D\bar{H}_{sys}}{Dt} \quad (6.3)$$

ซึ่งความหมายของสมการที่ 6.3 ก็คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงเส้นของระบบจะมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงภายนอกที่กระทำกับระบบ ($\sum \vec{F}_{sys}$)

เมื่อแทนค่าสมการที่ 6.3 ในสมการที่ 6.1 จะได้ว่า

$$\sum \vec{F}_{sys} = \frac{\partial \vec{H}_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{H}_{In} + \sum \dot{H}_{Out} \quad (6.4)$$

ถ้าปริมาณของไหล (ระบบ) ภายในปริมาตรควบคุมมีขนาดคงที่ ปริมาตรควบคุมคงตัวไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของไหลอัดตัวไม่ได้ และสภาพการไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาจะได้ว่า

$$\frac{D\vec{H}_{sys}}{Dt} = 0 \quad (6.5)$$

และ
$$\sum \dot{H} = \sum \left(\frac{m \cdot \vec{V}}{dt} \right) = \sum \left(\frac{(\rho \nabla) \cdot \vec{V}}{dt} \right)$$

$$\therefore \sum \dot{H} = \sum (\rho \cdot Q \cdot \vec{V}) \quad (6.6)$$

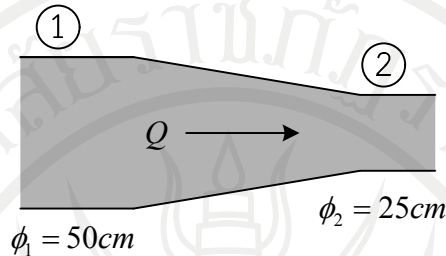
ดังนั้นสมการที่ 6.4 สามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\sum \vec{F}_{sys} = \sum (\rho_{Out} \cdot Q_{Out} \cdot \vec{V}_{Out}) - \sum (\rho_{In} \cdot Q_{In} \cdot \vec{V}_{In}) \quad (6.7)$$

ซึ่งสมการที่ 6.7 ก็คือ สมการโมเมนตัมของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ภายใต้การไหลที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

ตัวอย่างที่ 6.1 จากภาพเป็นท่อ 2 ขนาดเชื่อมต่อกัน มีน้ำไหลอยู่ภายในด้วยอัตรา 0.30 ลบ.ม./วินาที ความดันที่จุดที่ 1 มีค่าเท่ากับ 10 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่กระทำบริเวณข้อต่อ โดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือ

1. การไหลไม่มีการสูญเสียพลังงาน
2. การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของเฮดพลังงานจลน์ที่หน้าตัดที่ 1



วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้า-ออก รวมถึงแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม สมการโมเมนตัมของน้ำที่ไหลผ่านบริเวณข้อต่อ

$$\sum \vec{F} = \sum (\rho_{Out} \cdot Q_{Out} \cdot \vec{V}_{Out}) - \sum (\rho_{In} \cdot Q_{In} \cdot \vec{V}_{In}) \quad (6.8)$$

$$\sum (\rho_{Out} \cdot Q_{Out} \cdot \vec{V}_{Out}) = \rho_w Q (+V_2) \quad (6.9)$$

$$\sum (\rho_{In} \cdot Q_{In} \cdot \vec{V}_{In}) = \rho_w Q (+V_1) \quad (6.10)$$

เมื่อพิจารณาเทอม F จะต้องทราบค่า F_2 ซึ่งเป็นผลมาจากความดันที่หน้าตัดที่ 2 ดังนั้นจึงต้องหาค่าความดันที่หน้าตัดที่ 2 เสียก่อน โดยใช้สมการพลังงานกรณีที่ 1 ไม่มีการสูญเสียพลังงาน

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (6.11)$$

ที่จุด 1 : $Z_1 = +0.0$ เมตร : $P_1 = 10 \times 10^3$ Pa

ที่จุด 2 : $Z_2 = +0.0$ เมตร : $P_B = 0$

จากสมการ $Q = A \cdot V$

แทนค่า $V_1 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D_1^2}$

$$= \frac{0.3}{\frac{\pi}{4} (0.5)_1^2}$$

$$= 1.53 \text{ m/s}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned}
 V_2 &= \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D_2^2} \\
 &= \frac{0.3}{\frac{\pi}{4} (0.25)^2} \\
 &= 6.12 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการ (6.11)

$$\begin{aligned}
 0 + \frac{(10 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(1.53)^2}{2g} &= 0 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(6.12)^2}{2g} \\
 P_2 &= -7.56 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$

หาขนาดของแรงดันที่กระทำกับหน้าตัดที่ 1 และ 2

จากสมการ

$$\begin{aligned}
 F_1 &= |P_1 A_1| \\
 &= \left| P_1 \frac{\pi}{4} D_1^2 \right| \\
 &= (10 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.5)^2 \\
 &= 1.96 \text{ kN} \\
 F_2 &= |P_2 A_2| \\
 &= \left| P_2 \frac{\pi}{4} D_2^2 \right| \\
 &= (-7.56 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.25)^2 \\
 &= 370.44 \text{ N}
 \end{aligned}$$

เมื่อพิจารณาทิศทางของแรงดันที่กระทำกับปริมาตรควบคุม ถ้าความดันมีค่าเป็น (+) แรงดันจะพุ่งเข้าหาปริมาตรควบคุม ส่วนความดันที่เป็นค่า (-) ทิศทางของแรงดันจะพุ่งออกจากปริมาตรควบคุม
พิจารณาผลรวมของแรงที่เกิดขึ้น เมื่อกำหนดให้ F_x คือแรงที่ผนังกระทำกับของไหล

$$\begin{aligned}
 \sum \vec{F} &= (+F_1) + (-F_x) + (+F_2) \\
 &= (1.96 \times 10^3) + (-F_x) + (370.44) \\
 \sum \vec{F} &= (2330.44) - F_x \qquad (6.12)
 \end{aligned}$$

แทนค่า V_1, V_2 และ (6.12) ใน (6.8)

$$(2330.44) - F_x = \rho_w (0.3)(+1.53) - \rho_w (0.3)(+6.12)$$

$$F_x = 0.953 \text{ kN} (\leftarrow) \qquad \text{Ans}$$

กรณีที่ 2 การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของเฮดพลังงานจลน์ที่หน้าตัดที่ 1

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_L$$

แทนค่า

$$0 + \frac{(10 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(1.53)^2}{2g} = 0 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(6.12)^2}{2g} + (1.5) + \frac{(1.53)^2}{2g}$$

$$P_2 = -9.312 \text{ kPa}$$

หาขนาดของแรงดันที่กระทำกับหน้าตัดที่ 1 และ 2

จากสมการ

$$F_1 = |P_1 A_1|$$

$$= \left| P_1 \frac{\pi}{4} D_1^2 \right|$$

$$= (10 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.5)^2$$

$$= 1.96 \text{ kN}$$

$$F_2 = |P_2 A_2|$$

$$= \left| P_2 \frac{\pi}{4} D_2^2 \right|$$

$$= (-9.31 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.25)^2$$

$$= 457.00 \text{ N}$$

ทำนองเดียวกันกับกรณีที่ 1

$$\sum \bar{F} = (+F_1) + (-F_x) + (+F_2)$$

$$= (1.96 \times 10^3) + (-F_x) + (457.00)$$

$$\sum \bar{F} = (2417.00) - F_x \quad (6.13)$$

แทนค่า V_1, V_2 และ (6.13) ใน (6.8)

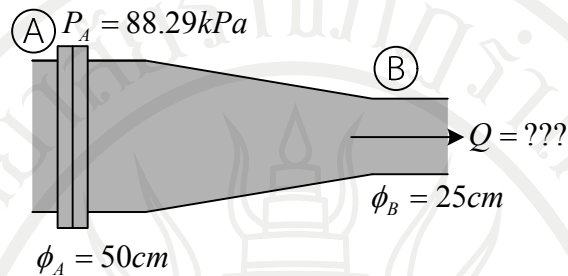
$$(2417.00) - F_x = \rho_w (0.3)(+1.53) - \rho_w (0.3)(+6.12)$$

$$F_x = 1.04 \text{ kN} (\leftarrow) \quad \text{Ans}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 6.2 หัวฉีดถูกยึดแน่นกับปลายของท่อส่งน้ำที่จุด A ในลักษณะดังภาพ ท่อส่งน้ำและปลายหัวฉีดมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 5.0 และ 2.5 เซนติเมตร ตามลำดับ บริเวณท่อส่งน้ำ (ที่จุด A) มีความดัน 88.29 kPa จงหาแรงที่เกิดขึ้นบริเวณจุดเชื่อมต่อโดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือ

1. การไหลไม่มีการสูญเสียพลังงาน
2. การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของเฮดพลังงานจลน์ที่หน้าตัด A



วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้า-ออก รวมถึงแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม สมการโมเมนตัมของน้ำที่ไหลผ่านบริเวณข้อต่อ

$$\sum \vec{F} = \sum (\rho_{out} \cdot Q_{out} \cdot \vec{V}_{out}) - \sum (\rho_{in} \cdot Q_{in} \cdot \vec{V}_{in}) \quad (6.14)$$

$$\sum (\rho_{out} \cdot Q_{out} \cdot \vec{V}_{out}) = \rho_w Q (+V_2) \quad (6.15)$$

$$\sum (\rho_{in} \cdot Q_{in} \cdot \vec{V}_{in}) = \rho_w Q (+V_1) \quad (6.16)$$

$$\sum \vec{F} = (+F_A) + (-F_x) \quad (6.17)$$

แทนค่า (6.15), (6.16) และ (6.17) ใน (6.14)

$$(+F_A) + (-F_x) = \rho_w Q (+V_B) - \rho_w Q (+V_A) \quad (6.18)$$

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ (6.18) พบว่า V_A และ V_B คือตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงต้องทำการหาค่าของตัวแปรทั้งสอง โดยใช้สมการพลังงาน

กรณีที่ 1 ไม่มีการสูญเสียพลังงาน

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

ที่จุด A : $Z_A = +0.0$ เมตร : $P_A = 88.29 \times 10^3$ Pa

ที่จุด B : $Z_2 = +0.0$ เมตร : $P_B = 0$

แทนค่า

$$0 + \frac{(88.29 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(V_A)^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{(V_B)^2}{2g} \quad (6.19)$$

จากสมการ $Q = A \cdot V$ และ $Q_A = Q_B$

$$A_A V_A = A_B V_B$$

$$V_B = \frac{A_A}{A_B} V_A$$

$$= \left(\frac{5^2}{2.5^2} \right) (V_A)$$

$$= 4V_A$$

(6.20)

แทนค่า (6.20) ใน (6.19)

$$\frac{(88.29 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{16(V_A)^2}{2g}$$

$$V_A = 3.43 \text{ m/s}$$

แทนค่า V_A ใน (6.20)

$$V_B = 13.72 \text{ m/s}$$

$$Q = (3.43) \frac{\pi(0.05)^2}{4}$$

$$= 0.0067 \text{ m}^3/\text{s}$$

แทนค่าใน (6.18)

$$|P_A A_A| + (-F_x) = \rho_w Q (+13.72) - \rho_w Q (+3.43)$$

$$F_x = (88.29 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.05^2) - \rho_w (0.0067)(13.72 - 3.43)$$

$$= 104.41 \text{ N } (\leftarrow)$$

เนื่องจาก F_x คือแรงกระทำภายนอก หรือแรงที่หัวฉีดกระทำกับของไหล ดังนั้นแรงที่ของไหลกระทำกับหัวฉีดก็คือ แรงปฏิกิริยาของแรง F_x

จึงสรุปได้ว่า แรงเกิดขึ้นบริเวณข้อต่อมีค่าเท่ากับ 104.41 N และมีทิศทาง (\leftarrow) Ans

กรณีที่ 2 การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของเฮดพลังงานจลน์ที่หน้าตัด A

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

แทนค่า

$$0 + \frac{(88.29 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(V_A)^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{(V_B)^2}{2g} + (1.5) \frac{(V_A)^2}{2g} \quad (6.21)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แทนค่า (6.20) ใน (6.21)

$$\frac{(88.29 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{16(V_A)^2}{2g} + (1.5) \frac{(V_A)^2}{2g}$$

$$V_A = 3.27 \text{ m/s}$$

แทนค่า V_A ใน (6.20)

$$V_B = 13.09 \text{ m/s}$$

$$Q = (3.27) \frac{\pi(0.05)^2}{4}$$

$$= 0.0064 \text{ m}^3/\text{s}$$

แทนค่าใน (6.18)

$$|P_A A_A| + (-F_x) = \rho_w Q(+13.09) - \rho_w Q(+3.27)$$

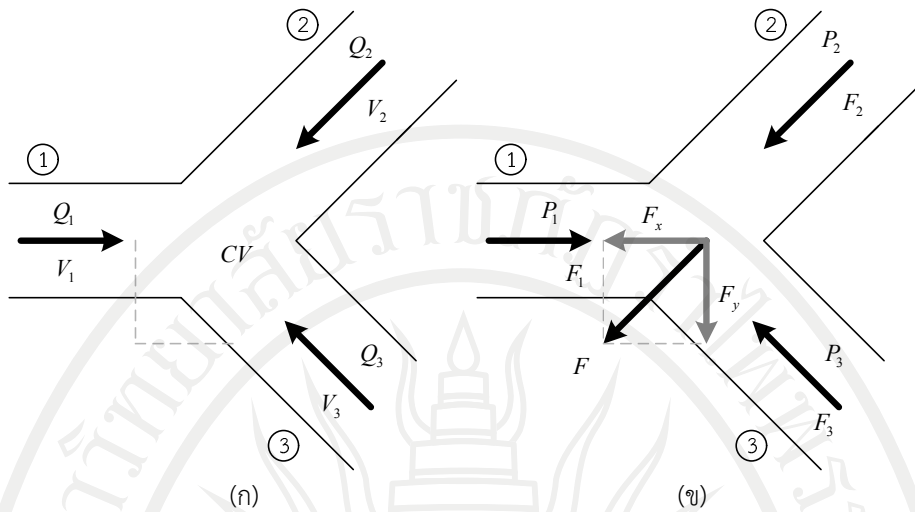
$$F_x = (88.29 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.05^2) - \rho_w (0.0064)(13.09 - 3.27)$$

$$= 110.51 \text{ N } (\leftarrow)$$

เนื่องจาก F_x คือแรงกระทำภายนอก หรือแรงที่หัวฉีดกระทำกับของไหล ดังนั้นแรงที่ของไหลกระทำกับหัวฉีดก็คือ แรงปฏิกิริยาของแรง F_x

จึงสรุปได้ว่า แรงเกิดขึ้นบริเวณข้อต่อมีค่าเท่ากับ 110.51 N และมีทิศทาง (\leftarrow) Ans

6.2 สมการโมเมนตัมกับการไหลหลายทิศทาง



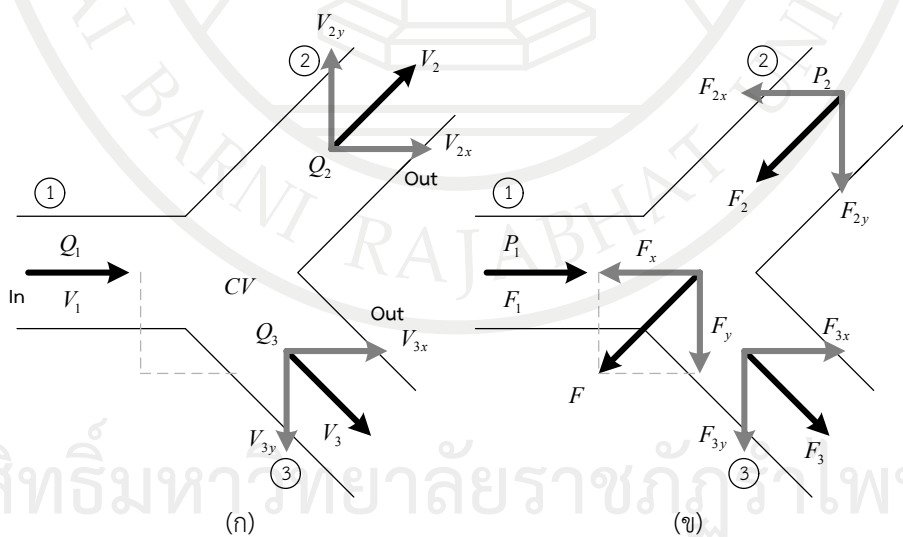
ภาพที่ 6.3 การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัมและแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

จากการไหลที่มีทางเข้าออกหลายทางดังภาพที่ 6.3 (ก) ซึ่งจะเห็นได้ว่าการวิเคราะห์จะมีความยุ่งยากซับซ้อน ดังนั้นในการวิเคราะห์ปัญหาลักษณะดังกล่าวแยกพิจารณาการไหลเข้า-ออก และผลรวมของแรงดังภาพที่ 6.3 (ข) จากนั้นวิเคราะห์โดยอ้างอิงกับระบบพิกัดฉากของการไหลที่มีทางเข้า-ออกหลายทางดังภาพที่ 6.4 (ก) และผลรวมของแรงดังภาพที่ 6.4 (ข) ที่อ้างอิงกับระบบพิกัดฉาก ซึ่งเมื่อพิจารณาจากสมการที่ 6.7 จะได้สมการโมเมนตัมที่ใช้ในการวิเคราะห์การไหลในหลายทิศทางได้ดังนี้

$$\sum \bar{F}_X = \sum (\rho_{Out} \cdot Q_{Out} \cdot \bar{V}_{Out})_X - \sum (\rho_{In} \cdot Q_{In} \cdot \bar{V}_{In})_X \quad (6.22)$$

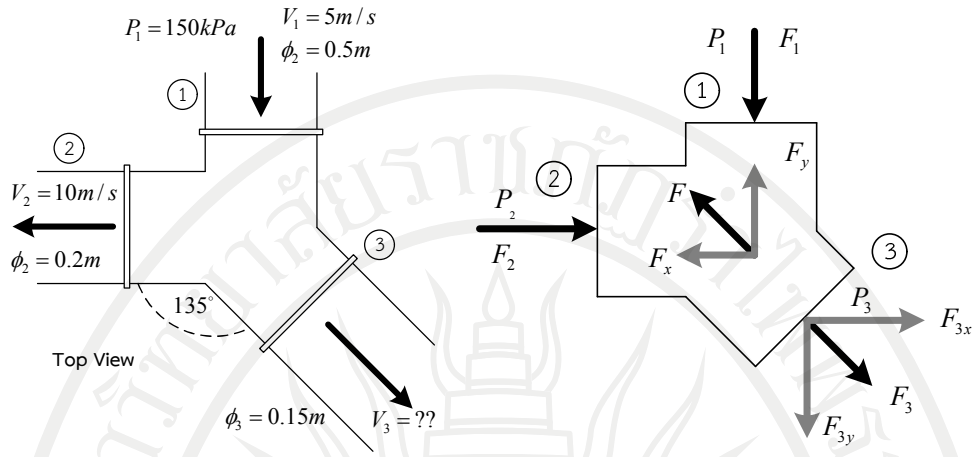
$$\sum \bar{F}_Y = \sum (\rho_{Out} \cdot Q_{Out} \cdot \bar{V}_{Out})_Y - \sum (\rho_{In} \cdot Q_{In} \cdot \bar{V}_{In})_Y \quad (6.23)$$

$$\sum \bar{F}_Z = \sum (\rho_{Out} \cdot Q_{Out} \cdot \bar{V}_{Out})_Z - \sum (\rho_{In} \cdot Q_{In} \cdot \bar{V}_{In})_Z \quad (6.24)$$



ภาพที่ 6.4 การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัมและแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุมโดยอิงตามระบบพิกัดฉาก x-y

ตัวอย่างที่ 6.3 น้ำไหลผ่านข้อต่อสามทางที่วางในแนวราบ ถ้าความดันที่จุดที่ 1 มีค่าเท่ากับ 150 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่เกิดขึ้นโดยสมมติให้การสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก



วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาทิศทางการไหลเข้า-ออก โดยอิงกับระบบพิกัด $x-y$ ได้ดังภาพ
 หาค่าความเร็ว $x-y$
 จากสมการ

$$\begin{aligned} \sum Q_{In} &= \sum Q_{Out} \\ Q_1 &= Q_2 + Q_3 \\ V_3 A_3 &= Q_2 + Q_3 \\ V_3 &= \frac{Q_2 + Q_3}{A_3} \end{aligned} \tag{6.25}$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= V_1 A_1 \\ &= (5) \frac{\pi}{4} (0.5^2) \\ &= 0.98 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= V_2 A_2 \\ &= (10) \frac{\pi}{4} (0.2^2) \\ &= 0.31 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

แทนค่าใน (6.25)

$$V_3 = \frac{(0.98 - 0.31)}{\frac{\pi}{4} (0.15^2)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(0.98 - 0.31)}{0.018} \\ &= 37.2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad Q_3 &= Q_1 - Q_2 \\ &= 0.67 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

พิจารณาทิศทางของแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม โดยอิงกับระบบพิกัด $x-y$ ดังภาพ

จากภาพยังไม่สามารถหาขนาดและทิศทางของแรงที่ 2 และ 3 ได้เนื่องจากยังไม่ทราบค่าความดันที่ 2 และ 3 ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาค่าความดัน P_2 และ P_3 โดยคำนวณจากสมการพลังงานสมการพลังงานระหว่างจุดที่ 1 กับ 2

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\text{ที่จุด 1: } Z_1 = +0.0 \text{ เมตร} : P_1 = 150 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\text{ที่จุด 2: } Z_2 = +0.0 \text{ เมตร}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad 0 + \frac{(150 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(5)^2}{2g} &= 0 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(10)^2}{2g} \\ P_2 &= 112.5 \text{ kPa} \end{aligned}$$

สมการพลังงานระหว่างจุดที่ 1 กับ 3

$$\text{ที่จุด 1: } Z_1 = +0.0 \text{ เมตร: } P_1 = 150 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\text{ที่จุด 3: } Z_3 = +0.0 \text{ เมตร}$$

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad 0 + \frac{(150 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(5)^2}{2g} &= 0 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{(37.2)^2}{2g} \\ P_3 &= -529.42 \text{ kPa} \end{aligned}$$

จากค่าความดันที่คำนวณได้ สามารถวิเคราะห์ทิศทางของแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม ได้ใหม่ดังภาพ จากสมการโมเมนต์ตามแนวแกน x

$$\sum F_x = -\sum (\rho Q_{Out} V_{Out})_x + \sum (\rho Q_{In} V_{In})_x \quad (6.26)$$

จากภาพ

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -F_x + F_2 - F_3 \cos 45^\circ \\ &= -F_x + |P_2 A_2| - |P_3 A_3| \cos 45^\circ \\ &= -F_x + |112.5 \times 0.031| - |-529.42 \times 0.018| \cos 45^\circ \\ &= -F_x + 10.23 \quad (6.27) \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned}
 \sum(\rho Q_{Out} V_{Out})_x &= \rho_w Q_2(-V_2) + \rho_w Q_3(+V_3 \cos 45^\circ) \\
 &= -\rho_w(0.31)(10) + \rho_w(0.67)(37.2)\cos 45^\circ \\
 &= 14.52 \text{ (kN)} \qquad (6.28)
 \end{aligned}$$

แทนค่า (6.27) และ (6.28) ใน (6.26)

$$\begin{aligned}
 -F_x + 10.23 &= 14.52 - 0 \\
 F_x &= 4.29 \text{ (kN)} (\rightarrow)
 \end{aligned}$$

จากสมการโมเมนต์ตามแนวแกน y

$$\sum F_y = \sum(\rho Q_{Out} V_{Out})_y + \sum(\rho Q_{In} V_{In})_y \quad (6.29)$$

จากภาพ

$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= -F_y - F_1 + F_3 \cos 45^\circ \\
 &= -F_y - |P_1 A_1| + |P_3 A_3| \cos 45^\circ \\
 &= -F_y - |150 \times 0.196| + |-529.42 \times 0.018| \cos 45^\circ \\
 &= -F_y + 36.16 \text{ (kN)} \qquad (6.30)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum(\rho Q_{In} V_{In})_y &= \rho_w Q_1(-V_1) \\
 &= -\rho_w(0.98)(5) \\
 &= -4.90 \text{ (kN)} \qquad (6.31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum(\rho Q_{Out} V_{Out})_y &= \rho_w Q_3(-V_3 \cos 45^\circ) \\
 &= \rho_w(0.67)(37.2)\cos 45^\circ \\
 &= -17.62 \text{ (kN)} \qquad (6.32)
 \end{aligned}$$

แทนค่า (6.30), (6.31) และ (6.32) ใน (6.29)

$$\begin{aligned}
 F_y - 36.14 \text{ (kN)} &= (-17.62) - (-4.90) \\
 F_x &= 23.42 \text{ (kN)} (\uparrow)
 \end{aligned}$$

ดังนั้นขนาด และทิศทางของแรงที่ต่อกระทำกับของไหลหาได้จาก

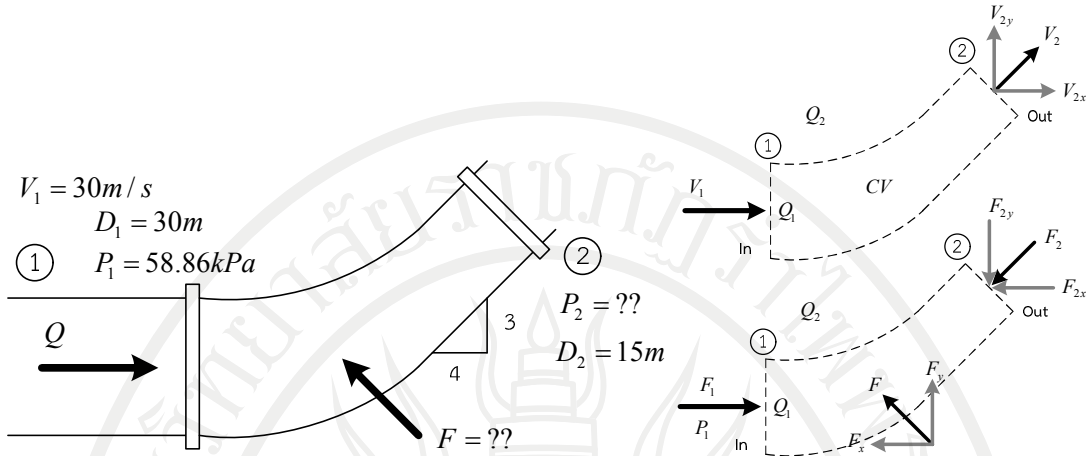
$$\begin{aligned}
 F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\
 &= \sqrt{(4.29)^2 + (23.42)^2} \text{ ก} \\
 &= 23.81 \text{ (kN)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \\
 &= \tan^{-1}\left(\frac{23.81}{4.29}\right)
 \end{aligned}$$

$$= 79.62^\circ$$

Ans

ตัวอย่างที่ 6.4 จงหาขนาด และทิศทางของแรงกระทำที่เกิดขึ้นกับช่องดังกล่าว เมื่อของไหลภายในท่อคือน้ำ และการสูญเสียพลังงานระหว่างจุดที่ 1 กับจุดที่ 2 เท่ากับ 1.12 ม.



วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้าออก รวมถึงแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม จากสมการ Momentum แกน x ของน้ำที่ไหลผ่านบริเวณช่อง

$$\sum F_x = \sum (\rho Q_{Out} V_{Out})_x + \sum (\rho Q_{In} V_{In})_x \quad (6.33)$$

ไม่สามารถหาค่า F_x เนื่องจากยังไม่ทราบค่าความดันที่หน้าตัดที่ 2 ดังนั้นจึงต้องทำการหา P_2 โดยพิจารณาจากสมการพลังงาน

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad (6.34)$$

ที่จุด 1 : $Z_1 = +0.0$ เมตร : $P_1 = 150 \times 10^3$ Pa

ที่จุด 2 : $Z_2 = +0.0$ เมตร

จากสมการ

$$\begin{aligned} \sum Q_{In} &= \sum Q_{Out} \\ A_1 V_1 &= A_2 V_2 \\ V_2 &= \frac{A_1}{A_2} V_1 \\ &= \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \cdot V_1 \\ &= \left(\frac{0.3^2}{0.15^2} \right) (V_1) \\ &= 4V_1 \end{aligned} \quad (6.35)$$

แทนค่า (6.35) ใน (6.34)

$$\begin{aligned} 0 + \frac{(58.86 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(3)^2}{2g} &= 0 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + (1.12) \\ P_2 &= -19.62 \text{ kPa} \end{aligned}$$

แรงที่กระทำกับของไหลในปริมาตรควบคุมมีลักษณะดังภาพ

$$\begin{aligned}
 \sum \vec{F}_x &= F_1 + F_{2x} - F_x \\
 &= +|P_1 A_1| - |P_2 A_2| \left(\frac{4}{5} \right) - F_x \\
 &= \left(58.86 \times \frac{\pi}{4} \times 0.3^2 \right) - \left(\frac{4}{5} \times 19.62 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 \right) - F_x \\
 &= 4.438 - F_x \quad (\text{kN}) \quad (6.36)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum (\rho Q_{Out} V_{Out})_x &= \rho_w (A_2 V_2) \left(\frac{4}{5} V_2 \right) \\
 &= \frac{4}{5} \rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.15^2 \right) (12^2) \\
 &= 2.036 \quad (\text{kN}) \quad (6.37)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum (\rho Q_{In} V_{In})_x &= \rho_w (A_1 V_1) (V_1) \\
 &= \rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.30^2 \right) (3^2) \\
 &= 0.636 \quad (\text{kN}) \quad (6.38)
 \end{aligned}$$

แทนค่า (6.36), (6.37) และ (6.38) ใน (6.34)

$$\begin{aligned}
 4.438 - F_x &= 2.036 \quad (\text{kN}) - 0.636 \quad (\text{kN}) \\
 &= 3.038 \quad (\text{kN}) \quad (\leftarrow)
 \end{aligned}$$

จากสมการโมเมนต์ตามแนวแกน y

$$\sum F_y = \sum (\rho Q_{Out} \vec{V}_{Out})_y + \sum (\rho Q_{In} \vec{V}_{In})_y \quad (6.39)$$

จากภาพ

$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= F_{2y} - F_y \\
 &= |P_2 A_2| \left(\frac{3}{5} \right) + F_y \\
 &= \left(\frac{3}{5} \times 19.62 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2 \right) + F_y \\
 &= 0.208 - F_y \quad (\text{kN}) \quad (6.40)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum (\rho Q_{Out} \vec{V}_{Out})_y &= \rho_w (A_2 V_2) \left(\frac{3}{5} V_2 \right) \\
 &= \frac{3}{5} \rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.15^2 \right) (12^2) \\
 &= 1.527 \quad (\text{kN}) \quad (6.41)
 \end{aligned}$$

$$\sum (\rho Q_{In} \vec{V}_{In})_y = 0 \quad (6.42)$$

แทนค่า (6.40), (6.41) และ (6.42) ใน (6.39)

$$0.208 - F_y = 1.527 \text{ (kN)} + 0 \text{ (kN)}$$

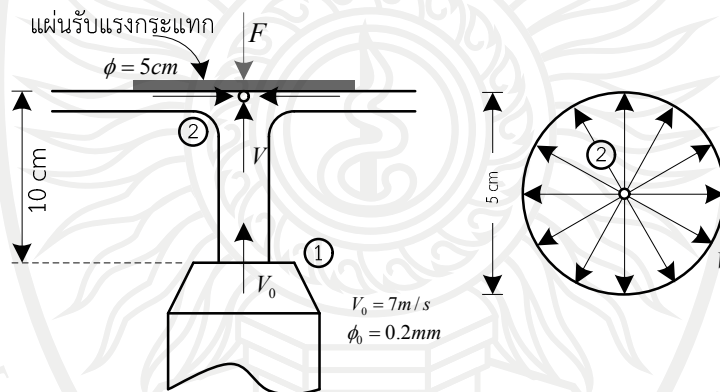
$$F_y = 1.319 \text{ (kN)} \quad (\uparrow)$$

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ &= \sqrt{(3.038)^2 + (1.319)^2} \\ &= 3.312 \text{ (kN)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{1.319}{3.038}\right) \\ &= 23.47^\circ \end{aligned}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 6.5 หัวฉีดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 mm ฉีดน้ำผ่านอากาศพุ่งขึ้นในแนวตั้งด้วยความเร็ว 7 m/s กระแทบแผ่นรับแรงกระแทกรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 cm ดังภาพ แผ่นรับแรงกระแทกอยู่เหนือหัวฉีด 10 cm ถ้าไม่คิดน้ำหนักของแผ่นรับแรงกระแทก จงหาขนาดของแรงที่ใช้กดแผ่นรับแรงกระแทก



วิธีทำ หาความเร็วที่กระแทบแผ่น (V) โดยใช้สมการพลังงาน

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

แทนค่า

$$0 + 0 + \frac{(7)^2}{2g} = 0.1 + 0 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V = 7.14 \text{ m/s}$$

กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้า-ออก รวมถึงแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

สมการโมเมนตัมแกน x

$$\sum F_x = \sum (\rho_{Out} Q_{Out} \vec{V}_{Out})_x + \sum (\rho_{In} Q_{In} \vec{V}_{In})_x \quad (6.43)$$

$$\sum \vec{F}_x = -F_x \quad (6.44)$$

เนื่องจากทิศทางของการไหลออกหักล้างกันหมด ดังนั้น

$$\sum(\rho_{Out} Q_{Out} \vec{V}_{Out})_x = 0 \quad (6.45)$$

$$\sum(\rho_{Out} Q_{In} \vec{V}_{In})_x = 0 \quad (6.46)$$

แทนค่า (6.44), (6.45) และ (6.46) ใน (6.43)

$$\therefore -F_x = 0$$

สมการโมเมนตัมแกน y

$$\sum F_y = \sum(\rho_{Out} Q_{Out} \vec{V}_{Out})_y + \sum(\rho_{Out} Q_{In} \vec{V}_{In})_y \quad (6.47)$$

$$\sum \bar{F}_y = -F_y \quad (6.48)$$

เนื่องจากทิศทางของการไหลออกหักล้างกันหมด ดังนั้น

$$\sum(\rho_{Out} Q_{Out} \vec{V}_{Out})_y = 0 \quad (6.49)$$

$$\begin{aligned} \sum(\rho_{Out} Q_{In} \vec{V}_{In})_y &= \rho_w (AV)(V) \\ &= \rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.02^2 \right) (7^2) \\ &= 15.3 \text{ N} \end{aligned} \quad (6.50)$$

แทนค่า (6.48), (6.49) และ (6.50) ใน (6.47)

$$-F_y = 0 - 15.3 \text{ N}$$

$$F_y = 15.3 \text{ (N)}$$

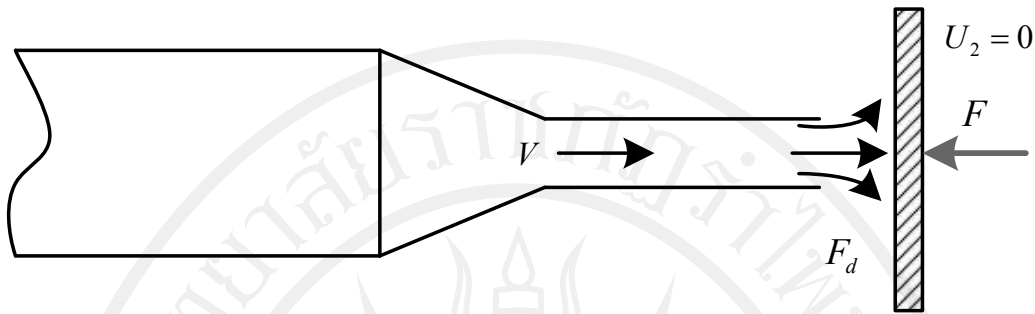
แรงที่ใช้กดมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} F &= F_y \\ &= 15.3 \text{ (N)} \end{aligned}$$

Ans

6.3 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบสถิต

การประยุกต์ใช้สมการสมการโมเมนตัมเชิงเส้นแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบสถิตมีรายละเอียดดังนี้



ภาพที่ 6.5 ของไหลกระทบแผ่นผิวเรียบสถิต

แรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบสถิต (Dynamic force on a static flat plate) เมื่อมีของไหลที่มีความเร็ว V เคลื่อนที่กระทบแผ่นผิวเรียบที่ความเร็วเท่ากับ 0 (อยู่กับที่) ดังแสดงในภาพที่ 6.5 จะทำให้เกิดแรงพลวัต F_d ซึ่งเกิดจากโมเมนตัมของของไหล ขณะเคลื่อนที่กระทบแผ่นผิวเรียบ ทำให้เกิดแรงต้านที่แผ่นผิวเรียบ ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงพลวัต คือ F แต่มีทิศทางตรงกันข้าม

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ 6.6 และ 6.7

$$\sum F_x = \rho_w Q(U_2 - U_1) \quad (6.51)$$

กำหนดให้ $U_1 = V$ ความเร็วของของไหล

$U_2 = 0$ แผ่นผิวเรียบที่ความเร็วเท่ากับ 0 (อยู่กับที่)

จากสมการ 6.51 เมื่อ $U_2 = 0$ จะได้

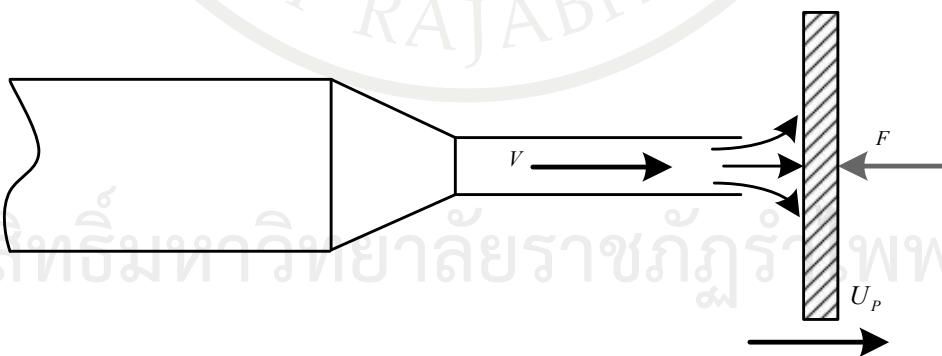
$$-F_1 = \rho_w Q(0 - V)$$

$$\text{หรือ } F_1 = \rho_w QV \quad (6.52)$$

6.4 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบที่เคลื่อนที่

การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบที่เคลื่อนที่ (Dynamic force on a moving flat plate) สามารถแบ่งออกได้ 2 กรณี คือ

6.4.1 แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับของไหล แสดงในภาพที่ 6.6



ภาพที่ 6.6 แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับของไหล

เมื่อแผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U_p เคลื่อนในทิศทางไปทางเดียวกันกับของไหลที่ความเร็ว V ดังนั้น $U_1 = V$ และ $U_2 = U_p$

พิจารณาจากสมการ 6.51

$$-F_1 = \rho_w Q(U_p - V)$$

$$\text{หรือ} \quad F_1 = \rho_w Q(V - U_p) \quad (6.53)$$

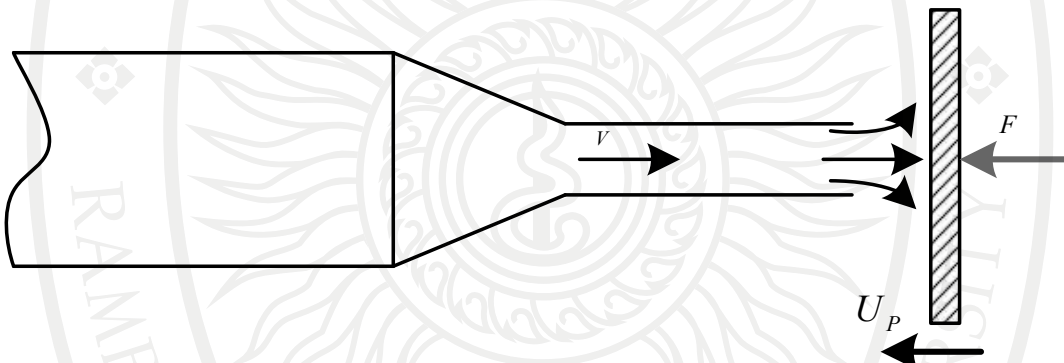
โดยที่ อัตราการไหลของของไหลส่วนที่เคลื่อนที่มากกระทบกับแผ่นผิวเรียบสามารถคำนวณได้จากผลคูณของพื้นที่หน้าตัดของของไหล (A) กับความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างของไหลและแผ่นเรียบ ($V - U_p$) ดังสมการ

$$Q = A(V - U_p) \quad (6.54)$$

จากสมการที่ 7.10 จะพบว่าแรงพลวัต F_1 จะมีค่าก็ต่อเมื่อ $V > U_p$

ถ้า $V \leq U_p$ จะไม่มีแรงพลวัตเกิดขึ้น ($F_1 = 0$)

6.4.2 แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับของไหล แสดงในภาพที่ 6.7



ภาพที่ 6.7 แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ในทิศทางสวนทางกันกับของไหล

เมื่อแผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U_p เคลื่อนในทิศทางตรงกันข้ามกันกับของไหลที่ความเร็ว V ดังนั้น $U_1 = V$ และ $U_2 = -U_p$

พิจารณาจากสมการ 6.51

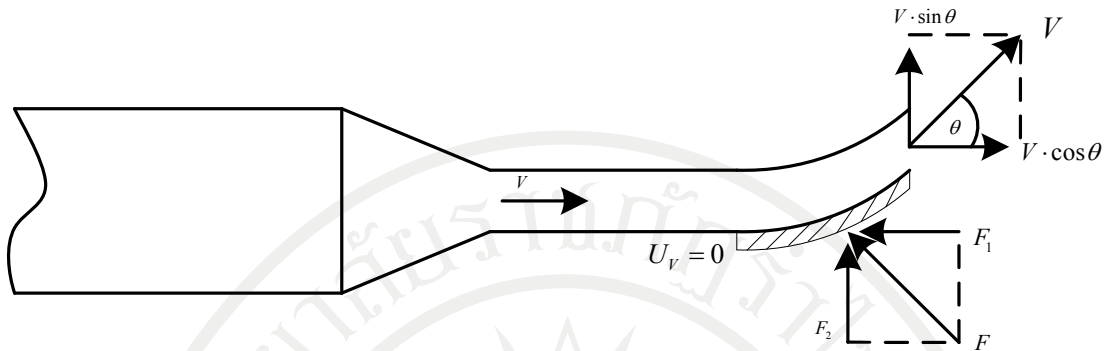
$$-F_1 = \rho_w Q(-U_p - V)$$

$$\text{หรือ} \quad F_1 = \rho_w Q(V + U_p) \quad (6.55)$$

โดยที่ อัตราการไหลของของไหลสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$Q = A(V + U_p) \quad (6.56)$$

6.5 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งสถิต



ภาพที่ 6.8 ของไหลเคลื่อนที่กระทบแผ่นผิวโค้งสถิต

การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งสถิต (Dynamic force on a static vane) เมื่อของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V มากระทบกับแผ่นผิวโค้งเรียบที่ไม่เคลื่อนที่ ($V = 0$) ดังแสดงในภาพที่ 6.8 ทำให้เกิดความเร็วที่จุดทางเข้าแผ่นผิวโค้งเรียบมีค่าเท่ากับความเร็วที่ออกจากแผ่นผิวโค้งเรียบเป็นมุม θ กับแนวราบ ซึ่งขนาดและทิศทางของแรงที่เกิดขึ้น F และ β นั้นสามารถคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรง F_1 และแรง F_2 ดังต่อไปนี้

พิจารณาการคำนวณหาแรงในแนวแกน x (F_1)

จากสมการ 6.51

$$\sum F_x = \rho_w Q(U_2 - U_1)$$

เมื่อความเร็ว $U_2 = V \cos \theta$

$U_1 = V$

แทนค่าในสมการที่ 6.51

$$-F_1 = \rho_w Q(V \cos \theta - V)$$

หรือ $F_1 = \rho_w QV(1 - \cos \theta)$ (6.57)

โดยที่ อัตราการไหลของของไหลสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$Q = AV$$
 (6.58)

พิจารณาการคำนวณหาแรงในแนวแกน y (F_2)

จากสมการ 6.51

$$\sum F_y = \rho_w Q(U_2 - U_1)$$

เมื่อความเร็ว $U_2 = V \sin \theta$

$U_1 = 0$

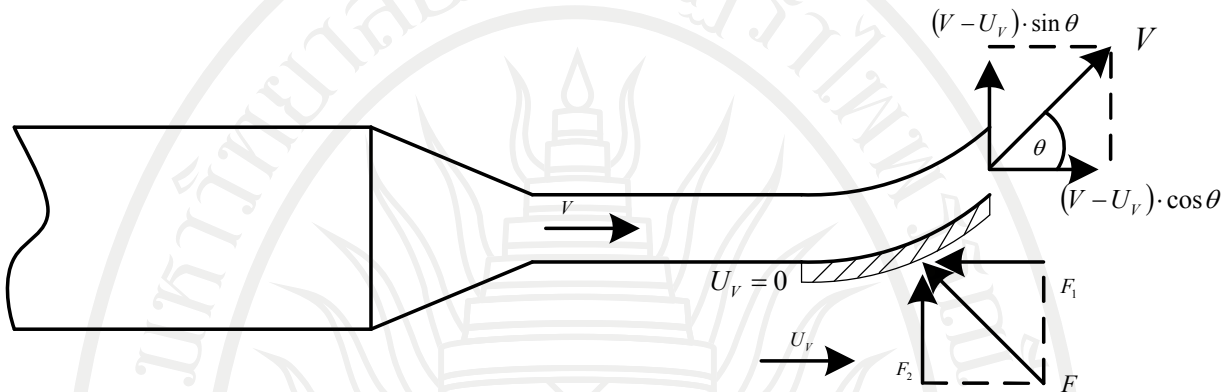
แทนค่าในสมการที่ 6.51

$$-F_2 = \rho_w Q(V \sin \theta - 0)$$

หรือ $F_2 = \rho_w QV \sin \theta$ (6.59)

$$\begin{aligned} \text{พิจารณาขนาดแรงรวม} \quad \vec{F} &= F_1\vec{i} + F_2\vec{j} \\ \text{ขนาดของแรงรวม} \quad |\vec{F}| &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (6.60) \\ \text{ทิศทางของแรงรวม} \quad \beta &= \tan^{-1}\left[\frac{F_2}{F_1}\right] \quad (6.61) \end{aligned}$$

6.6 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งเคลื่อนที่



ภาพที่ 6.9 ของไหลเคลื่อนที่กระทบแผ่นผิวโค้งเคลื่อนที่

การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งเคลื่อนที่ (Dynamic force on a moving vane) เมื่อของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V กระทบกับแผ่นผิวโค้งเรียบที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U_v ไปในทิศทางเดียวกัน ดังแสดงในภาพที่ 6.9 จะทำให้เกิดความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วของของไหล V และความเร็วของแผ่นผิวโค้งเรียบ U_v นั้นมีค่าเท่ากับ $V - U_v$ ซึ่งคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรง F_1 และแรง F_2 ดังต่อไปนี้

พิจารณาการคำนวณหาแรงในแนวแกน x (F_1)

จากสมการ 6.51

$$\sum F_x = \rho_w Q(U_2 - U_1)$$

$$\text{เมื่อความเร็ว} \quad U_2 = (V - U_v)\cos\theta$$

$$U_1 = (V - U_v)$$

แทนค่าในสมการที่ 6.51

$$-F_1 = \rho_w Q[(V - U_v)\cos\theta - (V - U_v)]$$

$$\text{หรือ} \quad F_1 = \rho_w Q(V - U_v)(1 - \cos\theta) \quad (6.62)$$

โดยที่ อัตราการไหลของของไหลสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\text{ลึขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี} \quad Q = A(V - U_v) \quad (6.63)$$

พิจารณาการคำนวณหาแรงในแนวแกน y (F_2)

จากสมการ 6.51

$$\sum F_y = \rho_w Q(U_2 - U_1)$$

เมื่อความเร็ว $U_2 = (V - U_v)\sin\theta$

$$U_1 = 0$$

แทนค่าในสมการที่ 7.8

$$-F_2 = \rho_w Q[(V - U_v)\sin\theta - 0]$$

หรือ $F_2 = \rho_w Q(V - U_v)\sin\theta$ (6.64)

โดยที่ อัตราการไหลของของไหลสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$Q = A(V - U_v) \quad \text{เมื่อ } V > U_v \quad (6.65)$$

พิจารณาขนาดแรงรวม

$$\vec{F} = F_1\vec{i} + F_2\vec{j}$$

ขนาดของแรงรวม

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (6.66)$$

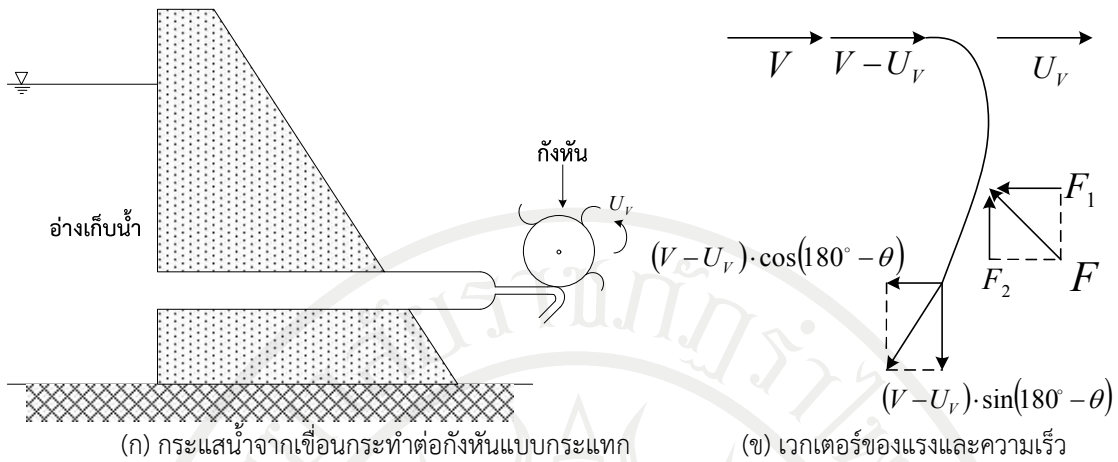
ทิศทางของแรงรวม

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{F_2}{F_1}\right] \quad (6.67)$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าเป็นกรณีของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V มากระทบกับแผ่นผิวโค้งเรียบที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U_v ไปในทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางการไหลของของไหล พิจารณาค่าความเร็วของแผ่นผิวโค้งเรียบทั้งหมดมีค่าเป็นลบ (-) สามารถคำนวณหาขนาดและทิศทางของแรงรวมได้

6.7 การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อกังหันแบบกระแทก

การประยุกต์สมการโมเมนตัมเชิงเส้นกับแรงพลวัตกระทำต่อกังหันแบบกระแทก (Dynamic force on a impulse turbine) กังหันแบบกระแทกมีลักษณะเป็นวงล้อขนาดใหญ่ โดยมีส่วนประกอบคือ แพนโลหะวางตัวในลักษณะการต่อแบบอนุกรมรอบวงล้อ ดังแสดงในภาพที่ 6.10 (ก) ซึ่งมีหลักการทำงานคือ การทำงานของกังหันต้องอาศัยแรงดันของของไหลมาขับเคลื่อนวงล้อ จากนั้นเพลของกังหันจะหมุนทำให้เกิดกำลังงานสำหรับผลิตกระแสไฟฟ้า



ภาพที่ 6.10 กังหันแบบกระแทก
ที่มา (ดัดแปลงมาจาก Alexandrou N., 2001, p. 142)

ถ้าให้ U_v = ความเร็ววงล้อของกังหันแบบกระแทกที่มีรัศมี r เมตร
 N = จำนวนรอบต่อนาทีของกังหัน
 โดยที่ $U_v = \frac{2\pi N}{60}$ เมตร/วินาที

เมื่อกระแสของของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V พุ่งกระทบกับแพนโลหะของกังหันจะทำให้เกิดความเร็วมีความสัมพันธ์ตามแนวโค้งของแพนกังหันคือ $V - U_v$ ดังแสดงในภาพที่ 6.10 (ข)

พิจารณาคำนวณหาแรงในแนวแกน x (F_1) สามารถพิจารณาจากสมการ 6.51

$$\sum F_x = \rho_w Q(U_2 - U_1)$$

เมื่อความเร็ว $U_2 = -(V - U_v) \cos \theta (180^\circ - \theta)$
 $U_1 = 0$

แทนค่าในสมการที่ 6.51

$$-F_1 = \rho_w Q[-(V - U_v) \cos(180^\circ - \theta) - 0]$$

หรือ $F_1 = \rho_w Q(V - U_v)[1 + \cos(180^\circ - \theta)]$ (6.68)

โดยที่อัตราการไหลของของไหลสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$Q = A(V)$$
 (6.69)

เมื่อ A = พื้นที่หน้าตัดของของไหล

พิจารณาคำนวณหาแรงในแนวแกน y (F_2) สามารถพิจารณาตั้งนี้จากสมการ 6.51

$$\sum F_y = \rho_w Q(U_2 - U_1)$$

เมื่อความเร็ว $U_2 = -(V - U_v) \sin \theta (180^\circ - \theta)$
 $U_1 = 0$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แทนค่าในสมการที่ 6.51

$$-F_2 = \rho_w Q [-(V - U_V) \sin(180^\circ - \theta) - 0]$$

$$\text{หรือ} \quad F_2 = -\rho_w Q (V - U_V) \sin(180^\circ - \theta) \quad (6.70)$$

กำลังงานที่ได้จากกังหัน $P = F_1 U_V$ (6.71)

แทนค่า F_1 ในสมการที่ 6.71

$$P = \rho_w Q U_V (V - U_V) \cdot [1 + \cos(180^\circ - \theta)]$$

$$P = \rho_w Q (V U_V - U_V^2) \cdot [1 + \cos(180^\circ - \theta)] \quad (6.72)$$

ในกรณีที่ ρ , V , Q และ θ เป็นค่าคงที่ ดังนั้น U_V จะเป็นตัวแปรอิสระ นั่นคือกำลังงานสูงสุดเกิดขึ้นเมื่อ

$$\frac{dP}{dU_V} = 0 \quad (6.73)$$

แทนค่า P จากสมการ (6.72) ใน (6.73)

$$0 = \rho_w Q (V U_V - U_V^2) \cdot [1 + \cos(180^\circ - \theta)] \quad (6.74)$$

สมการที่ (6.74) จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อ

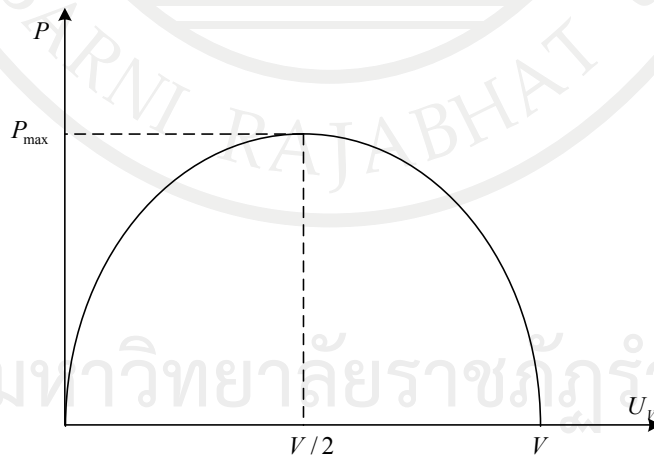
$$V - 2U_V = 0$$

$$\text{หรือ} \quad U_V = \frac{V}{2} \quad (6.75)$$

นั่นคือกำลังสูงสุดจะเกิดขึ้นเมื่อพิจารณาจากสมการที่ (6.75) ถ้าแทนค่า U_V นี้ใน (6.72) จะได้กำลังงานสูงสุดดังแสดงในสมการ

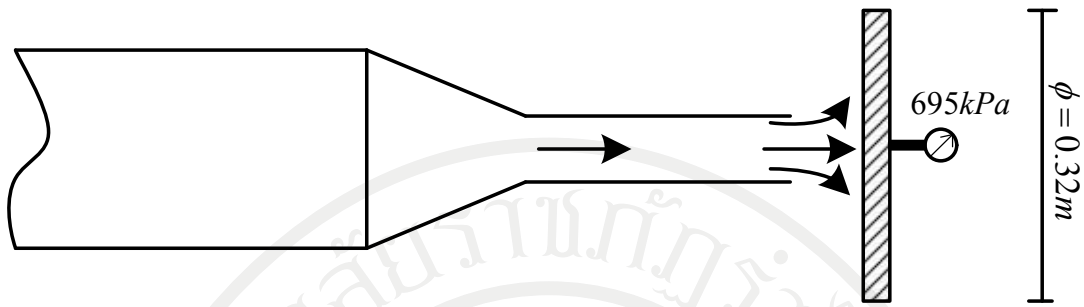
$$P_{\max} = \rho_w Q \frac{V^2}{4} [1 + \cos(180^\circ - \theta)] \quad (6.76)$$

เมื่อเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังงานและความเร็วของวงล้อกังหันจะได้ความสัมพันธ์ดังแสดงในภาพที่ 6.11

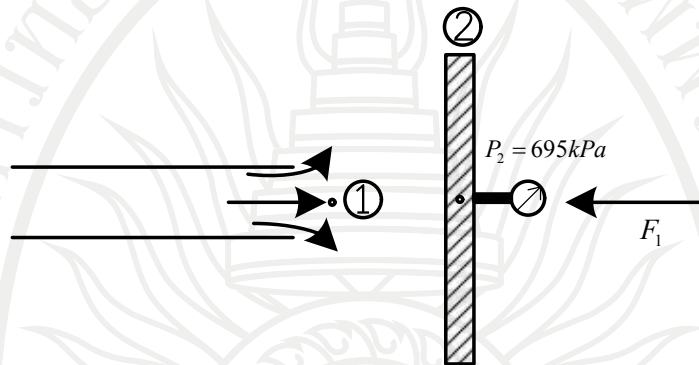


ภาพที่ 6.11 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังงาน และความเร็วของวงล้อกังหัน

ตัวอย่างที่ 6.6 จงหาแรงในแนวราบที่น้ำกระทำต่อวัสดุแผ่นเรียบ เมื่อน้ำมีอัตราการไหล 43 litre/s



วิธีทำ



จากสมการพลังงานระหว่างจุด 1 และจุดที่ 2

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

ที่จุด 1 : $Z_1 = +0.0$ เมตร : $P_1 = 0$ Pa

: $V_1 = 0$ m/s

ที่จุด 2 : $Z_2 = +0.0$ เมตร : $P_2 = 695$ kPa

แทนค่า $0 + 0 + \frac{V_1^2}{2g} = 0 + \frac{695}{9.81} + 0$

ความเร็ว $V_1 = 37.28$ m/s

จากสมการโมเมนตัม

$$\sum F_x = \rho_w Q(U_2 - U_1)$$

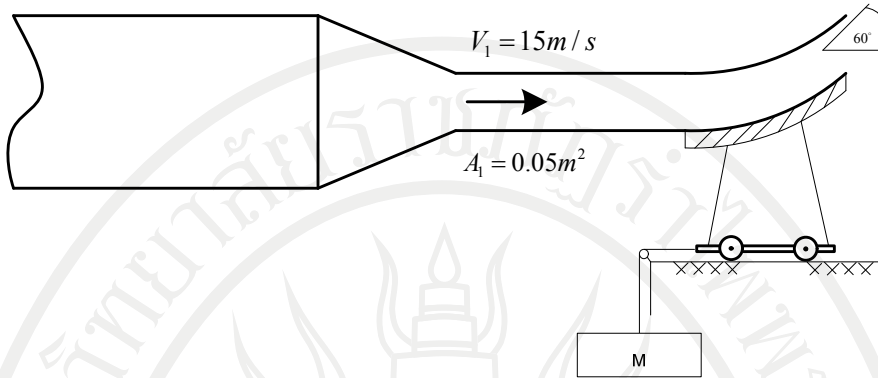
$$-F_1 = (1,000)(0.043)(0 - 37.28)$$

$$F_1 = 1,603.04 \text{ N}$$

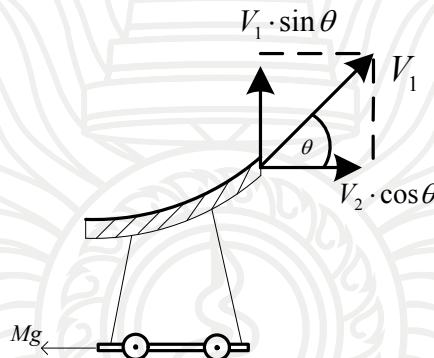
แรงในแนวราบที่น้ำกระทำต่อวัสดุแผ่นเรียบมีขนาดเท่ากับแรงที่แผ่นเรียบต้านกระแส น้ำคือ 1603.04 N แต่มีทิศทางตรงกันข้าม

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 6.7 ลำน้ำมีพื้นที่หน้าตัด 0.05 เมตร^2 พุ่งด้วยความเร็ว 15 เมตร/วินาที กระทบแผ่นผิวโค้งเป็นมุม 60° กับแนวราบ จงหาขนาดของมวล M น้อยที่สุดที่ทำให้รถบรรทุกทุกแผ่นผิวโค้งอยู่กับที่ โดยที่ว่าแรงเสียดทานระหว่างล้อรถกับพื้นผิวน้อยมาก



วิธีทำ



จากสมการโมเมนต์

$$\sum F_x = \rho_w Q(U_2 - U_1)$$

$$Mg = \rho_w V_1 A_1 (V_1 \cos 60^\circ - V_1)$$

$$M = \frac{\rho_w V_1^2 A_1 (1 - \cos 60^\circ)}{g}$$

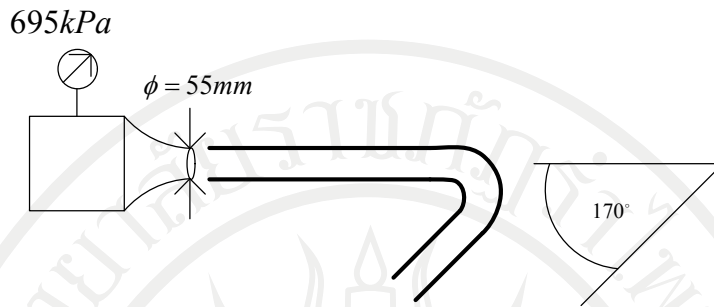
$$= \frac{1000}{9.81} (15)^2 \cdot (0.05) (1 - \cos 60^\circ)$$

$$= 573.39 \text{ กิโลกรัม}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 6.8 ท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 160 มิลลิเมตร ที่ปลายท่อเป็นหัวฉีดน้ำขนาดเส้นศูนย์กลาง 55 มิลลิเมตร ลำน้ำที่พุ่งออกจากหัวฉีดกระทบก้นถังน้ำขนาดเส้นศูนย์กลาง 1.90 เมตร และใบจักรมีมุม 170° ถ้ามาตรวัดความดันอ่านค่าได้ 695 kPa จงหากำลังสูงสุดที่ได้จากก้นถังน้ำ



วิธีทำ จากสมการการไหลต่อเนื่อง

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= Q_2 \\
 A_1 V_1 &= A_2 V_2 \\
 \text{แทนค่า} \quad \frac{\pi}{4} (0.16)^2 V_1 &= \frac{\pi}{4} (0.055)^2 V_2 \\
 V_2 &= 8.46 V_1 \tag{6.77}
 \end{aligned}$$

จากสมการพลังงานระหว่างจุด 1 และจุดที่ 2

$$\begin{aligned}
 z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} &= z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \\
 \text{ที่จุด 1} \quad : \quad Z_1 &= +0.0 \text{ เมตร} \quad : \quad P_1 = 695 \text{ kPa} \\
 \text{ที่จุด 2} \quad : \quad Z_2 &= +0.0 \text{ เมตร} \quad : \quad P_2 = 0 \text{ kPa} \\
 \text{แทนค่า} \quad 0 + \frac{695 \times 10^3}{9.81} + \frac{V_1^2}{2g} &= 0 + 0 + \frac{V_2^2}{2g} \tag{6.78}
 \end{aligned}$$

แทนค่า (6.77) ใน (6.78) จะได้

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็ว} \quad V_1 &= 4.44 \text{ m/s} \\
 V_2 &= 37.56 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

อัตราการไหลของของไหลสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\begin{aligned}
 Q &= AV \\
 &= \left[\frac{\pi}{4} (0.16)^2 \right] (4.444) \\
 &= 0.089 \text{ m}^3/\text{s}
 \end{aligned}$$

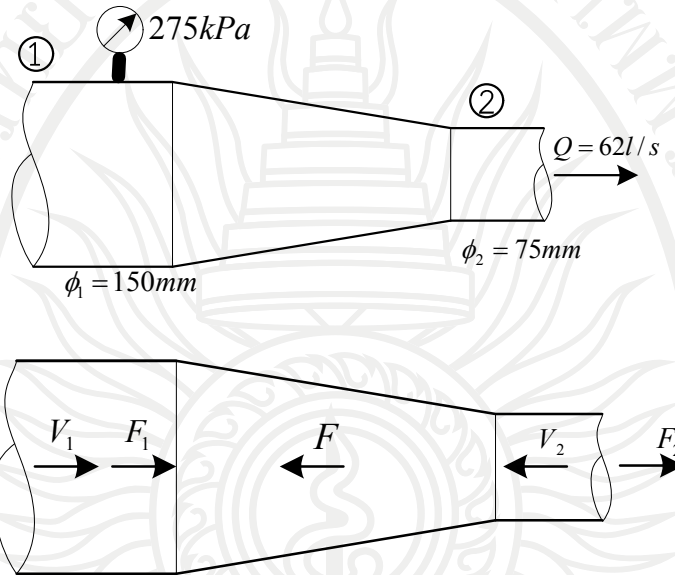
กำลังสูงสุดจะเกิดขึ้นเมื่อ

$$\begin{aligned}
 U_V &= \frac{V}{2} \\
 &= \frac{37.56}{2} \\
 &= 18.78 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{กำลังสูงสุด } P &= \rho_w Q U_V (V - U_V) [1 + \cos(180^\circ - \theta)] \\
 &= (1,000)(0.089)(18.78)(37.56 - 18.78) [1 + \cos(180^\circ - 170^\circ)] 18.78 \\
 &= 62150.75 \text{ W} \\
 \therefore \text{กำลังสูงสุด } P &= 62.15 \text{ kW} \qquad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6.9 ท่อส่งน้ำขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร ส่งน้ำด้วยอัตราการไหล 62 ลิตร/วินาที ผ่านข้อลดขนาดท่อที่ต่อกับท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร เมื่อความดันที่จุด 1 วัดได้ 275 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ข้อต่อลดขนาดต้านทานกระแสน้ำ

วิธีทำ



จากสมการการไหลต่อเนื่อง

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= Q_2 \\
 A_1 V_1 &= A_2 V_2 \\
 \text{ความเร็ว } V_1 &= \frac{Q}{A_1} \\
 &= \frac{62 \times 10^{-3}}{\frac{\pi (0.15)^2}{4}} \\
 &= 3.51 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็ว } V_2 &= \frac{Q}{A_2} \\
 &= \frac{62 \times 10^{-3}}{\frac{\pi (0.075)^2}{4}} \\
 &= 14.03 \text{ m/s}
 \end{aligned}$$

จากสมการพลังงานระหว่างจุด 1 และจุดที่ 2

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

ที่จุด 1 : $Z_1 = +0.0$ เมตร : $P_1 = 695$ kPa

ที่จุด 2 : $Z_2 = +0.0$ เมตร : $P_2 = 0$ kPa

แทนค่า $0 + \frac{275 \times 10^3}{9.81} + \frac{(3.51)^2}{2g} = 0 + \frac{P_2}{9.81} + \frac{(14.03)^2}{2g}$

ความดัน $P_2 = 182.76$ kPa

สมการโมเมนตัม $\sum F_x = \rho_w Q(V_2 - V_1)$
 $F_1 - F - F_2 = \rho_w Q(V_2 - V_1) \quad (6.79)$

เนื่องจาก $F_1 = P_1 A_1$
 $= (275 \times 10^3) \left[\frac{\pi}{4} (0.15)^2 \right]$
 $= 4859.65$ N

และ $F_2 = P_2 A_2$
 $= (182.76 \times 10^3) \left[\frac{\pi}{4} (0.075)^2 \right]$
 $= 807.41$ N

แทนค่า F_1 , F_2 , ρ , V_1 , V_2 และ Q ใน (6.79)

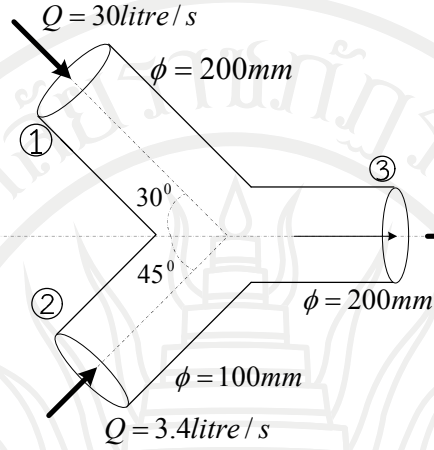
$$\sum F_x = \rho_w Q(V_2 - V_1)$$

$$4859.65 - F - 807.41 = (1000)(0.062)(14.03 - 3.51)$$

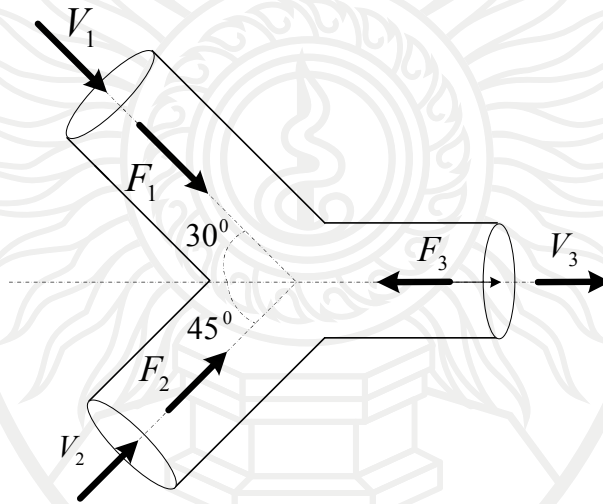
แรงที่ขอลดขนาด $F = 3400$ N (\leftarrow) Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 6.10 น้ำมันแก๊สโซลีน (Gasoline) ไหลผ่านข้อต่อสามทางที่วางในแนวราบ เมื่อความดันที่จุด 3 เท่ากับ 145 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงดันที่เกิดขึ้นจากน้ำมันแก๊สโซลีนกระทำต่อสามทาง กำหนดให้น้ำหนักจำเพาะของน้ำมันแก๊สโซลีนเท่ากับ 6.664 kN/m^3 และความหนาแน่นของน้ำมันแก๊สโซลีนเท่ากับ 680 kg/m^3



วิธีทำ ข้อต่อสามทางสามารถเขียนรูปอิสระ (Free body diagram) ได้ดังนี้



จากสมการการไหลต่อเนื่อง

$$Q_{in} = Q_{out}$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

ความเร็ว

$$V_1 = \frac{Q}{A_1}$$

$$= \frac{30 \times 10^3}{\pi (0.20)^2}$$

$$= 0.95 \text{ m/s}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็ว} \quad V_2 &= \frac{Q}{A_2} \\
 &= \frac{3.4 \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(0.10)^2} \\
 &= 0.43 \quad \text{m/s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= Q_1 + Q_2 \\
 &= 0.03 + 0.0034 \\
 &= 0.0334 \quad \text{m/s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ความเร็ว} \quad V_3 &= \frac{Q}{A_3} \\
 &= \frac{0.0334}{\frac{\pi}{4}(0.20)^2} \\
 &= 1.06 \quad \text{m/s}
 \end{aligned}$$

หา P_1 ได้จากสมการพลังงานระหว่างจุด 1 และจุดที่ 3

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g}$$

ที่จุด 1 : $Z_1 = +0.0$ เมตร :

ที่จุด 3 : $Z_3 = +0.0$ เมตร : $P_3 = 145$ kPa

$$\text{แทนค่า} \quad 0 + \frac{P_1}{6.664} + \frac{(0.95)^2}{2g} = 0 + \frac{145 \times 10^3}{6.664} + \frac{(1.06)^2}{2g}$$

$$\text{ความดัน} \quad P_1 = 145.10 \quad \text{kPa}$$

หา P_2 ได้จากสมการพลังงานระหว่างจุด 2 และจุดที่ 3

ที่จุด 2 : $Z_2 = +0.0$ เมตร :

ที่จุด 3 : $Z_3 = +0.0$ เมตร : $P_3 = 145$ kPa

$$z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g}$$

$$\text{แทนค่า} \quad 0 + \frac{P_2}{6.664} + \frac{(0.43)^2}{2g} = 0 + \frac{145}{6.664} + \frac{(1.06)^2}{2g}$$

$$\text{ความดัน} \quad P_2 = 145.35 \quad \text{kPa}$$

หาขนาดแรงดันของน้ำมันแก๊สโซลีน F_1 , F_2 และ F_3 คือ

$$\begin{aligned}
 F_1 &= P_1 A_1 \\
 &= (145.10) \left[\frac{\pi}{4} (0.20)^2 \right] \\
 &= 4.56 \quad \text{N}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_2 &= P_2 A_2 \\
 &= (145.35) \left[\frac{\pi}{4} (0.10)^2 \right] \\
 &= 1.14 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_3 &= P_3 A_3 \\
 &= (145.00) \left[\frac{\pi}{4} (0.20)^2 \right] \\
 &= 4.56 \text{ N}
 \end{aligned}$$

จากสมการโมเมนต์พิจารณาสมดุลของแรงในแนวแกน x คือ

$$\begin{aligned}
 F_1 \cos 30^\circ + F_2 \cos 45^\circ + F_x - F_3 &= \rho_w Q_3 V_3 - \rho_w Q_1 V_1 \cos 30^\circ \\
 &\quad - \rho_w Q_1 V_1 \cos 30^\circ - \rho_w Q_2 V_2 \cos 45^\circ \\
 4.56 \cos 30^\circ + 1.14 \cos 45^\circ + F_x - 4.56 &= (0.68 \times 1.06 \times 0.0334) - (0.68 \times 0.95 \times 0.03 \cos 30^\circ) \\
 &\quad - (0.68 \times 0.43 \times 0.0034 \cos 45^\circ) \\
 F_x &= -0.19 \text{ N}
 \end{aligned}$$

จากสมการโมเมนต์พิจารณาสมดุลของแรงในแนวแกน y คือ

$$\begin{aligned}
 -F_1 \sin 30^\circ + F_2 \sin 45^\circ + F_y &= \rho_w Q_1 V_1 \sin 30^\circ - \rho_w Q_2 V_2 \sin 45^\circ \\
 -4.56 \sin 30^\circ + 1.14 \sin 45^\circ + F_y &= (0.68 \times 0.95 \times 0.0334 \sin 30^\circ) \\
 &\quad - (0.68 \times 0.43 \times 0.0034 \sin 45^\circ) \\
 F_y &= 1.48 \text{ N}
 \end{aligned}$$

ขนาดของแรงรวม

$$\begin{aligned}
 F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\
 &= \sqrt{(-0.19)^2 + (1.48)^2} \\
 &= 1.49 \text{ N}
 \end{aligned}$$

ทิศทางของแรงรวม

$$\begin{aligned}
 \theta &= \tan^{-1} \left[\frac{F_y}{F_x} \right] \\
 &= \tan^{-1} \left[\frac{1.48}{-0.19} \right] \\
 &= 82^\circ 41' 4.11''
 \end{aligned}$$

6.8 สรุป

เมื่อต้องการพิจารณาอนุภาคของของไหลที่แรงภายนอกกระทำมีผลทำให้ขนาดและทิศทางของความเร็วเปลี่ยนแปลงไป โดยที่ในการวิเคราะห์ขนาดและทิศทางของแรงที่กระทำต่อวัตถุจากสมการโมเมนตัมดังแสดงใน 6.7 และในกรณีที่ทิศทางของแรงกระทำมีหลายทิศทางในการวิเคราะห์จะพิจารณาเป็น 3 มิติด้วยสมการที่ 6.22-6.24

ในการวิเคราะห์แรงพลวัตด้วยการประยุกต์ใช้สมการโมเมนตัมเชิงเส้นมี 5 กรณี

1. แรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบสถิต เมื่อพิจารณาของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V มากระทบฉากด้วยความเร็ว V ที่อยู่กับที่ (ความเร็วเท่ากับ 0) สามารถวิเคราะห์ได้จากสมการที่ 6.52

2. แรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบที่เคลื่อนที่ เมื่อพิจารณาของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V_1 มากระทบฉากที่ความเร็ว V_2

กรณีที่ขนาดและทิศทางของฉากและของไหลเคลื่อนที่ทิศทางเดียวกันสามารถวิเคราะห์ได้จากสมการที่ 6.53

กรณีที่ขนาดและทิศทางของฉากและของไหลเคลื่อนที่ทิศทางตรงกันข้ามสามารถวิเคราะห์ได้จากสมการที่ 6.55

3. แรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งสถิต เมื่อพิจารณาของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V มากระทบฉากผิวโค้งที่อยู่กับที่ (ความเร็วเท่ากับ 0) ซึ่งขนาดและทิศทางของแรง โดยการวิเคราะห์หาแรงในแนวแกน x จากสมการที่ 6.57 และแกน y จากสมการที่ 6.59 จากนั้นวิเคราะห์ขนาดของแรงด้วยสมการที่ 6.60 และทิศทางของแรงจากสมการที่ 6.61

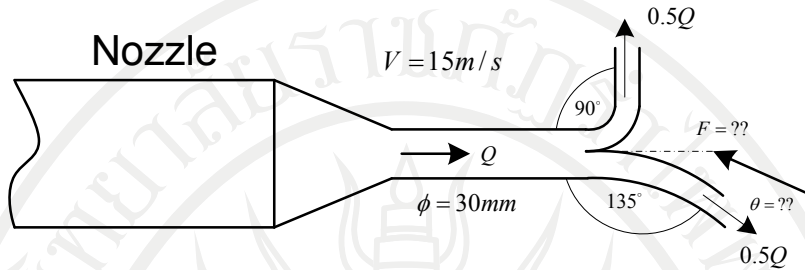
4. แรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งเคลื่อนที่ ทำนองเดียวกันกับแรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวโค้งสถิต สามารถหาแรงในแนวแกน x จากสมการที่ 6.62 และแกน y จากสมการที่ 6.64 จากนั้นวิเคราะห์ขนาดของแรงด้วยสมการที่ 6.66 และทิศทางของแรงจากสมการที่ 6.67

5. แรงพลวัตกระทำต่อกังหันแบบกระแทก พิจารณาจากหลักการเมื่อของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V มากระทบกังหัน ซึ่งขนาดและทิศทางของแรง โดยการวิเคราะห์หาแรงในแนวแกน x จากสมการที่ 6.68 และแกน y จากสมการที่ 6.72 จากนั้นวิเคราะห์ขนาดของแรงด้วยสมการที่ 6.66 และทิศทางของแรงจากสมการที่ 6.67 เช่นเดียวกับข้อ 4

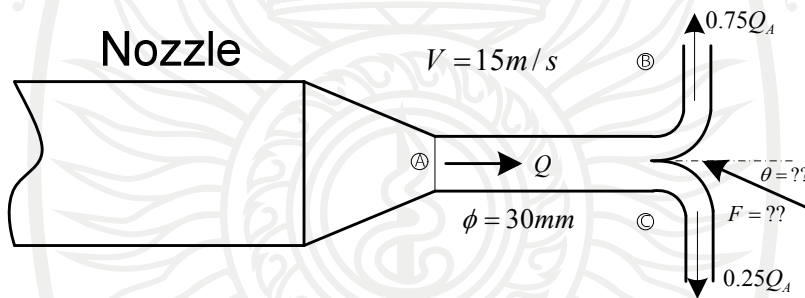
แบบฝึกหัดบทที่ 6

จงตอบคำถามต่อไปนี้

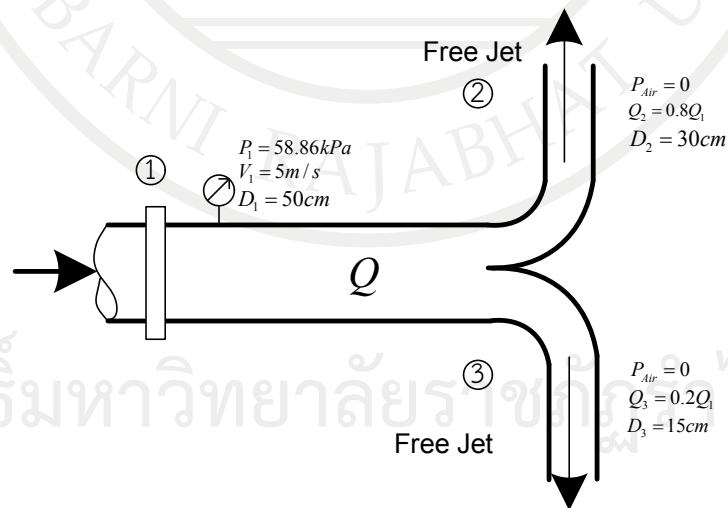
1. ลำน้ำถูกฉีดออกจากหัวฉีดด้วยความเร็ว 15 ม. / วินาที กระบพแผ่นวัตถุลักษณะดังภาพ ทำให้อัตราการไหลถูกแบ่งเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่แผ่นวัตถุกระทำกับน้ำ



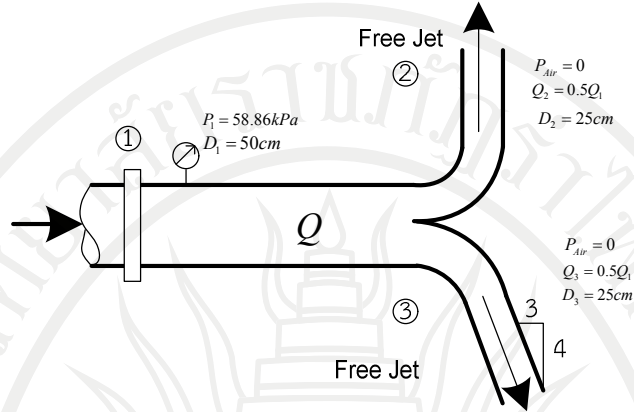
2. ลำน้ำถูกฉีดออกจากหัวฉีดด้วยความเร็ว 15 m/s กระบพแผ่นวัตถุลักษณะดังภาพ ทำให้อัตราการไหลถูกแบ่งเป็นสองส่วน ในทิศทาง B มีอัตราการไหลเป็น 0.75 เท่าของจุด A และในทิศทาง C มีอัตราการไหลเป็น 0.25 เท่าของจุด A จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่แผ่นวัตถุกระทำกับน้ำ



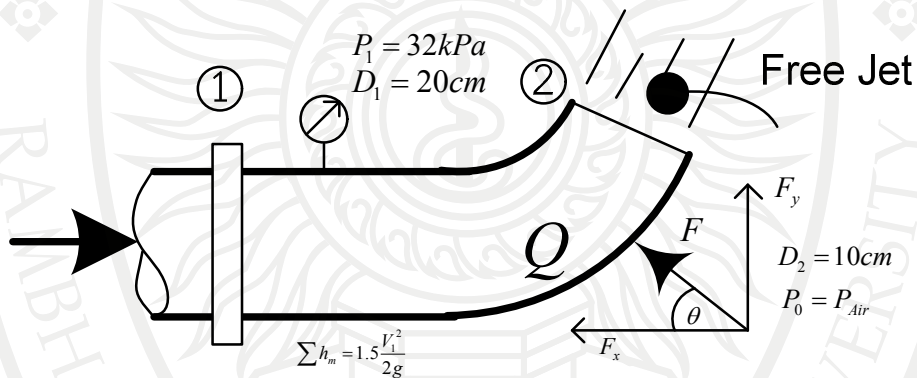
3. ท่อแยกติดตั้งอยู่ในแนวอนดงภาพ หน้าตัดที่ 1 มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 cm ความดันเท่ากับ 58.86 kPa ความเร็วของน้ำเท่ากับ 5 m/s หน้าตัดที่ 2 และหน้าตัดที่ 3 น้ำพุ่งออกสู่อากาศภายนอก ท่อแยกแบ่งน้ำไปทางหน้าตัดที่ 2 เท่ากับ 80 % และหน้าตัดที่ 3 เท่ากับ 20% ถ้าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลำน้ำที่หน้าตัดที่ 2 และหน้าตัดที่ 3 เท่ากับ 30 cm และ 15 cm ตามลำดับ จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่



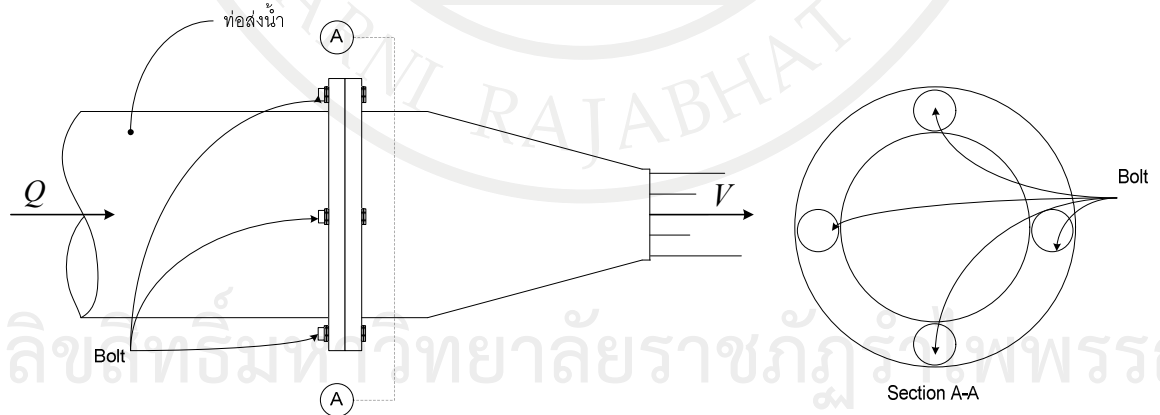
4. ท่อแยกติดตั้งอยู่ในแนวนอนดังภาพ หน้าตัดที่ 1 มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 cm ความดันเท่ากับ 58.86 kPa ท่อแยกแบ่งน้ำออกเป็นสองทางเท่าๆ กัน (หน้าตัดที่ 2 และ 3) โดยพุ่งออกสู่อากาศภายนอก ถ้าน้ำขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลำน้ำที่หน้าตัดที่ 2 และ 3 เท่ากับ 25 cm จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่



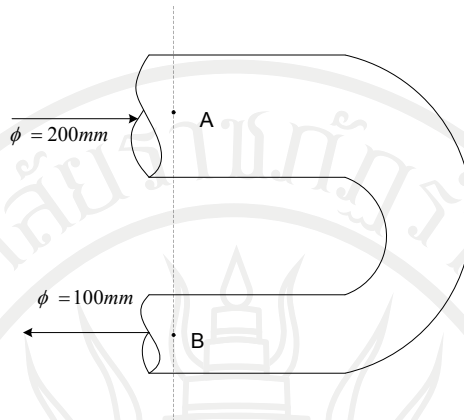
5. ท่อฉีดน้ำลดขนาด ฉีดน้ำสู่อากาศลักษณะดังภาพ ถ้าน้ำหน้าตัดที่ 1 มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 20 cm ความดันเท่ากับ 32 kPa และที่หน้าตัดที่ 2 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 10 cm จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่ โดยมีการสูญเสียพลังงานเท่ากับ 1.5 เท่าของเฮดพลังงานจลน์ที่หน้าตัดที่ 1



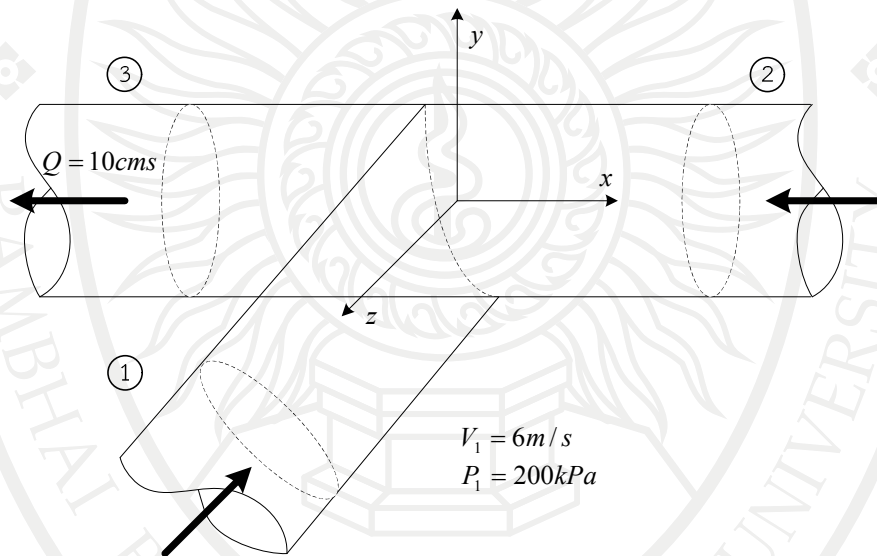
6. หัวฉีดถูกยึดด้วยน๊อต 4 ตัวในลักษณะดังภาพ ท่อส่งและปลายหัวฉีดมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 10 และ 5 เซนติเมตร ตามลำดับ ที่ปลายท่อส่งมีความดัน 117.72 kPa จงหาแรงที่เกิดขึ้นในน๊อตแต่ละตัว (โดยสมมติว่าการสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก)



7. ท่ออวางอยู่บนพื้นราบ ส่งน้ำมัน ($SG = 0.88$) ผ่านหน้าตัด A ด้วยความเร็ว 32. m/s ความดันที่หน้าตัด A เท่ากับ 150 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ในการยึดท่อไม่ให้เคลื่อนที่ โดยสมมติให้การสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก



8. น้ำไหลผ่านตามแนวท่อทั้งสามทางดังภาพ จงหาขนาดและทิศทางของแรงดันที่กระทำต่อแนวท่อทั้งสามในแนวแกน x และแนวแกน z เมื่อท่อทุกเส้นมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 1 เมตร



เอกสารอ้างอิง

- กীরติ ลีวัจนกุล. (2548). **ชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 25).** กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด.
- ธัญดร ออกะเวลา. (2553). **เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics.**
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- Alexandrou N. (2001). **Principles of Fluid Mechanics, Prentice-Hall. 1th ed.** New York :
McGraw-Hill Company.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 7

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 7 การไหลภายในท่อ

- 7.1 พฤติกรรมของการไหลในท่อ
- 7.2 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน
- 7.3 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบเรียบ
- 7.4 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบปั่นป่วน
- 7.5 การสูญเสียพลังงานรอง
- 7.6 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 7 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายพฤติกรรมของการไหลในท่อ
2. อธิบายการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน
3. อธิบายการสูญเสียพลังงานรอง
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์พฤติกรรมของการไหลในท่อ
5. อธิบายวิธีการวิเคราะห์การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน
6. อธิบายวิธีการวิเคราะห์การสูญเสียพลังงานรอง

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ซักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะที่เรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค

บทที่ 7 การไหลภายในท่อ

เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงพฤติกรรมของการไหลในรางแบบปิด (ท่อปิด) หรือการไหลภายใต้แรงดัน (Flow in pressure conduit) ดังภาพที่ 7.1 โดยจะเน้นที่การไหลแบบคงที่ภายในท่อกลมของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ การไหลภายในท่อจะเป็นการไหลเต็มพื้นที่หน้าตัดของท่อ ไม่มีผิวอิสระอยู่ด้านบนของหน้าตัดการไหล (ของไหลไม่มีส่วนใดสัมผัสอากาศ) และเป็นการไหลแบบคงที่ คือของเหลวทุกชนิดจะมีพฤติกรรมการไหลแบบทรงตัว และเป็นของของไหลจริงเนื่องจากจะมีความหนืด และระหว่างโมเลกุลของของไหลเนื่องมาจากความหนืด ซึ่งปัจจัยเหล่านี้ส่งผลให้เกิดการสูญเสียพลังงานส่วนหนึ่งเพื่อให้ของของไหลเคลื่อนที่ในท่อปิดได้ การสูญเสียพลังงานที่เกิดขึ้นจะอยู่กับลักษณะการไหล คือ มีทั้งราบเรียบ การไหลแบบเปลี่ยนแปลง และการไหลแบบปั่นป่วน การไหลของของไหลแต่ละชนิดก็จะมีหลักการวิเคราะห์ในการแก้ไขปัญหาที่แตกต่างกัน ในการแก้ไขปัญหาลักษณะต่างๆ จะอาศัยหลักการของพลังงาน สมการความต่อเนื่อง และพิจารณาถึงการสูญเสียพลังงานจากการไหลผ่านตามแนวท่อ, ข้อต่อ, ท่อลดขนาดและเพิ่มขนาด และท่อโค้งต่างๆ ซึ่งการใช้ท่อเป็นระบบขนส่งหรือเคลื่อนที่ผ่านของของไหลมีข้อดีดังนี้

1. การวางแนวท่อในระบบหรือระบายของของไหล สามารถกระทำได้ในเส้นทางที่ต้องการด้วยระยะทางที่สั้น
2. การไหลในท่อ สามารถป้องกันการสูญเสียของของไหลเนื่องจากกระบวนการระเหยหรือการรั่วซึมได้
3. การไหลในท่อจะประหยัดพื้นที่ในการวางแนวท่อ เพราะสามารถวางท่อบนดิน ใต้ดิน ในแนวพื้นเสา หรือคานของโครงสร้างอาคารได้โดยไม่ต้องใช้พื้นที่มากนัก



(ก) การไหลภายใต้แรงดัน

(ข) การไหลในรางน้ำเปิด

ภาพที่ 7.1 ความแตกต่างของหน้าตัดการไหลของการไหลภายในรางแบบปิดกับการไหลในรางแบบเปิด

คำศัพท์ที่ให้ความหมายของคำว่า "ท่อ" มีอยู่หลายคำด้วยกัน โดยจะมีความหมายแตกต่างกันตามลักษณะดังนี้

1. Closed conduit หมายถึง ราง หรือท่อแบบปิด
2. Pipes หมายถึง ท่อที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลม
3. Duct หมายถึง ราง หรือท่อที่มีหน้าตัดไม่เป็นรูปวงกลม

ในบทนี้ คำว่า ท่อ จะหมายถึงท่อที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลมเท่านั้น และในระบบท่อที่เราจะทำการศึกษากันนั้นหมายถึงระบบท่อที่มีองค์ประกอบดังต่อไปนี้

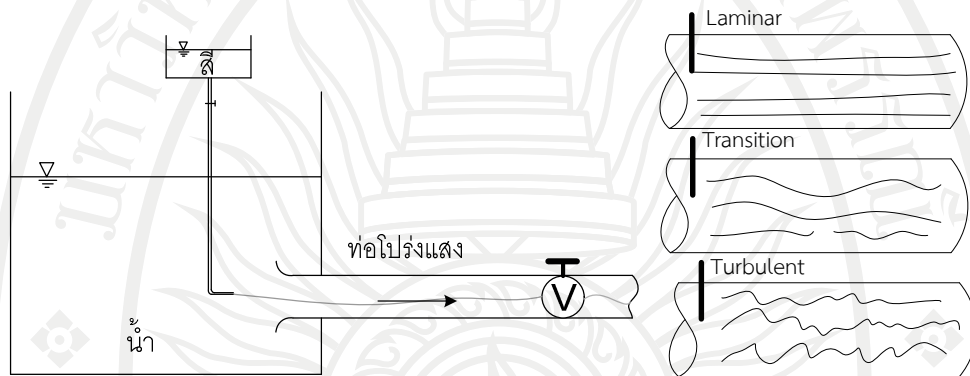
1. ตัวท่อ (Pipes)
2. อุปกรณ์ประกอบท่อ (Fitting devices) เช่น ข้อต่อ ข้องอ ข้อลดขนาด ข้อลดขนาดหรือเพิ่มขนาด เป็นต้น

3. อุปกรณ์ควบคุมการไหล (Flowrate control devices) เช่น ประตูน้ำ หรือวาล์วชนิดต่างๆ เป็นต้น

4. เครื่องสูบลมหรือกังหัน (Pump or Turbine) เป็นอุปกรณ์ที่เพิ่ม หรือลดพลังงานในระบบ

7.1 พฤติกรรมของการไหลในท่อ

ในปี ค.ศ. 1883 ออสบอร์น เรย์โนลด์ ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของการไหลในท่อ โดยใช้เครื่องมือที่ประกอบด้วยถังน้ำขนาดใหญ่ เชื่อมต่อกับท่อโปร่งใสที่มีวาล์วควบคุมการไหลอยู่ที่ปลายท่อ และถังบรรจุสีขนาดเล็กเชื่อมต่อกับท่อขนาดเล็กที่ปลายของท่อเล็กๆ มีลักษณะเป็นหัวฉีดทำหน้าที่ปล่อยอนุภาคสีเข้าไปภายในท่อโปร่งใสให้สีผสมเข้ากับน้ำ (สีที่ใช้จะมีน้ำหนักจำเพาะเท่ากับน้ำพอดี) มีลักษณะดังแสดงในภาพที่ 7.2



ภาพที่ 7.2 เครื่องมือทดสอบการไหล และพฤติกรรมของการไหลของเรย์โนลด์

จากผลการทดลองพบว่า สามารถแบ่งพฤติกรรมของการไหลของของไหลภายในท่อได้เป็น 3 ลักษณะคือ

1. การไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) จะเกิดกับการไหลของของไหลที่มีความหนืดสูง หรือความเร็วในการไหลต่ำ อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบขนานกับทิศทางของการไหล ซึ่งสังเกตได้จากแนวเส้นสีที่เกิดขึ้นจากการทดลอง จะมีลักษณะเป็นเส้นที่ค่อนข้างตรง และราบเรียบ

2. การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) จะเกิดกับการไหลของของไหลที่มีความหนืดต่ำ หรือความเร็วในการไหลมาก อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ไม่เป็นระเบียบ แนวเส้นทางการเคลื่อนที่ที่มีความแปรปรวนมาก โดยจะสังเกตได้จากแนวเส้นสีที่เกิดขึ้นจากการทดลอง จะกวัดแกว่งไปมาไม่เป็นระเบียบและมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา

3. การไหลในช่วงแปรเปลี่ยน (Transition flow) เป็นช่วงของการไหลที่กำลังจะพัฒนาพฤติกรรม จากการไหลแบบราบเรียบ ไปเป็นการไหลแบบปั่นป่วน เป็นช่วงที่ไม่สามารถคาดเดาพฤติกรรมของการไหลได้อย่างแน่นอน เพราะในบางตำแหน่งหรือบางช่วงเวลาใดๆ พฤติกรรมของการไหลอาจเป็นไปได้ทั้ง แบบราบเรียบและแบบปั่นป่วน โดยจะสังเกตได้จากแนวเส้นสีที่เกิดขึ้นจากการทดลอง ในบางตำแหน่งจะมีลักษณะกวัดแกว่งไปมาในขณะที่ส่วนอื่นๆ มีลักษณะราบเรียบ หรือที่ตำแหน่งเดียวกัน ในบางเวลาอาจมีลักษณะราบเรียบ แต่เมื่อเวลาผ่านไปอาจมีลักษณะกวัดแกว่งไปมา ไม่สามารถคาดเดาได้

จากผลการทดลองดังกล่าว เรย์โนลด์ยังพบว่าพฤติกรรมทั้ง 3 ลักษณะมีลักษณะสอดคล้องกับค่าของกลุ่มตัวแปรไร้มิติกลุ่มหนึ่ง ซึ่งภายหลังเรียกว่า "เรย์โนลด์นัมเบอร์" (Reynolds number) กล่าวคือ อัตราส่วนของแรงเฉื่อยที่กระทำต่อมวลของของไหลจนกลายเป็นความหนืดของของไหล โดยที่แรงเฉื่อยนี้พัฒนามาจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน ($F = ma$) โดยที่แรงหนืดจะเป็นผลมาจากผลคูณของความเค้มน้ำมันกับพื้นที่หน้าตัด และเรย์โนลด์นัมเบอร์สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$N_R = \frac{VD}{\nu} \quad (7.1)$$

$$N_R = \frac{\rho VD}{\mu} \quad (7.2)$$

เมื่อ	V	=	ความเร็วของการไหลในท่อ
	D	=	ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ
	ν	=	ความหนืดจลน์ = $\frac{\rho}{\mu}$
	μ	=	ความหนืดพลวัต
	ρ	=	ความหนาแน่นของของไหล

โดยที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์เป็นตัวเลขที่ไม่มีหน่วยสามารถจำแนกชนิดของการไหลได้ 3 ชนิด ดังแสดงตารางที่ 7.1

ตารางที่ 7.1 ชนิดของการไหลในท่อ

ค่าเรย์โนลด์ นัมเบอร์	ชนิดของการไหล
$N_R \leq 2000$	การไหลแบบราบเรียบ
$2000 < N_R < 4000$	การไหลในช่วงแปรเปลี่ยน
$N_R \geq 4000$	การไหลแบบปั่นป่วน

ตัวอย่างที่ 7.1 น้ำที่อุณหภูมิ 10°C ไหลในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร ด้วยความเร็ว 5.5 เมตร/วินาที อยากราบว่าเป็นการไหลแบบราบเรียบหรือปั่นป่วน

วิธีทำ จากสมการ $N_R = \frac{VD}{\nu}$
 จากโจทย์ $D = 0.15$ เมตร
 $V = 5.5$ เมตร/วินาที
 $\nu = 1.3 \times 10^{-6}$ เมตร²/วินาที (ตารางที่ 1.1)

แทนค่า

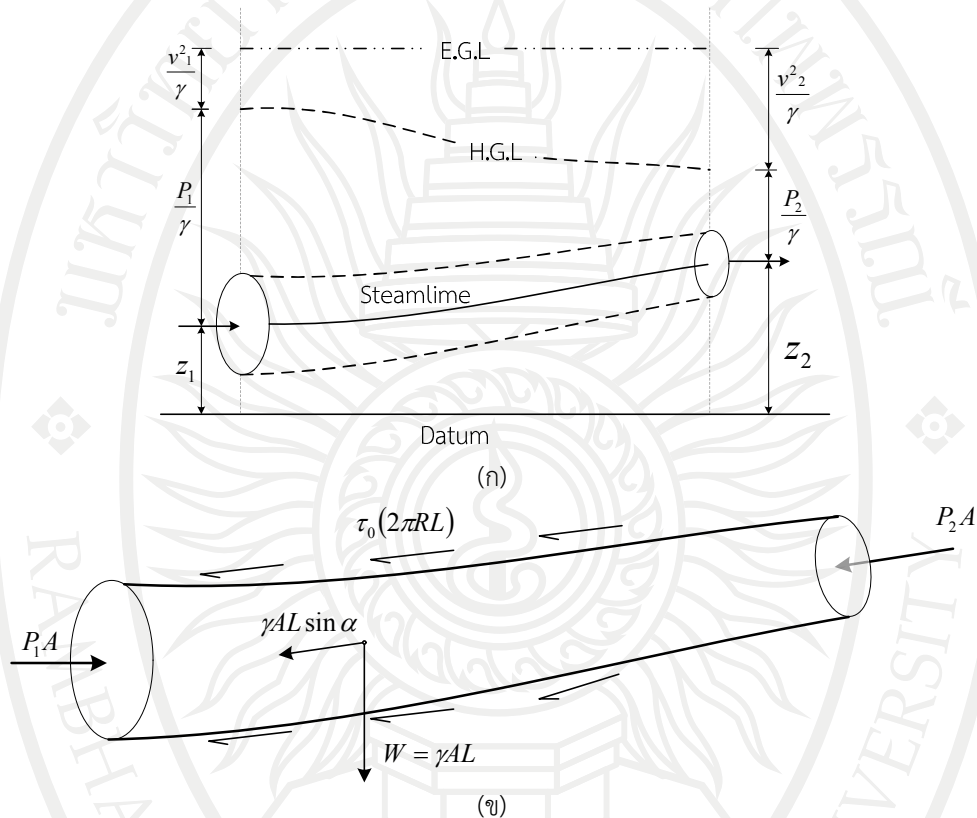
$$N_R = \frac{0.15 \text{ เมตร} \times 5.5 \text{ เมตร/วินาที}}{1.3 \times 10^{-6} \text{ เมตร}^2/\text{วินาที}} = 635,000 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน } \underline{\text{Ans}}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยอัสสัมชัญ

7.2 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน

การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน (Head loss due to friction) หรือเรียกว่า การสูญเสียหลัก (Major losses) คือการสูญเสียที่เกิดจากแรงเสียดทานเนื่องจากความหนืดของของไหล และแรงเสียดทานที่เกิดระหว่างของไหลกับผนังท่อ ซึ่งเป็นการสูญเสียที่เกิดขึ้นในระบบท่อพบว่า เป็นอัตราส่วนโดยตรงกับความยาวท่อ โดยที่เฮดความเร็วจะมีค่าเป็นส่วนกลับของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางกลาง ค่าการสูญเสียเนื่องจากแรงเสียดทานนี้มีส่วนสำคัญในการวิเคราะห์เกี่ยวกับสมการของการไหลมาก

โดยการสูญเสียพลังงานของการไหลในท่อนั้นจะขึ้นอยู่กับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ ความยาวของท่อ ความหยาบของวัสดุที่ใช้ทำท่อ ความหนืดของของไหล และความเร็วในการไหล



ภาพที่ 7.3 ความสัมพันธ์ของพลังงาน และแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

หากพิจารณาการไหลในท่อกลมดังภาพที่ 7.3 (ก) สามารถเขียนสมการพลังงานได้ดังนี้

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

เนื่องจากที่ท่ออยู่ในแนวระดับ ($Z_1 = Z_2$) และรัศมีของท่อคงที่ ทำให้ $V_1 = V_2$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$h_f = \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right) + (Z_1 - Z_2) \tag{7.3}$$

ถ้าพิจารณาจากสมการโมเมนตัมเชิงเส้นของการไหล

$$\sum \vec{F} = \sum (\rho_{Out} \cdot Q_{Out} \cdot \vec{V}_{Out}) - \sum (\rho_{In} \cdot Q_{In} \cdot \vec{V}_{In})$$

เนื่องจาก $V_1 = V_2$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ 0 &= P_1 A_1 - P_2 A_2 - \gamma A L \sin \alpha - \tau_0 2\pi R L\end{aligned}$$

เมื่อ τ_0 คือความเค้นเฉือนที่เกิดจากแรงเสียดทาน

เมื่อ γ และ A หาค่าได้

$$\left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) - L \sin \alpha = \frac{\tau_0 2\pi R L}{A \gamma} \quad (7.4)$$

จากภาพที่ 7.3 (ข) จะเห็นได้ว่า $L \sin \alpha$ มีค่าเท่ากับ $(Z_1 - Z_2)$ นำไปแทนค่าในสมการที่ 7.4 ก็จะได้

$$\left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) - (Z_1 - Z_2) = \frac{\tau_0 2\pi R L}{A \gamma} \quad (7.5)$$

หากพิจารณาสมการที่ 7.5 ร่วมกับสมการที่ 7.3 สามารถสรุปได้ว่า

$$\begin{aligned}h_f &= \frac{\tau_0 2\pi R L}{A \gamma} \\ h_f &= \frac{\tau_0 2\pi R L}{\pi R^2 \gamma} \\ h_f &= \frac{\tau_0 2L}{R \gamma}\end{aligned} \quad (7.6)$$

จากสมมุติฐานที่ว่าความเค้นเฉือน (τ_0) ที่เกิดขึ้นบริเวณผนังท่อจะขึ้นอยู่กับความเร็วเฉลี่ยของการไหล (V) ความหนืดของของไหล (μ) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ (D) ความหนาแน่นของของไหล (ρ) และความขรุขระของผิววัสดุที่ใช้ทำท่อ (ε) ซึ่งถ้านำไปวิเคราะห์ในรูปความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้มิติ โดยกำหนดให้ ρD และ V เป็นตัวแปรซ้ำจะได้ความสัมพันธ์ของตัวแปรดังนี้

$$\frac{\tau_0}{\rho V^2} = \phi\left(\frac{\mu}{\rho V D}, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (7.7)$$

(วิธีการวิเคราะห์มิติจะกล่าวถึงโดยละเอียดในบทต่อไป)

เนื่องด้วยกลุ่มของตัวแปรไม่มีมิติการกลับเศษส่วนจึงไม่มีผลต่อความสัมพันธ์ ดังนั้นสมการที่ 7.7 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\frac{\tau_0}{\rho V^2} = \phi\left(\frac{\rho V D}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

ซึ่ง $\frac{\rho V D}{\mu}$ ก็คือเรย์โนลด์นัมเบอร์ (R_e)

$$\tau_0 = \rho V^2 \times \phi\left(R_e, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (7.8)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

นำสมการที่ 7.8 ไปแทนค่าในสมการที่ 7.6 จะได้ว่า

$$h_f = (\rho V^2) \times \phi \left(R_e, \frac{\varepsilon}{D} \right) \times \frac{2L}{R\gamma}$$

ถ้ากำหนดให้ $f = 8\phi \left(\frac{\rho V D}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$ จะได้ว่า

$$h_f = (\rho V^2) \times \frac{f}{D} \times \frac{2L}{R\gamma}$$

จัดรูปใหม่จะได้ว่า
$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (7.9)$$

เมื่อ

- h_f = การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทาน
- f = แฟกเตอร์ของความเสียดทาน ไม่มีหน่วย
- L = ความยาวท่อ
- D = เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ
- V = ความเร็วของการไหล
- g = อัตราเร่งของแรงโน้มถ่วง
- $\frac{V^2}{2g}$ = เฮดความเร็ว

สมการที่ 7.8 เป็นสมการที่วิศวกรชาวฝรั่งเศสที่ชื่อองรี ดาร์ซี ได้พัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1857 จากนั้นศาสตราจารย์ชาวเยอรมันชื่อจูเรียต วิสซ์แบช ได้นำผลงานของดาร์ซีออกนำเสนอในปี ค.ศ. 1850 ดังนั้นสมการดังกล่าวจึงได้ชื่อว่าสมการดาร์ซี-วิสซ์แบช โดยที่ f คือค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของดาร์ซี หรือเรียกสั้น ๆ ว่า สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (Friction factor)

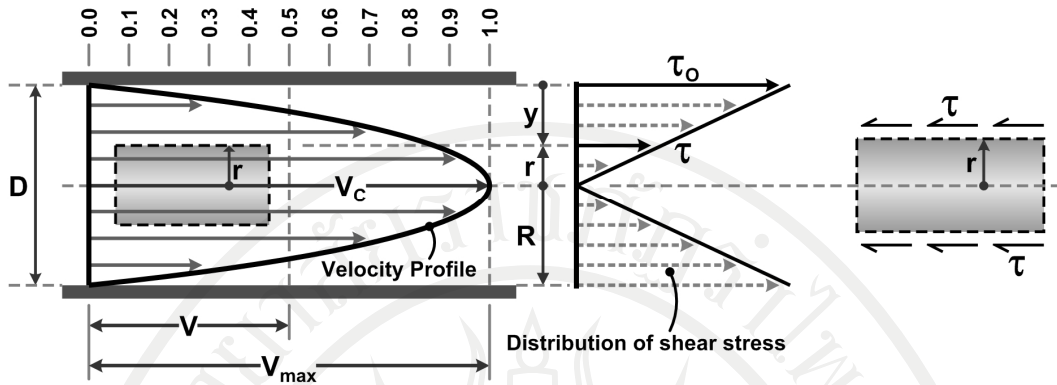
จากการทดลองของดาร์ซี ได้ค้นพบความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติดังนี้

$$f = \frac{8\tau_0}{\rho V^2} \quad (7.10)$$

หากพิจารณาในเชิงมิติจึงสามารถสรุปได้ว่า

$$f = \phi \left(R_e, \frac{\varepsilon}{D} \right) \quad (7.11)$$

7.3 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบเรียบ



ภาพที่ 7.4 การกระจายตัวของความเร็ว และความเค้นเฉือนของการแบบราบเรียบ
ที่มา (ัญตร ออเวลา, 2553, หน้า 6-7)

สภาพการไหลแบบราบเรียบพฤติกรรมของการไหลจะมีลักษณะของความเค้นเฉือนที่ตำแหน่งใดๆ จะเป็นไปตามทฤษฎีที่ว่า $\tau = \mu \frac{dV_r}{dy}$ เมื่อ V_r คือความเร็วของการไหลที่รัศมี r และ y คือระยะที่วัดจากผนัง ฉะนั้น $y = R - r$ เมื่อพิจารณาความเค้นเฉือนที่กระทำกับผนังท่อที่มีรัศมีเท่ากับ r จะได้ว่า

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dV_r}{dr} \quad (7.12)$$

จสมการที่ 7.6 การสูญเสียพลังงานของหลอดการไหลที่มีรัศมีเท่ากับ r คือ

$$\begin{aligned} h_f &= \frac{\tau 2L}{r\gamma} \\ &= -\mu \cdot \frac{dV_r}{dr} \cdot \frac{2L}{r\gamma} \\ dV_r &= -\frac{h_f \gamma}{2\mu L} \cdot r \cdot dr \\ V_r &= -\frac{h_f \gamma}{2\mu L} \cdot \frac{r^2}{2} + C \end{aligned} \quad (7.13)$$

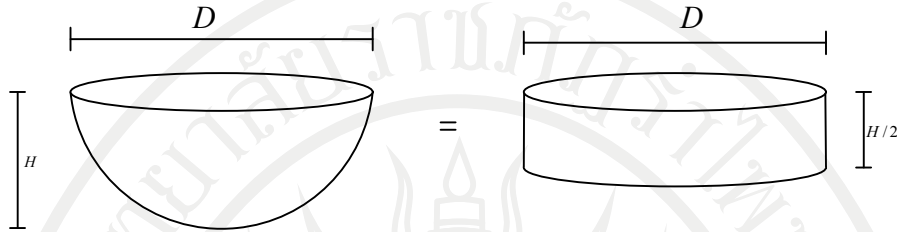
เมื่อพิจารณาแผนภาพการกระจายตัวของความเร็ว และพฤติกรรมความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นกับการไหลแบบราบเรียบดังภาพที่ 7.4 จะเห็นได้ว่า ถ้า $r=0$ แล้ว $V_r = V_{\max}$ ซึ่งนั่นหมายความว่า $C = V_{\max}$

$$\therefore V_r = V_{\max} - \frac{h_f \gamma}{4\mu L} \cdot r^2 \quad (7.14)$$

และเมื่อพิจารณาที่รัศมี $r=R$ ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีว่าความเร็วที่ผนังท่อนั้นจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ($V_r=0$) แทนค่าในสมการที่ 7.14 จะได้

$$\begin{aligned} \therefore V_{\max} &= \frac{h_f \gamma}{4\mu L} \cdot R^2 \\ &= \frac{h_f \gamma}{16\mu L} \cdot D^2 \end{aligned} \quad (7.15)$$

จากสมการที่ 7.13 และ 7.14 จะเห็นได้ว่า การกระจายตัวของความเร็วนั้น จะแปรผันกับรัศมียกกำลังสอง ซึ่งก็คือรูปทรงพาราโบลอยด์ (Paraboloid) ที่มีรัศมีเท่ากับ R และมีความสูงที่จุดสูงสุดเท่ากับ V_{\max} ซึ่งค่าความสูงเฉลี่ยของรูปทรงพาราโบลอยด์ นั้นจะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของความสูงที่จุดสูงสุด ฉะนั้นเมื่อเปรียบเทียบกับความเร็วเฉลี่ย $V = 0.5 \cdot V_{\max}$



ภาพที่ 7.5 การเปรียบเทียบความสูงของรูปทรงพาราโบลอยด์กับทรงกระบอกที่มีรัศมีเท่ากัน

พิจารณาจากภาพที่ 7.5 สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 2V &= \frac{h_f \gamma}{16 \mu L} \cdot D^2 \\
 h_f &= \frac{32 V \mu L}{\gamma D^2} \\
 &= \frac{32 V \mu L}{\gamma D^2} \cdot \frac{V}{V} \cdot \frac{2}{2} \\
 h_f &= 64 \cdot \frac{\mu L}{\rho V D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (7.16)
 \end{aligned}$$

ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับสมการที่ 7.16 กับสมการที่ 7.9 จะเห็นได้ว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะมีค่าดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 f &= 64 \cdot \frac{\mu}{\rho V D} \\
 &= \frac{64}{R_e} \quad (7.17)
 \end{aligned}$$

เราเรียกสมการที่ 7.17 ว่ากฎของปัวซอยล์ (Poiseuille law)

7.4 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบปั่นป่วน

นิคุราตซ์ วิศวกรชาวเยอรมันได้ศึกษาผลกระทบของความขรุขระของผนังท่อ หรือความหยาบผิวของผนังท่อ (Roughness : ε) ที่มีต่อการไหล พบว่าในกรณีที่มีการไหลมีพฤติกรรมแบบราบเรียบ ความขรุขระของผนังท่อจะไม่มีผลต่อการสูญเสียพลังงาน หรือค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน แต่ในกรณีการไหลมีพฤติกรรมแบบปั่นป่วนผลกระทบของความขรุขระสามารถแบ่งได้เป็น 3 ลักษณะดังนี้

$\frac{\varepsilon u^*}{\nu}$ ถือเป็นกรณีท่อผนังเรียบ เนื่องจากความขรุขระของผนังท่อจะไม่ส่งผลกระทบต่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ($f = \phi[R_e]$)

$5 < \frac{\varepsilon u^*}{\nu} < 7$ ความขรุขระของผนังท่อจะส่งผลกระทบต่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในระดับปานกลาง ($f = \phi\left[R_e, \frac{\varepsilon}{D}\right]$)

$\frac{\varepsilon u^*}{\nu} > 7$ ท่อขรุขระมาก หรือการไหลแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (Fully rough flow or Complete turbulence flow) ความขรุขระของผนังท่อจะส่งผลกระทบต่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ส่วน R_e มีผลกระทบต่อค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน น้อยมาก ($f = \phi\left[\frac{\varepsilon}{D}\right]$)

ในปี ค.ศ. 1939 โคลบรูค (C.F. Colebrook) ได้นำเสนอสมการการวิเคราะห์หาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในกรณีที่ความขรุขระของผนังท่อมีผลกระทบในระดับปานกลางดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{R_e \sqrt{f}} \right) \quad (7.18)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณและการนำไปใช้ประโยชน์ ในปี ค.ศ. 1983 ฮาร์แลนด์ (Haaland) ได้ทำการปรับปรุงสมการของโคลบรูค แต่สมการของฮาร์แลนด์มีความคาดเคลื่อนอยู่ระหว่าง 10-15% ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ สมการดังกล่าวคือ

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.88 \log \left(\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.91}{R_e} \right) \quad (7.19)$$

ในกรณีการไหลในท่อขรุขระมาก คาร์มาน (Karman) ได้นำเสนอสมการของการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไว้ดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(\frac{3.7}{\varepsilon/D} \right) \quad (7.20)$$

และเพื่อให้ง่ายต่อการใช้งานของสมการ ในปี ค.ศ. 1944 มูดี (Lewis F. Moody) ได้ทำการรวบรวมสมการของปีวโซยย์, สมการของโคลบรูค และสมการของคาร์มานนำมาสร้างเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $R_e, \frac{\varepsilon}{D}$ กับค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (f) โดยมีลักษณะดังภาพที่ 7.6 และค่าขรุขระภายในท่อดังตารางที่ 7.2

โดยในแผนภูมิแบ่งพิจารณาเป็น 4 บริเวณ คือ

1. บริเวณราบเรียบ พบว่า f ขึ้นอยู่กับ R_e เท่านั้น และมีความสัมพันธ์ในรูปของ

$$f = \frac{64}{R_e}$$

2. บริเวณวิกฤต เป็นบริเวณที่ระบุแน่นอนไม่ได้ การไหลเป็นทั้งการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วน

3. บริเวณการเปลี่ยนแปลงพบว่า f ขึ้นอยู่กับ R_e และความขรุขระสัมพัทธ์ ϵ/D

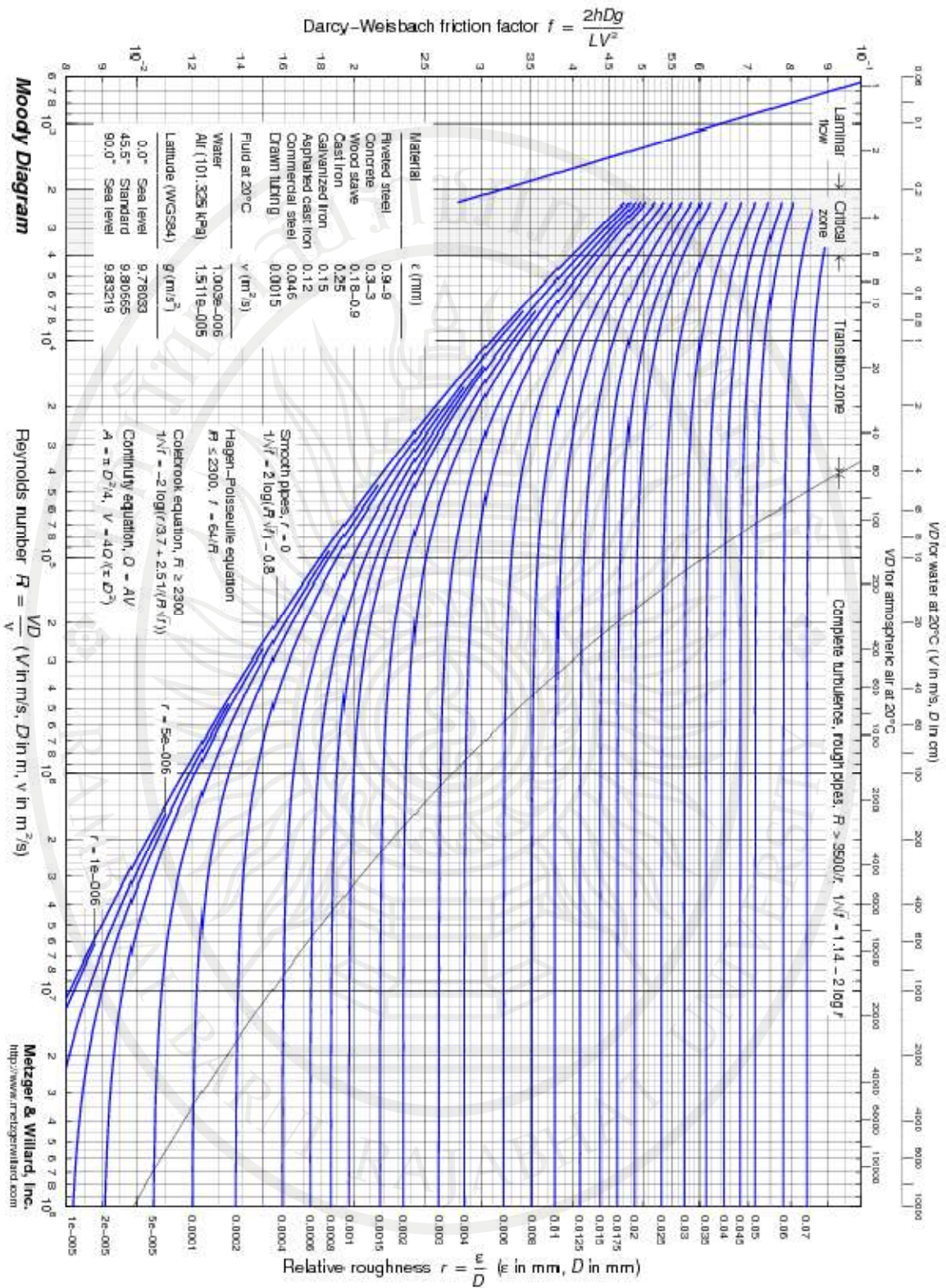
4. บริเวณปั่นป่วนพบว่า f ขึ้นอยู่กับความขรุขระสัมพัทธ์ ϵ/D

ตาราง 7.2 ตารางค่าขรุขระภายในท่อสำหรับท่อใหม่
ที่มา (การุณ เตชะจิตินันท์, 2548, หน้า 89)

ชนิดของท่อ	ค่าความขรุขระ (ft)	ค่าความขรุขระ (mm)
ท่อเหล็ก (Riveted steel)	0.003-0.03	0.9-9.0
ท่อคอนกรีต	0.001-0.01	0.3-3.0
ท่อไม้ (Wood stave)	0.0006-0.003	0.18-0.9
ท่อเหล็กหล่อ	0.00085	0.26
ท่อเหล็กอาน้ำสังกะสี	0.0005	0.15
ท่อเหล็กเหนียว (Wrought iron)	0.00015	0.045
ท่อรีด (Drawn tubing)	0.000005	0.0015
ท่อพลาสติก ท่อพีวีซี ท่อแก้ว	0.00 (ผิวเรียบ)	0.00 (ผิวเรียบ)

ในกรณีที่ท่อมีผิวเรียบมาก เช่นหลอดแก้ว หรือพลาสติกจะหา f ได้จากสมการ

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(\frac{N_R \sqrt{f}}{251} \right) \quad (7.21)$$



ภาพที่ 7.6 แผนภาพมูดี้ไดอะแกรม
ทึมา (การคูณ เศษฐิตินันท์, 2548, หน้า 4-7)

ตัวอย่างที่ 7.2 ส่งน้ำมัน SAE 10 ไปตามท่อเหล็กหล่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร ยาว 45 เมตร ด้วยความเร็ว 1 เมตร/วินาที ให้คำนวณหาพลังงานสูญเสีย เนื่องจากความดันเสียดทาน

วิธีทำ จากสมการ
$$N_R = \frac{\rho V D}{\mu}$$

$\mu = 0.082$ นิวตัน วินาที/ตารางเมตร (ตารางที่ 1.1)
 $\rho = 918$ นิวตัน วินาที²/เมตร⁴ (ตารางที่ 1.1)

แทนค่า
$$N_R = \frac{918 \text{ นิวตัน วินาที}^2/\text{เมตร}^4 \times 0.15 \text{ มิลลิเมตร} \times 1 \text{ เมตร/วินาที}}{0.082 \text{ นิวตัน วินาที/ตารางเมตร}}$$

$= 1,679 < 2,000$ เป็นการไหลแบบราบเรียบ

เป็นการไหลแบบปั่นป่วนหาค่า f ได้จาก $f = \frac{64}{R_e}$

$f = \frac{64}{1,679}$
 $= 0.038$

จากสมการ
$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

$= \frac{0.038 \times 45 \text{ เมตร} \times 1 \text{ เมตร/วินาที}^2}{0.15 \text{ เมตร} \times 2 \times 9.81 \text{ เมตร/วินาที}^2}$
 $= 0.581 \text{ เมตร}$ Ans

ตัวอย่างที่ 7.3 น้ำที่อุณหภูมิ 70° F ไหลไปตามท่อเหล็กหล่อใหม่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 นิ้ว ยาว 1200 ฟุต ให้หาความดันสูญเสีย เนื่องจากความดันเสียดทาน ถ้าน้ำไหลด้วยความเร็ว 9.7 ฟุต/วินาที

วิธีทำ จากสมการ
$$N_R = \frac{VD}{\nu}$$

$\nu = 1.05 \times 10^{-5}$ เมตร²/วินาที (ตารางที่ 1.1)

$$N_R = \frac{0.5 \text{ ฟุต} \times 9.7 \text{ ฟุต/วินาที}}{1.05 \times 10^{-5} \text{ ตารางฟุต/วินาที}}$$

$= 462,000 > 4,000$ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน

เป็นการไหลแบบปั่นป่วนหาค่า f ได้จากมูดดีไดอะแกรม

จากตารางที่ 7.1 ได้ $\epsilon = 0.00085$ ฟุต

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0.00085 \text{ ฟุต}}{0.5 \text{ ฟุต}}$$

$= 0.0017$

จากมูดดีไดอะแกรมที่ $N_R = 462,000$ และ $\epsilon/D = 0.0017$ จะได้ $f = 0.0230$

จากสมการ
$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

$= \frac{0.0230 \times 1200 \text{ ฟุต} \times 9.7^2 \text{ ฟุต/วินาที}^2}{0.5 \text{ ฟุต} \times 2 \times 32.2 \text{ ฟุต/วินาที}^2}$
 $= 80.6 \text{ ฟุต}$ Ans

ตัวอย่างที่ 7.4 น้ำที่อุณหภูมิ 60°F ไหลไปตามท่อเหล็กหล่อใหม่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 96 นิ้ว ถ้า การพลังงานสูญเสีย เนื่องจากความดันเสียดทาน 1.5 ฟุต ต่อความยาว 100 ฟุต ให้หาคำนวนหา ปริมาณการไหลของน้ำภายในท่อ

วิธีทำ จากสมการ
$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

จากโจทย์ $D = 96/12 = 8.0$ ฟุต $L = 100$ ฟุต

$h_f = 1.5$ ฟุต $g = 32.2$ ฟุต/วินาที²

$$1.5 \text{ ฟุต} = \frac{f \times 100 \text{ ฟุต} \times V^2 \text{ ฟุต/วินาที}^2}{0.5 \text{ ฟุต} \times 2 \times 32.2 \text{ ฟุต/วินาที}^2}$$

$$fV^2 = 0.7728 \text{ ฟุต}^2/\text{วินาที}^2 \quad \text{Ans}$$

เนื่องจากไม่ทราบว่าเป็นการไหลแบบใด เพราะไม่ทราบความเร็ว V ต้องหาโดยการ Trial and Error จากการสมมติค่า f ขึ้นมาแทนค่าในสมการ

ครั้งที่ 1 สมมติค่า $f = 0.015$ แทนค่าในสมการ

$$0.015 fV^2 = 0.7728 \text{ ฟุต}^2/\text{วินาที}^2$$

$$V = 7.178 \text{ ฟุต/วินาที}$$

จากสมการ $N_R = \frac{VD}{\nu}$

$$D = 96/12$$

$$= 8.0 \text{ ฟุต}$$

$$\nu = 1.21 \times 10^{-5} \text{ เมตร}^2/\text{วินาที} \text{ (ตารางที่ 1.1)}$$

$$N_R = \frac{8.0 \text{ ฟุต} \times 7.178 \text{ ฟุต/วินาที}}{1.21 \times 10^{-5} \text{ ตารางฟุต/วินาที}}$$

$$= 4.75 \times 10^6 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน}$$

เป็นการไหลแบบปั่นป่วนหาค่า f ได้จากมุดดีไดอะแกรม

จากตารางที่ 7.1 ได้ $\epsilon = 0.00085$ ฟุต

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0.00085 \text{ ฟุต}}{8 \text{ ฟุต}}$$

$$= 0.000106$$

จากมุดดีไดอะแกรมที่ $N_R = 4.75 \times 10^6$ และ $\epsilon/D = 0.000106$

ได้ $f = 0.0124$ ซึ่งไม่ถูกต้อง สมมติค่า f ใหม่ ใช้ $f = 0.0124$

$$0.0124 fV^2 = 0.7728 \text{ ฟุต}^2/\text{วินาที}^2$$

$$V = 7.894 \text{ ฟุต/วินาที}$$

$$N_R = \frac{8.0 \text{ ฟุต} \times 7.894 \text{ ฟุต/วินาที}}{1.21 \times 10^{-5} \text{ ตารางฟุต/วินาที}}$$

$$= 5.22 \times 10^6 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน}$$

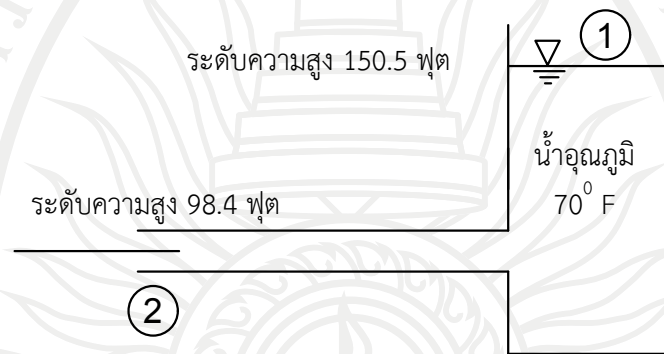
เป็นการไหลแบบปั่นป่วนหาค่า f ได้จากมูดี้ไดอะแกรม

จากมูดี้ไดอะแกรมที่ $N_R = 5.22 \times 10^6$ และ $\epsilon/D = 0.000106$ ได้ $f = 0.0124$ ตรงกับที่สมมุติ จึงถือว่าความเร็วถูกต้อง

$$\begin{aligned} \therefore Q &= AV \cdot 0.00085 \text{ ฟุต} \\ &= \frac{\pi(8)^2 \text{ ตารางฟุต} \times 7.894 \text{ ฟุต/วินาที}}{4} \\ &= 397 \text{ ฟุต}^3/\text{วินาที} \end{aligned}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 7.5 น้ำที่อุณหภูมิ 70°F ไหลไปตามท่อเหล็กหล่อใหม่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 24 นิ้ว ยาว 130 ฟุต ตามภาพ ให้หาคำนวนหาปริมาณการไหลของน้ำภายในท่อโดยไม่คิดความสูญเสียความดันจากข้อต่อ



วิธีทำ จากสมการ

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f \quad (7.22)$$

ที่จุด 1 : $Z_1 = +150.5$ เมตร : $P_1 = 150 \times 10^3$ Pa

ที่จุด 2 : $Z_2 = +98.4$ เมตร : $P_2 = 0$ Pa

และจากสมการ $h_f = \frac{f \cdot L \cdot V^2}{D \cdot 2g}$

แทนค่า $h_f = \frac{f \times 130 \text{ ฟุต} \times V^2 \text{ ฟุต/วินาที}}{2 \text{ ฟุต} \times 2 \times 32.2 \text{ ฟุต/วินาที}^2}$
 $= fV^2 \times 1.009 \text{ ฟุต}^2/\text{วินาที}^2$

เนื่องจากไม่ทราบว่าเป็นการไหลแบบใด เพราะไม่ทราบความเร็ว V ต้องหาโดยการ Trial and Error จากการสมมุติค่า f ขึ้นมาแทนค่าในสมการ

ครั้งที่ 1 สมมุติค่า $f = 0.024$ แทนค่าในสมการ

$$\begin{aligned} h_f &= 0.024 V_2^2 \times 1.009 \text{ ฟุต}^2/\text{วินาที}^2 \\ &= 0.02422 V_2^2 \text{ ฟุต}^2/\text{วินาที}^2 \end{aligned}$$

แทนค่าใน (7.22) $(150.5) + 0 + 0 = (98.5) + 0 + \frac{V^2}{2(32.2)} + 0.02422 V_2^2$

$$V_2 = 39.2 \text{ ฟุต/วินาที}$$

จากสมการ
$$N_R = \frac{VD}{\nu}$$

$$\nu = 1.05 \times 10^{-5} \text{ เมตร}^2/\text{วินาที} \text{ (ตารางที่ 1.1)}$$

$$N_R = \frac{2.0 \text{ ฟุต} \times 39.2 \text{ ฟุต/วินาที}}{1.05 \times 10^{-5} \text{ ตารางฟุต/วินาที}}$$

$$= 6.90 \times 10^6 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน}$$

เป็นการไหลแบบปั่นป่วนหาค่า f ได้จากมอดูตีโดอะแกรมที่

จากตารางที่ 7.1 ได้ $\varepsilon = 0.00085 \text{ ฟุต}$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.00085 \text{ ฟุต}}{2 \text{ ฟุต}}$$

$$= 0.00042$$

จากมอดูตีโดอะแกรมที่ $N_R = 4.75 \times 10^6$ และ $\varepsilon/D = 0.000106$

ได้ค่า $f = 0.0162$ ซึ่งไม่ถูกต้อง

สมมติค่า $f = 0.0162$

$$h_f = 0.0162 V_2^2 \times 0.7728 \text{ ฟุต}^2/\text{วินาที}^2$$

$$= 0.01635 V_2^2 \text{ ฟุต}^2/\text{วินาที}^2$$

$$(150.5) + 0 + 0 = (98.5) + 0 + \frac{V^2}{2(32.2)} + 0.01635 V_2^2$$

$$V_2 = 40.43 \text{ ฟุต/วินาที}$$

$$N_R = \frac{8.0 \text{ ฟุต} \times 40.43 \text{ ฟุต/วินาที}}{1.05 \times 10^{-5} \text{ ตารางฟุต/วินาที}}$$

$$= 7.70 \times 10^6 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน}$$

เป็นการไหลแบบปั่นป่วนหาค่า f ได้จากมอดูตีโดอะแกรม

จากมอดูตีโดอะแกรมที่ $N_R = 7.70 \times 10^6$ และ $\varepsilon/D = 0.000106$ ได้ $f = 0.0162$

ตรงกับที่สมมติ จึงถือว่าความเร็วถูกต้อง

$$\therefore Q = AV 0.00085 \text{ ฟุต}$$

$$= \frac{\pi (2.0)^2 \text{ ตารางฟุต} \times 40.43 \text{ ฟุต/วินาที}}{4}$$

$$= 127 \text{ ฟุต}^3/\text{วินาที}$$

Ans

7.5 การสูญเสียพลังงานรอง

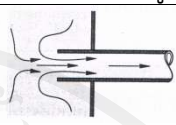
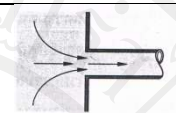
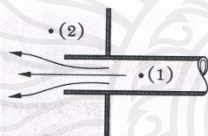
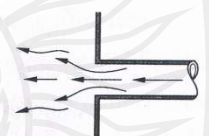
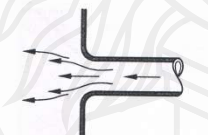

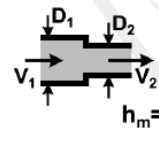
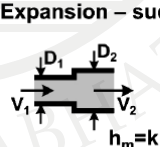
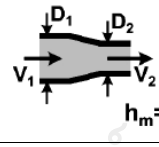
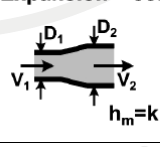
การสูญเสียพลังงานรอง (Minor loss: h_m) เป็นการสูญเสียเฮดในจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาด หรือทิศทางของความเร็วของการไหลโดยฉับพลัน ซึ่งจะเกิดขึ้นบริเวณที่ของไหลไหลผ่านอุปกรณ์ประกอบท่อต่างๆ ดังภาพที่ 7.7 เช่น วาล์ว ข้อต่อ ข้อลดขนาด ข้อขยายขนาด ข้องอชนิดต่างๆ เป็นต้น ซึ่งการสูญเสียรองนี้จะขึ้นอยู่กับรูปแบบการเปลี่ยนแปลงความเร็วของการไหลในอุปกรณ์นั้นๆ และเฮดความเร็ว ดังนั้นการคำนวณค่าการสูญเสียพลังงานรอง จึงกำหนดให้อยู่ในรูปของผลคูณระหว่างค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (Minor loss coefficient : k) กับ เฮดความเร็วดังสมการที่ 7.23

$$h_m = k \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (7.23)$$


- เมื่อ
- h_m = การสูญเสียพลังงานรอง (Minor loss: h_m)
 - k = ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรองดังตารางที่ 7.3
 - V = ความเร็วในการไหล
 - g = อัตราเร่งจากแรงโน้มถ่วงของโลก

การสูญเสียพลังงานรอง (k) จะเปลี่ยนแปลงไปตามลักษณะของการต่อประกอบท่อ หรือประเภทของอุปกรณ์ที่ไหลผ่าน

ตารางที่ 7.3 สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง
 ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 6-24)

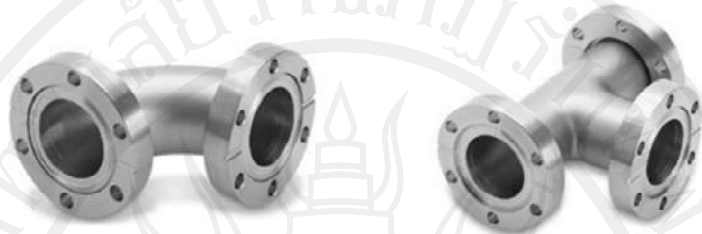
แบบ	ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (k)												
ปากทางเข้าของท่อ 1. ยื่นเข้าไปในถัง (Reentrant Inlet)	 $K = 0.78$												
2. ต่อเป็นมุมฉาก (Square-edged Inlet)	 $K = 0.5$												
3. ต่อเป็นมุมมน (Rounded Inlet)	<p>K ขึ้นอยู่กับอัตราส่วน r/D</p> <table border="1"> <tr> <td>r/D</td> <td>0.02</td> <td>0.06</td> <td>≥ 0.15</td> </tr> <tr> <td>K</td> <td>0.28</td> <td>0.15</td> <td>0.04</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="2" style="text-align: center;">← มนน้อย →</td> <td style="text-align: center;">← มนมาก →</td> </tr> </table>	r/D	0.02	0.06	≥ 0.15	K	0.28	0.15	0.04		← มนน้อย →		← มนมาก →
r/D	0.02	0.06	≥ 0.15										
K	0.28	0.15	0.04										
	← มนน้อย →		← มนมาก →										
<p>ปลายท่อทางออก ทุกแบบกำหนดให้ $K = 1.0$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>1. ยื่นเข้ามาในถัง ($K = 1.0$)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>2. ต่อเป็นมุมฉาก ($K = 1.0$)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>3. เป็นมุมมนน้อย ($K = 1.0$)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>4. เป็นมุมมนมาก ($K = 1.0$)</p> </div> </div>													
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 48%;"> <p>Contraction – sudden</p>  <p>$D_2/D_1=0.80 : 0.18$ $D_2/D_1=0.50 : 0.37$ $D_2/D_1=0.20 : 0.49$</p> <p>$h_m = k \frac{V_2^2}{2g}$</p> </div> <div style="width: 48%;"> <p>Expansion – sudden</p>  <p>$D_2/D_1=0.80 : 0.16$ $D_2/D_1=0.50 : 0.57$ $D_2/D_1=0.20 : 0.92$</p> <p>$h_m = k \frac{V_1^2}{2g}$</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 20px;"> <div style="width: 48%;"> <p>Contraction – conical</p>  <p>$D_2/D_1=0.80 : 0.05$ $D_2/D_1=0.50 : 0.07$ $D_2/D_1=0.20 : 0.08$</p> <p>$h_m = k \frac{V_2^2}{2g}$</p> </div> <div style="width: 48%;"> <p>Expansion – conical</p>  <p>$D_2/D_1=0.80 : 0.03$ $D_2/D_1=0.50 : 0.08$ $D_2/D_1=0.20 : 0.13$</p> <p>$h_m = k \frac{V_1^2}{2g}$</p> </div> </div>													

ตารางที่ 7.3 สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (ต่อ)
 ที่มา (ัญตร ออกวะลา, 2553, หน้า 6-25)

แบบ	ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (k)
Globe valve - fully open : 10.0	Cross
Gate valve	Line flow : 0.50
- fully open : 0.39	Branch flow : 0.75
- 3/4 open : 1.10	Mitered bend (θ)
- 1/2 open : 4.80	15° : 0.05
- 1/4 open : 27.0	30° : 0.10
Ball Valve	45° : 0.20
- fully open : 0.05	60° : 0.35
- 2/3 open : 5.50	90° : 0.80
- 1/3 open : 200	90° smooth bend
Angle valve - fully open : 4.30	 Bend radius/D = 4 : 0.16-0.18
Check valve – conventional : 4.00	Bend radius/D = 2 : 0.19-0.25
Check valve – clearway : 1.50	Bend radius/D = 1 : 0.35-0.40
Check valve – ball : 4.50	Elbows
Butterfly valve - fully open : 1.20	Threaded Regular 90° : 1.50
Cock - straight through : 0.50	Threaded Regular 45° : 0.40
Foot valve – hinged : 2.20	Threaded Long Radius 90° : 0.70
Foot valve – poppet : 12.5	Flanged Regular 90° : 0.30
Tee	Flanged Long Radius 90° : 0.20
Line flow : 0.30-0.40	Flanged Long Radius 45° : 0.20
Branch flow : 0.75-1.80	180° Return Bends
Flanged, Line Flow : 0.20	Flanged : 0.20
Flanged, Branch Flow : 1.00	Threaded : 1.50
Threaded, Line Flow : 0.90	
Threaded, Branch Flow : 2.00	
Threaded Union : 0.08	

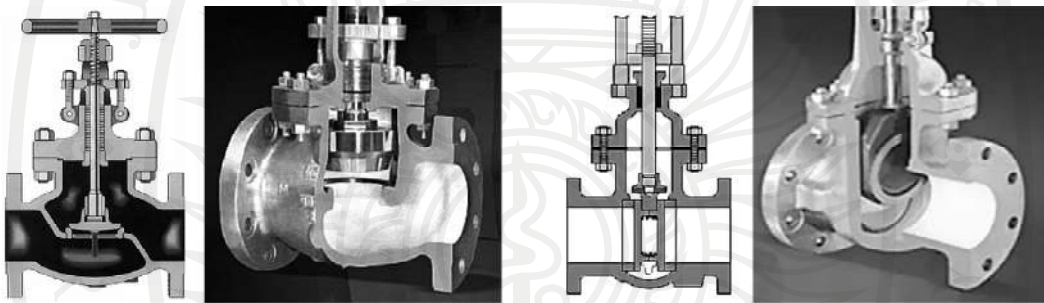


Treaded cross Treaded tee Treaded elbow



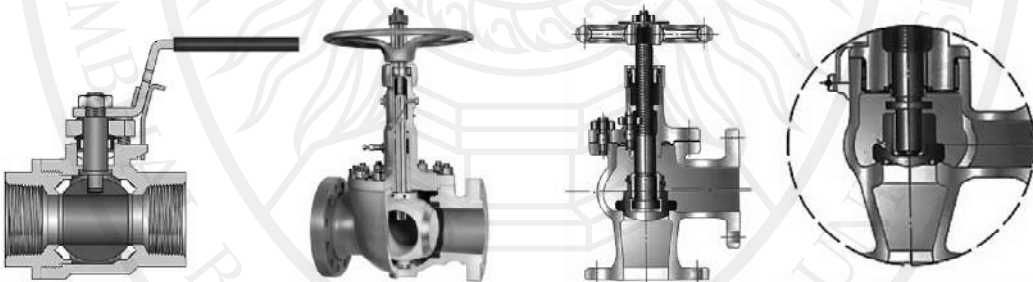
Flanged elbow Flanged tee

ภาพที่ 8.6 ข้อต่อ และข้องอชนิดต่างๆ ที่มา: ธีญธร (2553)



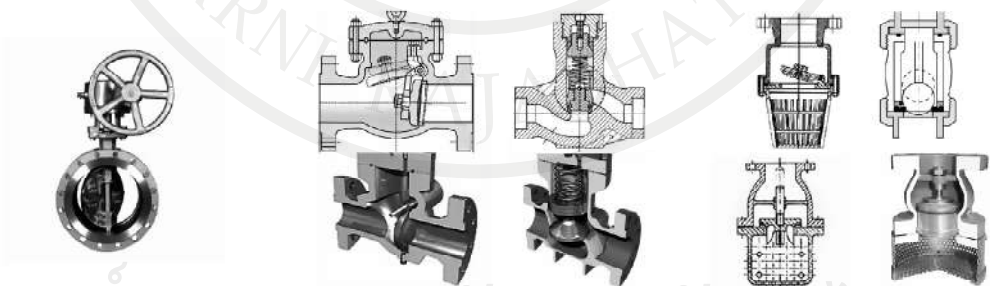
Globe valve

Gate valve



Ball valve

Angle valve



Butterfly valve

Check valve

Foot valve

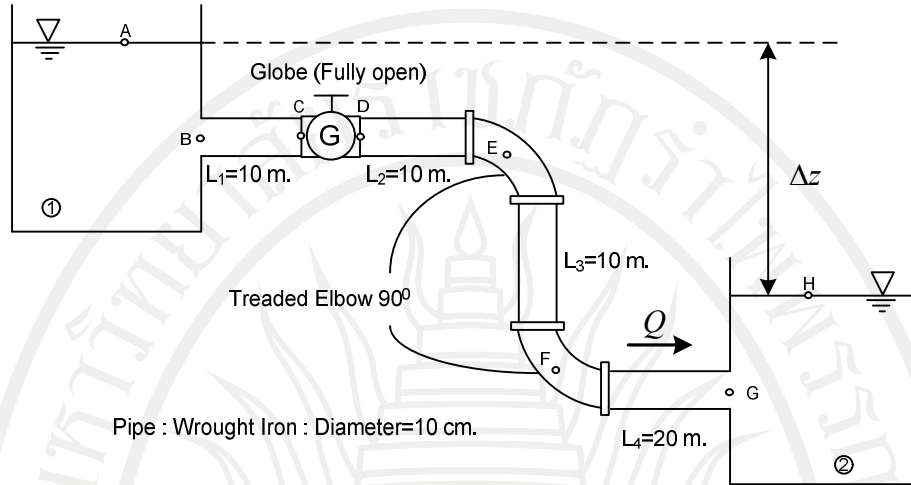
ภาพที่ 7.7 วาล์วชนิดต่างๆ

ที่มา (ธีญธร ออกทะเลา, 2553, หน้า 6-26)

ตัวอย่างที่ 7.6 ระบบท่อลักษณะดังภาพ เชื่อมต่อระหว่างถังเก็บน้ำใบที่ 1 กับ 2 ระดับน้ำในถังทั้งสองแตกต่างกันเท่ากับ Δz จงตอบคำถามต่อไปนี้

ก. ถ้าอัตราการไหลเท่ากับ 40 l/s จงหาผลต่างของระดับน้ำระหว่างถังทั้งสอง

ข. ถ้าระดับน้ำในถังทั้งสองต่างกัน 35 m จงหาอัตราการไหล



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด A กับ H

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_H + \frac{P_H}{\gamma} + \frac{V_H^2}{2g} + \sum h_f + \sum h_m$$

ที่จุด A : $V_A = +150.5$ เมตร : $P_A = 150 \times 10^3$ Pa

ที่จุด H : $V_H = +98.4$ เมตร : $P_H = 0$ Pa

แทนค่า $z_A + 0 + 0 = z_H + 0 + 0 + \sum h_f + \sum h_m$

$$\Delta z = \sum h_f + \sum h_m \quad (7.24)$$

การสูญเสียพลังงานหลัก จะเกิดขึ้นเมื่อของไหลเดินทางผ่านท่อจากจุด B ถึงจุด G และเนื่องจากเส้นผ่านศูนย์กลางท่อมีขนาดคงที่ตลอดทั้งเส้น และทำจากวัสดุชนิดเดียวกัน ดังนั้น

$$h_{f_{B \rightarrow G}} = f \cdot \frac{\sum L \cdot V^2}{D \cdot 2g} = f \cdot \left(\frac{(10 + 10 + 10 + 20)}{(0.10)} \right) \cdot \frac{V^2}{2g}$$

$$h_{f_{B \rightarrow G}} = f \cdot (500) \cdot \frac{V^2}{2g} \quad (7.25)$$

การสูญเสียพลังงานรอง จะเกิดขึ้นเมื่อของไหลเดินทางผ่านทางเข้า-ออก หรืออุปกรณ์ต่างๆ ใน ดังนั้นในโจทย์ข้อนี้พบว่า การสูญเสียพลังงานรองจะเกิดขึ้นที่ทางเข้า (B : $k_B = 0.5$) ประตูน้ำแบบกะโหลก (Globe valve : $k_{valve} = 10$) ข้องอ 90° ทั้งสองตัว (E และ F : $k_E = k_F = 1.5$) และบริเวณทางออก (G : $k_G = 1$) ดังนั้นการสูญเสียพลังงานรองทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ (ค่า k ของอุปกรณ์ต่างๆ ได้จากตารางที่ 7.2)

$$\begin{aligned}
 \sum h_f &= k_B \cdot \frac{V^2}{2g} + k_{valve} \cdot \frac{V^2}{2g} + k_E \cdot \frac{V^2}{2g} + k_F \cdot \frac{V^2}{2g} + k_G \cdot \frac{V^2}{2g} \\
 &= (k_B + k_{valve} + k_E + k_F + k_G) \cdot \frac{V^2}{2g} \\
 &= (0.5 + 10 + 1.5 + 1.5 + 1.0) \cdot \frac{V^2}{2g} \\
 \sum h_f &= (14.5) \cdot \frac{V^2}{2g} \tag{7.26}
 \end{aligned}$$

แทนค่า (7.25) และ (7.26) ใน (7.24)

$$\begin{aligned}
 \Delta z &= f \cdot (500) \cdot \frac{V^2}{2g} + (14.5) \cdot \frac{V^2}{2g} \\
 \Delta z &= (500f + 14.5) \cdot \frac{V^2}{2g} \tag{7.27}
 \end{aligned}$$

ก. ถ้าอัตราการไหลเท่ากับ 40 l/s จงหาผลต่างของระดับน้ำระหว่างถังทั้งสอง Δz

จากสมการ

$$\begin{aligned}
 Q &= AV \\
 V &= \frac{Q}{A} \\
 &= \frac{4 \times 0.040 \text{ ลบ.ม./วินาที}}{\pi (0.10)^2} \\
 &= 5.09 \text{ เมตร/วินาที}
 \end{aligned}$$

จากสมการ

$$\begin{aligned}
 N_R &= \frac{VD}{\nu} \\
 \nu &= 1.0 \times 10^{-5} \text{ เมตร}^2/\text{วินาที} \text{ (ตารางที่ 1.1)}
 \end{aligned}$$

แทนค่า

$$\begin{aligned}
 N_R &= \frac{0.1 \text{ เมตร} \times 5.09 \text{ เมตร/วินาที}}{1.0 \times 10^{-5} \text{ ตารางฟุต/วินาที}} \\
 &= 5.09 \times 10^5 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน}
 \end{aligned}$$

จากตารางที่ 7.1 ได้

$$\begin{aligned}
 \epsilon &= 0.045 \text{ มิลลิเมตร} \\
 \frac{\epsilon}{D} &= \frac{0.045 \text{ มิลลิเมตร} \times 10^{-3}}{0.1 \text{ เมตร}} \\
 &= 0.00045
 \end{aligned}$$

จากมูดี้ไดอะแกรมที่ $N_R = 5.09 \times 10^5$ และ $\epsilon/D = 0.00045$ ได้ $f = 0.0175$

แทนค่า V และ f ในสมการที่ (7.26)

$$\Delta z = (500(0.0175) + 14.5) \times \frac{5.09^2}{2g}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี Ans

ข. ถ้าระดับน้ำในถังทั้งสองต่างกัน 35 m จงหาอัตราการไหล
 เนื่องจากไม่ทราบว่าเป็นการไหลแบบใด เพราะไม่ทราบความเร็ว V ต้องหาโดยการ Trial and
 Error จากการสมมติค่า f ขึ้นมาแทนค่าในสมการ (7.27)

$$\begin{aligned} \text{สมมติค่า} \quad f &= 0.020 \text{ แทนค่าในสมการ} \\ 35 &= (500(0.020) + 14.5) \cdot \frac{V^2}{2g} \\ V &= 5.294 \text{ เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ} \quad N_R &= \frac{VD}{\nu} \\ N_R &= \frac{0.1 \text{ เมตร} \times 5.294 \text{ เมตร/วินาที}}{1.0 \times 10^{-5} \text{ ตารางฟุต/วินาที}} \\ &= 5.29 \times 10^5 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน} \end{aligned}$$

เป็นการไหลแบบปั่นป่วนหาค่า f ได้จากมุดดีไดอะแกรม

$$\begin{aligned} \text{จากมุดดีไดอะแกรมที่} \quad N_R &= 5.29 \times 10^5 \text{ และ } \varepsilon_D = 0.00045 \text{ ได้ } f = 0.017 \\ \text{ซึ่งไม่ถูกต้องสมมติค่า } f \text{ ใหม่ ใช้} \quad f &= 0.0173 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 35 &= (500(0.0173) + 14.5) \cdot \frac{V^2}{2g} \\ V &= 5.446 \text{ เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จากสมการ} \quad N_R &= \frac{VD}{\nu} \\ N_R &= \frac{0.1 \text{ เมตร} \times 5.446 \text{ เมตร/วินาที}}{1.0 \times 10^{-5} \text{ ตารางฟุต/วินาที}} \\ &= 5.45 \times 10^5 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน} \end{aligned}$$

เป็นการไหลแบบปั่นป่วนหาค่า f ได้จากมุดดีไดอะแกรม

$$\begin{aligned} \text{จากมุดดีไดอะแกรมที่} \quad N_R &= 5.45 \times 10^5 \text{ และ } \varepsilon_D = 0.00045 \text{ ได้ } f = 0.0173 \\ \text{ตรงกับที่สมมติ จึงถือว่าความเร็วถูกต้อง} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore Q &= AV \\ &= \frac{\pi (0.10)^2 \text{ ตารางเมตร} \times 5.446 \text{ เมตร/วินาที}}{4} \\ &= 0.0427 \text{ ลบ.ม./วินาที} \\ &= 42.7 \text{ ลิตร/วินาที} \end{aligned}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 7.7 ต้องการออกแบบท่อส่งน้ำมันผ่านพื้นที่ราบระยะทาง 12 กม. โดยใช้ท่อ wrought iron อัตราการส่งน้ำมันที่ใช้ในการออกแบบคือ 300 ลิตรต่อนาที น้ำมันมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.7 ความหนืดคินเนมาติกของน้ำมันเท่ากับ $5 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ถ้าข้อกำหนดของการออกแบบคือ ความดันภายในท่อส่งจะลดลงได้ไม่เกิน 10.3 kPa ต่อระยะทาง 1 กม. จงออกแบบขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ

วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุดเริ่มต้น (1) กับจุดสิ้นสุด (2)

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_f$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด 1 กับ 2 ค่า $z_1 \approx z_2$ และ $V_1 = V_2 = V$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 0 + \frac{P_1}{\gamma} + 0 &= 0 + \frac{P_2}{\gamma} + 0 + h_f \\ \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} &= h_f \\ \frac{\Delta P}{\gamma} &= f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \\ &= f \cdot \frac{12,000}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \end{aligned} \quad (7.28)$$

จากข้อกำหนดความดันจะลดลงได้ไม่เกิน 10.3 kPa/km ดังนั้นความดันทั้งสองจุดจะแตกต่างกันเท่ากับ

$$\begin{aligned} \Delta P &= (10.3 \text{ kPa/km})(12 \text{ km}) \\ &= 123.6 \text{ kPa} \end{aligned}$$

แทนค่าใน (7.27)

$$\begin{aligned} \frac{123.6 \text{ kPa}}{(0.7 \times 9.81 \text{ kg.m/s}^2)} &= 0 + f \cdot \frac{12,000}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \\ 0.0294 &= f \cdot \frac{V^2}{D} \end{aligned} \quad (7.29)$$

จากตารางที่ 7.1 ได้ $\epsilon = 0.045$ มิลลิเมตร

อัตราการไหลในท่อ $Q = 300 \text{ l}/60 \text{ s}$

$$= 5 \text{ l/s}$$

สมมุติขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 10 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon}{D} &= \frac{0.045 \text{ มิลลิเมตร}}{100 \text{ มิลลิเมตร}} \\ &= 0.00045 \end{aligned}$$

จากสมการ $V = \frac{Q}{A}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(0.005)(4) \text{ ลบ.ม./วินาที}}{(0.1)^2 \pi} \\ &= 0.637 \text{ เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

จากสมการ $N_R = \frac{VD}{\nu}$

$$\nu = 5.0 \times 10^{-7} \text{ เมตร}^2/\text{วินาที (ตารางที่ 1.1)}$$

$$N_R = \frac{0.1 \text{ เมตร} \times 0.637 \text{ เมตร/วินาที}}{5.0 \times 10^{-7} \text{ ตารางฟุต/วินาที}}$$

$$= 1.30 \times 10^5 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน}$$

จากมูดี้ไดอะแกรมที่ $N_R = 1.30 \times 10^5$ และ $\varepsilon/D = 0.00045$

ได้ $f = 0.0195$ แทนค่าในสมการที่ (7.29)

$$0.0294 = (0.0195) \frac{(0.637 \text{ เมตร/วินาที})^2}{0.1 \text{ เมตร}}$$

$$0.0294 \neq 0.0791$$

แสดงว่า เส้นผ่านศูนย์กลางที่สมมุตินั้นยังไม่ถูกต้อง

สมมุติขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ $D = 12.25 \text{ cm}$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.045 \text{ มิลลิเมตร}}{125 \text{ มิลลิเมตร}}$$

$$= 0.0004$$

จากสมการ $V = \frac{Q}{A}$

$$= \frac{(0.005)(4) \text{ ลบ.ม./วินาที}}{(0.1225)^2 \pi}$$

$$= 0.424 \text{ เมตร/วินาที}$$

จากสมการ $N_R = \frac{VD}{\nu}$

$$\nu = 5.0 \times 10^{-7} \text{ เมตร}^2/\text{วินาที (ตารางที่ 1.1)}$$

$$N_R = \frac{0.1225 \text{ เมตร} \times 0.424 \text{ เมตร/วินาที}}{5.0 \times 10^{-7} \text{ ตารางฟุต/วินาที}}$$

$$= 1.0 \times 10^5 > 4,000 \text{ เป็นการไหลแบบปั่นป่วน}$$

จากมูดี้ไดอะแกรมที่ $N_R = 1.0 \times 10^5$ และ $\varepsilon/D = 0.00045$

ได้ $f = 0.020$ แทนค่าในสมการที่ (7.28)

$$0.0294 = (0.020) \frac{(0.424 \text{ เมตร/วินาที})^2}{0.1225 \text{ เมตร}}$$

$$0.0294 = 0.0294$$

แสดงว่า เส้นผ่านศูนย์กลางที่สมมุตินั้นถูกต้อง

\therefore ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อคือ 12.25 cm

Ans

7.6 สรุป

การไหลภายในท่อเป็นการไหลภายใต้แรงดัน โดยในบทนี้จะพิจารณาของไหลที่เป็นการไหลแบบคงที่และไม่สามารถอัดตัวได้ ซึ่งพฤติกรรมการไหลแบ่งออกเป็น 3 แบบคือ การไหลแบบราบเรียบ, การไหลแบบปั่นป่วน และการไหลในช่วงการเปลี่ยนแปลง พิจารณาการไหลจากค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์จากสมการที่ 7.1 และ 7.2 ตามตารางที่ 7.1 ในการวิเคราะห์โครงข่ายท่อในสมการพลังงานจากมีการพิจารณาการสูญเสียในระบบท่อจะประกอบด้วยด้วย 2 ส่วนคือ

1. การสูญเสียหลัก คือการสูญเสียที่เกิดจากความเสียดทานภายในท่อสามารถวิเคราะห์ได้จากสมการ 7.9 ซึ่งค่าแฟกเตอร์ของความเสียดทานพิจารณาได้ 2 กรณีคือ ถ้าเป็นการไหลแบบราบเรียบคำนวณจากสมการที่ 7.17 และถ้าเป็นการไหลแบบปั่นป่วนคำนวณได้จากมูดดีไดอะแกรม

2. การสูญเสียรอง คือการสูญเสียที่เกิดจากเปลี่ยนแปลงขนาด ทิศทางของการไหล และการต่ออุปกรณ์ต่างๆ ในระบบท่อ เป็นต้น สามารถวิเคราะห์จากสมการ 7.23 และค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรองพิจารณาจากตารางที่ 7.3

แบบฝึกหัดบทที่ 7

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. น้ำอุณหภูมิ 10°C ไหลภายในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร ด้วยความเร็ว 8 เมตร/วินาที อยากรทราบว่าเป็นการไหลแบบปั่นป่วนหรือราบเรียบ
2. น้ำมัน SAE 10 ที่อุณหภูมิ 20°C ไหลภายในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 200 มิลลิเมตร ให้คำนวณหาความเร็วสูงสุดที่ทำให้การไหลยังคงสภาพเป็นการไหลแบบราบเรียบ
3. ให้คำนวณหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อที่จะส่งน้ำมันที่อุณหภูมิ 40°F มีความหนืดจลน์ $\nu = 6.55 \times 10^{-5}$ ตารางฟุต/วินาที ด้วยอัตราการไหล 80 แกลลอน/นาที่ ต้องการให้เป็นการไหลแบบราบเรียบ
4. น้ำอุณหภูมิ 20°C ไหลไปตามท่อเหล็กหล่อใหม่ด้วยความเร็ว 4 เมตร/วินาที มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 200 มิลลิเมตร ยาว 500 เมตร ให้คำนวณการสูญเสียพลังงาน เนื่องจากความเสียดทาน
5. น้ำมัน SAE 10 ที่อุณหภูมิ 68°F ถูกปั๊มให้ไหลไปตามท่อเหล็กเหนียวใหม่ โดยมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 นิ้ว ในแนวราบด้วยอัตราการไหล 2.0 ลบ.ฟ./วินาที ให้คำนวณการสูญเสียพลังงาน เนื่องจากความเสียดทาน และสูญเสียความดันในหน่วย ปอนด์/ตารางนิ้ว ท่อยาว 5000 ฟุต
6. น้ำอุณหภูมิ 20°C ไหลไปตามท่อเหล็กหล่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร ถ้าการสูญเสียพลังงาน เนื่องจากความเสียดทาน 35 kPa ต่อความยาว 100 เมตร ให้คำนวณอัตราการไหล
7. น้ำมันมีค่าความหนืด 8.14×10^{-2} N.s/m² ความหนาแน่น 869 kg/m³ ไหลในท่อด้วยอัตรา 0.0142 m³/s ถ้าความดันลดลงซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากความเสียดทานของการไหล 23.94 kPa ท่อยาว 300 m จงออกแบบขนาดท่อ
8. ถ้าต้องการที่จะส่งน้ำจากหอถังสูง 20 m ซึ่งผ่านทางท่อเหล็กหล่อขนาด 100 mm ยาว 200 m มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน = 0.02 ต่อกับท่อเหล็กหล่อขนาด 80 mm ยาว 300 m มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน = 0.025 ถ้าไม่คิด minor loss จงหาอัตราการไหลในท่อ
9. อ่างเก็บน้ำสองแห่ง มีระดับน้ำต่างกัน 1.5 m อ่างทั้งสองเชื่อมกันด้วยท่อ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 cm ยาว 300 m จงหาอัตราที่น้ำไหลจากอ่างเก็บน้ำที่ 1 ไปอ่างที่ 2 กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความฝืด (f) = 0.02 ค่าสัมประสิทธิ์ของการสูญเสียรอง (K) ที่น้ำเข้าและออกจากท่อเป็น 0.5 และ 1.0 ตามลำดับ

เอกสารอ้างอิง

- การุณ เตชะฐิตินันท์. (2548). เอกสารประกอบการสอนวิชาชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 1).
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- กীরติ สิวัจจนกุล. (2548). ชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 25). กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด.
- ธัญดร ออกะลา. (2553). เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 8

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 8 การไหลในทางน้ำเปิด

- 8.1 ประเภทของทางน้ำเปิด
- 8.2 การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิด
- 8.3 สมการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด
- 8.4 การวิเคราะห์การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
- 8.5 พลังงานจำเพาะกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
- 8.6 โมเมนต์ฟังก์ชันกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
- 8.7 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 8 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายพฤติกรรมของการไหลในทางน้ำเปิด
2. อธิบายการประเภทของทางน้ำเปิด
3. อธิบายการจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิดและจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิด
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์สมการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด
5. อธิบายวิธีการวิเคราะห์การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
6. อธิบายวิธีการวิเคราะห์พลังงานจำเพาะกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

วิธีการสอนและกิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ชักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะเรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค

บทที่ 8 การไหลในทางน้ำเปิด

เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงพฤติกรรมของการไหลในทางน้ำเปิด (Open channel flow) คือการไหลของของไหลไปตามทางน้ำโดยมีผิวอิสระ สัมผัสกับอากาศด้านบน การไหลจะอยู่ภายใต้อิทธิพลของความดันบรรยากาศโดยรอบและแรงโน้มถ่วงของโลก ซึ่งการไหลในลักษณะนี้สามารถพบเห็นได้ทั่วไป เช่น การไหลในแม่น้ำลำคลอง การไหลในคลองส่งน้ำ การไหลในท่อหรือรางระบายน้ำ เป็นต้น ซึ่งเป็นงานที่วิศวกรชลศาสตร์หรือวิศวกรโยธามักจะต้องประสบเป็นส่วนใหญ่

8.1 ประเภทของทางน้ำเปิด

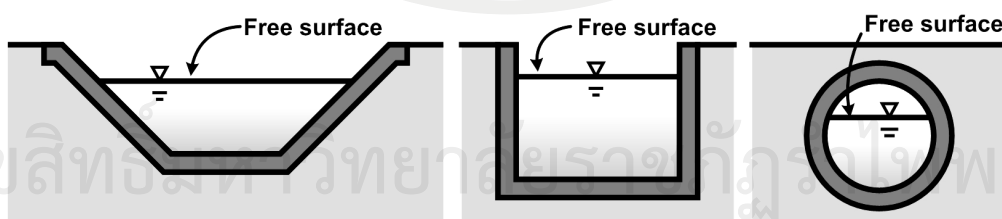
ทางน้ำเปิดที่พบเห็นโดยทั่วไปนั้นสามารถจำแนกประเภทของทางน้ำเปิดได้ 2 ประเภทคือ

1. ทางน้ำธรรมชาติ (Natural channel) คือทางน้ำที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ รูปร่างของรูปตัดขวางของทางน้ำและความลาดเทของท้องทางน้ำ จะเปลี่ยนแปลงไปตามสภาพพื้นที่ (non-Prismatic channel) เช่น ลำธารคลอง หรือแม่น้ำ เป็นต้น (ดังแสดงในภาพที่ 8.1)

2. ทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น (Artificial channel) คือทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อสนองต่อความต้องการด้านต่างๆ เช่น การส่งน้ำเพื่อการชลประทาน การระบายน้ำ หรือเพื่อการคมนาคมขนส่ง เป็นต้น ซึ่งโดยทั่วไปลักษณะของทางน้ำจะมีรูปตัดขวาง และความลาดเทของท้องรางคงที่ (Prismatic channel) เช่น คลองส่งน้ำคานคองกรีต ราง หรือท่อระบายน้ำ เป็นต้น (ดังแสดงในภาพที่ 8.2)



ภาพที่ 8.1 ทางน้ำธรรมชาติ
ที่มา (กิริติ ลีวิจกุล, 2548, หน้า 185)



ภาพที่ 8.2 ทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น
ที่มา (กิริติ ลีวิจกุล, 2548, หน้า 185)

8.2 การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิด

การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิดในการวิเคราะห์ด้านชลศาสตร์ โดยพิจารณารูปแบบการวิเคราะห์เพื่อจำแนกประเภทของการไหลในทางน้ำเปิดจะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ จำแนกโดยพิจารณาจากรูปแบบของการไหลและจำแนกโดยพิจารณาจากสภาวะของการไหล

8.2.1 การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิดโดยพิจารณาจากรูปแบบของการไหล

พิจารณาเพื่อวิเคราะห์จำแนกประเภทของการไหลจากรูปแบบของการไหลในการจำแนกจะมีการพิจารณาหลักเกณฑ์ 2 ประการคือ

1. พิจารณาการเปลี่ยนแปลงกับเวลา

1.1 การไหลคงที่ คือการไหลที่มีความลึกการไหล (y) ที่หน้าตัดใดๆ โดยจะไม่มีเปลี่ยนแปลงตามเวลา กล่าวคือตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการไหล เช่น ความลึก (y) ความเร็ว (V) อัตราการไหล (Q) พื้นที่หน้าตัดการไหล (A) จะคงที่ตลอดช่วงเวลาที่ยังพิจารณา

$$\frac{d}{dt}(y, A, V, Q) = 0$$

1.2 การไหลไม่คงที่ คือการไหลที่มีความลึกการไหล (y) ที่หน้าตัดใดๆ มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา กล่าวคือตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการไหล เช่น ความลึก (y) ความเร็ว (V) อัตราการไหล (Q) พื้นที่หน้าตัดการไหล (A) จะคงที่ตลอดช่วงเวลาที่ยังพิจารณา

$$\frac{d}{dt}(y, A, V, Q) \neq 0$$

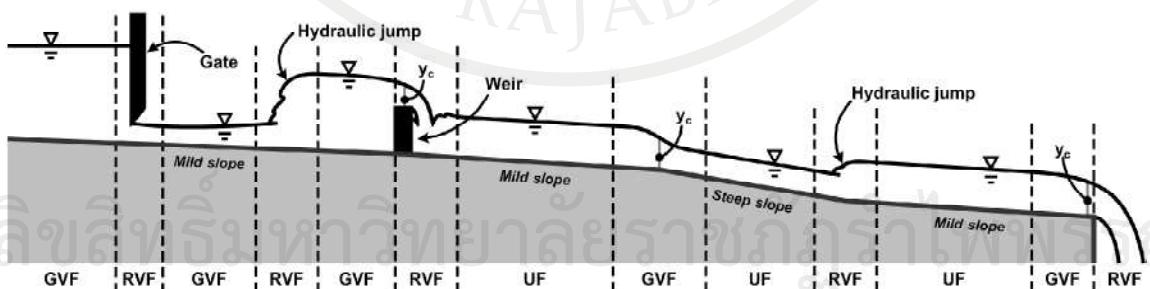
2. พิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปตัดขวางของการไหลในช่วงใดๆ จากภาพที่ 8.3

2.1 การไหลแบบสม่ำเสมอ คือการไหลที่มีความลึก (y) และพื้นที่หน้าตัดการไหล (A) คงที่ตลอดช่วงความยาวที่ยังพิจารณา

2.2 การไหลแบบแปรเปลี่ยน คือการไหลที่มีความลึก และพื้นที่หน้าตัดการไหล ไม่คงที่ตลอดช่วงความยาวที่ยังพิจารณา ซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ

1) การไหลแบบแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไป คือการไหลที่ความลึก และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงที่น้อยไปตามความยาวของช่วงที่ยังพิจารณา

2) การไหลแบบแปรเปลี่ยนแบบฉับพลัน คือการไหลที่ความลึกและพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันในช่วงความยาวที่ยังพิจารณา



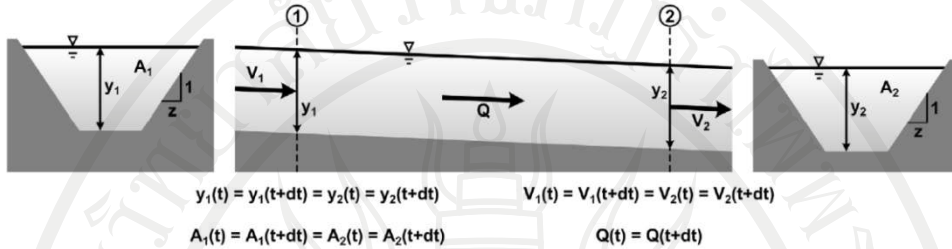
ภาพที่ 8.3 การแบ่งประเภทการไหลโดยพิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปตัดเป็นเกณฑ์

ทีมา (ชัยบุตร ออกกะลา, 2553, หน้า 7-2)

ดังนั้นหากพิจารณาเกณฑ์ทั้งสองข้อ เราจะสามารถจำแนกประเภทของการไหลที่เกิดขึ้นได้ดังนี้

1. การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

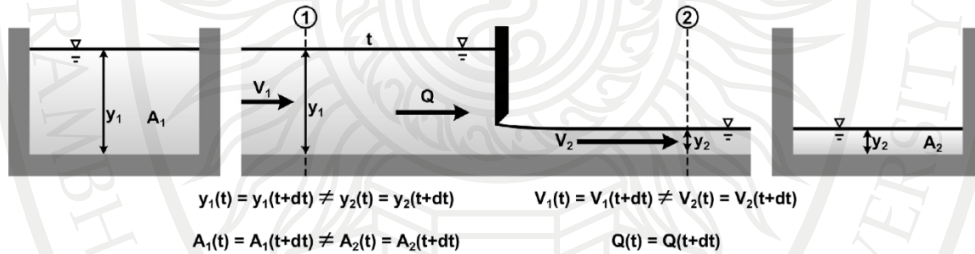
การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว อัตราการไหล และพื้นที่หน้าตัดการไหล คงที่ตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา โดยจะไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา ซึ่งเกือบทั้งหมดมักเกิดในทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น เนื่องจากรูปตัดขวางของทางน้ำมักจะสร้างให้มีรูปร่างคงที่ และในการใช้งานเราสามารถควบคุมความเร็ว และอัตราการไหลได้ดังภาพที่ 8.4



ภาพที่ 8.4 การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 7-3)

2. การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

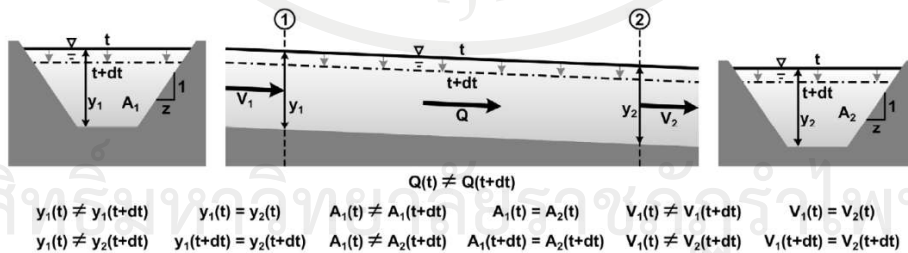
การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหลเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องแบบค่อยเป็นค่อยไปตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา แต่ความลึก ค่าความเร็ว และขนาดพื้นที่หน้าตัดการไหลที่จุดใดจุดหนึ่งนั้นจะคงที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาดังภาพที่ 8.5



ภาพที่ 8.5 การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 7-3)

3. การไหลแบบสม่ำเสมอแปรเปลี่ยนตามเวลา

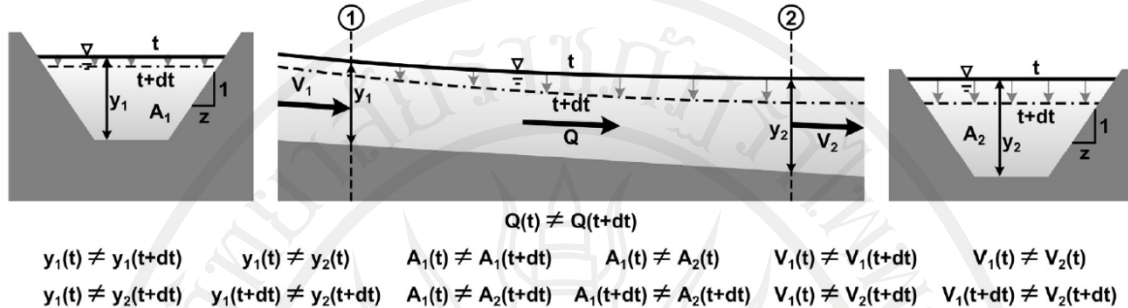
การไหลแบบสม่ำเสมอแปรเปลี่ยนตามเวลา คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ค่าความเร็ว อัตราการไหล พื้นที่หน้าตัดการไหลเท่ากันตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา แต่จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาดังภาพที่ 8.6



ภาพที่ 8.6 การไหลแบบสม่ำเสมอแปรเปลี่ยนตามเวลา
ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 7-4)

4. การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปและแปรเปลี่ยนตามเวลา

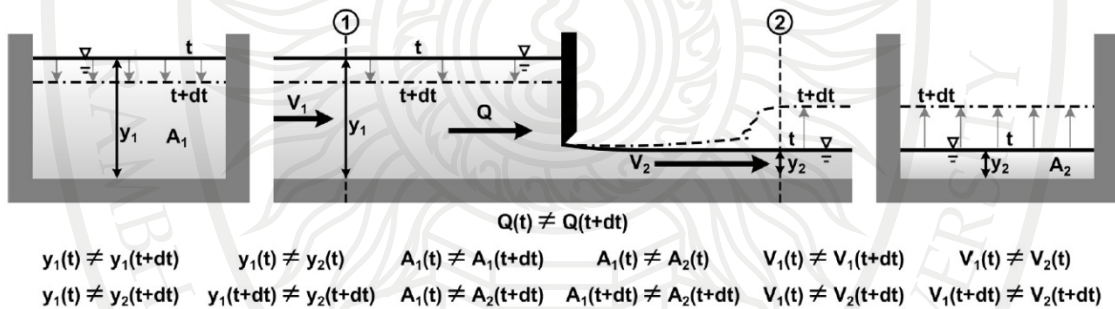
การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปและแปรเปลี่ยนตามเวลา คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหลมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องแบบค่อยเป็นค่อยไปตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา และเปลี่ยนแปลงตามเวลาไปพร้อมๆ กันดังภาพที่ 8.7



ภาพที่ 8.7 การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปและแปรเปลี่ยนตามเวลา
 ที่มา (ัญตร ออกะลา, 2553, หน้า 7-4)

5. การไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันและแปรเปลี่ยนตามเวลา

การไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันและแปรเปลี่ยนตามเวลา คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันในช่วงความยาวที่พิจารณา และเปลี่ยนแปลงตามเวลาไปพร้อมๆ กันดังภาพที่ 8.8



ภาพที่ 8.8 การไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันและแปรเปลี่ยนตามเวลา
 ที่มา (ัญตร ออกะลา, 2553, หน้า 7-5)

8.2.2 การจำแนกประเภทตามสถานะของการไหล

การจำแนกประเภทการไหลตามสถานะของการไหลนั้น จะพิจารณาจากพฤติกรรมของการเคลื่อนตัวของของไหลในทางน้ำ รวมถึงผลกระทบของแรงที่มีอิทธิพลต่อการไหล

1. จำแนกโดยพิจารณาจากรีโนลด์นัมเบอร์

เรย์โนลด์นัมเบอร์ คือตัวเลขที่วิเคราะห์โดยคำนึงถึงอิทธิพลของแรงอันเนื่องมาจากความหนืดและแรงอันเนื่องมาจากความเฉื่อยของมวล ซึ่งตัวเลขดังกล่าวนี้จะสามารถบ่งบอกถึงพฤติกรรมของการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลได้ เช่นเดียวกับการไหลในท่อ (การวิเคราะห์โดยละเอียดจะกล่าวถึงในบทที่ 7) สำหรับการไหลในทางน้ำเปิด N_R สามารถคำนวณได้จาก

$$N_R = \frac{VR}{\nu} \quad (8.1)$$

เมื่อ V = ความเร็วเฉลี่ย
 R = รัศมีชลศาสตร์ (Hydraulic radius)
 ν = ความหนืดคินเนมาติกของของไหล

เช่นเดียวกับการไหลในท่อ การไหลในทางน้ำเปิดสามารถแบ่งสภาวะการไหลได้เป็น 3 ประเภทคือ

1. การไหลแบบราบเรียบอนุภาคของของไหลจะเคลื่อนตัวอย่างเป็นระเบียบ โดยจะเกิดขึ้นกับการไหลที่มีความเร็วต่ำ หรือความหนืดของของไหลมาก โดยเรย์โนลด์นัมเบอร์จะมีค่าต่ำกว่า 500
2. การไหลแบบปั่นป่วนอนุภาคของของไหลจะเคลื่อนตัวอย่างไม่เป็นระเบียบมักเกิดขึ้นกับการไหลที่มีความเร็วสูง หรือความหนืดของของไหลต่ำ โดยเรย์โนลด์นัมเบอร์จะมีค่ามากกว่า 2,000
3. การไหลแบบแปรเปลี่ยนเป็นสภาวะการไหลที่ไม่สามารถระบุได้ว่าเป็นแบบปั่นป่วนหรือราบเรียบ โดยเรย์โนลด์นัมเบอร์จะมีค่าอยู่ระหว่าง 500 ถึง 2,000

2. จำแนกโดยพิจารณาจากฟรูดนัมเบอร์

ฟรูดนัมเบอร์ (Froude number : F_r) คือตัวเลขที่วิเคราะห์โดยคำนึงถึงอิทธิพลของแรงอันเนื่องมาจากความโน้มถ่วง และแรงอันเนื่องมาจากความเฉื่อยของมวล ตัวเลขดังกล่าวนี้จะสามารถบ่งบอกถึงพฤติกรรมของการไหลได้ ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก

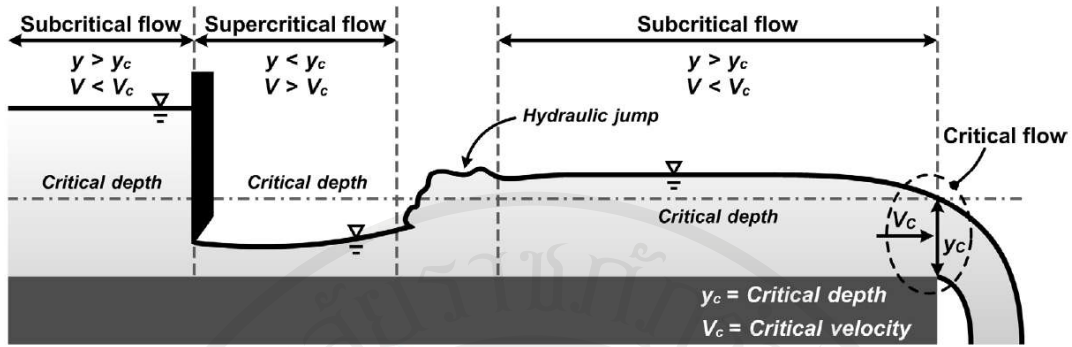
$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (8.2)$$

เมื่อ D = ความลึกชลศาสตร์ (Hydraulic depth)
 g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

การไหลในทางน้ำเปิดสามารถแบ่งสภาวะการไหลได้เป็น 3 ประเภทคือ

1. การไหลวิกฤต (Critical flow) จะเกิดขึ้นเมื่อค่าฟรูดนัมเบอร์เท่ากับ 1 ที่สภาวะค่าความลึกและความเร็วที่สภาวะนี้จะเรียกว่า ความลึกวิกฤต และความเร็ววิกฤต
2. การไหลต่ำกว่าวิกฤต (Subcritical flow) จะเกิดขึ้นเมื่อค่าฟรูดนัมเบอร์มีค่าต่ำกว่า 1 ที่สภาวะนี้ ความลึก จะมากกว่า ความลึกวิกฤต แต่ความเร็วจะน้อยกว่า ความเร็ววิกฤต เมื่อเปรียบเทียบที่อัตราการไหลเท่ากัน
3. การไหลเหนือกว่าวิกฤต (Supercritical flow) จะเกิดขึ้นเมื่อค่าฟรูดนัมเบอร์มากกว่า 1 ที่สภาวะนี้ ความลึกจะน้อยกว่า ความลึกวิกฤต แต่ความเร็วจะมากกว่า ความเร็ววิกฤต เมื่อเปรียบเทียบที่อัตราการไหลเท่ากัน

โดยการไหลแบ่งสภาวะการไหลในทางน้ำเปิดทั้ง 3 ประเภทดังภาพที่ 8.9



ภาพที่ 8.9 สภาวะการไหลแบบต่างๆ
 ทิมา (ธัญธร ออกะลา, 2553, หน้า 7-6)

8.3 สมการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด

สมการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิดในที่นี้เป็นการกล่าวถึงหลักการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด ซึ่งจะทำให้การวิเคราะห์ภายใต้สมมุติฐานที่ว่า ของไหลเป็นของไหลจินตภาพบีบอัดตัวไม่ได้ นอกจากนี้ในการวิเคราะห์จะกล่าวถึงเฉพาะการไหลแบบคงที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาเท่านั้น

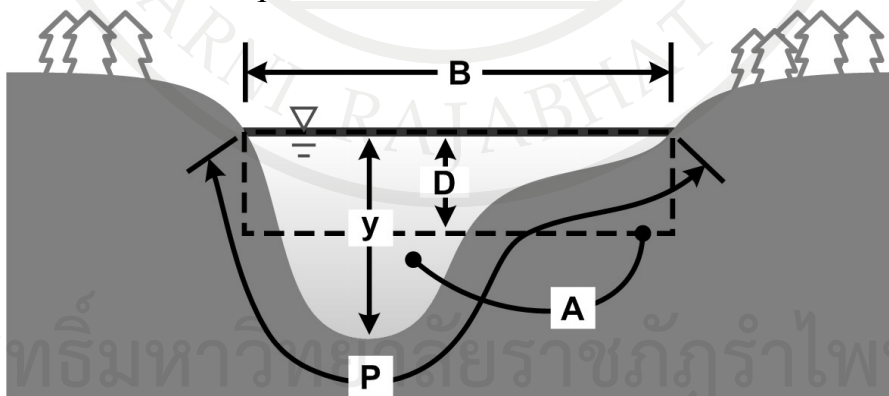
เพื่อความสะดวกในการศึกษาจะขอกกล่าวถึงนิยามของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์การไหลในทางน้ำเปิดเสียก่อน ซึ่งประกอบด้วยตัวแปรดังต่อไปนี้

1. ความลึก (y) คือระยะในแนวตั้งที่วัดจากจุดต่ำสุดจนถึงผิวอิสระของหน้าตัดการไหล
2. ความกว้างผิว (B) คือความกว้างของผิวอิสระของพื้นที่หน้าตัดการไหล
3. ความลึกชลศาสตร์ (D) คือความลึกเฉลี่ยของพื้นที่หน้าตัดการไหลที่มีความกว้างเท่ากับ ความกว้างผิว ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก

$$D = \frac{A}{B} \quad (\text{ในกรณีที่ทางน้ำเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก } D = y)$$

4. ความยาวเส้นขอบเปียก (P) คือความยาวเส้นขอบด้านสัมผัสกับทางน้ำของพื้นที่หน้าตัดการไหล
5. รัศมีชลศาสตร์ (R) คือตัวแปรที่มีคุณลักษณะคล้ายกับรัศมี ดังภาพที่ 8.10 ซึ่งคำนวณจาก

$$R = \frac{A}{P}$$



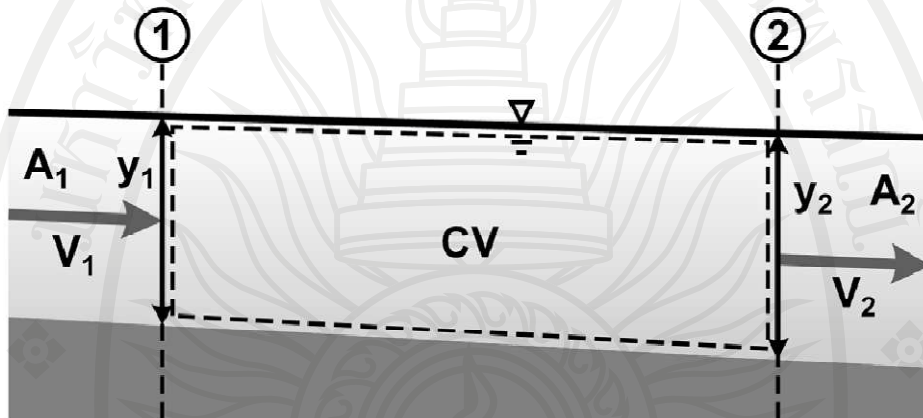
ภาพที่ 8.10 ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการไหลในทางน้ำเปิด
 ทิมา (ธัญธร ออกะลา, 2553, หน้า 7-9)

8.3.1 สมการต่อเนื่อง

สมการต่อเนื่องเป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลความเร็วที่หน้าตัดการไหล ซึ่งการวิเคราะห์สมการการไหลต่อเนื่องจะใช้หลักการอนุรักษ์มวลสาร จากสมการกฎการอนุรักษ์มวล

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{In} - \sum \dot{M}_{Out}$$

พิจารณาการไหลเข้าออกของปริมาตรควบคุมดังภาพที่ 8.11 เมื่อของไหลอัดตัวไม่ได้ (incompressible fluid) และอัตราการไหลคงที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady state) จะได้ว่า



ภาพที่ 8.11 การไหลเข้าออกของปริมาตรควบคุมที่มา (ฉัตร ออภาวลา, 2553, หน้า 7-11)

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{CV}}{\partial t} &= 0 \\ \sum \dot{M}_{In} &= \rho Q_1 \\ &= \rho(A_1 V_1) \\ \sum \dot{M}_{Out} &= \rho Q_2 \\ &= \rho(A_2 V_2) \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ว่า $0 = \rho(A_1 V_1) - \rho(A_2 V_2)$

หรือ $\rho(A_1 V_1) = \rho(A_2 V_2)$ (8.3)

ในกรณีทางน้ำเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือการวิเคราะห์การไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้างจะได้ว่า

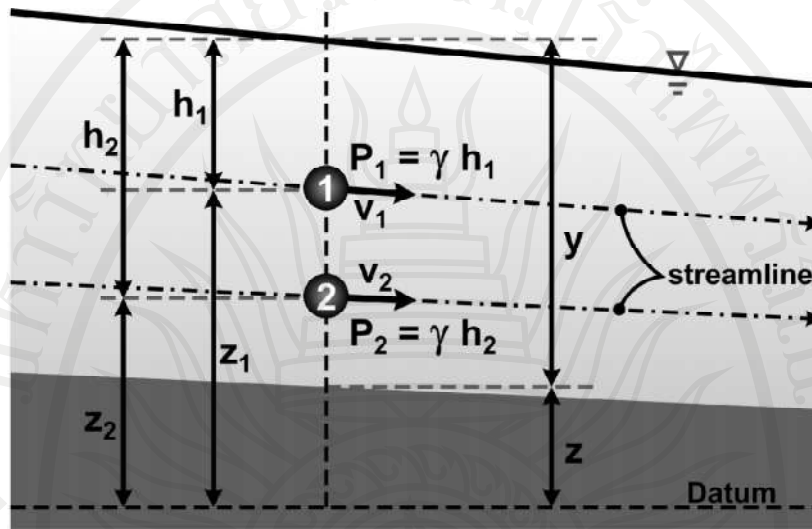
$$(B \cdot y_1) V_1 = (B \cdot y_2) V_2$$

ลิสสิทธีมหาวิทาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$y_1 V_1 = y_2 V_2 \quad (8.4)$$

8.3.2 สมการพลังงาน

ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 5 สมการพลังงาน คือสมการความสัมพันธ์ของเฮดของอนุภาคของไหลที่เคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นทางการไหลผ่านจุดต่างๆ ซึ่งเฮดที่กล่าวมานั้นจะประกอบด้วยเฮดระดับ, เฮดความดัน และเฮดความเร็ว โดยผลรวมของเฮดระดับกับเฮดความดันจะเรียกว่า "เฮดสถิต" เมื่อพิจารณาการไหลในทางน้ำเปิดที่หน้าตัดการไหลเดียวกัน หากเราพิจารณาค่าเฮดสถิตของอนุภาคของไหลใดๆ บนหน้าตัดตั่งภาพที่ 8.12 จะเห็นได้ว่า



ภาพที่ 8.12 เฮดของอนุภาคของไหลบนหน้าตัดใดๆ ของการไหลในทางน้ำเปิด
ที่มา (ัญตร ออกะลา, 2553, หน้า 7-12)

จากภาพเมื่อพิจารณาเฮดสถิตของอนุภาคของไหล 1 และ 2 มีค่าเท่ากับ

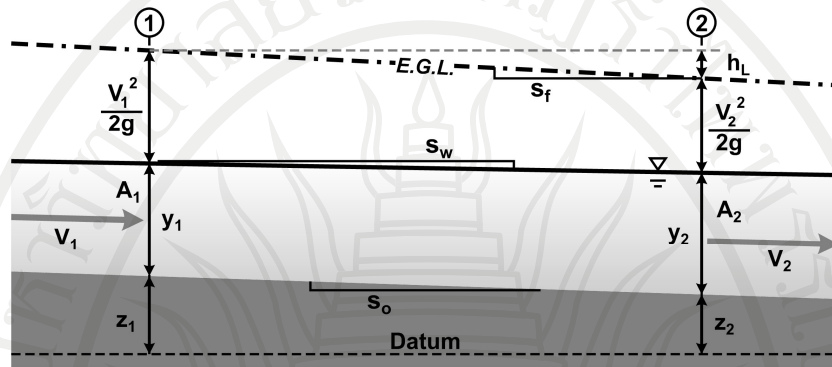
$$\begin{aligned} z_1 + \frac{P_1}{\gamma} &= z_1 + \frac{(\gamma h_1)}{\gamma} \\ &= z_1 + h_1 \\ &= (z + y) \\ z_2 + \frac{P_2}{\gamma} &= z_2 + \frac{(\gamma h_2)}{\gamma} \\ &= z_2 + h_2 \\ &= (z + y) \end{aligned}$$

จากข้อพิสูจน์ดังกล่าวจะเห็นได้ว่า ไม่ว่าจะอยู่จุดใดบนหน้าตัดเดียวกันค่าของเฮดสถิตจะมีค่าเท่ากันเสมอ ดังนั้นสมการพลังงานของการไหลในทางน้ำเปิดจึงมีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad (8.5)$$

เมื่อ h_L = การสูญเสียพลังงาน
 y_i = ความลึกที่หน้าตัด i

- z_i = ค่ำระดับท้องรางน้ำที่หน้าตัด i
- V_i = ความเร็วเฉลี่ยของการไหลที่หน้าตัด i
- S_f = ความลาดชันของเส้นระดับพลังงานรวม
- S_w = ความลาดชันของผิวน้ำ
- S_o = ความลาดชันของท้องรางน้ำ

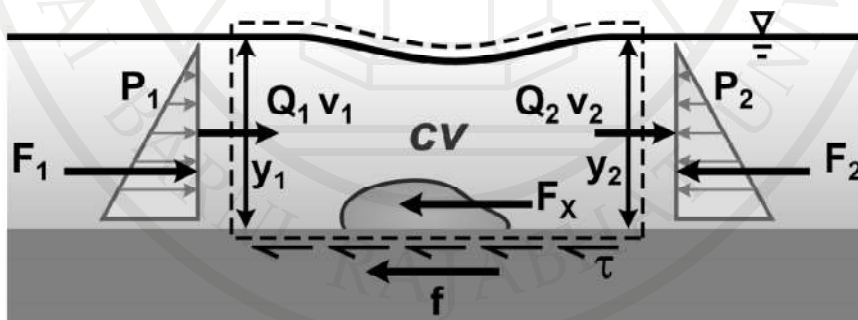


ภาพที่ 8.13 เสดของหน้าตัดการไหลของการไหลในทางน้ำเปิด
 ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 7-13)

สำหรับการไหลในทางน้ำเปิด สิ่งที่เราควรระวังคือค่า z ในสมการที่ 8.5 ไม่ใช่ค่าเสดระดับของอนุภาคของของไหลแต่เป็นค่าระดับของท้องรางน้ำเปิดของหน้าตัดการไหลที่พิจารณา ซึ่งก็คือเสดระดับของหน้าตัดการไหลส่วนความลึกของน้ำ (y) จะกลายเป็นเสดความดันดังแสดงในภาพที่ 8.13

8.3.3 สมการโมเมนตัม

จากที่กล่าวไว้ในบทที่ 6 สมการโมเมนตัมสำหรับการไหลในทางน้ำเปิด จะแตกต่างกับการไหลในท่อเนื่องจากการไหลในทางน้ำเปิดนั้น ความดันจะแปรผันตามความลึกของน้ำดังแสดงในภาพที่ 8.14



ภาพที่ 8.14 การวิเคราะห์แรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุมของการไหลในทางน้ำเปิด
 ที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 7-14)

จากภาพที่ 8.14 ถ้าวิเคราะห์ตามสมการที่ 6.7 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{sys} &= \sum (\rho_{out} \cdot Q_{out} \cdot \vec{V}_{out}) - \sum (\rho_{in} \cdot Q_{in} \cdot \vec{V}_{in}) \\ &= \gamma \cdot y_1 A_1 + \rho Q V_1 - \gamma \cdot y_2 A_2 - \rho Q V_2 \end{aligned}$$

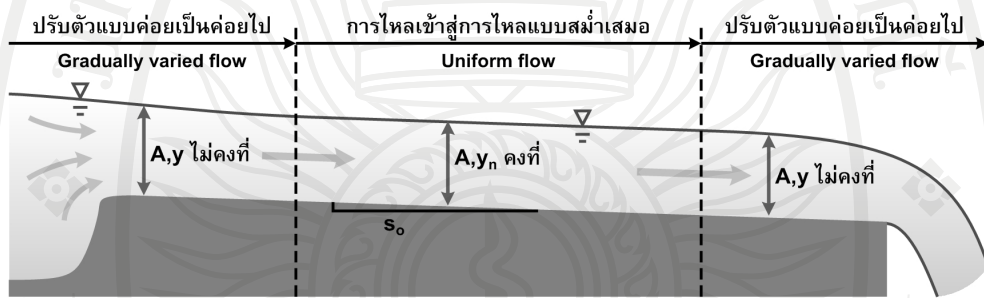
ลิขสิทธิ์ © วิทยาลัยวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

$$\frac{\sum F}{\gamma} = \left[y_1 A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} \right] - \left[y_2 A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \right] \tag{8.6}$$

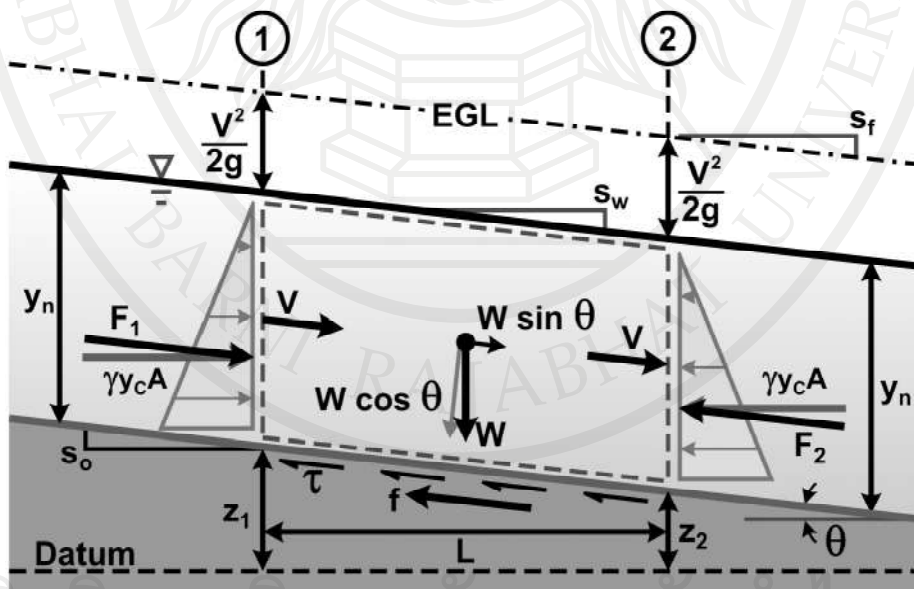
ซึ่งสมการที่ 8.6 นี้ก็คือสมการโมเมนต์ของการไหลในทางน้ำเปิด

8.4 การวิเคราะห์การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

การวิเคราะห์การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา เมื่อการไหลนั้นเกิดขึ้นในทางน้ำที่มีหน้าตัดสม่ำเสมอเป็นระยะทางยาวมากๆ ในช่วงเริ่มต้นของทางน้ำการไหลจะมีการปรับตัวเพื่อให้แรงกระทำต่างๆ ในระบบเข้าสู่สภาวะที่สมดุล ไม่มี ความเร่ง ซึ่งเมื่อเข้าสู่สภาวะที่สมดุลแล้วพื้นที่หน้าตัดตามขวางของการไหล จะมีรูปร่างที่ต่อเนื่องตามความยาวของทางน้ำไปจนกว่าทางน้ำนั้นเปลี่ยนแปลงรูปร่างไปจากเดิมดังภาพที่ 8.15 ด้วยเหตุนี้ความลาดชันของผิวน้ำ (s_w) ตลอดช่วงของการไหลแบบสม่ำเสมอ จะเท่ากับ ความลาดชันของท้องทางน้ำ (s_o) และเท่ากับ ความลาดชันของเส้นระดับพลังงาน (s_f) ดังภาพที่ 8.16



ภาพที่ 8.15 การเกิดการไหลแบบสม่ำเสมอ
ที่มา (ชัยบุตร ออกกะลา, 2553, หน้า 7-15)



ภาพที่ 8.16 การวิเคราะห์การไหลแบบไม่สม่ำเสมอ
ที่มา (ชัยบุตร ออกกะลา, 2553, หน้า 7-15)

จากภาพที่ 8.16 เมื่อพิจารณาสมดุลของแรงที่เกิดขึ้นกับของไหลในปริมาตรควบคุมในทิศทางที่ขนานกับการไหลจะเห็นได้ว่า เนื่องจากการไหลมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ จึงทำให้แรงดัน F_1 หักล้างกับแรงดัน F_2 ดังนั้นจะได้ว่า

$$f = W \sin \theta \quad (8.7)$$

ในกรณีที่ความลาดชันมีค่าน้อย ระยะในแนวเอียงจะใกล้เคียงกับระยะในแนวราบ (L) และ $\sin \theta \approx \tan \theta = s_0$

$$\begin{aligned} \tau(PL) &= (\gamma AL) \tan \theta \\ \tau &= \frac{(\gamma AL) s_0}{(PL)} \\ \tau &= \gamma R s_0 \end{aligned} \quad (8.8)$$

เมื่อ τ คือความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นบริเวณผนังทางน้ำ

ในปี ค.ศ. 1773 นักฟิสิกส์ชื่อแอนโทนี เชซซี (Antoni Chezy) ได้ทำการศึกษา พบว่าในสภาพการไหลแบบปั่นป่วนความเค้นเฉือนที่ผนังจะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเร็วเฉลี่ย (V) ยกกำลังสอง

$$\begin{aligned} \tau &\propto V^2 \\ \tau &= k V^2 \end{aligned} \quad (8.9)$$

แทนค่า τ จากสมการ 8.9 ลงในสมการ 8.8 จะได้

$$\begin{aligned} k V^2 &= \gamma R s_0 \\ V &= \sqrt{\frac{\gamma R s_0}{k}} \\ V &= C \sqrt{R s_0} \end{aligned} \quad (8.10)$$

จากสมการที่ 8.10 เรียกว่าสมการเชซซี (Chezy) โดยที่ $C = \sqrt{\frac{\gamma}{k}}$ คือค่าสัมประสิทธิ์ของเชซซี ซึ่งมีลักษณะเป็นสัมประสิทธิ์การไหลชนิดหนึ่ง โดยจะขึ้นอยู่กับ ลักษณะทางกายภาพของทางน้ำ และความหยาบของพื้นผิวทางน้ำ

ต่อมาในปี ค.ศ. 1890 นักฟิสิกส์ชื่อ โรเบิร์ต แมนนิง (Robert Manning) ได้ทำการพัฒนาสมการของเชซซี โดยนำผลที่ได้จากการทดลองในห้องปฏิบัติการ และข้อมูลในภาคสนามมาวิเคราะห์ พบว่าสัมประสิทธิ์ของเชซซี จะมีความสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิง (Manning) ดังสมการที่ 8.11 และ 8.12

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\text{สำหรับระบบ SI} \quad C = \frac{1}{n}(R)^{\frac{1}{6}} \quad (8.11)$$

$$\text{สำหรับระบบ BG} \quad C = \frac{1.49}{n}(R)^{\frac{1}{6}} \quad (8.12)$$

เมื่อ n คือสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง ซึ่งมีลักษณะเป็นค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานชนิดหนึ่ง โดยจะขึ้นอยู่กับลักษณะทางกายภาพของทางน้ำ และความหยาบของพื้นผิวทางน้ำ เช่นเดียวกับสัมประสิทธิ์ของเชซี ดังแสดงในตารางที่ 8.1

ดังนั้นหากพิจารณาจากสมการที่ 8.10 และเมื่อเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ของเชซี ไปเป็นค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง จะได้ว่า

$$\text{สำหรับระบบเอสไอ} \quad V = \frac{1}{n} \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (s)^{\frac{1}{2}} \quad (8.13)$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (s)^{\frac{1}{2}} \quad (8.14)$$

$$\text{สำหรับระบบอังกฤษ} \quad V = \frac{1.49}{n} \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (s)^{\frac{1}{2}} \quad (8.15)$$

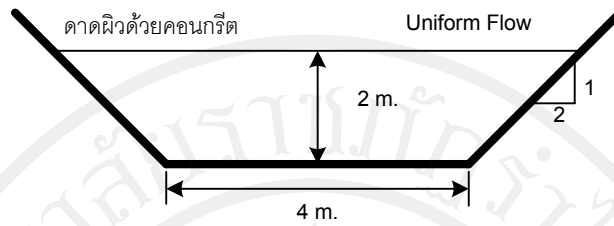
$$Q = \frac{1.49}{n} \cdot A \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (s)^{\frac{1}{2}} \quad (8.16)$$

สมการที่ 8.12 และ 8.14 นั้นเรียกว่าสมการแมนนิ่ง หรือสูตรแมนนิ่ง

ตารางที่ 8.1 ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง
ที่มา (การุณ เตชะฐิติพันธ์, 2548, หน้า 4-13)

Surface Material / Type of Channel	Manning's Roughness Coefficient (n)
Asbestos cement	0.011
Asphalt	0.016
Brass	0.011
Brickwork	0.015-0.016
Cast-iron, Wrought-iron	0.012-0.015
Clay tile	0.014
Concrete - finished	0.012
Concrete - unfinished	0.014
Concrete - steel forms	0.011
Concrete - wooden forms	0.015
Concrete - centrifugally spun	0.013
Copper	0.011
Corrugated metal	0.022
Earth	0.025
Earth channel - clean	0.022
Earth channel - gravelly	0.025
Earth channel - weedy	0.030
Earth channel - stony, cobbles	0.035
Floodplains - pasture, farmland	0.035
Floodplains - light brush	0.050
Floodplains - heavy brush	0.075
Floodplains - trees	0.150
Galvanized iron	0.016
Glass	0.010
Gravel	0.029
Lead	0.011
Masonry	0.025
Metal - corrugated	0.022
Natural streams - clean and straight	0.030
Natural streams - major rivers	0.035
Natural streams - sluggish with deep pools	0.040
Plastic	0.009

ตัวอย่างที่ 8.1 ทางน้ำลาดคอนกรีตรูปสี่เหลี่ยมคางหมูดังภาพน้ำมีความลึก 2 m. ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งเท่ากับ 0.015 และความลาดเทของพื้นทางน้ำเท่ากับ 0.001 จงหาอัตราการไหลและความเร็วของน้ำ



วิธีทำ พิจารณาพื้นที่หน้าตัดการไหลรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

$$\begin{aligned} A &= (b + zy)y \\ &= [4 + (2 \times 2)] \times 2 \\ &= 16 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= b + 2y\sqrt{1 + z^2} \\ &= 4 + (2)2\sqrt{1 + 2^2} \\ &= 12.94 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{A}{P} \\ &= \frac{16}{12.94} \\ &= 1.24 \text{ m} \end{aligned}$$

จากสมการแมนนิ่ง

$$V = \frac{1}{n} \cdot (R)^{2/3} \cdot (s)^{1/2}$$

$$s = 0.001$$

$$V = \frac{1}{n} \cdot (12.94)^{2/3} (0.001)^{1/2} \quad (8.17)$$

จากโจทย์กำหนดค่า ส.ป.ส. ความขรุขระของแมนนิ่งของพื้นผิวคอนกรีตมีค่าเท่ากับ 0.015 แทนค่าในสมการ (8.17)

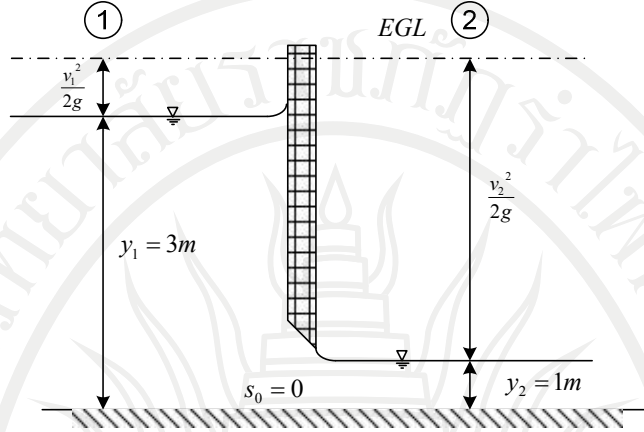
$$V = \frac{1}{0.015} \cdot (12.94)^{2/3} (0.001)^{1/2}$$

จากสมการ $Q = AV$

$$\therefore Q = \frac{1}{0.015} \cdot (12.94)^{2/3} (0.001)^{1/2} (16)$$

ลิสสิทธีร์มหาวิทยาลัยรอกชภัฏรำไพพรรณี = 38.88 cms Ans

ตัวอย่างที่ 8.2 จงคำนวณหาอัตราการไหลในทางน้ำเปิดสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular channel) ที่มีความกว้าง 5.00 เมตร ผ่านประตูระบายน้ำ (Sluice gate) ดังแสดงในภาพ ระดับท้องน้ำอยู่ในแนวราบ ($s_0 = 0$) มีความลึกการไหลด้านเหนือน้ำและท้ายน้ำวัดได้ 3.00 และ 1.00 เมตร ตามลำดับ ให้ถือว่าสูญเสียพลังงานของไหลตลอดประตูน้ำน้อยมากจนตัดทิ้งไปได้ $h_f \approx 0$



วิธีทำ จากสมการ

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

ที่จุด 1 : $Z_1 = +0.0$ เมตร : $P_1 = 0$ kPa : $y_1 = +3.0$ เมตร

ที่จุด 2 : $Z_2 = +0.0$ เมตร : $P_2 = 0$ kPa : $y_2 = +1.0$ เมตร

และ $h_L = 0$ เมตร

แทนค่าใน $0 + 3.0 + \frac{V_1^2}{2g} = 0 + 1.0 + \frac{V_2^2}{2g}$ (8.18)

จากสมการความต่อเนื่อง

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 \\ A_1 V_1 &= A_2 V_2 \\ 3 V_1 &= V_2 \end{aligned} \quad (8.19)$$

แทนค่า (8.19) ใน (8.18)

แทนค่าใน $3.0 + \frac{V_1^2}{2g} = 1.0 + \frac{(3V_1)^2}{2g}$

$$V_1 = \sqrt{2g}$$

ดังนั้น $V_1 = \sqrt{2 \times 9.81}$

$$= 4.429 \text{ เมตร/วินาที}$$

แทนค่า V_1 ใน (8.19) $V_2 = 3 \times 4.429$

$$= 13.287 \text{ เมตร/วินาที}$$

$$\begin{aligned}
 \text{จากสมการ } Q &= A \cdot V \\
 &= 1 \text{ เมตร} \times 5 \text{ เมตร} \times 6.645 \text{ เมตร/วินาที} \\
 &= 33.22 \text{ ลบ.ม./วินาที} \qquad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 8.3 จากภาพทางน้ำในตัวอย่างที่ 8.1 ถ้ากำหนดให้อัตราการไหลเท่ากับ 29 cms จงหาค่าความลึกปกติ (y_n)

วิธีทำ พิจารณาพื้นที่หน้าตัดการไหลรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

$$\begin{aligned}
 A &= (b + zy)y_n \\
 P &= b + 2y\sqrt{1+z^2} \\
 R &= \frac{A}{p} \\
 R &= \frac{(b + zy)y_n}{b + 2y\sqrt{1+z^2}}
 \end{aligned}$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่าในสมการของแมนนิ่ง จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{1}{n} \cdot A \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (s_0)^{\frac{1}{2}} \\
 &= \frac{1}{n} \cdot (b + zy)y_n \cdot \left(\frac{(b + zy)y_n}{b + 2y\sqrt{1+z^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (s_0)^{\frac{1}{2}} \\
 29 &= \frac{1}{0.015} \cdot (4 + 2y)y_n \cdot \left(\frac{(4 + 2y)y_n}{4 + 2y\sqrt{1+2^2}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot (0.001)^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

แก้สมการหาค่า y_n (ด้วยวิธี ลองผิดลองถูก trial & error)

$$y_n = 1.73 \text{ m} \qquad \text{Ans}$$

8.5 พลังงานจำเพาะกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

พลังงานจำเพาะกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาดังภาพที่ 8.17 พิจารณาสมการพลังงานของการไหลในทางน้ำเปิด (สมการที่ 8.5) เสดที่บ่งบอกถึงสภาวะของการไหลนั้นจะประกอบด้วยเสดความเร็ว และเสดความดัน ซึ่งผลรวมของทั้งสองส่วนนี้เรียกว่า "พลังงานจำเพาะ"

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (8.20)$$

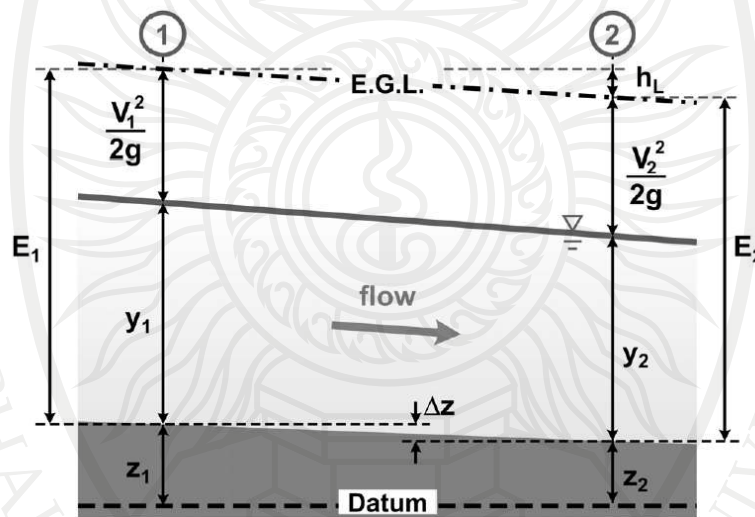
$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (8.21)$$

ดังนั้นสมการที่ 8.5 สามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$z_1 + E_1 = z_2 + E_2 + h_L \quad (8.22)$$

ซึ่งหากนำไปประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงสภาพการไหลในช่วงสั้นๆ จะได้ว่า

$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2) - h_L \quad (8.23)$$



ภาพที่ 8.17 พลังงานงานจำเพาะของการไหลในทางน้ำเปิด

ที่มา (ธัญธร ออวะลา, 2553, หน้า 7-19)

จากข้างต้นพลังงานจำเพาะ (E) ประกอบขึ้นจากตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการไหล และของไหล โดยเฉพาะ ดังนั้นหากนำมาวิเคราะห์กับการไหลในทางน้ำรูสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง จะได้ว่า

$$\text{เมื่อกำหนดให้} \quad E = \frac{Q}{B} \quad (\text{อัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{VA}{B} \\ &= V \cdot y \end{aligned}$$

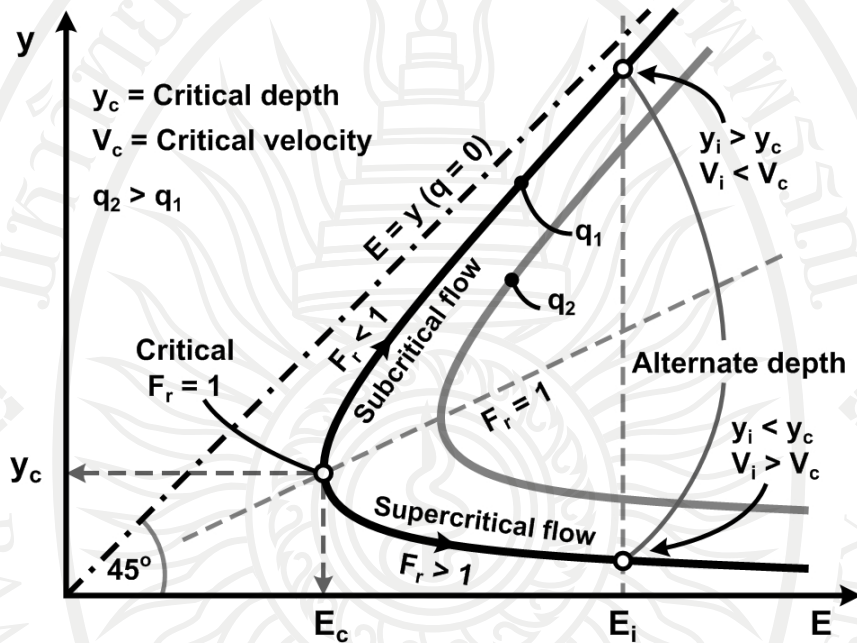
$$V = \frac{q}{y} \tag{8.24}$$

จากสมการที่ 8.16

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$E = y + \frac{q^2}{2g \cdot y^2} \tag{8.25}$$

จาก q คงที่ ดังนั้นหากพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง E กับ y พบว่ากราฟความสัมพันธ์จะเป็นรูปไฮเพอร์โบลา ดังภาพที่ 8.18



ภาพที่ 8.18 ความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับความลึกของการไหลในทางน้ำเปิดที่มา (การรณ เตชะฐิตินันท์, 2548, หน้า 4-22)

จากความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับความลึกของการไหล จะเห็นได้ว่าที่ระดับพลังงานจำเพาะหนึ่งๆ ค่าความลึกของการไหลสามารถเป็นได้สองค่าดังภาพที่ 8.18 แต่จะมีเพียงจุดเดียวเท่านั้นที่ค่าพลังงานจำเพาะสัมพันธ์กับค่าความลึกเพียงหนึ่งค่าเราเรียกจุดนี้ว่าการไหลวิกฤต ซึ่งเราจะเรียกค่าความลึก และพลังงานจำเพาะที่จุดนี้ว่าความลึกวิกฤต (Critical depth : y_c) และพลังงานจำเพาะที่จุดวิกฤต (Critical specific energy : E_c) ตามลำดับ

ในกรณีที่มีการไหลมีค่าความลึกมากกว่าความลึกวิกฤต ($y > y_c$) ซึ่งความเร็วของการไหลจะต่ำกว่าความเร็วที่จุดวิกฤต ($V < V_c$) เราจะเรียกการไหลลักษณะนี้ว่า การไหลต่ำกว่าวิกฤต

ในทางตรงกันข้ามการไหลมีค่าความลึกน้อยกว่าความลึกวิกฤต ($y < y_c$) ซึ่งความเร็วของการไหลจะมากกว่าความเร็วที่จุดวิกฤต ($V > V_c$) เราจะเรียกการไหลลักษณะนี้ว่า การไหลเหนือวิกฤต

จากสมการที่ 8.21 หากเราพิจารณาอนุพันธ์ของพลังงานจำเพาะเทียบกับความลึก จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dy} &= \frac{dy}{dy} + \frac{q^2}{2g} \cdot \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{y^2} \right) \\ \frac{dE}{dy} &= 1 - \frac{q^2}{g} \cdot \left(\frac{1}{y^3} \right) \\ \frac{dE}{dy} &= 1 - \frac{q^2}{gy^3}\end{aligned}\quad (8.26)$$

จากสมการ 8.26 ที่จุดวิกฤตค่าอนุพันธ์ของพลังงานจำเพาะเทียบกับความลึกจะมีค่าเท่ากับ 0 ฉะนั้นเมื่อแทนค่า $y = y_c$ จะทำให้ $\frac{dE}{dy} = 0$ จึงได้ว่า

$$\begin{aligned}0 &= 1 - \frac{q^2}{g(y_c^3)} \\ y_c &= \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}\end{aligned}\quad (8.27)$$

จากสมการที่ 8.2 ความลึกชลศาสตร์ของการไหลในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จะมีค่าเท่ากับกับค่าความลึกของการไหล ($D = y$) เมื่อแทนค่าในสมการที่ 8.27 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}D_c &= \sqrt[3]{\frac{(V \cdot D_c)^2}{g}} \\ 1 &= \frac{(V \cdot D_c)^2}{g \cdot D_c^3} \\ &= \frac{V^2}{g \cdot D_c} \\ 1 &= \frac{v}{\sqrt{g \cdot D_c}} \\ &= \frac{v}{\sqrt{g \cdot y_c}} \\ &= F_r\end{aligned}\quad (8.28)$$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าที่สภาวะการไหลแบบวิกฤติ ค่าฟรูดนัมเบอร์จะมีค่าเท่ากับ 1 จากสมการที่ 8.28 จะเห็นได้ว่า $V_c = \sqrt{g \cdot y_c}$ เมื่อนำไปแทนค่าในสมการที่ 8.16 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}E_c &= y_c + \frac{V_c^2}{2g} \\ &= y_c + \frac{(\sqrt{g y_c})^2}{2g}\end{aligned}$$

$$E_c = \frac{3}{2}y_c \quad (8.29)$$

หากพิจารณาที่สภาวะการไหลต่ำกว่าวิกฤต $y > y_c$; $V < V_c$ จะส่งผลให้ $F_r < 1$ หรือสรุปได้ว่า ที่สภาวะการไหลต่ำกว่าวิกฤต ฟรูดนัมเบอร์จะมีค่าน้อยกว่า 1

หากพิจารณาที่สภาวะการไหลเหนือวิกฤต ซึ่ง $y < y_c$; $V > V_c$ จะส่งผลให้ $F_r > 1$ หรือสรุปได้ว่า ที่สภาวะการไหลเหนือวิกฤต ฟรูดนัมเบอร์จะมีค่ามากกว่า 1

ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

เราสามารถนำหลักการของพลังงานจำเพาะมาใช้วิเคราะห์ปัญหาได้โดย คำนวณค่าตัวแปรต่างๆ จากสมการ และตรวจสอบสภาวะการไหลที่ตำแหน่งต่างๆ ด้วยการวิเคราะห์จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะกับความลึก

8.6 โมเมนตัมฟังก์ชันกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

จากสมการที่ 8.6

$$\frac{\sum F}{\gamma} = \left[y_1 A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} \right] - \left[y_2 A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \right]$$

กำหนดให้โมเมนตัมฟังก์ชัน $(M) = \left[yA + \frac{Q^2}{gA} \right] \quad (8.30)$

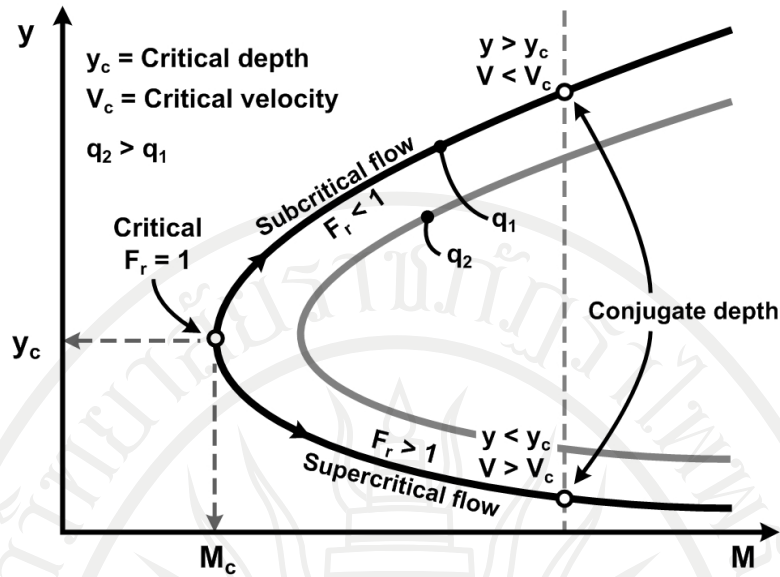
ดังนั้นสมการที่ 8.6 จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\sum F}{\gamma} = M_1 - M_2 \quad (8.31)$$

หากพิจารณาการไหลในทางน้ำรูปลี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง โมเมนตัมฟังก์ชันจะอยู่ในรูป

$$M = \left[\frac{b}{2}y^2 + \frac{bq^2}{g} \cdot \frac{1}{y} \right] \quad (8.32)$$

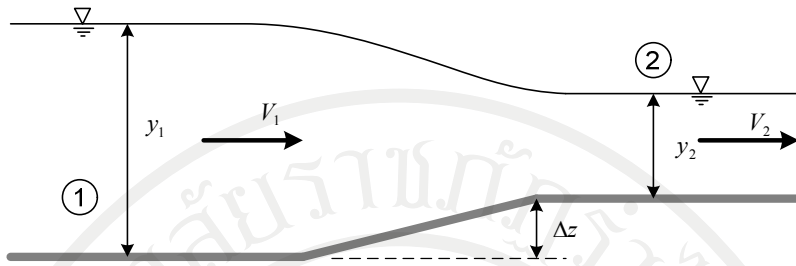
จากสมการที่ 8.32 จะเห็นได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมฟังก์ชันกับความลึกของการไหลจะมีลักษณะคล้ายกับรูปทรงพาราโบลา ดังภาพที่ 8.19



ภาพที่ 8.19 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ฟังก์ชัน กับความลึกของการไหลในทางน้ำเปิดที่มา (การุณ เตชะฐิตินันท์, 2548, หน้า 4-24)

เช่นเดียวกับความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับความลึกของการไหล จะเห็นได้ว่า ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ฟังก์ชัน กับความลึกของการไหล จะมีลักษณะคล้ายกับรูปทรงพาราโบลา โดยที่ระดับโมเมนต์ฟังก์ชันหนึ่งๆ ความลึกของการไหลสามารถเป็นไปได้สองค่า (Conjugate depth) ดังภาพที่ 8.19 แต่จะมีเพียงจุดเดียวเท่านั้นที่ค่าพลังงานจำเพาะสัมพันธ์กับค่าความลึกเพียงหนึ่งค่า ซึ่งก็คือที่ การไหลวิกฤต

ตัวอย่างที่ 8.4 ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 m ความลึก y_1 เท่ากับ 1.55 m และความเร็ว V_1 เท่ากับ 1.83 m/s หากทางด้านท้ายน้ำมีการยกพื้นขึ้นลักษณะดังภาพ



1. ถ้า $\Delta z = 0.2$ m จงหาความลึก และความเร็วด้านท้ายน้ำ
2. จงหาว่าสามารถยกพื้นสูงสุดได้เท่าไร โดยไม่ทำให้ขอบเขตความลึกด้านเหนือน้ำเกิดการเปลี่ยนแปลง (กำหนดให้การสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก)

วิธีทำ ตรวจสอบสภาวะการไหลที่หน้าตัดที่ 1 โดยการหาฟรูดนัมเบอร์ ซึ่งโจทย์ข้อนี้เป็นการไหลในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากดังนั้น

หาค่าความลึกวิกฤตของการไหลจาก $F_{r_c} = \frac{V_c}{\sqrt{gy_c}} = 1$ (8.33)

จาก $V = \frac{q}{y}$ ดังนั้น $V_c = \frac{q}{y_c}$ แทนใน (8.33)

$$\frac{q}{y_c} = \sqrt{gy_c}$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (8.34)$$

แทนค่า $q = V_1 y_1 = V_i y_i$ แทนใน (8.34)

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(1.55 \times 1.83)^2}{g}} = 0.94 \text{ เมตร}$$

พิจารณาจากสมการสมพลังงาน (ไม่มีการสูญเสียพลังงาน) จะได้ว่า

$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2) - h_L \quad (8.35)$$

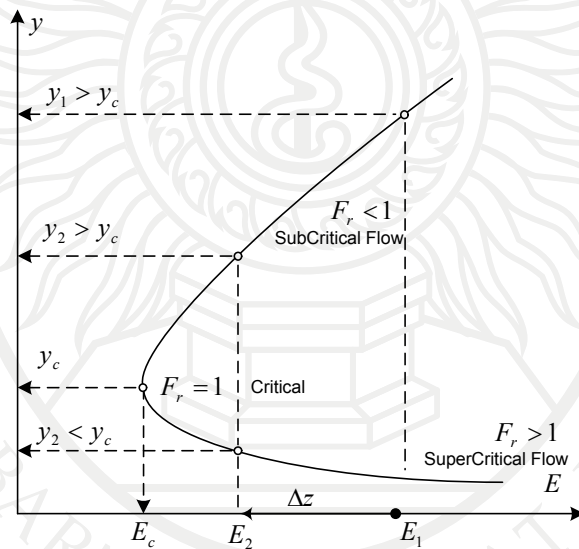
เนื่องจาก $E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$
 $= 1.55 + \frac{(1.83)^2}{2g}$
 $= 1.72$ เมตร

และ $z_2 - z_1 = 0.20$ เมตร

แทนค่าใน (8.35) จะได้ $E_2 = 1.72 - 0.2$
 $= 1.52$ เมตร

จาก $E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2}$
 $= y_2 + \frac{(V_1 y_1)^2}{2gy_2^2}$

เมื่อแทนค่า E_2 ลงไปจะได้ $1.52 = y_2 + \frac{(1.83 \times 1.55)^2}{2gy_2^2}$
 $y_2 = 1.76$ เมตร และ 0.71 เมตร



ในการหาคำตอบต้องวิเคราะห์จากพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงสภาวะการไหล โดยสามารถวิเคราะห์ได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับความลึกของการไหล ซึ่งจะเห็นได้ว่าที่ด้านเหนือน้ำสภาวะการไหลเป็นแบบต่ำกว่าวิกฤต ($y > y_c$) การที่ความลึกด้านท้ายน้ำจะลดลงจนกระทั่งต่ำกว่าความลึกวิกฤต ($y < y_c$) ได้นั้นการไหลจะต้องผ่านสภาวะวิกฤตเสียก่อน ซึ่งจากโจทย์เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงระดับท้องทางน้ำไม่สามารถทำให้การไหลเข้าสู่สภาวะวิกฤตได้ ดังนั้นการไหลด้านท้ายน้ำจึงเป็นการไหลแบบต่ำกว่าวิกฤต ($y > y_c$)
 \therefore ความลึกของการไหลด้านท้ายน้ำ $y_2 = 1.76$ เมตร Ans

จากสมการ $Q = A \cdot V$ และ $Q_{in} = Q_{out}$

$$y_1 \cdot V_1 = y_2 \cdot V_2$$

$$V_2 = \frac{V_1 y_1}{y_2}$$

$$= \frac{1.83 \times 1.55}{1.76}$$

$$= 2.25 \text{ เมตร/วินาที}$$

Ans

พิจารณาจากสมการ

$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2)$$

$$\Delta z_{\max} = (E_1 - E_c) \quad (8.36)$$

จากสมการ

$$E_c = \frac{3}{2} y_c$$

$$= 1.5(0.94) \quad (8.37)$$

แทน (8.37) ใน (8.36)

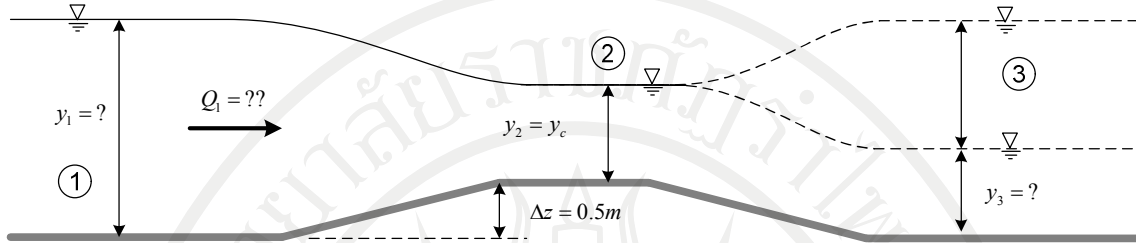
$$\Delta z_{\max} = (1.72) - 1.5(0.94)$$

$$= 0.31 \text{ เมตร}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 8.5 ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 m หากช่วงกลางทางน้ำมีการยกพื้นขึ้น จนทำให้เกิดการไหลแบบวิกฤต ($y_2 = y_c$) ลักษณะดังภาพ ความสูงของพื้นที่ถูกยกขึ้นเท่ากับ 0.50 m ถ้าไม่พิจารณาการสูญเสียพลังงาน จงหาค่าความลึกของน้ำด้านเหนือน้ำ และท้ายน้ำ เมื่อช่วงกลางของทางน้ำมีความลึก 0.9 m ($y_2 = 0.9$)



วิธีทำ เนื่องจากช่วงกลางของทางน้ำ การไหลเป็นแบบวิกฤต

$$\begin{aligned} \therefore y_2 &= y_c \\ &= \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \\ 0.9 &= \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \\ q &= 2.674 \text{ ลบ.ม./วินาที/เมตร} \\ \text{จากสมการ } V_2 &= \frac{q}{y_2} \\ &= \frac{2.674 \text{ ลบ.ม./วินาที/เมตร}}{0.9 \text{ เมตร}} \\ &= 2.971 \text{ เมตร/วินาที} \end{aligned}$$

พิจารณาจากสมการระหว่างจุดที่ 1 กับ 2 จะได้ว่า

$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2) \tag{8.38}$$

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก } E_2 &= y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \\ &= (0.9) + \frac{(2.971)^2}{2g} \\ &= 1.350 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

$$\text{และ } z_2 - z_1 = 0.50 \text{ เมตร}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่าใน (8.38) จะได้ } E_1 &= 1.350 + 0.50 \\ &= 1.850 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

จาก $E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2}$

แทนค่า E_1 ใน (8.38)

$$1.850 = y_1 + \frac{(2.971)^2}{2gy_1^2}$$

วิเคราะห์สมการจะได้ $y_1 = 0.525$ เมตร และ 1.728 เมตร

แทนค่าใน (8.38) จะได้ $E_2 = 1.72 - 0.2$

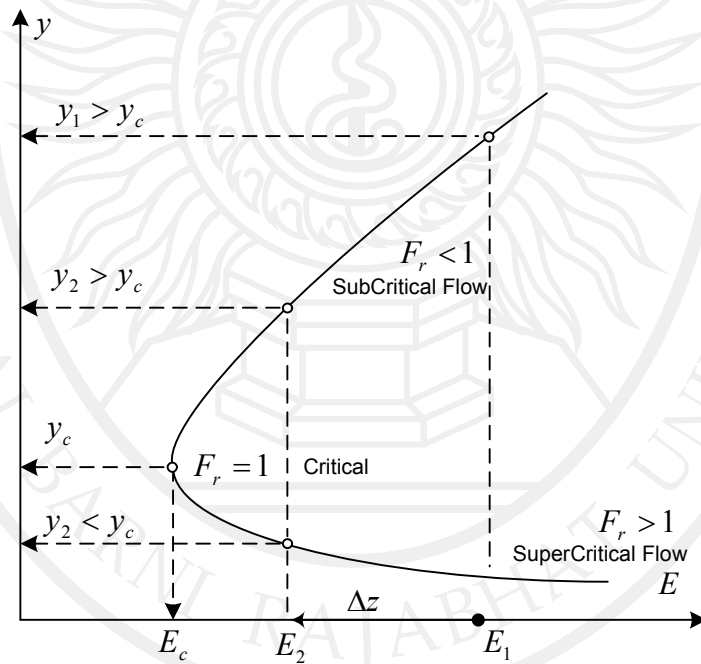
$$= 1.52 \text{ เมตร}$$

จาก $E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2}$

$$= y_2 + \frac{(V_1 y_1)^2}{2gy_2^2}$$

เมื่อแทนค่า E_2 จะได้ $1.52 = y_2 + \frac{(1.83 \times 1.55)^2}{2gy_2^2}$

$$= 1.76 \text{ เมตร และ } 0.71 \text{ เมตร}$$



หากพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับ ความลึกของการไหล และ จากโจทย์ ความลึกด้านเหนือน้ำมากกว่าความลึกวิกฤต

ดังนั้นความลึกด้านเหนือน้ำ y_1 ควรมีค่าเท่ากับ 1.728 m

Ans

พิจารณาจากสมการระหว่างจุดที่ 2 กับ 3 จะได้ว่า

$$z_3 - z_2 = (E_2 - E_3) \quad (8.39)$$

เนื่องจาก

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$= (0.9) + \frac{(2.971)^2}{2g}$$

$$= 1.350 \text{ เมตร}$$

และ

$$z_3 - z_2 = -0.50 \text{ เมตร}$$

แทนค่าใน (8.39) จะได้

$$E_3 = 1.350 + 0.50$$

$$= 1.850 \text{ เมตร}$$

จาก

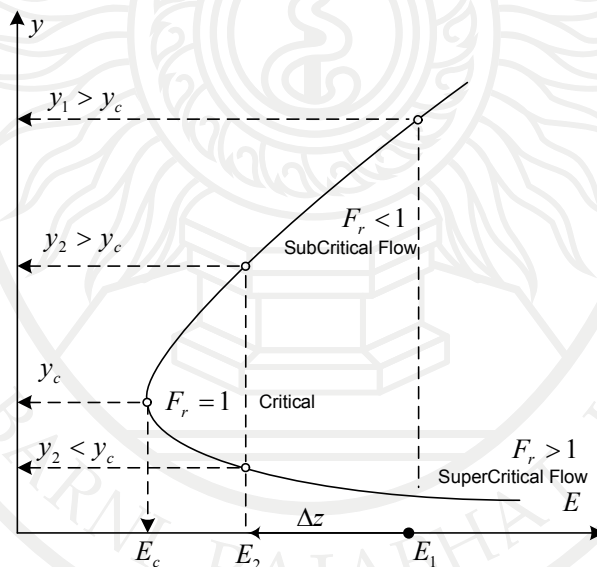
$$E_3 = y_3 + \frac{q^2}{2gy_3^2}$$

เมื่อแทนค่า E_3 ลงไปจะได้

$$1.850 = y_3 + \frac{(2.674)^2}{2gy_3^2}$$

แก้สมการจะได้

$$y_3 = 0.525 \text{ เมตร และ } 1.728 \text{ เมตร}$$



หากพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับ ความลึกของการไหล และ จากโจทย์ สภาพด้านท้ายน้ำไม่สามารถบอกได้ว่าการไหลจะอยู่ในสภาวะใด เช่นถ้าด้านท้ายน้ำเกิดการหนุ่นของน้ำ จนความลึกมากกว่าความลึกวิกฤต เป็นต้น จะส่งผลให้สภาวะการไหลด้านท้ายน้ำเป็นแบบ Subcritical flow ความลึก y_3 จะมีค่าเท่ากับ 1.728 m แต่ถ้าด้านท้ายน้ำเกิดการไหลตกอย่างอิสระ หรือความลาดชันด้านท้ายน้ำสูง จะส่งผลให้สภาวะการไหลด้านท้ายน้ำเป็นการไหลเหนือวิกฤตความลึก y_3 จะมีค่าเท่ากับ 0.525 m ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบที่แน่นอน Ans

8.7 สรุป

การไหลในทางน้ำเปิดเป็นการไหลภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลกสามารถจำแนกประเภทได้ดังนี้

1. การจำแนกประเภทการไหลจากรูปแบบการไหลจากหลักการ 2 ประเภท คือ เปลี่ยนแปลงกับเวลาและการเปลี่ยนแปลงรูปตัดขวางของไหลในช่วงใดๆ

2. การจำแนกประเภทการไหลตามสภาวะการไหลจากอิทธิพลต่อการไหล 2 กรณีคือ

กรณีที่ 1 พิจารณาจากค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์จากสมการ 8.1 เมื่อค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์น้อยกว่า 500 จะเป็นการไหลแบบราบเรียบ ถ้าค่าอยู่ระหว่าง 500-2,000 เป็นการไหลแบบแปรเปลี่ยน และถ้ามากกว่า 2,000 เป็นการไหลแบบปั่นป่วน

กรณีที่ 2 พิจารณาจากค่าฟรูดนัมเบอร์จากสมการ 8.2 เมื่อค่าฟรูดนัมเบอร์เท่ากับ 1 เป็นการไหลแบบวิกฤต ถ้าค่าฟรูดนัมเบอร์มากกว่า 1 เป็นการไหลแบบเหนือวิกฤต และถ้าค่าฟรูดนัมเบอร์น้อยกว่า 1 เป็นการไหลแบบต่ำกว่าวิกฤต

ซึ่งในการวิเคราะห์ปัญหาในทางน้ำเปิดมีสมการพื้นฐานดังนี้

1. สมการความต่อเนื่อง สมการ 8.4

2. สมการพลังงาน สมการ 8.5

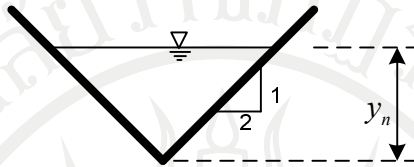
3. สมการโมเมนตัม สมการ 8.6

โดยที่ในสมการพลังงานมีการศึกษาการสูญเสียในทางน้ำเปิดพิจารณาจากสมการ 8.13 - 8.16

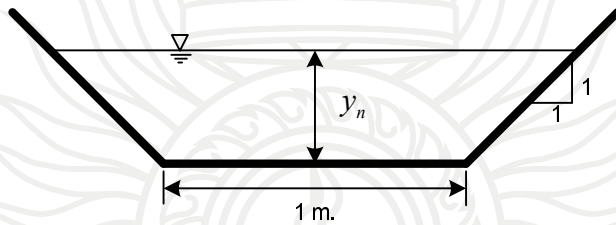
แบบฝึกหัดบทที่ 8

จงตอบคำถามต่อไปนี้

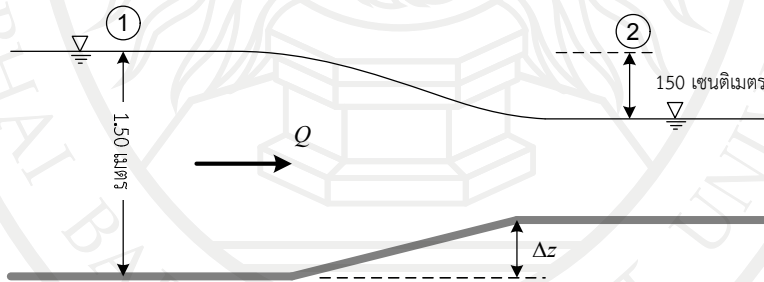
1. น้ำต้องการออกแบบคลองส่งน้ำลักษณะดังภาพ หากอัตราการไหลที่ใช้ในการออกแบบเท่ากับ 200 cms และความลาดเทของพื้นคลองเท่ากับ 0.0005 สัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งเท่ากับ 0.0125 จงคำนวณค่าความลึกของน้ำเมื่อพิจารณาสภาพการไหลเป็นแบบ Steady uniform flow



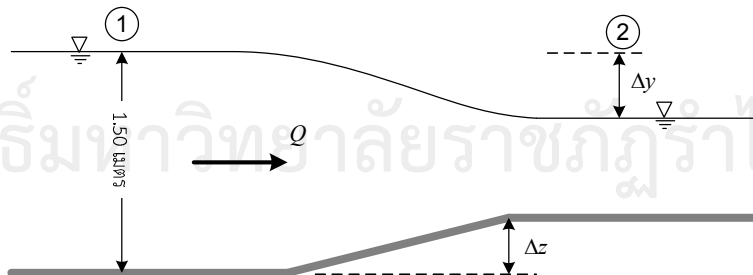
2. คลองส่งน้ำหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ความกว้างของท้องคลองเท่ากับ 1 m ความลาดชันด้านข้าง (Side slope) เท่ากับ 1 : 1 ผิวคลองมีค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งเท่ากับ 0.01 และความลาดชันของท้องคลอง (Bed slope) เท่ากับ 0.0001 ถ้าการไหลเป็นแบบ Steady uniform flow โดยมีความลึกของน้ำเท่ากับ 2 m จงหาอัตราการไหลของน้ำในคลอง



3. รางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 4 m กระแสน้ำมีความเร็ว 1 m/s ลึก 1.5 m ถ้าต้องการลดระดับน้ำที่หน้าตัด B ให้ต่ำกว่าที่หน้าตัด A 15 cm จะต้องยกกระดပ်พื้นรางขึ้นเท่าไร และสามารถยกกระดပ် z ได้มากที่สุดเท่าใดโดยจะต้องไม่ทำให้ระดับน้ำที่จุด A เปลี่ยนแปลง



4. รางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 m ที่จุด A กระแสน้ำมีความเร็ว 1 m/s ลึก 2.4 m ถ้าต้องการยกกระดပ်ที่จุด B ขึ้น 20 เซนติเมตร (Z = 20 cm) ระดับน้ำที่จุด B จะลดลงจากเดิมเท่าไร (Y = ?) และสามารถยกกระดပ် z ได้มากที่สุดเท่าใดที่ไม่ทำให้ระดับน้ำที่จุด A เกิดการเปลี่ยนแปลง



5. จงสร้างกราฟพลังงานจำเพาะ (Specific energy) และกราฟแรงจำเพาะ (Specific force) ของ อัตราการไหล 1 ลบ.ม./วินาที ผ่านท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 เมตร
6. คลองสี่เหลี่ยมผืนผ้า ท้องคลองกว้าง 3 เมตร ความลึกปกติ (Normal depth) 1.70 เมตร สัมประสิทธิ์ความขรุขระแมนนิ่ง $n = 0.022$ อัตราการไหล 15 ลบ.ม./วินาที
- ความลาดท้องน้ำ (Bed slope)
 - ความลึกวิกฤต (Critical depth)
 - Froude number
7. คลองสี่เหลี่ยมคางหมู ความกว้างท้องคลอง 10 เมตร ความลาดข้างคลอง $z = 2.0$, $n = 0.017$ จงหาความลึกวิกฤต (Critical depth) และความลาดท้องน้ำวิกฤต (Critical slope) เมื่ออัตราการไหล 100 ลบ.ม./วินาที
8. คลองสี่เหลี่ยมผืนผ้า ความกว้างท้องน้ำ 12.5 เมตร ความลึกน้ำ 2.0 เมตร อัตราการไหล 32 ลบ.ม./วินาที
- จงตรวจสอบว่าเป็นการไหลได้วิกฤตหรือเหนือวิกฤตหรือ
 - ถ้า $n = 0.025$ จงหาความลาดวิกฤต (Critical slope) เมื่ออัตราการไหลเดียวกันนี้
 - จงหาความลาดท้องน้ำ (Bed slope) ซึ่งทำให้เกิดการไหลสม่ำเสมอที่ความลึก 2 เมตร
9. คลองสี่เหลี่ยมคางหมู ความกว้างท้องคลอง 3.6 เมตร ความลาดข้างคลอง $z = 2.0$, $n = 0.015$ อัตราการไหล 44 ลบ.ม./วินาที ถ้าความลาดชันท้องน้ำ $s_0 = 0.0001$ จงหาเส้นผิวน้ำ (Water surface profile) ด้านเหนือน้ำของฝายที่มีความสูง 5 เมตร

เอกสารอ้างอิง

- การุณ เตชะฐิตินันท์. (2548). เอกสารประกอบการสอนวิชาชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 1).
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- กীরติ ลีวัจนกุล. (2548). ชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 25). กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด.
- ธัญดร ออกวะลา. (2553). เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 9

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 9 การวัดการไหลของของไหล

- 9.1 ปัจจัยในการเลือกเครื่องมือวัดการไหล
- 9.2 การวัดอัตราการไหล
- 9.3 การวัดความเร็วของน้ำ
- 9.4 การวัดความดัน
- 9.5 การวัดความหนืด
- 9.6 ประยุกต์เครื่องการวัดในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่
- 9.7 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 9 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายปัจจัยในการเลือกเครื่องมือวัดการไหล
2. อธิบายการวัดอัตราการไหล
3. อธิบายการวัดความเร็วของน้ำ
4. อธิบายการวัดความดัน และการวัดความหนืด
5. การวิเคราะห์การวัดอัตราการไหลและการวัดความเร็วของน้ำ
6. การวิเคราะห์การวัดความหนืด

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ชักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะที่เรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค

บทที่ 9

การวัดการไหลของของไหล

การวัดการไหลของของไหล (Fluid flow measurement) เป็นการวัดสภาพพลศาสตร์ต่างๆ ของของไหล เช่น ความดัน ความเร็ว อัตราการไหล ความหนาแน่น ความหนืด อัตราการไหลเป็น พารามิเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กับความเร็วการไหล ซึ่งสามารถใช้เครื่องมือวัดออกมาได้เลยโดยไม่ต้อง คำนวณในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการพื้นฐานในการวัดการไหลของของไหลด้วยเครื่องมือวัดแบบต่างๆ และทฤษฎีของการวัดสมบัติของของไหลและสภาพการไหล

9.1 ปัจจัยในการเลือกเครื่องมือวัดการไหล

เครื่องมือมีหลายชนิดที่นำมาใช้ในการวัดการไหลของของไหล บางชนิดก็ใช้วัดอัตราการไหลได้ โดยตรง บางชนิดก็ใช้วัดความเร็วเฉลี่ยจากนั้นจึงนำมาเข้าสมการหาค่าอัตราการไหลต่อไป และบางชนิด ก็สามารถนำค่าที่ได้จากการวัดไปใช้ได้เลย แต่บางชนิดต้องมีการนำค่าที่ได้จากการวัดไปสอบเทียบ (Calibration) เพื่อให้ได้ตำแหน่งก่อนนำไปใช้ หลักการพื้นฐานในการเลือกใช้เครื่องมือวัดการไหลและ สิ่งชี้แจงระบบขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายๆ อย่าง ในบทนี้จะอธิบายให้ทราบเพียงบางส่วน

1. ช่วงในการวัดของเครื่องมือ (Range) เครื่องมือวัดการไหลที่มีอยู่ทั่วไปสามารถวัดการไหล ตั้งแต่ปริมาณเป็น มิลลิลิตร/วินาที (mL/s) สำหรับการไหลในท้องปฏิบัติการจนถึงหลายลูกบาศก์เมตร/ วินาที (m^3/s) สำหรับการวัดการไหลของระบบชลประทาน ดังนั้นในการติดตั้งในการที่จะติดตั้งเครื่องมือ เพื่อวัดอัตราการไหล จึงต้องทราบช่วงการวัดของเครื่องมือแต่ละตัว

2. ความละเอียดที่ต้องการ (Accuracy required) การเลือกใช้เครื่องมือตัวใดต้องทราบความต้องการค่าความละเอียดในการวัดด้วยว่าต้องการได้ความละเอียดมากน้อยเท่าใด มีความผิดพลาดได้กี่เปอร์เซ็นต์ บางตัวอาจมีความผิดพลาดได้ 5 % บางตัวอาจผิดพลาดได้ไม่เกิน 2 % เนื่องจากค่าความละเอียดก็จะเป็นตัวกำหนดราคาของเครื่องมือด้วยเช่นกัน

3. การสูญเสียความดัน (Pressure loss) เพราะในการสร้างเครื่องมือแต่ละตัวมีรายละเอียดแตกต่างกันไปบ้าง การสูญเสียความดันจากการไหลผ่านเครื่องมือวัดนี้จะแตกต่างกันด้วย เช่น อาจจะมีตัวกีดขวางทางไหลไม่เหมือนกันก็ทำให้การสูญเสียความดันไม่เท่ากันได้

4. รูปแบบการแสดงผล (Type of indication) ปัจจัยอีกอย่างในการพิจารณา คือรูปแบบ การแสดงผลหรือชนิดของการแสดงผล ว่าต้องการแบบแสดงผลออกมาหรือมีการบันทึกอัตโนมัติ

5. ชนิดของของไหลที่ต้องการวัด (Type of fluid) ต้องทราบว่าของไหลที่ต้องการจะวัดเป็น ของเหลวหรือแก๊ส การทำงานของเครื่องมือวัดการไหลจะดีหรือไม่จะขึ้นอยู่กับสภาพและสมบัติของ ของไหลที่จะวัด เช่น อาจจะต้องทราบค่าความหนืด อุณหภูมิ การนำไฟฟ้า สมบัติในการหล่อลื่น เป็นต้น

6. การปรับแต่งให้ได้มาตรฐาน (Calibration) เครื่องมือวัดบางชนิดจำเป็นต้องทราบการ ปรับแต่งให้ได้มาตรฐาน

9.2 การวัดอัตราการไหล

การวัดอัตราการไหลของน้ำ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่

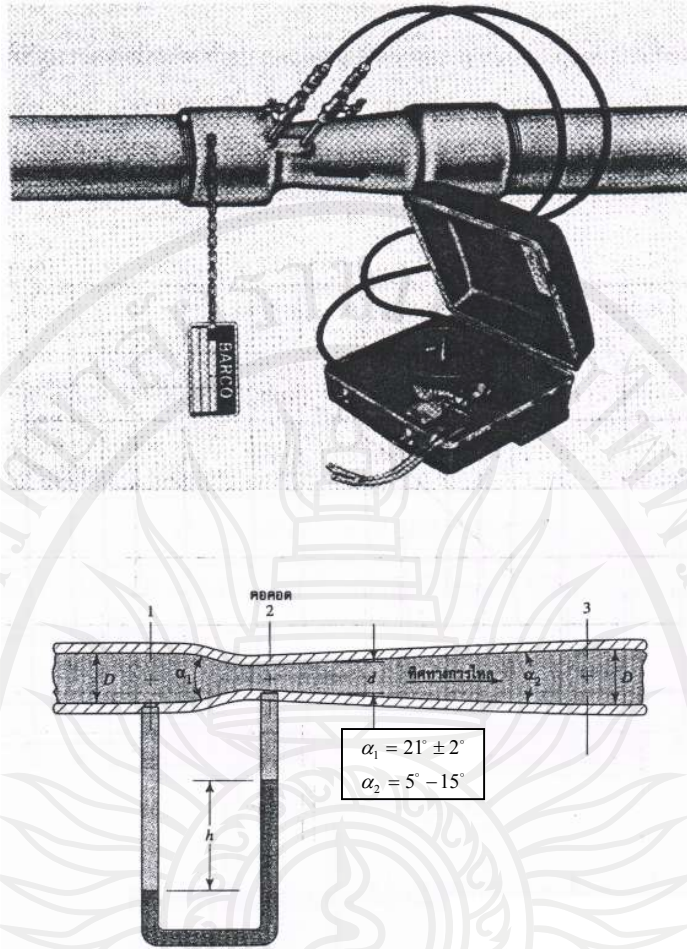
1. การวัดอัตราการไหลในท่อ
2. การวัดอัตราการไหลในทางน้ำเปิด

9.2.1 การวัดอัตราการไหลในท่อ

วิธีการวัดอัตราการไหลสามารถจำแนกออกเป็นการวัดโดยตรงและการวัดโดยอ้อม การวัดโดยตรง เป็นการวัดจากปริมาณการไหลจริง (ปริมาตรหรือมวล) ในช่วงเวลาที่กำหนดให้หรือบางทีเรียกว่า เครื่องมือวัดทางกลส่วนการวัดโดยอ้อมเป็นการวัดเปลี่ยนแปลงความดันซึ่งมีความสัมพันธ์โดยตรงกับอัตราการไหลหรือเรียกว่า เครื่องมือวัดเฮดสูญเสีย

1 การวัดอัตราการไหลผ่านช่องเวนจูรี

มาตรวัดอัตราการไหลโดยท่อเวนจูรี เป็นการประยุกต์ใช้วัดอัตราการไหลโดยอาศัยทฤษฎีของการวัดความดัน คือการวัดการเปลี่ยนแปลงของความดัน หลักการทำงานเบื้องต้นของเครื่องมือวัดความดันหรือเฮดของของไหล มีหลักการว่าเมื่อของไหลเมื่อของไหลนั้นไหลผ่านสิ่งกีดขวางทางไหลแล้วความดันของมันจะลดลง การลดลงจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับอัตราการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง ดังนั้นค่าความดันแตกต่างกันระหว่างตำแหน่งก่อนผ่านและตำแหน่งหลังผ่านสิ่งกีดขวางสามารถนำไปใช้ในการหาอัตราการไหลได้ ดังแสดงในภาพที่ 9.1 ท่อเวนจูรีที่ใช้วัดการเปลี่ยนแปลงความดันในท่อเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงขนาดท่อ ของไหลจะไหลจากท่อหลักมาตามหมายเลข 1 อัตราแรงจะเพิ่มขึ้นเมื่อไหลผ่านช่องแคบ หรือเรียกว่า คอคอด (Throat) ความดันของของไหลจะถูกลดลงและการไหลจะขยายตัวขึ้นเมื่อไหลเข้าสู่ท่อหลักขนาดเท่าเดิม ตัววัดความดันจะติดตั้งไว้ที่ผนังท่อด้านนอกที่ตำแหน่ง 1 และที่ตำแหน่ง 2 และต่อเข้ากับมาโนมิเตอร์แบบวัดความแตกต่าง ระดับความสูง h ที่ได้ออกมาหมายถึงค่าความดันแตกต่างระหว่างด้านทั้งสองตำแหน่ง บางครั้งการหาความดันแตกต่างอาจจะใช้เกจวัดความดันติดตั้งทั้ง 2 ตำแหน่งก็ได้เช่นกัน



ภาพที่ 9.1 ท่อเวนจูรี
ที่มา (คมสัน วงศ์วีรจันทร์, 2548, หน้า 183)

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad (9.1)$$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) + h_L$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2g \left[\frac{P_1 - P_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) + h_L \right]$$

แต่ $V_2^2 = V_1^2 (A_1 / A_2)^2$

∴ จะได้ $V_1^2 (1 - (A_1 / A_2)^2) = 2g \left[\frac{P_1 - P_2}{\gamma} + (z_1 - z_2) + h_L \right]$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2g \left[\frac{(P_1 - P_2)}{\gamma} + (z_1 - z_2) + h_L \right]}{1 - (A_1 / A_2)^2}} \quad (9.2)$$

พิจารณาเทอมของ $(z_1 - z_2)$ ถือว่ามีระดับแตกต่างกันน้อยมาก จึงพิจารณาเท่ากับ 0 และเทอมของ h_L คือค่าพลังงานสูญเสียจากของไหลที่ไหลจาก 1 ไป 2 ค่านี้จะได้จากการทดลอง แต่เพื่อความสะดวกในการนำสมการไปประยุกต์ใช้จึงกำหนดค่า h_L เท่ากับค่าสัมประสิทธิ์ C

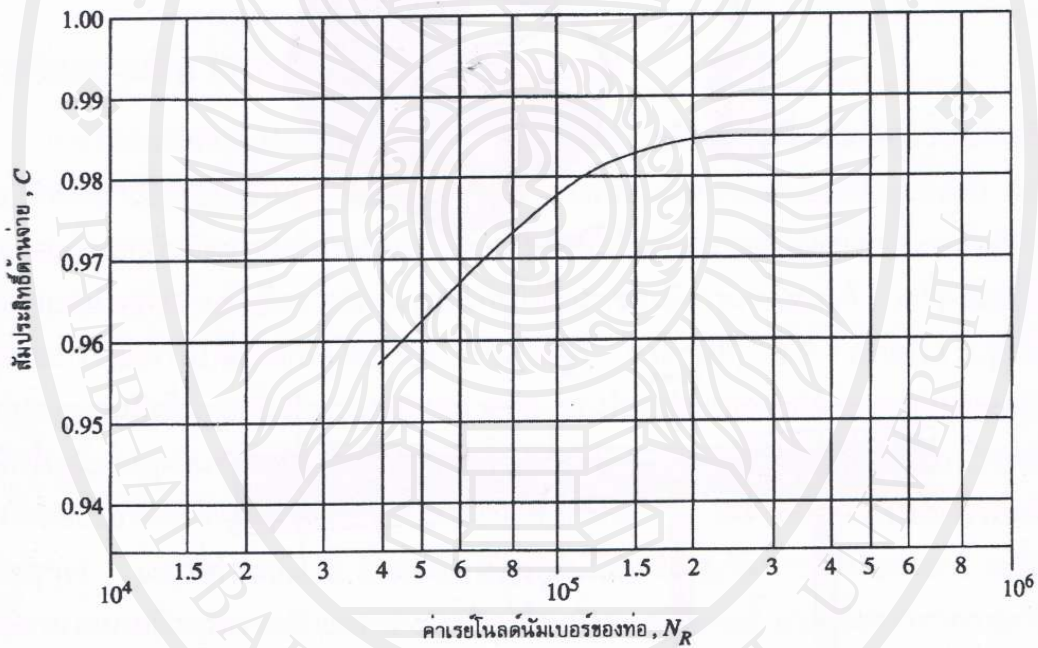
$$V_1 = C \sqrt{\frac{2g[(P_1 - P)_2 / \gamma]}{1 - (A_1 / A_2)^2}} \tag{9.3}$$

จากสมการ 9.3 ในการคำนวณหาค่าความเร็วของการไหลในคอคอดของมิเตอร์ค่าความเร็วนี้จะขึ้นอยู่กับค่าเสดความดันที่แตกต่างระหว่าง 1 กับ 2 จึงเรียกว่า "มิเตอร์วัดความดันเปลี่ยนแปลง" การคำนวณหาอัตราการไหลได้จากสมการ

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$\therefore Q = C A_1 \sqrt{\frac{2g[(P_1 - P)_2 / \gamma]}{1 - (A_1 / A_2)^2}} \tag{9.4}$$

ค่าสัมประสิทธิ์ C จะแทนด้วยอัตราส่วนของความเร็วจริงที่ผ่านเวนจูรีกับความเร็วที่สมมุติว่าไม่มีการสูญเสียพลังงานจากการไหล ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์ C จึงมีค่าน้อยกว่า 1.0 เสมอ ท่อเวนจูรีตามภาพที่ 9.2 ถูกออกแบบมาเป็นอย่างดีมีค่าการสูญเสียความดันน้อยที่สุดทั้งทางด้านลดขนาดเพิ่มขนาดค่าสัมประสิทธิ์ C จึงมีค่าใกล้เคียงกับ 1.0 มาก



ภาพที่ 9.2 ค่าสัมประสิทธิ์ของท่อเวนจูรี
ที่มา (คมสัน วงศ์วีรจันทร์, 2548, หน้า 185)

จากภาพ 9.2 จะเห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์ C ที่ถูกต้องจะขึ้นอยู่กับค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ของการไหลภายในท่อที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์สูงกว่า 2.0×10^5 ค่าสัมประสิทธิ์ C จะมีค่าตั้งแต่ 0.984 ค่านี้จะประยุกต์ใช้กับเวนจูรีชนิดเฮอริเซล ซึ่งเป็นท่อเหล็กหล่อผิวหยาบขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางตั้งแต่ 4.0 นิ้ว - 48.0 นิ้ว แต่อัตราส่วนของ d/D สามารถเรียกว่าอัตราส่วน β จะมีค่าระหว่าง 0.3 - 0.75 ส่วนเวนจูรีที่ขนาดเล็กกว่านี้จะทำจากท่อที่มีการตกแต่งผิวท่อเรียกว่าค่าสัมประสิทธิ์ C จะมีค่าตั้งแต่ 0.995 เมื่อค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ $> 2.0 \times 10^5$

ตัวอย่างที่ 9.1 ใช้เวนจูรีมิเตอร์ชนิดเฮอร์เซลตามภาพที่ 9.1 โดยวัดอัตราการไหลของน้ำที่อุณหภูมิ 140°F น้ำไหลเข้าจากด้านซ้ายที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 นิ้ว (ท่อเหล็ก Schedule) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางคอคอด 2.2 นิ้ว เวนจูรีเป็นเหล็กหล่อ ของไหลที่อยู่โนมิเตอร์ที่ใช้วัดความดันเป็นปรอทที่มีค่าความถ่วงจำเพาะ 13.54 ค่าเฮดความดันแตกต่างที่วัดได้ h เท่ากับ 0.61 ฟุต ให้คำนวณหาความเร็วไหลผ่านในท่อและปริมาณการไหลเป็น gal/min

วิธีทำ จากสมการ

$$V_1 = C \sqrt{\frac{2g[(P_1 - P_2) / \gamma]}{1 - (A_1 / A_2)^2}}$$

น้ำที่ 140°F จากตารางที่ 1.1

$$\gamma_w = 61.4 \text{ lb/ft}^3$$

$$\nu = 5.03 \times 10^{-6} \text{ ft}^2/\text{s}$$

ปรอท :

$$\gamma_{Hg} = \gamma_w \cdot sg_{Hg}$$

$$= 62.4 \times 13.54 \text{ lb/ft}^3$$

$$= 844.89 \text{ lb/ft}^3$$

ท่อ :

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$$

$$= \frac{\pi (5/12)^2 \text{ ft}^2}{4}$$

$$= 0.1358 \text{ ft}^2$$

คอคอด :

$$A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$$

$$= \frac{\pi (2.2/12)^2 \text{ ft}^2}{4}$$

$$= 0.0262 \text{ ft}^2$$

$$\beta = d / D$$

$$= 0.183 \text{ ft} / 0.416 \text{ ft}$$

$$= 0.439$$

พบว่า $0.3 < \beta < 0.75$ ถือว่าเป็นเวนจูรีเป็นเหล็กหล่อ ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ $C = 0.984$ ค่า $R_e > 2.0 \times 10^5$ ค่านี้สามารถตรวจสอบได้ภายหลัง จากภาพที่ 9.1 พิจารณาที่จุด 1 กับ 2 เมื่อ

$$\gamma_1 h_1 + P_1 = \gamma_2 h_2 + \gamma_{Hg} h_{Hg} + P_2$$

$$\gamma_w h_1 + P_1 = \gamma_w h_2 + 13.54 \times \gamma_w h_{Hg} + P_2$$

$$\left[\frac{P_1 - P_2}{\gamma_w} \right] = h_2 - h_1 + 13.54 h_{Hg}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$\begin{aligned}
 &= (0.5 - 1) + (13.54 \times 0.61) \text{ ft} \\
 &= 7.75 \text{ ft} \\
 \text{แทนในสมการ} \quad V_1 &= 0.984 \sqrt{\frac{2 \times 32.2 [7.75]}{1 - (0.439)^2}} \\
 &= 4.31 \text{ ft/s} \\
 Q &= A_1 V_1 \\
 &= (0.1358) \text{ ft}^2 \times (4.31) \text{ ft/s} \\
 &= 0.585 \text{ ft}^3/\text{s} \\
 \text{จาก} \quad 1 \text{ ft}^3/\text{s} &= 449 \text{ gal/min} \\
 Q &= 0.585 \text{ ft}^3/\text{s} \times 449 \text{ ft}^3/\text{s} \times \text{gal/min} \times \text{s}/\text{ft}^3 \\
 &= 262.66 \text{ gal/min} \\
 N_R &= \frac{VD}{\nu} \\
 &= \frac{4.2 \text{ ft} \times 4.31 \text{ ft/s}}{5.03 \times 10^{-6} \text{ ft}^2/\text{s}} \\
 &= 3.6 \times 10^6 > 2.0 \times 10^5 \text{ เป็นไปตามที่สมมุติ } \text{Ans}
 \end{aligned}$$

2 การวัดอัตราการไหลผ่านช่องเปิดคม

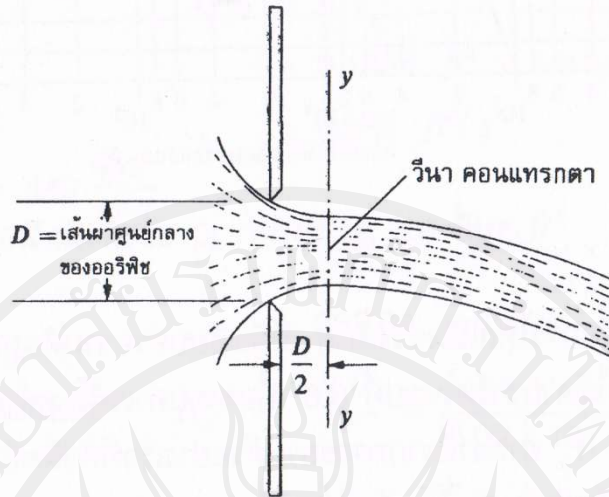
ช่องเปิดขอบคม (Orifices) เป็นเครื่องมือวัดอัตราการไหลของน้ำจากถังเก็บน้ำและจากภายในท่อ ช่องเปิดส่วนมากจะเป็นช่องกลม แต่บางครั้งช่องเปิดขอบคมจะอาจเป็นรูปทรงอย่างอื่นก็ได้ เช่น สี่เหลี่ยมจัตุรัส สี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือรูปร่างอื่นๆ ถ้าเป็นการวัดอัตราการไหลจากถังที่มีผนังบางจะเจาะเป็นช่องเปิดตามภาพที่ 9.3 (ก) แต่ถ้าเป็นผนังหนาจะใช้ที่ตามภาพที่ 9.3 (ข) ขอบของช่องเปิดจะตัดตรงตัดเฉียง หรือเป็นส่วนโค้งก็ได้ แล้วปล่อยให้ของไหลไหลผ่าน ช่องเปิดขอบคมคมเหมือนขอบมีด เรียกว่า ช่องเปิดขอบคมมาตรฐาน ช่องเปิดแบบนี้ของไหลจะสัมผัสเฉพาะเส้นคมเท่านั้น (ขอบคมของช่องเปิด)

หลักการเมื่อของของไหลผ่านช่องเปิดขอบคมลำของของไหลจะหดตัวมีขนาดเล็กกว่าช่องทางเปิด เพราะส่วนของของไหลที่ไหลเข้าหาผนังไม่สามารถหักมุมเข้าหาช่องเปิดได้ จึงมีความเร็วในแนวรัศมีทำให้ลำของไหลหดตัวตำแหน่งที่ลำของไหลหดตัวสูงสุดเรียกว่า วินาคอนแทรกต



ภาพที่ 9.3 ลักษณะของออริฟิซ

ที่มา (คมสัน วงศ์วีรจันทร์, 2548, หน้า 188)



ภาพที่ 9.4 วีนาคอนแทรกตา
ทีมา (คมสัน วงศ์วีรจันทร์, 2548, หน้า 188)

พิจารณาจากภาพที่ 9.4 จะหาสัมประสิทธิ์ของการหดตัวได้จาก

$$C_c = \frac{a}{A} \quad (9.5)$$

เมื่อ C_c = สัมประสิทธิ์ของการหดตัว
 a = พื้นที่หน้าตัดของหัวฉีด (Jet) ที่วีนา คอนแทรกตา
 A = พื้นที่หน้าตัดของช่องเปิดขอบคม

และถ้า V คือความเร็วเฉลี่ยในวีนา คอนแทรกตา อัตราการไหลผ่านช่องเปิดขอบคมจะหาได้จาก

$$Q = aV \quad (9.6)$$

จะได้ว่า $Q = C_c AV \quad (9.7)$

แต่ค่าอัตราการไหลที่ได้จากสมการนี้จะไม่ถูกต้องเท่าใดนัก เนื่องจากขณะที่ของไหลผ่านช่องทางเปิดจะมีความต้านทานจากความเสียดทาน จึงทำให้ความเร็วจริงน้อยกว่าความเร็วทางทฤษฎี ดังนั้นค่าอัตราการไหลจริงจึงต้องคูณด้วยสัมประสิทธิ์ของความเร็ว (C_v) เข้าไปด้วย โดย C_c หาได้จากอัตราส่วนของความเร็วจริงต่อความเร็วทฤษฎี (V_t)

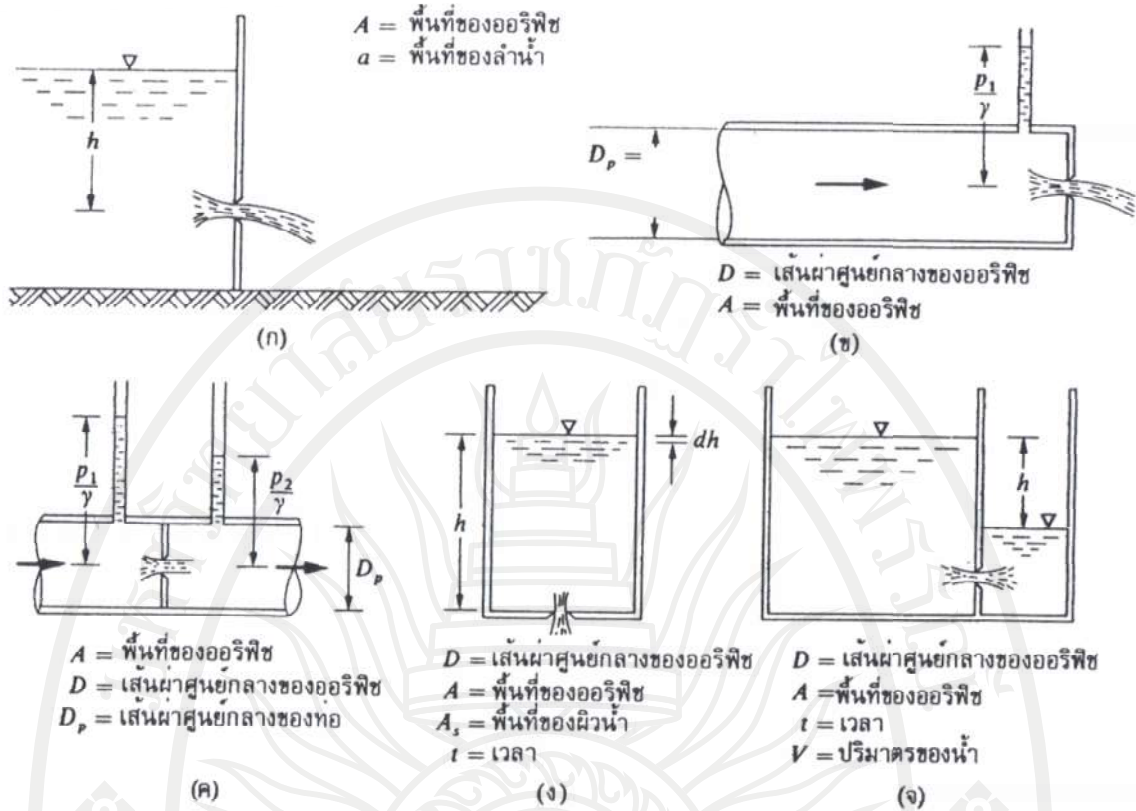
$$C_v = \frac{V}{V_t} \quad (9.8)$$

แทนค่าในสมการที่ 9.7 $Q = C_v C_c AV_t \quad (9.9)$

ผลคูณของ C_c กับ C_v จะแทนด้วย C หรือสัมประสิทธิ์ของอัตราการไหล

$$Q = CAV_t \quad (9.10)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาพที่ 9.5 ออริฟิซมาตรฐาน
 ที่มา (คมสัน วงศ์วีรพันธ์, 2548, หน้า 189)

พิจารณาจากภาพที่ 9.5

จากภาพที่ 9.5 (ก) $Q = CA\sqrt{2gh}$ (9.11)

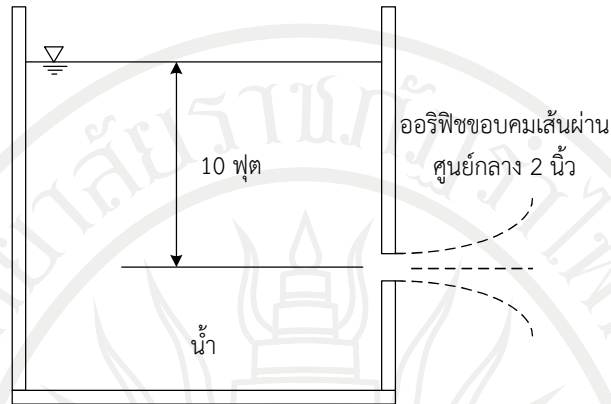
จากภาพที่ 9.5 (ข) $Q = CA\sqrt{\frac{2g(P_1/\gamma)}{1 - C_2(D/D_p)^4}}$ (9.12)

จากภาพที่ 9.5 (ค) $Q = CA\sqrt{\frac{2g(P_1 - P_2)}{\gamma}} \left[1 + \frac{C_2}{2} \left(\frac{D}{D_p} \right)^4 \right]$ (9.13)

จากภาพที่ 9.5 (ง) $Q = \frac{A_2 dh}{CA\sqrt{2gh}}$ (9.14)

จากภาพที่ 9.5 (จ) $Q = CA\sqrt{2gh} dt$ (9.15)

ตัวอย่างที่ 9.2 ให้น้ำจากถังใหญ่ไหลออกจากถัง โดยผ่านช่องเปิดขอบคมสู่บรรยากาศดังแสดงในภาพ ถ้าสัมประสิทธิ์ของความเร็ว และของการหดตัวเท่ากับ 0.98 และ 0.62 ตามลำดับ ให้คำนวณหาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางและขนาดความเร็วจริงของ Jet และหาอัตราการไหลผ่านช่องเปิดขอบคมนี้



วิธีทำ

จากสมการ

$$C_c = \frac{a}{A}$$

$$A = \frac{\pi \left(\frac{2}{12} \right)^2}{4}$$

$$= 0.02182 \quad \text{ft}^2$$

แทนค่าในสมการ

$$0.62 = \frac{a}{0.02182}$$

$$\therefore a = 0.01353 \quad \text{ft}$$

$$a = \frac{\pi (D_{jet})^2}{4}$$

$$0.01353 \text{ ft} = \frac{\pi (D_{jet})^2}{4}$$

$$D_{jet} = 0.1313 \quad \text{ft}$$

$$= 1.58 \quad \text{in} \quad \text{Ans}$$

จากสมการ

$$Q = CA\sqrt{2gh}$$

เมื่อ

$$C = C_v C_c$$

$$= (0.98)(0.62)$$

$$= 0.595$$

แทนค่า

$$\therefore Q = 0.595 \times 0.02182 \times \sqrt{2 \cdot 32.2 \times 10}$$

$$= 0.329 \quad \text{ft}^3/\text{s} \quad \text{Ans}$$

จากสมการ

$$Q = aV$$

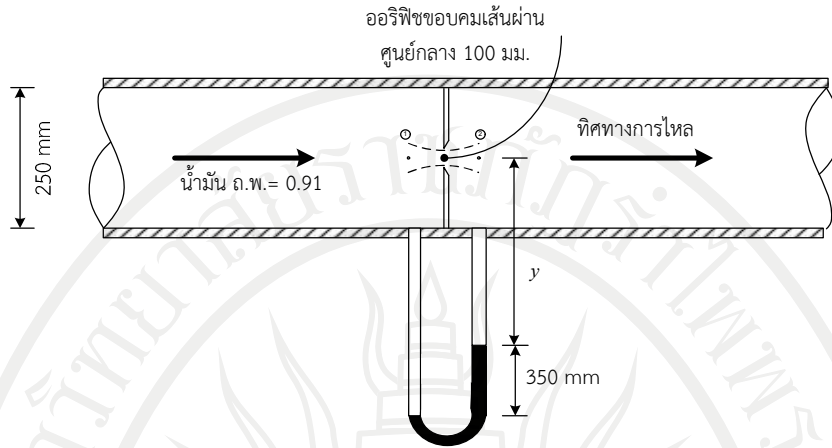
$$V = \frac{Q}{a}$$

$$= \frac{0.329 \text{ ft}^3/\text{s}}{0.0353 \text{ ft}^2}$$

$$= 24.3 \quad \text{ft/s} \quad \text{Ans}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 9.3 ใช้ช่องเปิดขอบคมหรือออร์ฟิซวัดอัตราการไหลของน้ำมันภายในท่อ สัมประสิทธิ์อัตรา
การไหลออร์ฟิซ เท่ากับ 0.63 ให้คำนวณหาอัตราการไหลของน้ำมัน



วิธีทำ จากสมการ

$$Q = CA \sqrt{\frac{2g(P_1 - P_2)}{\gamma} \left[1 + \frac{C^2}{2} \left(\frac{D}{D_p} \right)^4 \right]}$$

ท่อ :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi D^2}{4} \\ &= \frac{\pi (0.1)^2 \text{ เมตร}^2}{4} \\ &= 0.00785 \text{ เมตร}^2 \end{aligned}$$

คอคอด :

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{\pi d_2^2}{4} \\ &= \frac{\pi (2.2/12)^2 \text{ ft}^2}{4} \\ &= 0.0262 \text{ ft}^2 \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} D &= 100 \text{ มิลลิเมตร} \\ D_p &= 250 \text{ มิลลิเมตร} \\ C &= 0.63 \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุดที่ 1 กับ 2

$$\frac{P_1}{\gamma} + y + 0.35 = \frac{P_2}{\gamma} + \left[\frac{13.6}{0.91} \times 0.35 \right] + y$$

หาค่า

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = 4.88 \text{ เมตร}$$

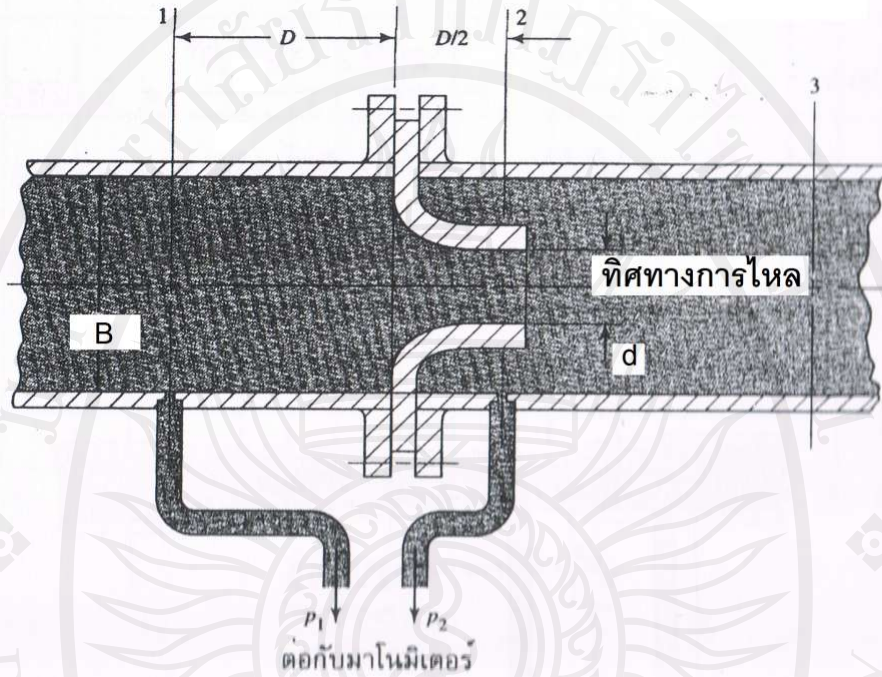
แทนค่าในสมการ

$$\begin{aligned} Q &= 0.63 \cdot 0.00785 \sqrt{2g \times 4.88} \left[1 + \frac{0.63^2}{2} \left(\frac{0.1}{0.25} \right)^4 \right] \\ &= 0.049 \text{ เมตร}^3/\text{วินาที} \end{aligned}$$

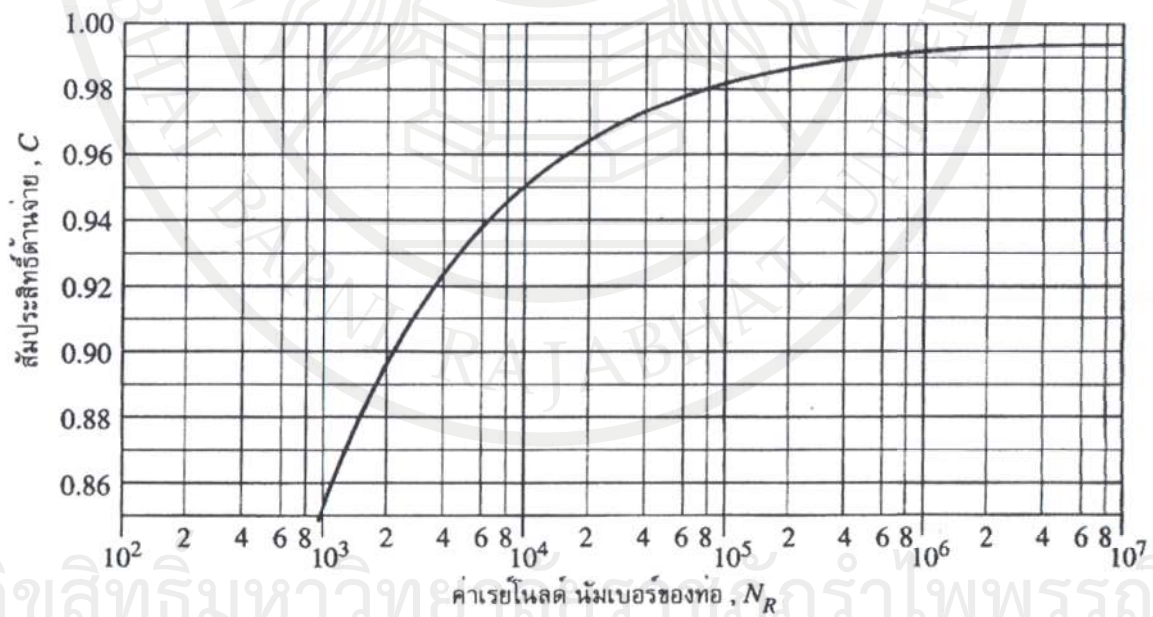
Ans

3 การวัดอัตราการไหลผ่านหัวฉีดวัดการไหล

การวัดอัตราการไหลผ่านหัวฉีดวัดการไหลเป็นเครื่องมือวัดอัตราการไหลดังแสดงในภาพที่ 9.6 เป็นหัวฉีดที่ใช้วัดการไหล โดยการวัดความดันแตกต่างระหว่างจุดที่ 1 และ 2 วิธีการวัดนี้จะคล้ายกับการวัดอัตราการไหลผ่านช่องเวนจูรี คือการต่อท่อเล็กเข้ากับมาโนมิเตอร์เพื่อวัดความแตกต่าง จากนั้นนำไปหาคำนวณหาอัตราการไหล โดยสมการที่ 9.11



ภาพที่ 9.6 เครื่องมือวัดอัตราการไหลผ่านหัวฉีดวัดการไหล
ทีมา (คมสัน วงศ์วีรจันทร์, 2548, หน้า 192)



ภาพที่ 9.7 กราฟหาค่าสัมประสิทธิ์ด้านจ่ายอัตราการไหลผ่านหัวฉีดวัดการไหล
ทีมา (มนตรี พิรุณเกษตร, 2548, หน้า 508)

เนื่องจากว่าหัวฉีดวัดการไหลเป็นช่วงสั้นๆ มีผิวเรียบจึงมีค่าความสูญเสียระหว่างจุดที่ 1 และ 2 จึงมีค่าน้อยมากค่าสัมประสิทธิ์ด้านจ่ายสามารถหาได้จากกราฟดังภาพที่ 9.7 เมื่อทราบค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ สูง ค่าสัมประสิทธิ์จะมีค่ามากกว่า 0.99 ที่ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ต่ำกว่านี้จากการขยายตัวอย่างเร็วที่หัวฉีดทำให้มีการสูญเสียพลังงานมากขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์ด้านจ่ายจะน้อยลง และจะค่าสัมประสิทธิ์ด้านจ่ายจากสมการ

$$C = 0.9975 - 6.53 \sqrt{\beta / N_R} \tag{9.16}$$

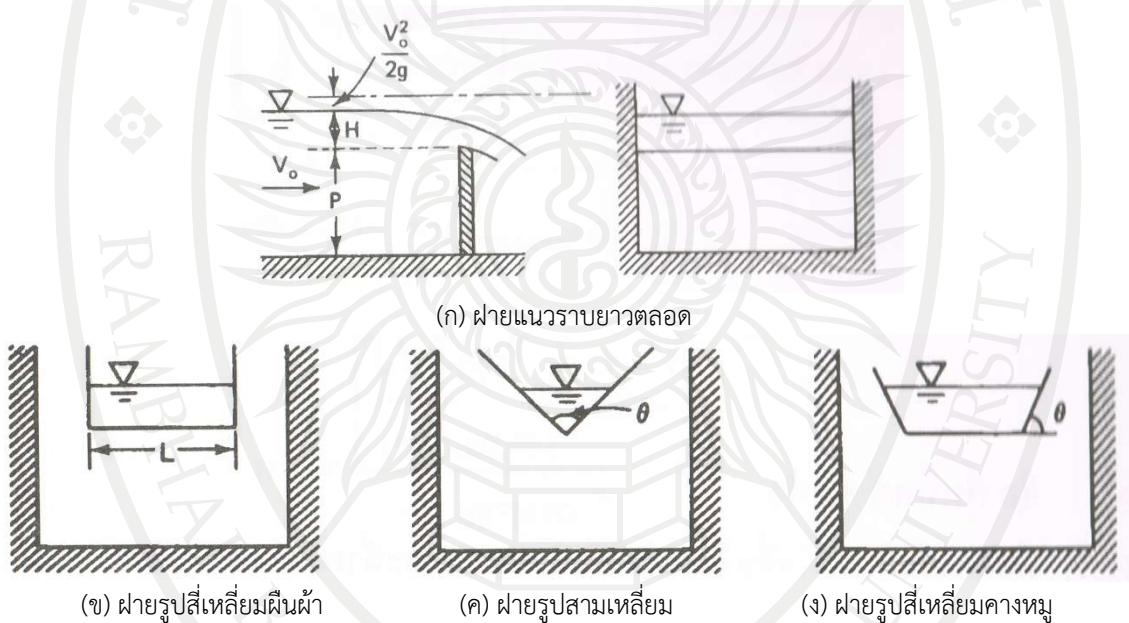
เมื่อ $\beta = d / D$ จากภาพที่ 9.7 พล็อตมาจากสมการที่ 9.16 โดยใช้ค่า $\beta = 0.5$

9.2.2 การวัดอัตราการไหลในทางน้ำเปิด

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวัดอัตราการไหลในทางน้ำเปิดด้วยฝายสันคมและฝายสันกว้าง

1. ฝายสันคม

ฝายสันคม (Sharp crest weirs) ดังแสดงในภาพที่ 9.8 เป็นฝายสันคมเพื่อลดแรงเสียดทานเนื่องจากการไหลของน้ำ ในขณะที่น้ำไหลข้ามสันฝาย ฝายสันคมสามารถจำแนกออกได้ดังนี้



ภาพที่ 9.8 ลักษณะของฝายสันคม
ที่มา (สกุล ท่อวิทยาน, 2543, หน้า 178)

1.1 ฝายแนวราบยาวตลอด (Uncontracted horizontal weirs) เป็นฝายที่มีสันฝายแนวราบยาวตลอดหน้าตัดของทางน้ำเปิดดังแสดงในภาพที่ 9.8 (ก) การคำนวณหาอัตราการไหลแสดงในสมการซึ่งได้จากการวิเคราะห์และทดลองโดย U.S.B.R. (U.S. bureau of reclamation)

$$Q = C_d \cdot L \cdot H^{3/2} \tag{9.17}$$

เมื่อ L = ความยาวของสันฝาย
 H = ความสูงของน้ำเหนือสันฝาย
 C_d = สัมประสิทธิ์อัตราการไหล

ในกรณีที่ใช้หน่วยระบบอังกฤษ L, H มีหน่วยเป็น ft, Q มีหน่วยเป็น ft^3/sec
 ค่า C_d สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$C_d = 3.22 + 0.40 \frac{H}{P} \tag{9.18}$$

เมื่อ P = ค่า ความสูงของสันฝาย มีหน่วยเป็น ft

1.2 ฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Contracted horizontal weirs) ความยาวของสันฝายจะสั้นกว่าความกว้างของลำน้ำดังแสดงในภาพที่ 9.8 (ข) การคำนวณหาอัตราการไหลแสดงดังสมการ

$$Q = C_d \left(L - \frac{n \cdot H}{10} \right) H^{3/2} \tag{9.19}$$

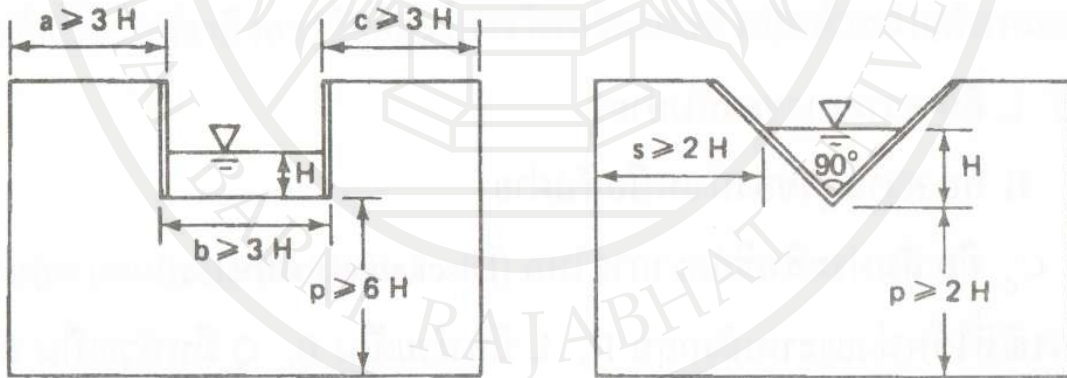
เมื่อ n = จำนวนด้านที่ไม่ติดตลิ่งลำน้ำ n มีตั้งแต่ 0 ถึง 2 เช่นภาพที่ 9.8 (ข)
 $n=2$ และหาก $n=0$ แทนค่าลงในสมการที่ 9.19 จะมีค่าเท่ากับสมการที่ 9.17

C_d = สัมประสิทธิ์อัตราการไหล หาได้จากการวัดและปรับค่าสอบเทียบที่ฝายแต่ละแห่ง

อย่างไรก็ตาม U.S.B.R. ได้ทำการศึกษาหาความสัมพันธ์ของระยะต่างๆ ของฝายมาตรฐานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ภาพที่ 9.9 (ก) สามารถคำนวณหาอัตราการไหลไหลผ่านฝายมาตรฐานดังสมการ

$$Q = 3.33(L - 0.2H)H^{3/2} \tag{9.20}$$

โดย Q มีหน่วยเป็น ft^3/sec , L, H มีหน่วยเป็น ft



(ก) ฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

(ข) ฝายรูปสามเหลี่ยม

ภาพที่ 9.9 ฝายสันคมลักษณะต่างๆ
 ที่มา (สกุล ห่อวโนทยาน, 2543, หน้า 180)

1.3 ฝายรูปสามเหลี่ยม

ฝายรูปสามเหลี่ยม (V-notch weirs) ฝายชนิดนี้ใช้สำหรับงานที่ต้องการวัดอัตราการไหลที่ต้องการความถูกต้องสูง เมื่อมีระดับน้ำมีค่าสูงการคำนวณหาอัตราการไหลแสดงดังสมการ

$$Q = C_d \cdot \tan(\theta/2) H^{5/2} \quad (9.21)$$

เมื่อ θ = เป็นมุมของฝาย ดังแสดงในภาพที่ 9.7 (ข)

C_d = สัมประสิทธิ์อัตราการไหล หาได้จากการวัดและปรับค่าสอบเทียบที่ฝายแต่ละแห่ง

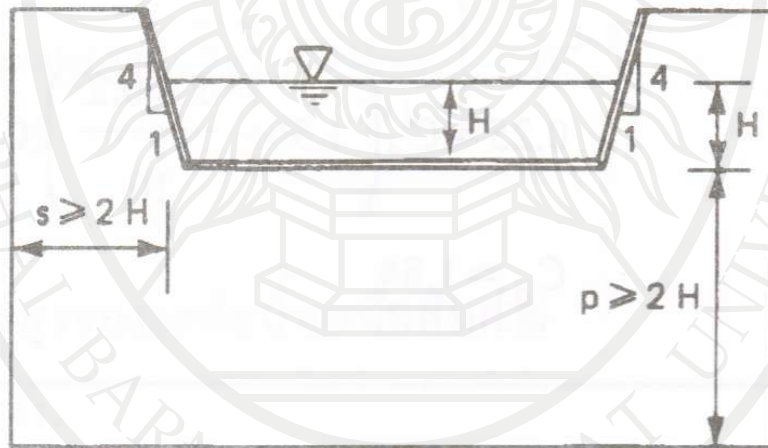
U.S.B.R. ได้ทำการศึกษาฝายสันคมชนิดมาตรฐานรูปสามเหลี่ยม โดยกำหนด $\theta = 90^\circ$ เรียกว่า 90° ฝายรูปสามเหลี่ยมสมการคำนวณหาอัตราการไหล มีพื้นฐานมาจากสมการของฝายมาตรฐานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยมีความสัมพันธ์ของระยะต่างๆ ดังสมการ

$$Q = 2.49 H^{2.48} \quad (9.22)$$

โดย Q มีหน่วยเป็น ft^3/sec , H มีหน่วยเป็นฟุต

1.4 ฝายรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

ฝายรูปสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal weirs) ฝายชนิดนี้มีลักษณะทางชลศาสตร์สมระหว่างฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและฝายรูปสามเหลี่ยม สมการการคำนวณอัตราการไหลมีพื้นฐานมาจากการของฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สัมประสิทธิ์อัตราการไหลหาได้จากการวัดและปรับค่าที่ฝายแต่ละแห่ง



ภาพที่ 9.10 ฝายรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
ที่มา (สกุล ท่อโนทยาน, 2543, หน้า 182)

U.S.B.R. ได้ทำการศึกษาฝายสันคมมาตรฐานรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งเรียกว่า Cipolletti weir ดังแสดงในภาพที่ 9.10 มีความลาดด้านข้างในแนวราบ/แนวตั้ง เท่ากับ $1/4$ ระยะด้านข้าง (s) มีค่าไม่น้อยกว่า 2 เท่าของความสูงของเหนือสันฝาย (H) ความสูงสันฝาย (P) มีค่าไม่น้อยกว่า 2 เท่าของความสูงของน้ำเหนือสันฝาย เช่นกัน โดยสามารถคำนวณอัตราการไหลจากสมการ

$$Q = 3.367 H^{3/2} \quad (9.23)$$

โดย Q มีหน่วยเป็น ft^3/sec , H มีหน่วยเป็นฟุต

ตัวอย่างที่ 9.4 จากการทดลองในห้องปฏิบัติการสามารถทำการวัดอัตราการไหลข้ามฝายมาตรฐานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าของ U.S.B.R. ได้ 0.25 cms. ความสูงของน้ำเหนือสันฝาย 0.2 m. ตามยาวของสันฝาย 1.56 m. จงหาสัมประสิทธิ์อัตราการไหล

วิธีทำ	จากสมการ	Q	=	$C_d \left(L - \frac{n \cdot H}{10} \right) H^{3/2}$	
	จากโจทย์	L	=	1.56 m.	
		H	=	0.2 m.	
		n	=	2 ($n =$ จำนวนด้านที่ไม่คิดตั้งลำน้ำ)	
แทนค่า จะได้		0.25	=	$C_d \left(1.56 - \frac{2 \cdot 0.2}{10} \right) (0.2)^{3/2}$	
		C_d	=	1.84	<u>Ans</u>

9.3 การวัดความเร็วของน้ำ

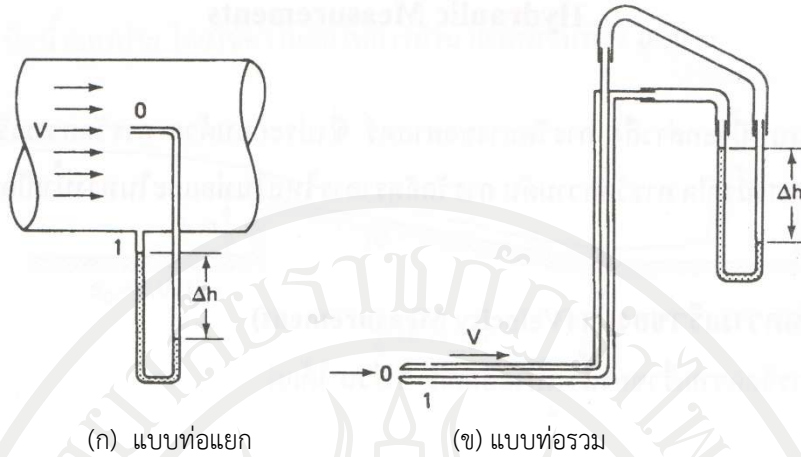
การวัดความเร็วของน้ำ (Velocity measurement) แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่

1. การวัดความเร็วของน้ำในท่อ
2. การวัดความเร็วของน้ำในทางน้ำเปิด

9.3.1 การวัดความเร็วของน้ำในท่อ

ความเร็วของน้ำในท่อจะแปรผันตามระยะห่างจากผนังท่อ กล่าวคือค่าความเร็วของน้ำในท่อจะมีค่าน้อยที่บริเวณผนังท่อและจะมีค่าสูงสุดที่บริเวณกึ่งกลางท่อหรือกึ่งกลางกระแสน้ำไหล และการกระจายความเร็วของน้ำในท่อเป็นประเด็นที่น่าสนใจในการทำการวัดค่าความเร็วของน้ำ ซึ่งจะต้องกระทำที่จุดต่างๆ หลายๆ จุดในหน้าตัดการไหลนั้นๆ ด้วยความพิถีพิถันและความละเอียดด้วยเครื่องมือที่ใช้วัดความเร็วในท่อ ได้แก่ ท่อปีโตต์

ท่อปีโตต์ เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดความเร็ว ซึ่งได้จากการอ่านค่าความดันที่เกิดขึ้นจากการไหล แล้วจึงแปลงความดันให้มีความดันให้เป็นความเร็ว เครื่องมือชนิดนี้มักจะประกอบด้วยท่อ 2 ท่อ โดยที่ท่อหนึ่งเป็นท่อที่มีขนาดใหญ่กว่า ส่วนอีกท่อหนึ่งเป็นท่อที่มีลักษณะงอและขนาดเล็ก ดังภาพที่ 9.11 เมื่อพิจารณาที่ท่อขนาดเล็ก จะพบว่าปลายท่อเปิดด้านหนึ่ง (จุดที่ 1) จะตั้งฉากกับทิศทางการไหลส่วนปลายท่อเปิดอีกด้านหนึ่ง (จุดที่ 0) จะวางขนาดกับทิศทางการไหลเมื่อกระแสน้ำไหลมากระทบที่จุดที่ 0 จะทำให้เกิดค่าความดันที่แตกต่างกันระหว่างจุดที่ 0 และจุดที่ 1 ซึ่งสามารถนำไปคำนวณหาความเร็วที่จุด 1 ได้ดังนี้



(ก) แบบท่อแยก

(ข) แบบท่อรวม

ภาพที่ 9.11 เครื่องมือที่ใช้วัดความเร็วชนิดท่อปีโตต์
ที่มา (สกุล ท่อวโนทยาน, 2543, หน้า 184)

$$H_0 = H_1$$

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}$$

ความเร็วของน้ำที่จุดที่ 0 มีค่าเป็นศูนย์ ($V_0 = 0$)

$$\frac{P_0}{\gamma} + 0 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$V_1^2 = 2g \left(\frac{P_0 - P_1}{\gamma} \right)$$

$$= 2g \left(\frac{\Delta P}{\gamma} \right)$$

$$= 2g(\Delta h)$$

$$V = \sqrt{2g \cdot \Delta h} \quad (9.24)$$

ท่อปีโตต์ดังแสดงในภาพที่ 9.11 (ก) จะเป็นแบบท่อแยก ส่วนภาพที่ 9.11 (ข) เป็นแบบท่อรวม สำหรับท่อปีโตต์แบบท่อรวมมีจุดประสงค์เพื่อให้ขนาดของเครื่องมือไม่เป็นอุปสรรคต่อการวัด จึงได้รวมท่อ 2 ท่อไว้ด้วยกัน โดยการสอดท่อขนาดเล็กเข้าในท่อขนาดใหญ่กว่ามี ค่า Δh ที่อ่านได้คือ ค่าความดันที่แตกต่างกันระหว่างที่จุดที่ 0 และจุดที่ 1

ตัวอย่างที่ 9.5 จากการใช้ท่อปิโตต์เพื่อหาความเร็วของน้ำ ซึ่งสามารถอ่านค่าความดันจากมานอมิเตอร์ ซึ่งวัดได้เป็นค่าความสูงของของไหลเท่ากับ 14.6 เซนติเมตร โดยของไหลที่อยู่ในมานอมิเตอร์นั้นมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.95 จงหาความเร็วของน้ำ

วิธีทำ จากสมการ $V = \sqrt{2g \cdot \Delta h}$
 ความสูงของของไหลในมานอมิเตอร์เท่ากับ 14.6 เซนติเมตร
 มีค่าเท่ากับ ความสูงของน้ำ h

$$\begin{aligned} h &= 14.6 \times 1.95 \\ &= 28.47 \quad \text{เซนติเมตร} \\ &= 0.2847 \quad \text{เมตร} \end{aligned}$$

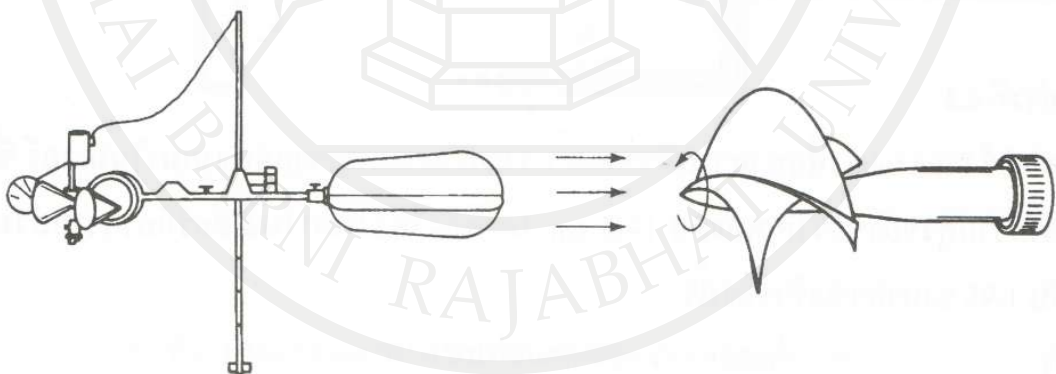
แทนค่า $V = \sqrt{2g \cdot \Delta h}$
 $= \sqrt{2 \times 9.81 \times 0.287}$
 $= 2.363 \quad \text{เมตร/วินาที} \quad \text{Ans}$

9.3.2 การวัดความเร็วของน้ำในทางน้ำเปิด

เครื่องมือวัดความเร็วน้ำในทางน้ำเปิด ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 2 แบบใหญ่ๆ ได้แก่ แบบถ้วย และแบบใบพัด ดังแสดงในภาพที่ 9.12

1. เครื่องมือวัดแบบถ้วย ประกอบด้วยถ้วยจำนวน 4 ถึง 6 หมุนรอบแกนในแนวตั้งดังแสดงในภาพที่ 9.12 (ก) เมื่อกระแสไหลปะทะกับถ้วยทำให้หมุน อัตราความเร็วที่ถ้วยหมุนรอบแกนในแนวตั้งจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเร็วของน้ำ ซึ่งทำให้สามารถทราบความเร็วของน้ำได้อย่างไรก็ตามหาความเร็วของน้ำของน้ำมีค่าน้อยเครื่องมือแบบถ้วยจะให้ค่าที่ไม่แม่นยำเพราะแรงเสียดทานที่แกนหมุนของถ้วยจะมีผลเมื่อความเร็วของน้ำมีค่าน้อย

2. เครื่องมือแบบใบพัด ประกอบด้วยใบพัดหมุนรอบแกนในแนวราบดังแสดงในภาพที่ 9.12 (ข) เหมาะสำหรับการวัดความเร็วของน้ำที่มีค่าสูง ซึ่งเกิดขึ้นบริเวณกลางลำน้ำ



(ก) แบบถ้วย

(ข) แบบใบพัด

ภาพที่ 9.12 การวัดความเร็วของน้ำในทางน้ำเปิดด้วยเครื่องมือวัดความเร็วน้ำ

ทีมา (สกุล ท่อวิทยาน, 2543, หน้า 185)

อย่างไรก็ตาม เครื่องมือที่ใช้วัดความเร็วของน้ำจะต้องมีการสอบเทียบเพื่อปรับค่าให้มีค่าถูกต้องก่อนนำไปใช้งานในสนาม

9.4 การวัดความดัน

การวัดความดัน โดยทั่วไปจะใช้มาโนมิเตอร์เป็นเครื่องมือวัดมาโนมิเตอร์มีทั้งแบบเปิดและแตกต่างกัน กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 ซึ่งเป็นการวัดความดันสถิตย์จะต้องอาศัยสมการเบอร์นูลีมาช่วยวิเคราะห์ เนื่องจากมีความเร็วของของไหลเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย

9.5 การวัดความหนืด

เครื่องมือวัดความหนืดของของเหลวเรียกว่า มาตรการความหนืด ขณะทำการวัดความหนืดภายในมาตรการจะบรรจุของเหลวที่ต้องการวัดและทำให้ของเหลวนั้นเคลื่อนที่หรือไหลแบบราบเรียบ โดยการทำให้ของเหลวนั้นมีความแตกต่างของความดัน หรืออาจจะหมุนมาตรการวัดทำให้ของเหลวดังกล่าวเกิดการเคลื่อนที่ เนื่องจากความหนืดขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ ดังนั้นระหว่างทำการวัดจะต้องควบคุมอุณหภูมิของของเหลวให้ค่าคงตัว โดยติดตั้งมาตรการวัดไว้ภายในถังบรรจุน้ำมันที่มีอุณหภูมิคงตัว

9.5.1 การวัดความหนืดเซย์โบลด์

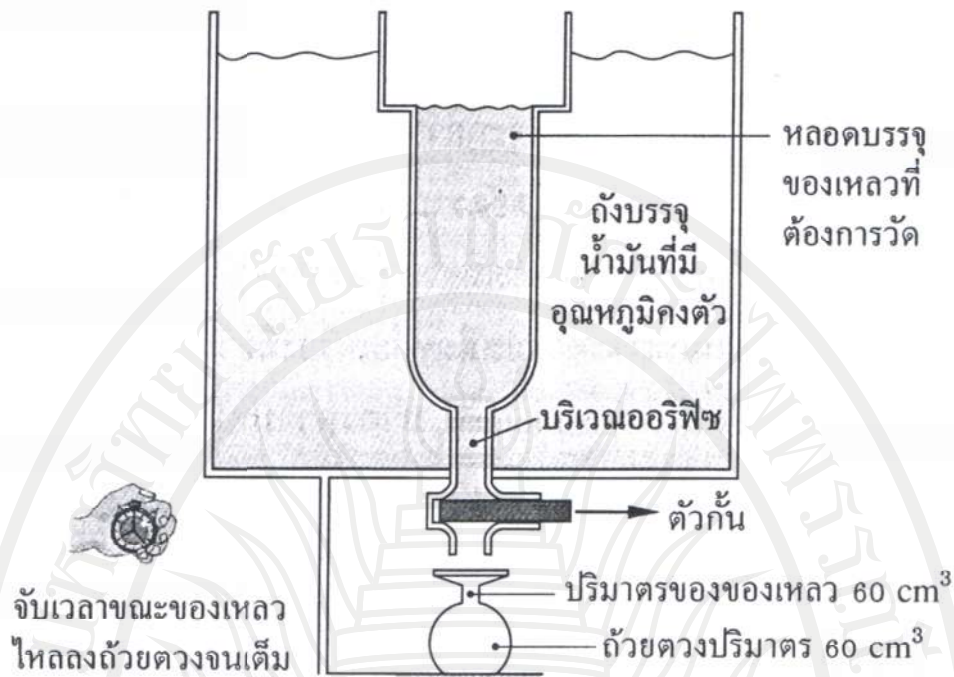
มาตรการความหนืดเซย์โบลด์นี้ก็คือมาตรการความหนืดชนิดรูเล็กมีหลักการทำงานตามสมการการไหลฮาเกิน-ปัวเซยมาตรการความหนืดชนิดนี้มีลักษณะดังแสดงในภาพที่ 9.13 ประกอบหลอดบรรจุของเหลวที่ต้องการวัด รอบๆหลอดบรรจุจะเป็นน้ำมันซึ่งอยู่ในตัวถังของอุปกรณ์ น้ำมันในถังนี้จะถูกควบคุมอุณหภูมิให้คงตัว โดยอาศัยการทำงานระหว่างตัวควบคุมอุณหภูมิ และตัวทำความร้อน ซึ่งติดตั้งไว้ภายในถังบรรจุน้ำมันดังกล่าว นอกจากนี้ บริเวณทางออกซึ่งอยู่ด้านล่างของหลอดบรรจุของเหลวจะเป็นออริฟิซมาตรฐาน และที่ด้านล่างสุดจะนำถ้วยตวงปริมาตร 60 ลบ.ม. มารองไว้ใต้หลอดบรรจุ เมื่อของเหลวบรรจุมีอุณหภูมิตามที่กำหนดในมาตรฐานการทดลองจึงดึงตัวกั้นออกเพื่อปล่อยของเหลวและเริ่มจับเวลา จนกระทั่งของไหลลงเต็มถ้วยตวงด้านล่างจึงปิดตัวกั้น เวลาที่จับได้นั้นเรียกว่า "วินาทีสากลของเซย์โบลด์" ถ้าของเหลวชั้นจะไหลผ่านออริฟิซได้ช้า ดังนั้นของเหลวชั้นจะมีค่า SUS มากกว่าของเหลวใส

ความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดจลน์ (ν) กับระยะเวลาที่ทดลอง (t) โดยปกติแล้วความหนืดจลน์จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะเวลาที่ทดลองดังสมการ $\nu = C_1 t$ โดยที่ C_1 คือค่าคงตัว สำหรับมาตรการความหนืดนั้น อย่างไรก็ตาม ผลที่ได้จากการทดลองอาจมีความคลาดเคลื่อนจากสาเหตุต่างๆ จึงมีการแก้ค่าด้วยพจน์ของ C_2/t จากผลของการทดลองจึงได้สมการเอมพิริคัลดังนี้

$$\text{สำหรับ } t \leq 100 \text{ SUS} \quad \nu = 2.26 \times 10^{-7} t - \frac{1.95 \times 10^{-4}}{t} \quad (9.25)$$

$$\text{สำหรับ } t \geq 100 \text{ SUS} \quad \nu = 2.20 \times 10^{-7} t - \frac{1.35 \times 10^{-4}}{t} \quad (9.26)$$

ในสมการที่ 9.25 และ 9.26 ν มีหน่วยเป็น m^2/s และ t มีหน่วยเป็นวินาที



ภาพที่ 9.13 มาตรฐานวัดความหนืดเซย์โบลด์
ที่มา (มนตรี พิรุณเกษตร, 2554, หน้า 498)

ตัวอย่างที่ 9.6 การวัดความหนืดสัมบูรณ์ของน้ำมันหล่อลื่นชนิดหนึ่ง โดยใช้มาตรฐานวัดความหนืดเซย์โบลด์ หลังจากเตรียมน้ำมันหล่อลื่นตัวอย่างพร้อมแล้วจึงเริ่มจับเวลาตั้งแต่น้ำมันไหลออกจากหลอดบรรจุผ่านออริฟิซและไหลลงจนเต็มถ้วยที่มีปริมาตร 60 ลบ.ม. โดยใช้เวลาดังกล่าวทั้งหมด 210 วินาที ถ้าน้ำมันหล่อลื่นนี้มีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.86 จงหาความหนืดสัมบูรณ์ของน้ำมันหล่อลื่นชนิดนี้

วิธีทำ จากโจทย์ $t = 210$ วินาที หรือ 210 SUS ซึ่งอยู่ในกรณี $t \geq 100$ SUS ดังนั้นสมการ

$$\begin{aligned} \nu &= 2.20 \times 10^{-7} t - \frac{1.35 \times 10^{-4}}{t} \\ &= 2.20 \times 10^{-7} (210) - \frac{1.35 \times 10^{-4}}{210} \\ &= 4.556 \times 10^{-5} \text{ เมตร}^2/\text{วินาที} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจากน้ำมันหล่อลื่นชนิดนี้ } \rho &= (0.86)(1000) \\ &= 860 \text{ กิโลกรัม/ลบ.ม.} \end{aligned}$$

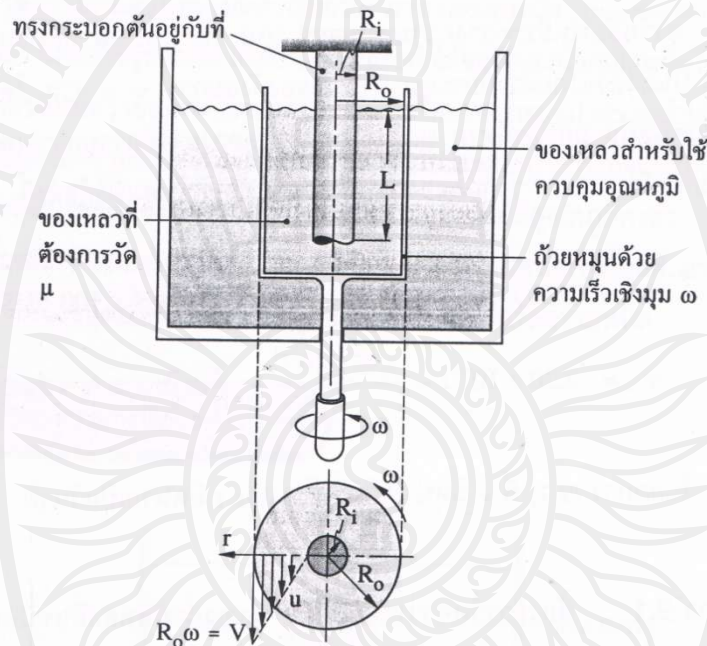
ดังนั้นความหนืดสัมบูรณ์คำนวณจาก

$$\begin{aligned} \mu &= \rho \nu \\ &= 860 \times 4.556 \times 10^{-5} \text{ เมตร}^2/\text{วินาที} \\ &= 0.0392 \text{ นิวตัน วินาที/ตารางเมตร} \end{aligned}$$

Ans

9.5.2 การวัดความหนืดชนิดถ้วยหมุน

มาตรวัดความหนืดชนิดถ้วยหมุนเป็นอุปกรณ์ที่ใช้วัดความหนืดของของเหลว ซึ่งประกอบด้วยถ้วยหมุนรูปทรงกระบอก แกนกลางเป็นแท่งกระบอกตันถูกยึดอยู่กับที่ในแนวเส้นผ่านศูนย์กลางเดียวกัน ดังแสดงในภาพที่ 9.14 ของเหลวที่ต้องการวัดความหนืดจะถูกเติมลงในถ้วยหมุนและของเหลวจะถูกบรรจุอยู่ภายในบริเวณวงแหวนระหว่างถ้วยทรงแกนกลาง ถ้วยจะถูกขับเคลื่อนด้วยความเร็วเชิงมุมคงตัว (ω) ทำให้ของเหลวถูกเหวี่ยงหมุนรอบแกนกลางไปพร้อมๆ กับถ้วยหมุนนั้น ในบริเวณวงแหวนแคบๆ จะสมมติให้ความเร็วของของเหลวมีการกระจายเชิงเส้น โดยความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ที่ผิวของทรงกระบอกแกนกลาง $r = R_i$ และเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นจนกระทั่ง $V = R_o\omega$ ที่ $r = R_o$



ภาพที่ 9.14 มาตรวัดความหนืดชนิดถ้วยหมุน
ที่มา (มนตรี พิรุณเกษตร, 2554, หน้า 500)

ถ้าสมมติให้ของเหลวนี้เป็นของไหลนิวทอนเนียน จากกฎความหนืดของนิวตันสามารถคำนวณความเค้นเฉือนที่ผิวของทรงกระบอกแกนกลาง (ที่ผิว $r = R_i$) ดังนี้

$$\begin{aligned} \tau_w &= \mu \frac{du}{dr} \\ &= \frac{\mu(V-0)}{(R_o - R_i)} \\ &= \frac{\mu R_o \omega}{(R_o - R_i)} \end{aligned} \quad (9.27)$$

เนื่องจากถ้วยหมุนด้วยกำลังขับของมอเตอร์ ทอร์กถูกถ่ายโอนผ่านของเหลวไปสู่ทรงกระบอกแกนกลาง เนื่องจากทรงกระบอกอยู่หนึ่งกับที่จึงเกิดทอร์กต้านทานการหมุนที่กระทำต่อของเหลวทอร์กต้านทานการหมุน (T_r) สามารถคำนวณได้จากความเค้นเฉือนที่ผิวของทรงกระบอกแกนกลาง (ที่ผิว $r = R_i$) ดังนี้

$$\begin{aligned}
 T_r &= (\tau_w A) \cdot R_i \\
 &= (2\pi R_i L \tau_w) \cdot R_i \\
 \mu &= \frac{T_r}{2\pi R_0 R_i L \omega} \quad (9.28)
 \end{aligned}$$

สำหรับ T_r ในสมการข้างต้นนี้สามารถวัดค่าได้จากการติดตั้งเส้นลวดบิดการบิด (Torsion) เข้ากับทรงกระบอกแกนกลาง และวัดค่ามุมบิดของเส้นลวดนั้นออกมา จากค่ามุมบิดที่อ่านได้จะนำไปคำนวณหาทอร์ก T_r ต่อไป

จากสมการ และสามารถหาความหนืดได้จากสมการ 9.27 และ 9.28

ตัวอย่างที่ 9.7 มาตรการวัดความหนืดชนิดถ้วยหมุนประกอบด้วยถ้วยหมุนและทรงกระบอกแกนกลางมีรัศมีเป็น 25.75 มิลลิเมตร และ 25 มิลลิเมตร ตามลำดับ ทรงกระบอกแกนกลางจมลึกลงไปในของเหลวที่ต้องการวัดเป็นระยะ 10 เซนติเมตร เริ่มหมุนถ้วยบรรจุของเหลวจนกระทั่งเข้าสู่สภาวะคงตัว และขณะนั้นถ้วยหมุนมีอัตราเร็วรอบ 30 rpm ที่ทรงกระบอกแกนกลางวัดทอร์กต้านที่วัดได้ 1.50×10^{-4} Nm จงหาความหนืดสมบูรณ์ของเหลวนั้น

วิธีทำ	จากโจทย์	T_r	=	1.50×10^{-4}	Nm
		L	=	10	m
		R_i	=	0.025	m
		R_0	=	0.02575	m
		ω	=	$\frac{2\pi N}{60}$	
			=	$\frac{2\pi(30)}{60}$	
			=	π rad	
สมการ		μ	=	$\frac{T_r}{2\pi R_0 R_i L \omega}$	
			=	$\frac{1.50 \times 10^{-4} \text{ Nm} (0.02575 \text{ m} - 0.025 \text{ m})}{2\pi (0.02575 \text{ m}) (0.025 \text{ m})^2 (0.10) \pi}$	
			=	3.541×10^{-3}	Ns/m ² <u>Ans</u>

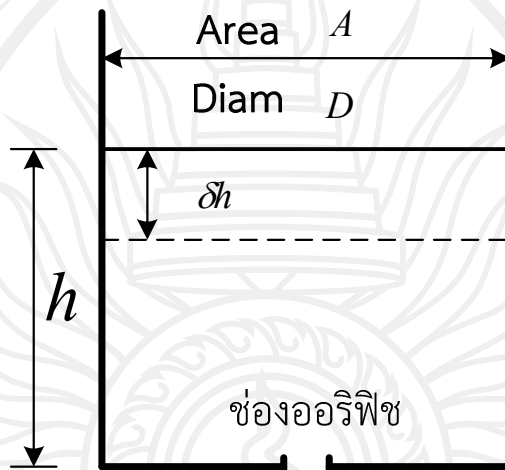
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

9.6 ประยุกต์เครื่องการวัดในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบไม่คงที่

สภาวะการไหลไม่คงที่ คือลักษณะการไหลที่แปรผันเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาต่างๆ นั่นคือของเหลวจะมีค่าความลึก ความเร็ว และอัตราการไหลไม่คงที่ แต่จะแปรผันเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา การไหลลักษณะนี้จะพบได้โดยทั่วไปในลำน้ำธรรมชาติ

9.6.1 การไหลผ่านแบบไม่คงที่ผ่านออริฟิซ

การวัดอัตราการไหลผ่านช่องเปิดคมในสภาวะการไหลไม่คง โดยพิจารณาการวัดอัตราการไหลผ่านช่องเปิดคมจากสมการ 9.11 เมื่อต้องการคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการระบายน้ำผ่านช่องออริฟิซออกจากถังจนหมด



ภาพที่ 9.15 การเปลี่ยนแปลงระดับน้ำในถัง

จากภาพที่ 9.15 เมื่อเวลาผ่านไป t ระดับน้ำในถังจะลดลงเหลือ h โดยกำหนดให้อัตราการลดลงของน้ำในถังเท่ากับอัตราที่น้ำไหลออกจากถัง

$$\begin{aligned} A(h - dh) - Ah &= Q[(t + dt) - t] \\ -Ah &= Qdt \\ dt &= -\frac{A}{Q}dh \end{aligned} \quad (9.29)$$

9.6.2 การไหลผ่านแบบไม่คงที่ผ่านฝาย

การวัดอัตราการไหลผ่านฝายในสภาวะการไหลไม่คง โดยพิจารณาการวัดอัตราการไหลผ่านฝายแต่ละชนิดดังที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 9.2.2 เมื่อต้องการคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการระบายน้ำออกจากอ่างจนหมด หรือการลดระดับน้ำที่เปลี่ยนแปลงไปการระบายน้ำออกจากฝายจากสมการที่ 9.29

ตัวอย่างที่ 9.8 พิจารณาจากภาพที่ 9.15 น้ำในถังมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.8 เมตร ไหลออกจากช่องออร์ฟิซซึ่งติดตั้งอยู่ที่ก้นถัง ช่องออร์ฟิซดังกล่าวมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 มิลลิเมตร จงคำนวณหาความสูงเริ่มต้นของระดับน้ำในถังที่จะทำให้ให้น้ำปริมาตร 2.8 ลูกบาศก์เมตร ไหลระบายออกจากถังจนหมดภายในเวลา 395 วินาที กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ของการไหล, $C_d = 0.60$

วิธีทำ จากสมการ $dt = -\frac{A}{Q} dh$

อัตราการไหลของน้ำผ่านออร์ฟิซ สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$Q = C_d \sqrt{2gh}$$

โดยที่ a คือพื้นที่หน้าตัดของออร์ฟิซ

$$\begin{aligned} a &= \frac{\pi}{4} (0.05)^2 \\ &= 0.00196 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

เวลาที่ใช้ในการระบายน้ำออกจากถังระดับน้ำในถังลดลงจาก h_1 ถึง h_2

$$\int_0^{395} dt = -\int_{h_1}^{h_2} \frac{A}{Q} dh$$

$$T = \frac{2A}{C_d a \sqrt{2g}} (h_1^{0.5} - h_2^{0.5})$$

โดยจากโจทย์ $A = \frac{\pi}{4} (1.8)^2$

$$= 2.5447 \text{ m}^2$$

ปริมาตรของน้ำที่ไหลระบายออก $\nabla = 2.80 \text{ m}^3$

ระดับน้ำที่ลดลง $h_1 - h_2 = \frac{\nabla}{A}$

$$= \frac{2.8}{2.5447}$$

$$= 1.10 \text{ m}$$

แทนค่าในสมการ

$$395 = \frac{2 \times 2.5447}{0.60 \times 0.00196 \sqrt{2 \times 9.81}} (h_1^{0.5} - h_2^{0.5})$$

$$h_2^{0.5} = h_1^{0.5} - 0.404$$

$$h_2 = h_1 - 0.808 h_1^{0.5} + 0.163$$

และจาก $h_1 - h_2 = 1.10 \text{ m}$

$$1.10 = h_1 - (h_1 - 0.808 h_1^{0.5} + 0.163)$$

$$0.808 h_1^{0.5} = 1.263$$

$$h_1 = 2.45 \text{ m}$$

Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างที่ 9.9 ช่องออริฟิซหน้าตัดรูปวงกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร มีค่าสัมประสิทธิ์ของการไหล $C_d = 0.60$ ติดตั้งอยู่ก้นถังซึ่งมีขนาดพื้นที่ผิวน้ำแปรไปตามระดับน้ำในถัง (h) ดังสมการต่อไปนี้ $A = 0.0625(5+h)^2$ จงคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการระบายน้ำซึ่งสูง 3.0 เมตร เหนือช่องออริฟิซจนระดับน้ำลดต่ำลงมาเหลือ 0.5 เมตร เหนือช่องออริฟิซ

วิธีทำ จากสมการ

$$dt = -\frac{A}{Q} dh$$

อัตราการไหลของน้ำผ่านออริฟิซ

$$Q = C_d \sqrt{2gh}$$

$$\begin{aligned} Q &= 0.6 \times \frac{\pi}{4} (0.02)^2 \sqrt{2 \times 9.81 h^{0.5}} \\ &= 8.35 \times 10^{-4} h^{0.5} \end{aligned}$$

แทนค่า

$$dt = -\frac{0.0625(5+h)^2}{8.35 \times 10^{-4} h^{0.5}} dh$$

$$\int dt = -\int \frac{0.0625(5+h)^2}{8.35 \times 10^{-4} h^{0.5}} dh$$

$$T = -\frac{0.0625}{8.35 \times 10^{-4}} \int_{0.5}^{3.0} (5+h)^2 (h^{0.5}) dh$$

$$= 74.85 \int_{0.5}^{3.0} (25h^{-0.5} + 10h^{0.5} + h^{\frac{3}{2}}) dh$$

$$= 74.85 \left[50h^{0.5} + \frac{20}{3}h^{1.5} + \frac{2}{5}h^{2.5} \right]_{0.5}^{3.0}$$

$$= 6713.75 \quad \text{S} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 9.10 อ่างเก็บน้ำแห่งหนึ่งมีพื้นที่ผิวน้ำ 33,000 เมตร² น้ำจากอ่างเก็บน้ำแห่งนี้กำลังไหลล้นข้ามฝายซึ่งยาว 3.6 เมตร และสันฝายอยู่ต่ำกว่าระดับผิวน้ำลงไป 0.6 เมตร จงคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการระบายน้ำออกจากอ่างแห่งนี้จนระดับน้ำลดลง 0.5 เมตร กำหนดให้อัตราการไหลล้นข้ามสันฝาย $Q = 1.84Lh^{\frac{3}{2}}$ โดยที่ L คือความยาวสันฝาย และ h คือระดับน้ำเหนือสันฝาย

วิธีทำ จากสมการ

$$dt = -\frac{A}{Q} dh$$

แทนค่า

$$dt = -\frac{A}{1.84Lh^{\frac{3}{2}}} dh$$

อินทิเกรตจาก h_1 ถึง h_2 :

$$T = \frac{2A}{1.84L} \left(\frac{1}{h_2^{0.5}} - \frac{1}{h_1^{0.5}} \right)$$

จากโจทย์

$$h_1 = 2.45 \quad \text{m}$$

$$h_2 = h_1 - 0.5 \quad \text{m}$$

$$= 0.1 \quad \text{m}$$

แทนค่า

$$T = \frac{2 \times 33,000}{1.84 \times 3.6} \left(\frac{1}{\sqrt{0.1}} - \frac{1}{\sqrt{0.6}} \right)$$

$$= 6713.75 \quad \text{S} \quad \text{Ans}$$

9.7 สรุป

การวัดการไหลของของไหล เช่น ความดัน ความเร็ว อัตราการไหล เป็นต้นในการเลือกใช้เครื่องมือวัดควรพิจารณา คือ ช่วงของการวัด, ความละเอียด, รูปแบบการแสดงผล และความแม่นยำในการวัดว่าเหมาะสมกับความต้องการหรือไม่

1. เครื่องมือวัดอัตราการไหลมี 2 ชนิดคือ

1.1 การวัดการไหลในท่อที่มีการวัดอัตราการไหลผ่านช่องเวนจูรีสามารถคำนวณจากสมการ 9.4 และการวัดอัตราการไหลผ่านช่องเปิดคมแต่ละชนิดสามารถคำนวณจากสมการ 9.11 - 9.15 ตามชนิดของช่องเปิดคม อีกทั้งยังสามารถวัดผ่านหัวฉีดการไหลสามารถคำนวณจากสมการ 9.16

1.2 การวัดการไหลในทางน้ำเปิดสามารถวัดได้จากฝ่ายชนิดต่างๆ เช่น ฝ่ายสันคมชนิดต่างๆ สามารถคำนวณจากสมการ 9.17 - 9.23 ตามชนิดของฝ่าย

2. เครื่องมือวัดความเร็วถ้าจะวัดการวัดการไหลในท่อจะใช้ท่อปีโตต์ในการวัดสามารถคำนวณจากสมการ 9.24 และเมื่อต้องการวัดการไหลในทางน้ำเปิดใช้เครื่องวัดความเร็วกระแสที่มี 2 ชนิด คือแบบถ้วยและแบบใบพัด

3. เครื่องมือวัดความหนืดโดยใช้เซย์โบลด์สามารถคำนวณจากสมการ 9.25 และ 9.6 และเครื่องมือวัดความหนืดโดยใช้ชนิดถ้วยหมุนสามารถคำนวณจากสมการ 9.27 และ 9.28

4. ประยุกต์เครื่องการวัดในสภาวะการไหลไม่คงที่กับการไหลผ่านแบบไม่คงที่ผ่านออริฟิซ โดยพิจารณาการไหลผ่านแบบไม่คงที่จากสมการ 9.29 และพิจารณาร่วมกับสมการการวัดของการวัดอัตราการไหลผ่านช่องเปิดคม

แบบฝึกหัดบทที่ 9

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ในกระบวนการผลิตกลีเซอรินซึ่งทราบความหนืดอยู่แล้ว นำกลีเซอรินมาวัดด้วยมาตรวัดความหนืดชนิดถ้วยหมุน มาตรวัดมีความสูง 18 เซนติเมตร ถ้วยที่ใช้ทดสอบมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 4.2 เซนติเมตร และ 7.4 เซนติเมตร ถ้าถ้วยหมุนด้วยอัตราเร็วรอบ 22 rpm จงคำนวณหาทอร์กที่อ่านได้บนทรงกระบอกแกนกลางภายในถ้วยหมุนนั้น

2. เวนจัวร์ตามภาพที่ 9.1 ถ้าท่อมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 100 mm. เส้นผ่านศูนย์กลางช่วงคอคอดเท่ากับ 50 mm. ขณะที่น้ำอุณหภูมิ 80°C ไหลผ่าน ความดันแตกต่างกันระหว่าง 1 กับ 2 วัดได้ 55 kPa ให้คำนวณหาอัตราการไหลของน้ำ

3. เวนจัวร์ตามภาพที่ 9.1 ถ้าท่อมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 300 mm. เส้นผ่านศูนย์กลางช่วงคอคอดเท่ากับ 150 mm. อัตราการไหล $0.142\text{ m}^3/\text{s}$ ถ้าสัมประสิทธิ์ทางด้านจ่ายของเวนจัวร์มีเตอร์เท่ากับ 0.982 ให้คำนวณหาความดันแตกต่างในมาโนมิเตอร์

4. ใช้หัวฉีดวัดอัตราการไหลตามภาพที่ 9.6 วัดอัตราการไหลของอากาศที่มีน้ำหนักจำเพาะ 12.7 N/m^3 และค่าความหนืดจลน์ $1.3 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$ ท่อมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 100 mm. หัวฉีดมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 mm. ถ้าอ่านค่าความดันแตกต่างจากมาโนมิเตอร์ที่ใช้น้ำเป็นเกจได้ 81.50 mm. ให้คำนวณหาอัตราการไหล

5. หลอดปีโตชนิดท่อร่วมติดตั้งไปกับเครื่องบินลำหนึ่งซึ่งถูกปรับเทียบเพื่ออ่านอัตราความเร็วอากาศในหน่วย km/hr. สำหรับอากาศมาตรฐาน จงคำนวณหาอัตราเร็วที่แท้จริงเมื่อมาตรวัดอ่านค่าได้ 300 km/hr. ที่ความสูง 1.2 km. จากระดับน้ำทะเล และสมมุติให้อากาศมีความหนาแน่น 1.05 kg/m^3 (สมมุติให้อุณหภูมิของอากาศลดลงในอัตรา 0.60°C ต่อความสูง 100 m และอากาศมาตรฐานมีค่า $\rho = 101.3\text{ kPa}$ และ $T = 289\text{ K}$)

6. ต้องการวัดความหนืดสัมบูรณ์ของน้ำมันหล่อลื่นชนิดหนึ่ง โดยใช้มาตรวัดความหนืดเซย์โบลด์ หลังจากเตรียมน้ำมันหล่อลื่นตัวอย่างพร้อมแล้วจึงเริ่มจับเวลาตั้งแต่น้ำมันไหลออกจากหลอดบรรจุผ่านออริฟิซและไหลลงจนเต็มถ้วยที่มีปริมาตร 80 ลบ.ม. โดยใช้เวลาดังกล่าวทั้งหมด 110 วินาที ถ้าน้ำมันหล่อลื่นนี้มีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.96 จงหาความหนืดสัมบูรณ์ของน้ำมันหล่อลื่นชนิดนี้

7. จากการใช้ท่อปีโตต์เพื่อหาความเร็วของน้ำ สามารถอ่านค่าความดันจากมาโนมิเตอร์ ซึ่งวัดได้เป็นค่าความสูงของของไหลเท่ากับ 24.6 เซนติเมตร โดยของไหลในมาโนมิเตอร์มีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.05 จงหาความเร็วของน้ำ

8. จากการทดลองในห้องปฏิบัติการ สามารถวัดอัตราการไหลข้ามฝายมาตรฐานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าของ U.S.B.R. ได้ 0.525 cms . ความสูงของน้ำเหนือสันฝาย 0.252 m. ความยาวของสันฝาย 1.86 m. จงหาสัมประสิทธิ์อัตราการไหล

เอกสารอ้างอิง

- คมสัน วงศ์วีรจันทร์. (2548). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ :
ไอ.เอส.พรีนติ้ง เฮ้าส์ เดียนสโตร์.
- มนตรี พิรุณเกษตร. (2554). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ :
วิทย์พัฒนา จำกัด.
- สกล ห่อวโนทยาน. (2543). เอกสารประกอบการสอนวิชาชลศาสตร์ Hydraulics. กรุงเทพฯ :
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 10

เนื้อหาประจำบท

บทที่ 10. การวิเคราะห์มิติ และความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์

- 10.1 การวิเคราะห์เชิงมิติ
- 10.2 ความคล้ายคลึง
- 10.3 กลุ่มตัวแปรไร้มิติทั่วไปในวิชาชลศาสตร์
- 10.4 การจัดประเภทของกรณีศึกษา
- 10.5 สรุป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อจบบทเรียนบทที่ 10 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายพฤติกรรมของการวิเคราะห์เชิงมิติ
2. อธิบายพฤติกรรมของความคล้ายคลึง
3. อธิบายการประเภทกลุ่มตัวแปรไร้มิติทั่วไปในวิชาชลศาสตร์
4. อธิบายการการจัดประเภทของกรณีศึกษาในวิชาชลศาสตร์
4. อธิบายวิธีการวิเคราะห์การวิเคราะห์เชิงมิติ
5. อธิบายวิธีการวิเคราะห์ของความคล้ายคลึง
6. อธิบายวิธีการวิเคราะห์กรณีศึกษาต่างๆ

กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยายเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้
2. ผู้สอนอภิปราย ซักถาม พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
3. ผู้เรียนตอบคำถามขณะที่เรียน และตอบคำถามท้ายบท

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาชลศาสตร์
2. หนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง
3. บรรยายการเรียนการสอน โดยใช้โปรแกรมไมโครซอฟต์พาวเวอร์พอยต์

การวัดผลและการประเมิน

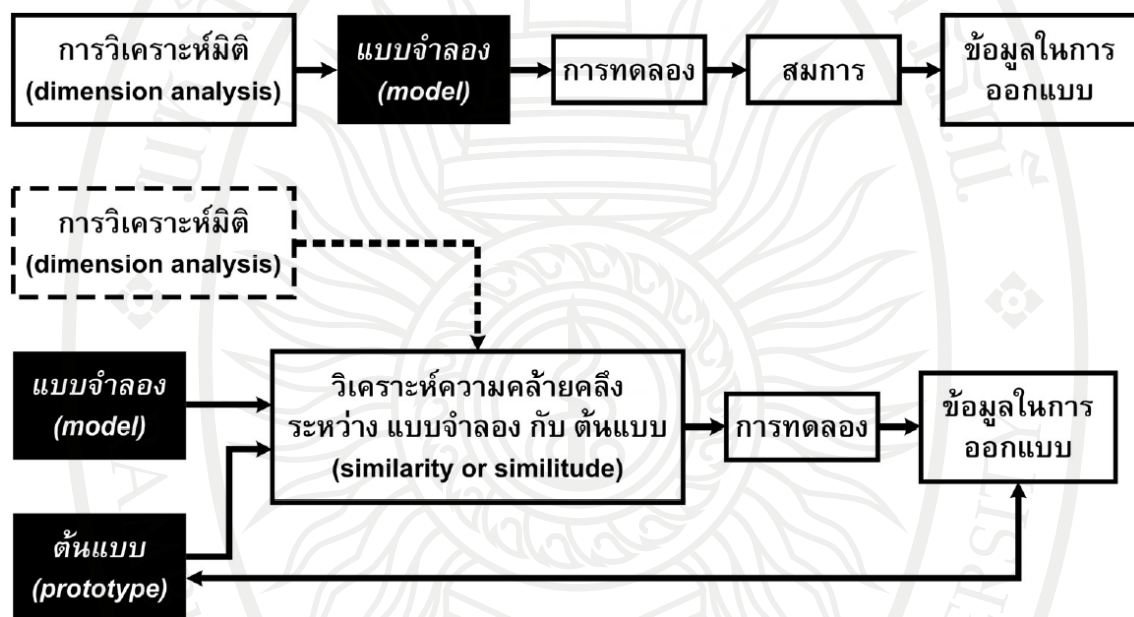
1. สังเกตจากพฤติกรรมการเรียนของผู้เรียนในชั้นเรียน
2. จากการตอบคำถามในขณะที่เรียนและตอบคำถามท้ายบท
3. จากการสอบกลางภาคและปลายภาค

ลิขสิทธิ์ © 2564 โดย วิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

บทที่ 10

การวิเคราะห์มิติ และความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์

ในบางครั้งการวิเคราะห์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหล โดยจะต้องอาศัยหลักการทางฟิสิกส์ และคณิตศาสตร์ อาจมีความซับซ้อนหรือยากเกินกว่าที่จะอธิบายให้เห็นเป็นรูปธรรมได้ ดังนั้นจึงต้องอาศัยการทดลองในห้องปฏิบัติการจำลองสถานการณ์ที่อาจเกิดขึ้น เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการแก้ปัญหาต่อไปได้ ดังนั้นเนื้อหาในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงมิติ เพื่อนำไปสู่การออกแบบการทดลอง หรือการจำลองสถานการณ์ให้สอดคล้องกับความเป็นจริงที่จะเกิดขึ้นจริง โดยจะกล่าวถึงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรในสองลักษณะ คือการวิเคราะห์มิติ และการวิเคราะห์ความคล้ายคลึงดังภาพที่ 10.1



ภาพที่ 10.1 แผนภูมิความเชื่อมโยงระหว่างแบบจำลองกับต้นแบบ
ที่มา (ธัญธร ออวะลา, 2553, หน้า 8-1)

10.1 การวิเคราะห์เชิงมิติ

การวิเคราะห์มิติเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ศึกษาเกี่ยวกับมิติ และหน่วย ของตัวแปรต่างๆ เพื่อใช้แก้ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของไหลซึ่งทฤษฎีการไหลอื่นๆ ไม่สามารถอธิบายได้ หรืออธิบายได้ยาก โดยจะช่วยให้เข้าใจถึงปรากฏการณ์ของการไหล และทำนายตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น ซึ่งสามารถหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในรูปของตัวแปรไร้มิติ และเมื่อนำมาวิเคราะห์ร่วมกับข้อมูลที่ได้จากการตรวจวัดหรือทำการทดลอง จะสามารถสรุปออกมาเป็นสูตรหรือสมการทั่วไปได้ นอกจากนี้ยังช่วยให้เราทราบถึงแนวทางในออกแบบการทดลองหรือการทดสอบแบบจำลองของตัวต้นแบบทางชลศาสตร์อีกด้วย

10.1.1 มิติ และหน่วย

มิติ และหน่วยเพื่อให้เข้าใจในหลักการของการวิเคราะห์ จะขอกล่าวถึงความหมายของคำว่า มิติและหน่วยเสียก่อน

มิติ

มิติ หมายถึง คุณสมบัติทางกายภาพของสสาร ซึ่งสามารถระบุได้ในเชิงปริมาณ เช่น ความยาว น้ำหนัก มวล แรง ฯลฯ เป็นต้น ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

1. มิติปฐมภูมิ หรือมิติพื้นฐาน

มิติปฐมภูมิ หรือมิติพื้นฐานหมายถึง มิติของตัวแปรพื้นฐานที่ไม่สามารถแยกเป็นมิติอื่นได้อีก และไม่ขึ้นอยู่กับมิติอื่นๆ ซึ่งเป็นค่าที่บอกถึงปริมาณที่สสารแสดงออกมาโดยตรง ในวิชากลศาสตร์ของไหลจะใช้มิติพื้นฐาน 4 ตัว ดังนี้

- 1.1 มวล สัญลักษณ์ที่ใช้คือ M, m
- 1.2 ความยาว สัญลักษณ์ที่ใช้คือ L
- 1.3 เวลา สัญลักษณ์ที่ใช้คือ T
- 1.4 อุณหภูมิ สัญลักษณ์ที่ใช้คือ θ

2. มิติทุติยภูมิ

มิติทุติยภูมิเป็นมิติที่เกิดจากการรวมกันของมิติปฐมภูมิ ซึ่งตัวแปรจะแสดงค่ามิติตามที่ถูกกำหนดขึ้นจาก นิยาม หรือทฤษฎี เช่น ปริมาตร เกิดจาก ความกว้าง (L) × ความยาว (L) × ความสูง (L) ดังนั้น ปริมาตร จึงมีมิติเป็น L^3 หรือ ความเร็ว คือ ระยะทางที่เปลี่ยนไป (L) ต่อหนึ่งหน่วยเวลา (T) ดังนั้น ความเร็ว จึงมีมิติเป็น L/T เป็นต้น

ปริมาณปฐมภูมิ จะใช้อ้างอิงเป็นมิติพื้นฐาน ดังนั้นมิติของปริมาณทุติยภูมิจึงอยู่ในพจน์ของปริมาณปฐมภูมินั่นเอง ในวิชาวิชาศาสตร์นี้จะมีมิติพื้นฐาน 3 ตัวคือ L, T และ M หรืออาจเป็น L, T และ F (โดยที่ F คือมิติพื้นฐานของแรง) มิติและหน่วยของปริมาณทางฟิสิกส์ดังตารางที่ 10.1

ตารางที่ 10.1 มิติของปริมาณทางฟิสิกส์

ปริมาณทางฟิสิกส์	มิติของ MLT	มิติของ FLT	หน่วย (SI)
1. ความยาว	L	L	m
2. เวลา	T	T	s
3. มวล	M	$FL^{-1}T^{-2}$	kg
4. อุณหภูมิ	θ	θ	K
5. แรง	MLT^{-2}	F	N
6. พื้นที่	L^2	L^2	m^2
7. ปริมาตร	L^3	L^3	m^3
8. ความเร็ว	LT^{-1}	LT^{-1}	m/s
9. ความเร่ง	LT^{-2}	LT^{-2}	m/s^2
10. ความเร็วเชิงมุม	T^{-1}	T^{-1}	s^{-1}
11. ความเร่งเชิงมุม	T^{-2}	T^{-2}	s^{-2}
12. ความหนาแน่น	ML^{-3}	$FL^{-4}T^{-2}$	s^{-2}

ตารางที่ 1.1 มิติของปริมาณทางฟิสิกส์ (ต่อ)

ปริมาณทางฟิสิกส์	มิติของ MLT	มิติของ FLT	หน่วย (SI)
13. ความร้อน, งาน, โมเมนต์, ทอร์ก	ML^2T^{-2}	FL	Kg/m^3
14. พลังงาน	ML^2T^{-2}	FL	$N\cdot m, J$
15. กำลัง	ML^2T^{-3}	FLT^{-1}	$N\cdot m, J$
16. ความดัน, ความเค้น, โมดูลัสยืดหยุ่น	$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}	$J/s, W$
17. ความเครียด	$M^0L^0T^0$	$F^0L^0T^0$	$N/m^2, Pa$
18. น้ำหนักจำเพาะ	$ML^{-2}T^{-2}$	FL^{-3}	-
19. ความหนืดสัมบูรณ์	$ML^{-1}T^{-1}$	$FL^{-2}T$	N/m^3
20. ความหนืดจลน์	L^2T^{-1}	L^2T^{-1}	$N\cdot s/m^2$
21. โมเมนต์ตัม	MLT^{-1}	FT	M^2/s
22. โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่	L^4	L^4	$N\cdot s$
23. โมเมนต์ความเฉื่อยของมวล	ML^2	FLT^2	$kg\cdot m^2$
24. ความตึงผิว	MT^{-2}	FL^{-1}	N/m

หน่วย

หน่วย หมายถึงลักษณะนามที่ใช้ระบุถึงปริมาณของมิติที่แสดงออกมา ซึ่งทั่วโลกได้มีการกำหนดระบบหน่วยในการวัดขึ้นมาหลายระบบ โดยทั่วไป ระบบหน่วยใหญ่ ๆ มีอยู่ 2 ระบบ คือ

1. ระบบหน่วยเอสไอ ซึ่งพัฒนามาจากระบบหน่วยเมตริก
2. ระบบหน่วยอังกฤษ

ทั้งสองระบบนี้มีหน่วยพื้นฐานที่สำคัญ

ตารางที่ 10.2 หน่วยของมิติปฐมภูมิของระบบหน่วยสากลและระบบหน่วยอังกฤษ
ที่มา (ดัดแปลงจากคมสัน วงศ์วีร์จันทร์, 2548, หน้า 3)

ปริมาณ	มิติ	ระบบเอสไอ		ระบบอังกฤษ		ระบบเมตริก	
		หน่วย	สัญลักษณ์	หน่วย	สัญลักษณ์	หน่วย	สัญลักษณ์
ความยาว	L	เมตร	m	ฟุต	ft	เมตร	m
เวลา	T	วินาที	s	วินาที	s	วินาที	s
มวล	M,m	กิโลกรัม	kg	สลัก	slug	กิโลกรัม	kg
แรง	F	นิวตัน	N	ปอนด์	lb	กิโลกรัม(แรง)	kg_f

หมายเหตุ 1 N = $kg\cdot m/s^2$, 1 Slug = $lb\cdot s^2/ft$

10.1.2 การวิเคราะห์มิติโดยวิธีบั๊กกิ้งแฮมพาย

การวิเคราะห์มิติโดยวิธีทฤษฎีของบั๊กกิ้งแฮมพายเป็นทฤษฎีที่ใช้วิเคราะห์พจน์ของตัวแปรไร้มิติ ซึ่งเป็นวิธีที่นักฟิสิกส์ชาวอเมริกันชื่อ บั๊กกิ้งแฮม (Edgar Buckingham) ได้เป็นผู้พัฒนาขึ้น โดยใช้สัญลักษณ์ (Π) แทนพจน์ของตัวแปรไร้มิติที่วิเคราะห์ขึ้นมาจากตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่พิจารณา โดยขั้นตอนในการวิเคราะห์สามารถสรุปได้ดังนี้

1. รวบรวมตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทั้งหมด (กำหนดจำนวน k ตัว) โดยหลักในการพิจารณาจะจำแนกตัวแปรออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้

1.1 กลุ่มตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับขนาด และรูปร่าง เช่น ความยาว (L) เส้นผ่านศูนย์กลาง (D) ความกว้าง (B) ความสูง (h) พื้นที่หน้าตัด (A) ปริมาตร (V) เป็นต้น

1.2 กลุ่มตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของของไหล เช่น ความหนาแน่น (ρ) ความหนืด (μ) น้ำหนักจำเพาะ (γ) เป็นต้น

1.3 กลุ่มตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับอิทธิพลภายนอกที่เกี่ยวข้องกับการไหล เช่น ความดัน (P) ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง (g) ความเร็ว (V) แรงกระทำ (F) เป็นต้น

ทั้งนี้ตัวแปรที่รวบรวมได้นั้นจะต้องไม่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอื่น เช่น น้ำหนักจำเพาะ (γ) เกิดจากผลคูณระหว่างความหนาแน่น (ρ) กับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง (g) ดังนั้นในการคัดเลือกตัวแปรสามารถทำได้สองแบบคือ เลือกน้ำหนักจำเพาะเพียงตัวเดียว หรือเลือกความหนาแน่น และความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

2. วิเคราะห์มิติของตัวแปรโดยใช้ระบบ $FLT\theta$ หรือ $MLT\theta$ (เลือกแบบใดแบบหนึ่ง) และนับจำนวนมิติอ้างอิง (Reference dimension) ซึ่งก็คือมิติพื้นฐานที่ประกอบขึ้นเป็นตัวแปรทั้งหมด (จำนวน r ตัว)

ตัวอย่างเช่น ถ้าปัญหาประกอบด้วยตัวแปรดังต่อไปนี้ โดยใช้ระบบ $MLT\theta$

เส้นผ่านศูนย์กลาง (D)	มิติคือ L^1
ความหนืด (μ)	มิติคือ $M^1 L^{-1} T^{-1}$
ความหนาแน่น (ρ)	มิติคือ $M^1 L^{-3}$
ความเร็ว (V)	มิติคือ $L^1 T^{-1}$
ความดัน (P)	มิติคือ $M^1 L^{-1} T^{-2}$

ดังนั้น จะเห็นได้ว่าตัวแปรทั้งหมดประกอบขึ้นจากมิติอ้างอิงคือ ML และ T ซึ่งเท่ากับ 3 ตัว ($r = 3$)

3. เลือกตัวแปรซ้ำ (Repeating variable) จากตัวแปรทั้งหมด ให้มีจำนวนเท่ากับจำนวนของมิติอ้างอิง โดยตัวแปรซ้ำที่เลือกมานั้น เมื่อนำมิติทั้งหมดมารวมกันจะต้องมีองค์ประกอบของมิติอ้างอิงครบทุกตัว (เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ ตัวแปรซ้ำแต่ละตัวที่ทำการเลือกควรมีมีติน้อยที่สุด)

ตัวอย่างเช่น เมื่อพิจารณาจากตัวอย่างก่อนหน้า มิติอ้างอิงประกอบด้วย M L และ T ดังนั้นจะต้องเลือกตัวแปรซ้ำ 3 ตัว ($r = 3$) ในที่นี้สามารถเลือก เส้นผ่านศูนย์กลาง (D) ความหนาแน่น (ρ) และความเร็ว (V) เพราะมิติของตัวแปรทั้งสามประกอบขึ้นจากมิติอ้างอิงครบทุกตัว หรืออาจจะเลือกความหนืด (μ) ความดัน (P) และ เส้นผ่านศูนย์กลาง (D) ก็ได้

4. สร้างพจน์ของตัวแปรไร้มิติ หรือ พายเทอม (π -term) ด้วยการผสมตัวแปรซ้ำทุกตัวกับตัวแปรที่เหลืออยู่ที่ละตัว แล้วทำการปรับเลขชี้กำลังของตัวแปรซ้ำจนกระทั่งพจน์ของตัวแปรนั้นไร้มิติ ซึ่งจะเห็นว่าจำนวนของพจน์ไร้มิตินั้นจะเท่ากับ $k - r$ พจน์

ตัวอย่างเช่น เมื่อพิจารณาจากตัวอย่างก่อนหน้า มีตัวแปรทั้งหมด 5 ตัว ($k=5$) ตัวแปรทั้งหมดประกอบด้วยมิติอ้างอิง 3 ตัว ($r=3$) หากเลือกเส้นผ่านศูนย์กลาง (D) ความหนาแน่น (ρ) และความเร็ว (V) เป็นตัวแปรซ้ำ ตัวแปรที่เหลืออยู่คือ ความหนืด (μ) และความดัน (P) ดังนั้นจะมีพจน์ของตัวแปรไร้มิติทั้งหมด 2 พจน์ ($n = k - r = 5 - 3$) โดยพจน์ของตัวแปรไร้มิติจะมีลักษณะดังนี้

$$\pi_1 = \mu \cdot D^a \cdot \rho^b \cdot V^c \quad ; \quad \pi_2 = P \cdot D^d \cdot \rho^e \cdot V^f$$

โดยค่าของ a, b, c, d, e และ f จะต้องทำให้มิติของ π -term เท่ากับ 1 หรือไม่มีมิติ ($\pi_i: M^0 L^0 T^0 = 1$)

5. หลังจากได้พจน์ของตัวแปรไร้มิติมาแล้ว เราสามารถผันรูปของตัวแปรให้เหมาะสมกับรูปแบบของการทดลองการเก็บข้อมูล หรือรูปแบบของพจน์ตัวแปรที่เราคุ้นเคยได้ โดยกระบวนการผันรูปของพจน์ตัวแปรไร้มิตินั้นต้องสามารถคงสถานะไร้มิติของพจน์ตัวแปรเอาไว้ได้ เช่น

5.1 การยกกำลังหรือถอดราก การยกกำลังหรือถอดรากของพจน์ตัวแปรไร้มิติจะไม่มีผลต่อสถานะไร้มิติของพจน์ตัวแปรแต่อย่างใด

5.2 การคูณหรือหารด้วยค่าคงที่ ถ้านำค่าคงที่ซึ่งไม่มีมิติมาคูณหรือหารกับพจน์ตัวแปรไร้มิติจะไม่มีผลต่อสถานะไร้มิติของพจน์ตัวแปรแต่อย่างใด

5.3 การนำพจน์ไร้มิติสองพจน์มาคูณหรือหารกัน เนื่องจากพจน์ตัวแปรไร้มิติทั้งสองตัวไม่มีมิติ ดังนั้นการนำมาคูณหรือหารกัน จึงไม่มีผลต่อสถานะไร้มิติ

6. หาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ตัวแปรไร้มิติ

$$\phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n) = 0$$

ความสัมพันธ์จะได้จากการเก็บข้อมูลจากการทดลอง

โดยที่สมการที่ 10.1, 10.2 และ 10.3

$$a = -2$$

$$\therefore \pi_1 = \frac{\mu \cdot V}{D^2 \gamma}$$

$$\pi_2 = m \cdot D^d \cdot \gamma^e \cdot V^f$$

$$= [M^1] \cdot [L]^d \cdot [M^1 L^{-2} T^{-2}]^e \cdot [L^1 T^{-1}]^f$$

$$M \rightarrow M^{(1+0+e+0)} = M^0 \rightarrow e = 1 \quad (10.4)$$

$$L \rightarrow L^{(0+d-2e+f)} = L^0 \rightarrow d+f = -2 \quad (10.5)$$

$$T \rightarrow M^{(0+0+2e+f)} = T^0 \rightarrow f = 2 \quad (10.6)$$

โดยที่สมการที่ 10.4, 10.5 และ 10.6

$$d = -4$$

$$\therefore \pi_2 = \frac{m \cdot V^2}{D^4 \gamma}$$

$$\pi_3 = F \cdot D^g \cdot \gamma^h \cdot V^i$$

$$= [M^1 L^1 T^{-2}] \cdot [L]^g \cdot [M^1 L^{-2} T^{-2}]^h \cdot [L^1 T^{-1}]^i$$

$$M \rightarrow M^{(1+0+h+0)} = M^0 \rightarrow h = -1 \quad (10.7)$$

$$L \rightarrow L^{(1+g-2h+i)} = L^0 \rightarrow g+i = -3 \quad (10.8)$$

$$T \rightarrow M^{(-2+0+2h+i)} = T^0 \rightarrow i = 0 \quad (10.9)$$

โดยที่สมการที่ 10.7, 10.8 และ 10.9

$$g = -3$$

$$\therefore \pi_3 = \frac{F}{D^3 \gamma}$$

ดังนั้นจึงสามารถสรุปความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้

$$\phi \left(\frac{\mu \cdot V}{D^2 \gamma}, \frac{m \cdot V^2}{D^4 \gamma}, \frac{F}{D^3 \gamma} \right) = 0 \quad \text{Ans}$$

$$\begin{aligned}
 T \rightarrow M^{(0+0+0+c)} &= T^0 \rightarrow c \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{10.12}$$

โดยที่สมการที่ 10.10, 10.11 และ 10.12

$$a = -1$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \pi_1 &= \frac{B}{Y} \\
 \pi_2 &= \mu \cdot Y^d \cdot \rho^e \cdot V^f \\
 &= [M^1 L^{-1} T^{-1}] \cdot [L^1]^d \cdot [M^1 L^{-3}]^e \cdot [L^1 T^{-1}]^f \\
 M \rightarrow M^{(1+0+e+0)} &= M^0 \rightarrow e \\
 &= -1
 \end{aligned} \tag{10.13}$$

$$L \rightarrow L^{(-1+d-3e+f)} = L^0 \rightarrow d + f = -2 \tag{10.14}$$

$$T \rightarrow M^{(-1+0+0+f)} = T^0 \rightarrow f = -1 \tag{10.15}$$

โดยที่สมการที่ 10.13, 10.14 และ 10.15

$$d = -1$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \pi_2 &= \frac{\mu}{Y\rho V} \Rightarrow \frac{\rho V Y}{\mu} = R_e \\
 \pi_3 &= g \cdot Y^g \cdot \rho^h \cdot V^i \\
 &= [L^1 T^{-2}] \cdot [L^1]^g \cdot [M^1 L^{-3}]^h \cdot [L^1 T^{-1}]^i \\
 M \rightarrow M^{(0+0+e+0)} &= M^0 \rightarrow h \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{10.16}$$

$$L \rightarrow L^{(1+g-3h+i)} = L^0 \rightarrow g + i = -1 \tag{10.17}$$

$$T \rightarrow M^{(-2+0+0+i)} = T^0 \rightarrow i = -2 \tag{10.18}$$

โดยที่สมการที่ 10.16, 10.17 และ 10.18

$$g = 1$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \pi_3 &= \frac{gy}{V^2} \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{gy}} = F_R \\
 &= F_R \\
 \pi_4 &= F \cdot Y^j \cdot \rho^k \cdot V^n \\
 &= [M^1 L^1 T^{-2}] \cdot [L^1]^j \cdot [M^1 L^{-3}]^k \cdot [L^1 T^{-1}]^n \\
 M \rightarrow M^{(1+0+k+0)} &= M^0 \rightarrow k \\
 &= -1
 \end{aligned} \tag{10.19}$$

$$\begin{aligned} L \rightarrow L^{(1+j-3k+n)} &= L^0 \rightarrow j+n \\ &= -4 \end{aligned} \quad (10.20)$$

$$\begin{aligned} T \rightarrow M^{(-2+0+0-n)} &= T^0 \rightarrow n \\ &= -2 \end{aligned} \quad (10.21)$$

โดยที่สมการที่ 10.21, 10.21 และ 10.21

$$\begin{aligned} g &= -2 \\ \therefore \pi_4 &= \frac{F}{Y^2 \rho V^2} \end{aligned}$$

ดังนั้นจึงสามารถสรุปความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้

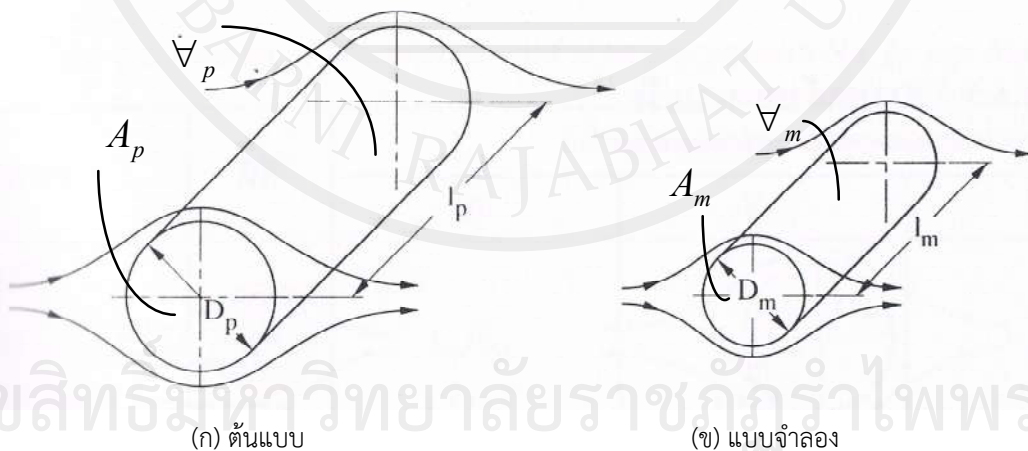
$$\phi\left(\frac{B}{Y}, R_e, F_R, \frac{F}{Y^2 \rho V^2}\right) = 0 \quad \text{Ans}$$

10.2 ความคล้ายคลึง

ในวิชาชลศาสตร์การสร้างแบบจำลองเพื่อทดสอบในห้องปฏิบัติการ โดยอาศัยทฤษฎีความคล้ายคลึงเพื่อนำมาคาดคะเนการทำงานจริงของต้นแบบในการหาคำตอบโดยอาศัย “การทดลอง” สถานการณ์ที่จำลองขึ้นใน “แบบจำลอง” จะต้องมีความคล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นจริงกับ “ต้นแบบ” ดังนั้นความคล้ายคลึงจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างแบบจำลองกับต้นแบบ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบต่อไป ความคล้ายคลึงที่กล่าวถึง ได้แก่ ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์ และความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์

10.2.1 ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต

ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต คือความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตระหว่างแบบจำลองกับต้นแบบ โดยแบบจำลองจะต้องมีรูปทรงเหมือนกับต้นแบบ ซึ่งมีอัตราส่วนระหว่างความยาวของด้านที่สัมพันธ์กันของต้นแบบต่อแบบจำลองให้มีค่าเท่ากันในทุกๆ ด้าน กล่าวคืออัตราส่วนมิติความยาวระหว่างแบบจำลองกับต้นแบบจะต้องคงที่



ภาพที่ 10.2 ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต

ที่มา (ดัดแปลงจากมนตรี พิรุณเกษตร, 2554, หน้า 251)

ซึ่งหากพิจารณาจากภาพที่ 10.2 ภายใต้ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตจะเห็นได้ว่า

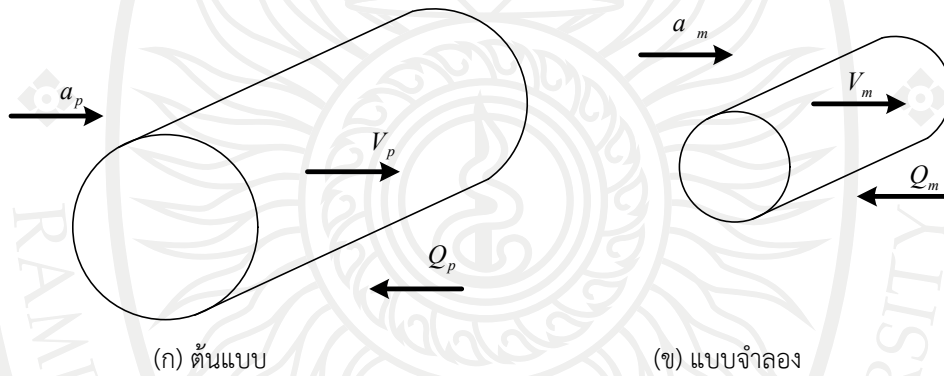
$$\frac{D_p}{D_m} = \frac{l_p}{l_m} = \lambda_1 \tag{10.22}$$

และอัตราส่วนของพื้นที่ภาคตัดขวางของทรงกระบอกย่อมเท่ากัน

$$\frac{A_p}{A_m} = \frac{D_p^2}{D_m^2} = \lambda_2 \tag{10.23}$$

10.2.2 ความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์

พิจารณาสนามการไหลในกรณีที่ของไหลไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอกที่มีความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตดังแสดงในภาพที่ 10.3 โดยความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์ กล่าวได้ว่าลักษณะการเคลื่อนที่ในสนามการไหลในแบบจำลองกับต้นแบบจะต้องเหมือนกัน คือมีรูปแบบเดียวกันและมีเส้นกระแสการไหลที่คล้ายกัน โดยมีอัตราส่วนระหว่างความเร็วความเร่ง หรืออัตราการไหลจะต้องเป็นค่าคงตัวเสมอตลอดสนามการไหล



ภาพที่ 10.3 ความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์

ซึ่งหากพิจารณาจากภาพที่ 10.3 ภายใต้ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตจะเห็นได้ว่า

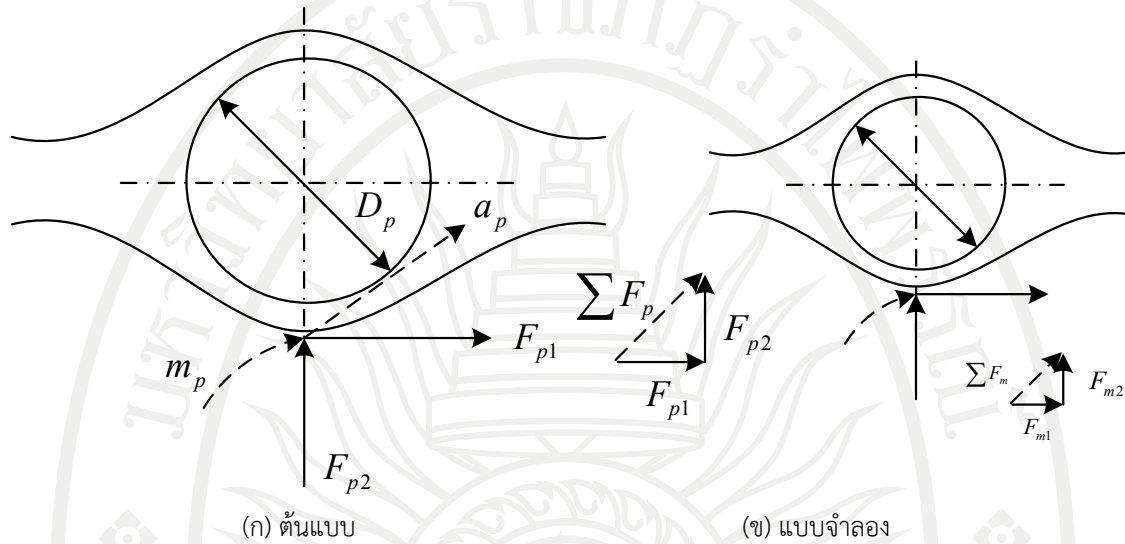
จากสมการ

$$\begin{aligned} \frac{V_m}{V_p} &= \frac{L_m T_m^{-1}}{L_p T_p^{-1}}; \\ \frac{a_m}{a_p} &= \frac{L_m T_m^{-2}}{L_p T_p^{-2}} \\ &= \frac{V_m T_m^{-1}}{V_p T_p^{-1}} \end{aligned} \tag{10.24}$$

$$\begin{aligned} \frac{Q_p}{Q_m} &= \frac{L_m^3 T_m^{-1}}{L_p^3 T_p^{-1}} \\ &= \frac{V_m A_m}{V_p A_p} \end{aligned} \tag{10.25}$$

10.2.3 ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์

ภายใต้การกระจายมวลอย่างสม่ำเสมอในสนามการไหล แบบจำลองที่มีความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตและความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์ นั้นย่อมมีความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ ซึ่งเรียกรวมว่า ความคล้ายคลึงอย่างสมบูรณ์ภายใต้ความคล้ายคลึงอย่างสมบูรณ์ระหว่างต้นแบบและแบบจำลองในภาพที่ 10.4 พบว่าอัตราส่วนระหว่างแรงกระทำต่อต้นแบบกับแรงกระทำต่อแบบจำลองมีค่าเท่ากัน



ภาพที่ 10.4 ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์

$$\frac{F_{p1}}{F_{m1}} = \frac{F_{p2}}{F_{m2}}$$

$$\frac{\sum F_p}{\sum F_m} = \frac{ma_p}{ma_m} \quad (10.26)$$

นอกจากความคล้ายคลึงทั้ง 3 ประการดังที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น ความสัมพันธ์ของแบบจำลองกับต้นแบบจะต้องสอดคล้องกับพจน์ตัวแปรไร้มิติที่เกิดจากการวิเคราะห์มิติอีกด้วย

$$\pi_{1m} = \pi_{1p}, \pi_{2m} = \pi_{2p}, \pi_{3m} = \pi_{3p}, \dots, \pi_{nm} = \pi_{np}$$

หากกล่าวโดยสรุป การแก้ปัญหาโดยใช้แบบจำลองนั้น ต้องอาศัยความคล้ายคลึงทั้ง 3 ด้าน และหรือความสัมพันธ์ของพจน์ไร้มิติ เพื่อเป็นตัวกลางในการเชื่อมโยงระหว่าง แบบจำลองกับ ต้นแบบ

10.3 กลุ่มตัวแปรไร้มิติทั่วไปในวิชาชลศาสตร์

เมื่อก้าวถึงกลุ่มตัวแปรไร้มิติทั่วไปในวิชาชลศาสตร์ ส่วนมากแล้วจะแสดงอยู่ในรูปของอัตราส่วนระหว่างแรงกระทำต่อของไหลด้วยกัน เช่น เลขเรย์โนลด์ส์ (R_e) คืออัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อยต่อแรงเนื่องจากความหนืด เลขออยเลอร์ (E_u) คืออัตราส่วนระหว่างแรงเนื่องจากความดันต่อแรงเฉื่อย เป็นต้น ดังนั้นเราควรรู้ความสัมพันธ์พื้นฐานระหว่างและการเปลี่ยนแปลงสมบัติหรือสมบัติของของไหลที่ทำให้เกิดแรงซึ่งมีดังต่อไปนี้

แรงเนื่องจากความหนืด; $F_V = \left(\mu \frac{du}{dy} \right) A$

$$= \left(\mu \frac{V}{l} \right) l^2$$

$$= \mu V l$$

แรงเนื่องจากความดัน; $F_p = (\Delta p) A$

$$= (\Delta p) l^2$$

แรงเฉื่อย; $F_I = \rho l^3 \frac{du}{dx}$

$$= \rho l^3 \left(\frac{V^2}{l} \right)$$

แรงเนื่องจากความโน้มถ่วง; $F_G = mg$

$$= \rho l^3 g$$

แรงเนื่องจากการยุบตัวได้; $F_k = KA$

$$= Kl^2$$

แรงเนื่องจากความตึงผิว; $F_T = \sigma l$

เมื่อ $V =$ ความเร็วเฉลี่ย

$l =$ ความยาวบ่งลักษณะเฉพาะ

$\Delta p =$ เปลี่ยนแปลงความดัน

$K =$ มอดูลัสเชิงปริมาตร

$\sigma =$ แรงตึงผิว

ในวิชาชลศาสตร์จะกำหนดกลุ่มแปรไร้มิติจากอัตราส่วนระหว่างแรงเฉื่อยกับแรงอื่นๆ โดยจะกล่าวถึงรายละเอียดของตัวแปรและเลขต่างๆ ดังนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

1 เลขเรย์โนลด์ส์

เลขเรย์โนลด์ส์เสนอทฤษฎีโดยวิศวกรชาวอังกฤษชื่อออสบอร์น เรย์โนลด์ส์ ได้นำเสนอว่าหากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์อยู่นั้น ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความหนืดของของไหล พบว่า

$$\begin{aligned} \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} &= \frac{(F_v)_m}{(F_v)_p} \\ \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_v} \right)_m &= \left(\frac{F_i}{F_v} \right)_p \end{aligned}$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_i}{F_v}$ จะได้ว่า

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าวว่าเลขเรย์โนลด์ส์

$$\begin{aligned} R_e &= \frac{\rho VL}{\mu} \\ &= \frac{VL}{\nu} \end{aligned} \quad (10.27)$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความหนืดของของไหล ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในสมการ

$$R_{em} = R_{ep} \quad (10.28)$$

2. เลขออยเลอร์

เลขออยเลอร์เสนอโดยนักคณิตศาสตร์ชาวสวิตเซอร์ ออเลอนฮาร์ท ออยเลอร์ ได้นำเสนอว่าหากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์อยู่นั้น ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความดันอันเนื่องมาจากของไหล ที่กระจายตัวอยู่ตามพื้นผิวสัมผัสระหว่างของไหลกับวัตถุใดๆ โดยพบว่า

$$\begin{aligned} \frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} &= \frac{(F_v)_m}{(F_v)_p} \\ \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_v} \right)_m &= \left(\frac{F_i}{F_v} \right)_p \end{aligned}$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_p}{F_i}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{F_p}{F_i} &= \frac{PA}{\rho V^2 L^2} \\ &= \frac{PL^2}{\rho V^2 L^2} \\ &= \frac{P}{\rho V^2} \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าวว่าเลขออยเลอร์

$$E_u = \frac{P}{\rho V^2} \quad (10.29)$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความดันของของไหล ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในสมการ

$$E_{u_m} = E_{u_p} \quad (10.30)$$

3. ฟรูดนัมเบอร์

ฟรูดนัมเบอร์เสนอโดยวิศวกรโยธาชื่อ วิลเลียม ฟลูต ชาวอังกฤษ ได้นำเสนอว่าหากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์ที่อยู่ันั้นได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความโน้มถ่วง พบว่า

$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \frac{(F_g)_m}{(F_g)_p} \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_g} \right)_m = \left(\frac{F_i}{F_g} \right)_p$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_i}{F_g}$ จะได้ว่า

$$\frac{F_i}{F_g} = \frac{\rho V^2 L^2}{\rho g L^3} = \frac{V^2}{gL} = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าวว่า Froude number (F_r)

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (10.31)$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความโน้มถ่วง ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในสมการ

$$F_{r_m} = F_{r_p} \quad (10.32)$$

4. มัคนัมเบอร์

มัคนัมเบอร์ (Mach number : M_a) เสนอโดยนักฟิสิกส์และนักปรัชญาชื่อ แอนสท์ มัค ชาวออสเตรีย (Ernst Mach, 1838-1916) ได้นำเสนอว่า หากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์ที่อยู่ันั้น ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และผลของความยืดหยุ่น พบว่า

$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \frac{(F_e)_m}{(F_e)_p}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_e} \right)_m = \left(\frac{F_i}{F_e} \right)_p$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_i}{F_e}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{F_i}{F_e} &= \frac{\rho V^2 L^2}{\rho C^2 L^3} \\ &= \frac{V^2}{C^2} \\ &= \frac{V}{C}\end{aligned}$$

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าวว่า Mach number (M_a)

$$M_a = \frac{V}{C} \quad (10.33)$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และผลของความยืดหยุ่น ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในสมการ

$$M_{am} = M_{ap} \quad (10.34)$$

5. เวเบอร์นัมเบอร์

เวเบอร์นัมเบอร์ (Weber number: W_e) เสนอโดยศาสตราจารย์ทางด้านกลศาสตร์ของเรือชื่อ มอริทซ์ เวเบอร์ ชาวเยอรมัน (Moritz Weber, 1871-1951) ได้นำเสนอว่า หากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์ห้อยู่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และแรงตึงผิวพบว่า

$$\begin{aligned}\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} &= \frac{(F_s)_m}{(F_s)_p} \\ \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_s}\right)_m &= \left(\frac{F_i}{F_s}\right)_p\end{aligned}$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_i}{F_s}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{F_i}{F_s} &= \frac{\rho V^2 L^2}{\sigma L} \\ &= \frac{\rho V^2 L}{\sigma}\end{aligned}$$

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าวว่า Weber number (W_e)

$$W_e = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} \quad (10.35)$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และผลของความยืดหยุ่น ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในสมการ

$$W_{em} = W_{ep} \quad (10.36)$$

10.4 การจัดประเภทของกรณีศึกษา

การใช้แบบจำลองเพื่อศึกษาปรากฏการณ์ทางชลศาสตร์ แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาต้องมีความคล้ายกับของจริง แต่ในปรากฏการณ์ทางชลศาสตร์มักมีแรงที่เกี่ยวข้องอยู่หลายชนิดการทำให้อัตราส่วนของแรงชนิดต่างๆ เท่ากันที่ทุกตำแหน่งจึงเป็นไปได้ยากภาพที่ 10.5 ดังนั้นในการศึกษาแบบจำลองจึงต้องทราบว่า แรงชนิดใดมีผลเป็นนัยสำคัญต่อปรากฏการณ์นั้น

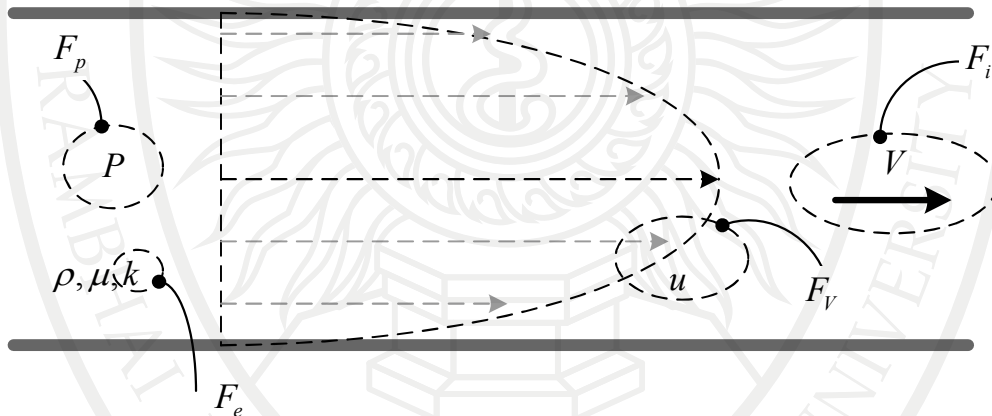
10.4.1 การไหลผ่านท่อปิด

การไหลผ่านท่อปิดเป็นปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลในท่อปิด ส่วนใหญ่ได้รับอิทธิพลจากแรงดังต่อไปนี้ตั้ง

- 1 แรงเฉื่อย เนื่องจากเป็นแรงที่ทำให้มวลของของไหลเกิดการเคลื่อนที่ หรือการไหล
- 2 แรงหนืด เนื่องจากความหนืดของของไหลมีผลกระทบโดยตรงต่อความต้านทานการไหลของของไหลภายในท่อน้ำ
- 3 แรงดัน เนื่องจากการไหลในท่อน้ำแบบปิดเป็นการไหลที่อยู่ภายใต้อิทธิพลของความดันตลอดช่วงของการไหล

4 ค่าความยืดหยุ่นจะมีผลก็ต่อเมื่อของไหลบีบอัดตัวได้

ดังนั้นเมื่อพิจารณาความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ เทอมไร้มิติที่สำคัญที่ใช้ในการพิจารณาคือ Reynold number; R_e , Leonhard euler; E_u , Mach number; M_a



ภาพที่ 10.5 แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลผ่านท่อปิด

ตัวอย่างที่ 10.3 แบบจำลองอุโมงค์ลมถูกสร้างขึ้นด้วยมาตราส่วน 1:30 และถูกนำมาทดสอบโดยใช้น้ำ แทนอากาศ เมื่อทำการทดสอบปรากฏว่าแบบจำลองสูญเสียความดันไป $227,500 \text{ N/m}^2$ จงคำนวณหา ค่าความดันที่จะสูญเสียไปในอุโมงค์ลมตัวต้นแบบ (กำหนดให้ $\rho_{air} = 1.25 \text{ kg/m}^3$, $\mu_{air} = 2 \times 10^{-5} \text{ kg/m-s}$ และ $\mu_{water} = 1 \times 10^{-3} \text{ kg/m-s}$)

วิธีทำ พิจารณาความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต โจทย์กำหนดมาตราส่วน 1:30 ดังนั้นจะได้

$$\Rightarrow \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{30}$$

ประเภทของแบบจำลองเป็นแบบขอบเขตปิดได้รับอิทธิพลของความหนืด, ความดัน และ แรงเฉื่อย เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความดัน ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ที่พิจารณาคือ

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{(E_u)_m}{(\rho V^2)_m} &= \frac{(E_u)_p}{(\rho V^2)_p} \\ \frac{\rho_p}{\rho_m} &= \left(\frac{150}{150}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right) \cdot (1) \\ &= \left(\frac{1}{10}\right) \end{aligned} \quad (10.37)$$

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความเร็ว คล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{(R_e)_m}{\left(\frac{\rho VL}{\mu}\right)_m} &= \frac{(R_e)_p}{\left(\frac{\rho VL}{\mu}\right)_p} \\ \left(\frac{V_p}{V_m}\right) &= \frac{\rho_m \cdot L_m \cdot \mu_p}{\rho_p \cdot L_p \cdot \mu_m} \\ &= \frac{1000 \cdot 1 \cdot 2 \times 10^{-5}}{1.25 \cdot 30 \cdot 1 \times 10^{-3}} \\ &= \frac{8}{15} \end{aligned} \quad (10.38)$$

แทนค่า (10.38) ใน (10.37)

$$\frac{\Delta P_p}{\Delta P_m} = \frac{1.25}{1000} \cdot \left(\frac{V_p}{V_m}\right)^2$$

$$= \frac{1.25}{1000} \cdot \left(\frac{8}{15}\right)^2$$

$$= 0.00035$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{การสูญเสียความดันในอุโมงค์ต้นแบบ } \Delta P_p &= (0.000365) \Delta P_m \\ &= (0.000365)(227,500) \\ &= 80.90 \text{ N/m}^2 \end{aligned} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 10.4 ต้องการออกแบบเครื่องสูบน้ำขนาดใหญ่ให้สามารถสูบได้ 1.5 l/s โดยใช้ใบพัดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 cm และทำให้ความดันเพิ่มขึ้น 400 kPa ถ้าต้องการที่จะพิจารณาสร้างแบบจำลองที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 cm จะต้องทดลองที่อัตราการสูบเท่าใด และความดันที่เพิ่มขึ้นในแบบจำลองมีค่าเท่าใด โดยกำหนดให้ของเหลวที่ใช้ในแบบจำลองและของจริงคือน้ำที่อุณหภูมิเดียวกัน

วิธีทำ

พิจารณาความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต

$$\frac{L_m}{L_p} = \frac{D_m}{D_p}$$

$$\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

ประเภทของแบบจำลองเป็นแบบขอบเขตปิดได้รับอิทธิพลของความหนืด, ความดัน และแรงเฉื่อย ถ้าต้องการหาอัตราการไหลควรพิจารณาจากความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{V_m L_m^2}{V_p L_p^2}$$

$$\left(\frac{V_m}{V_p}\right) \cdot \left(\frac{L_m^2}{L_p^2}\right) = \left(\frac{V_m}{V_p}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$Q_m = \left(\frac{V_m}{V_p}\right) \cdot \left(\frac{1}{25}\right) \cdot Q_p \quad (10.39)$$

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความเร็ว คล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$\Rightarrow \frac{(R_e)_m}{\left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)_m} = \frac{(R_e)_p}{\left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)_p}$$

$$\frac{V_p}{V_m} = \frac{\rho_m \cdot L_m \cdot \mu_p}{\rho_p \cdot L_p \cdot \mu_m} \cdot \frac{8}{15} \quad (10.40)$$

เนื่องจากของเหลวที่ใช้มีคุณสมบัติเหมือนกัน ดังนั้น $\rho_m = \rho_p, \mu_m = \mu_p$

$$\Rightarrow \frac{V_p}{V_m} = \frac{L_m}{L_p} = \frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{L_m}{L_p} = \frac{5}{8} \quad (10.41)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แทนค่า 10.41 ใน 10.40

$$\begin{aligned} Q_m &= \frac{5}{1} \cdot \frac{1}{25} \cdot Q_p \\ &= \frac{1}{5} \cdot (1.5) \\ &= 0.30 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

Ans

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความดัน ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$\begin{aligned} (E_u)_m &= (E_u)_p \\ \Rightarrow \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2} \right)_m &= \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2} \right)_p \\ \frac{\Delta P_p}{\Delta P_m} &= \frac{\rho_m \cdot \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2}{\rho_p} \\ \Rightarrow \Delta P_m &= \Delta P_p \cdot \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2 \\ &= (5)^2 (400) \\ &= 10,000 \text{ kPa} \end{aligned}$$

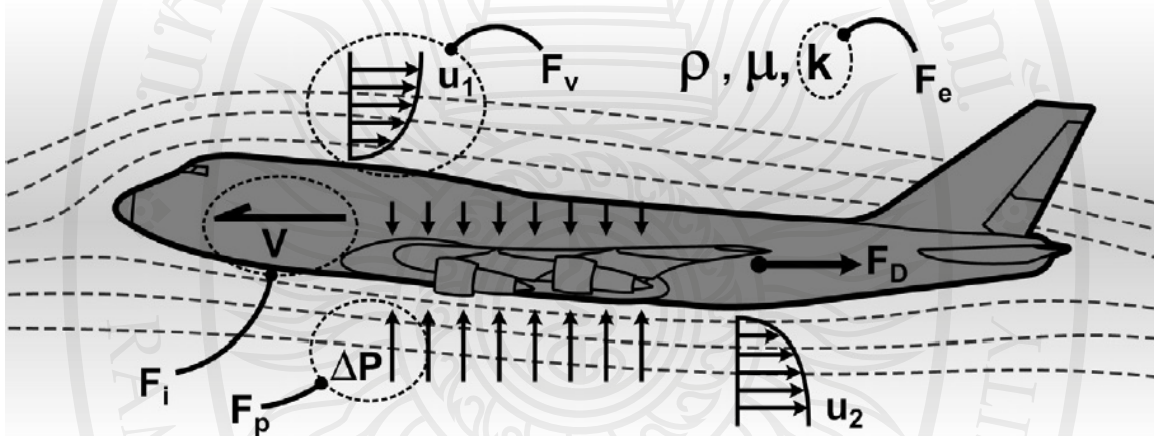
Ans

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

10.4.2 การไหลรอบวัตถุที่จมในของไหล หรือการเคลื่อนที่ของวัตถุผ่านของไหล

การไหลรอบวัตถุที่จมในของไหล หรือการเคลื่อนที่ของวัตถุผ่านของไหล (Flow around immerse bodies) เป็นปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลรอบวัตถุที่จมในของไหล หรือการเคลื่อนที่ของวัตถุที่จมในของไหลดังภาพที่ 10.6 ส่วนใหญ่ได้รับอิทธิพลจากแรงดังต่อไปนี้

- 1 แรงเฉื่อย เนื่องจากเป็นแรงที่ทำให้มวลของของไหลเกิดการเคลื่อนที่ หรือการไหล
 - 2 แรงหนืด เนื่องจากความหนืดของของไหลมีผลกระทบโดยตรงต่อความต้านทานการไหลของของไหลภายในทางน้ำ
 - 3 แรงดัน เนื่องจากการไหลในทางน้ำแบบปิดเป็นการไหลที่อยู่ภายใต้อิทธิพลของความดันตลอดช่วงของการไหล
 - 4 ค่าความยืดหยุ่นจะมีผลก็ต่อเมื่อของไหลบีบอัดตัวได้
- ดังนั้นเมื่อพิจารณาความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ เทอมไร้มิติที่สำคัญที่ใช้ในการพิจารณาคือ Reynold number; R_e , Leonhard euler; E_u , Mach number ; M_a



ภาพที่ 10.6 แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ การไหลรอบวัตถุที่จมในของไหลที่มา (ธัญธร ออกระลา, 2553, หน้า 8-21)

นอกจากนี้การที่ของไหลเคลื่อนที่ปะทะกับวัตถุ หรือวัตถุเคลื่อนที่ปะทะกับของไหลจะเกิดจุดทิศทางเดียวกันกับการไหล หรือสวนทางกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดย

$$F_D = C_D \left(\frac{1}{2} \rho V^2 L^2 \right)$$

เมื่อ $C_D =$ Drag force coefficient

ซึ่งค่า C_D เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของแรงฉุด ซึ่งหากวัตถุสองชิ้น มีความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต ค่า C_D จะเท่ากันเสมอ ดังนั้น C_D จึงเป็นตัวแปรที่ใช้ในการเชื่อมโยงระหว่างต้นแบบกับแบบจำลอง กล่าวคือ ค่า C_D ของแบบจำลองกับต้นแบบ มีค่าเท่ากันเพราะทั้งสองมีความคล้ายคลึงกันทางเรขาคณิต

$$\left(\frac{C_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 L^2} \right)_m = \left(\frac{C_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 L^2} \right)_p \quad (10.42)$$

ตัวอย่างที่ 10.5 การทดสอบเกี่ยวกับแรงดูดที่เกิดขึ้นกับอากาศยานที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 150 km/hr โดยใช้แบบจำลองมาตราส่วน 1:10 ทดสอบในอุโมงค์ภายใต้ความกดดัน เพื่อลดผลของอัตราตัวได้จึงใช้ความเร็วลมเท่ากับ 150 km/hr จงคำนวณความดันอากาศที่ใช้ในการทดสอบ โดยสมมติให้อุณหภูมิของอากาศที่ใช้ในการทดสอบเท่ากับของจริง และถ้าหากในการทดลองมีแรงดูดเกิดขึ้น 12.5 N จงคำนวณแรงดูดที่เกิดขึ้นกับอากาศยานของจริงภายใต้ความกดอากาศ 100 kPa

วิธีทำ พิจารณาความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต

โจทย์กำหนดมาตราส่วน 1:10 ดังนั้น

$$\Rightarrow \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{10}$$

ประเภทของแบบจำลองเป็นแบบ Flow around immerse bodies ได้รับอิทธิพลของความหนืด ความดัน และแรงดูด พิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความดันได้จาก

$$\begin{aligned} \Rightarrow (E_u)_m &= (E_u)_p \\ \Rightarrow \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2} \right)_m &= \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2} \right)_p \\ \Rightarrow \frac{P_m}{P_p} &= \frac{\rho_m \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2}{\rho_p} \\ P_m &= \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2 \cdot P_p \\ &= \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \left(\frac{150}{150} \right)^2 \cdot P_p \cdot \left(\frac{L_m}{L_p} \right)^2 \\ &= \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot P_p \end{aligned} \quad (10.43)$$

วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของความหนาแน่นได้จาก

$$\begin{aligned} \Rightarrow (R_e)_m &= (R_e)_p \\ \Rightarrow \left(\frac{\rho V L}{\mu} \right)_m &= \left(\frac{\rho V L}{\mu} \right)_p \\ \frac{V_p}{V_m} &= \frac{\rho_m \cdot L_m \cdot \mu_p}{\rho_p \cdot L_p \cdot \mu_m} \end{aligned} \quad (10.44)$$

ของเหลวชนิดเดียวกันที่อุณหภูมิเท่า : $\mu_m = \mu_p$ แทนค่าใน (2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\rho_m}{\rho_p} &= \left(\frac{150}{150} \right) \cdot \left(\frac{1}{10} \right) \cdot (1) \\ &= \frac{1}{10} \end{aligned} \quad (10.45)$$

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความดันดังนี้

$$\begin{aligned}
 P_m &= \left(\frac{10}{1}\right) \cdot P_p \\
 &= (10)(100) \\
 &= 1,000 \quad \text{kPa} \quad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

วิเคราะห์แรงดูดจากความสัมพันธ์ของ Drag force coefficient

$$\begin{aligned}
 (C_D)_m &= (C_D)_p \\
 \left(\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 L^2}\right)_m &= \left(\frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 L^2}\right)_p \\
 (F_D)_p &= \left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right) \cdot \left(\frac{V_p}{V_m}\right)^2 \cdot \left(\frac{L_p}{L_m}\right)^2 \cdot (F_D)_m \\
 &= \left(\frac{150}{150}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{10}{1}\right)^2 \cdot (12.5) \\
 &= 125 \quad \text{N} \quad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

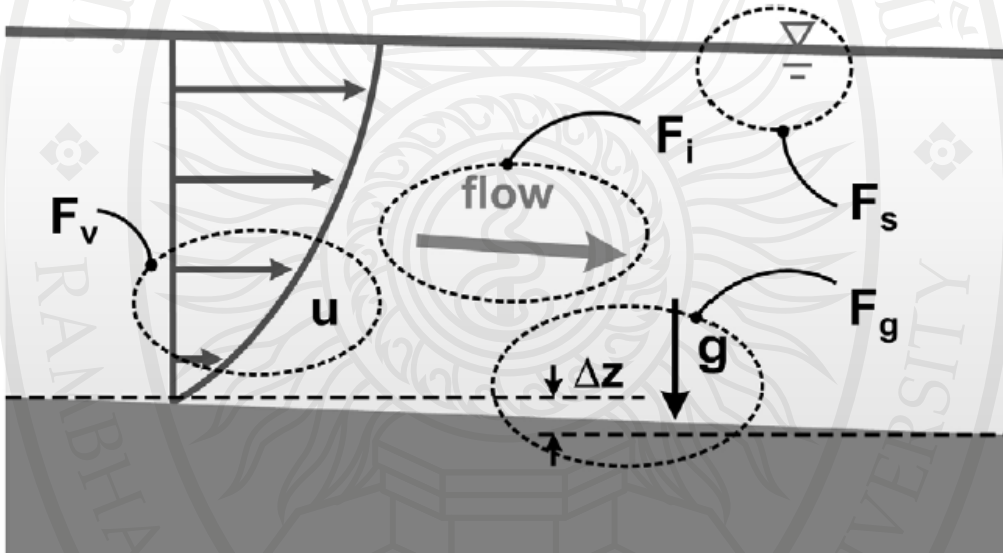
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

10.4.3 การไหลที่มีผิวอิสระ

การไหลที่มีผิวอิสระ (Flow with free surface) เป็นปรากฏการณ์ต่างๆ การไหลที่มีผิวอิสระหรือการไหลในทางน้ำเปิดภาพที่ 10.7 ส่วนใหญ่ได้รับอิทธิพลจากแรงดังต่อไปนี้

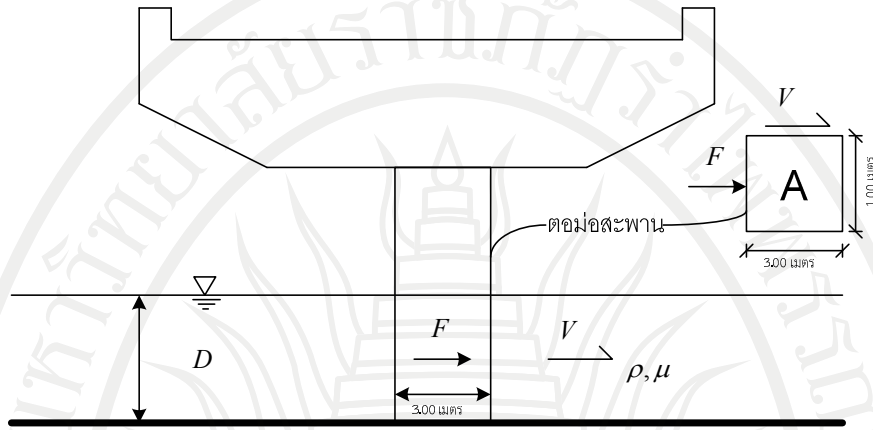
- 1 แรงเฉื่อย เนื่องจากเป็นแรงที่ทำให้มวลของของไหลเกิดการเคลื่อนที่ หรือการไหล
- 2 แรงหนืด เนื่องจากความหนืดของของไหลมีผลกระทบโดยตรงต่อความต้านทานการไหลของของไหลภายในทางน้ำ
- 3 แรงดัน เนื่องจากการไหลในทางน้ำแบบปิดเป็นการไหลที่อยู่ภายใต้อิทธิพลของความดันตลอดช่วงของการไหล
- 4 ค่าความยืดหยุ่นจะมีผลต่อเมื่อของไหลบีบอัดตัวได้

ดังนั้นเมื่อพิจารณาความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ เทอมไร้มิติที่สำคัญที่ใช้ในการพิจารณาคือ Froude number : (F_r) Weber number: (W_e) และ Reynold number; (R_e) แต่โดยส่วนมากจะพิจารณาจาก Froude number เป็นหลัก



ภาพที่ 10.7 แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลผ่านทางน้ำเปิด
ที่มา (ฉัตร ออภาวลา, 2553, หน้า 8-23)

ตัวอย่างที่ 10.6 ใช้แบบจำลองมาตราส่วน 1:15 ทดลองหาค่าแรงที่กระทำกับตอม่อสะพานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 1 m ยาว 3 m โดยผลจากการทดลองพบว่า เมื่อกระแสน้ำมีความเร็ว 2.4 m/s ลึก 40 cm จะเกิดแรงกระทำกับตอม่อจำลอง 70 N จงหาความลึกของน้ำ ความเร็วของกระแสน้ำ และแรงที่กระทำกับตอม่อของจริง ในการทดลองใช้สารละลายที่มี ถ.พ. เท่ากับ 0.9 และมีความหนืดเท่ากับ $0.54 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$ ความหนืดของน้ำเท่ากับ $0.9 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$



วิธีทำ พิจารณาความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต
 โจทย์กำหนดมาตราส่วน 1:25 ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{L_m}{L_p} &= \frac{1}{15} \\ \frac{D_m}{D_p} &= \frac{L_m}{L_p} \\ D_p &= \left(\frac{15}{1}\right) \cdot D_m \\ &= (15)(0.40) \\ &= 6 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

พิจารณาความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ ถึงแม้การไหลจะมีผิวอิสระก็ตาม แต่ปัญหาข้อนี้เป็นปัญหาที่ต้องการคำตอบที่เกี่ยวกับการไหลของของไหลรอบวัตถุ

ดังนั้นเมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความเร็ว ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$\begin{aligned} (R_e)_m &= (R_e)_p \\ \Rightarrow \left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)_m &= \left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)_p \\ \Rightarrow \left(\frac{\rho}{\mu}\right)_m V_m L_m &= \left(\frac{\rho}{\mu}\right)_p V_p L_p \\ \left(\frac{V_m}{V_p}\right) &= \left(\frac{L_p}{L_m}\right) \cdot \left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right) \cdot \left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right) \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$= \left(\frac{15}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{0.9}\right) \cdot \left(\frac{0.54}{0.90}\right)$$

$$= 10$$

$$V_p = \frac{V_m}{10}$$

$$= \frac{2.4}{10}$$

$$= 0.24 \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

จากสมการ Drag force coefficient

$$(C_D)_m = (C_D)_p$$

$$\left(\frac{F_D}{0.5\rho V^2 L^2}\right)_m = \left(\frac{F_D}{0.5\rho V^2 L^2}\right)_p$$

$$(F_D)_p = \left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right) \cdot \left(\frac{V_p}{V_m}\right)^2 \cdot \left(\frac{L_p}{L_m}\right)^2 \cdot (F_D)_m$$

$$= \left(\frac{1}{0.9}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{1}\right)^2 \cdot (70)$$

$$\therefore \text{แรงที่เกิดกับตอม่อของจริง} \quad (F_D)_p = 175 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

10.5 สรุป

การวิเคราะห์มิติ และความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์ใช้พิจารณาจำลองสถานการณ์ที่อาจเกิดขึ้นที่มีความซับซ้อนมากๆ โดยวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรใน 2 ลักษณะคือ การวิเคราะห์เชิงมิติ และการวิเคราะห์ความคล้ายคลึง

1. การวิเคราะห์เชิงมิติเป็นการพิจารณาเกี่ยวกับมิติและหน่วย เพื่อวิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของไหลสามารถทำให้เข้าใจปรากฏการณ์ของการไหล และทำนายตัวแปรที่มีผลต่อการวิเคราะห์ด้วยวิธี Buckingham's theorem สามารถสรุปได้ดังนี้

- 1.1 รวบรวมตัวแปรที่เกี่ยวข้องปัญหาทั้งหมด
- 1.2 วิเคราะห์มิติของตัวแปรโดยใช้ระบบ $FLT\theta$ หรือ $MLT\theta$
- 1.3 เลือกตัวแปรซ้ำ
- 1.4 สร้างพจน์ของตัวแปรไร้มิติ หรือ พายเทอม (π -term)
- 1.5 หารูปของตัวแปรให้เหมาะสมกับรูปแบบของการทดลอง
- 1.6 หาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ตัวแปรไร้มิติ

$$\phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n) = 0$$

2. การวิเคราะห์ความคล้ายคลึงเป็นการวิเคราะห์สร้างแบบจำลองเพื่อทดสอบในห้องปฏิบัติการ โดยอาศัยทฤษฎีความคล้ายคลึง เพื่อนำไปสู่การหาค่าตอบต่อไป ความคล้ายคลึงที่กล่าวถึง ได้แก่ ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์ และความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์

2.1 ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตกล่าวคืออัตราส่วนมิติความยาวระหว่างแบบจำลองกับต้นแบบจะต้องคงที่วิเคราะห์จากสมการ 10.22 และ 10.23

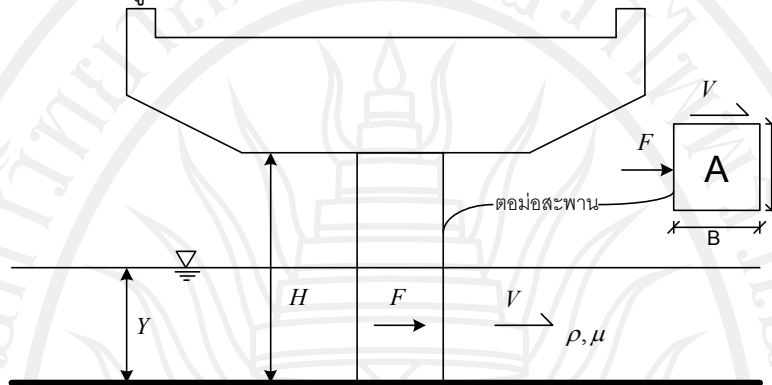
2.2 ความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์กล่าวได้ว่าลักษณะการเคลื่อนที่ในสนามการไหลในแบบจำลองกับต้นแบบจะต้องเหมือนกันวิเคราะห์จากสมการ 10.24 และ 10.25

2.3 ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ คือความคล้ายคลึงอย่างสมบูรณ์ภายใต้ความคล้ายคลึงอย่างสมบูรณ์ระหว่างต้นแบบและแบบจำลองจากสมการ 10.26

แบบฝึกหัดบทที่ 10

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงอธิบายความหมายของ มิติ และ หน่วย
2. ต่อม่อสะพานแห่งหนึ่งกว้าง a ยาว b ระดับน้ำด้านเหนือน้ำลิก d น้ำมีความหนืดเท่ากับ ความหนาแน่นเท่ากับ ความเร็วของน้ำที่ไหลผ่านเท่ากับ V จงหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อแรงกระทำที่ต่อม่อ F ในรูปพจน์ตัวแปรไร้มิติ



3. ถ้าค่ากำลังงาน (P) ที่ใส่ให้กับเครื่องสูบน้ำ ขึ้นอยู่กับตัวแปรตามสมการต่อไปนี้

$$P = f(Q, D, \rho, \Omega, \mu)$$

เมื่อ	p	=	กำลังงาน (Power)
	Q	=	อัตราการไหล
	D	=	เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัดเครื่องสูบน้ำ
	Ω	=	ความเร็วรอบของเครื่องสูบน้ำ
	μ	=	ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล
	ρ	=	ความหนาแน่นของของไหล

4. แบบจำลองของแม่น้ำสายหนึ่งซึ่งเป็น Distorted model มี Scale ratio ในแนวแกน $X(X_r)$ เท่ากับ 1:20 และ ในแนวแกน $Y(Y_r)$ เท่ากับ 1:10 ถ้าในแม่น้ำจริงมีความลาดชันท้องคลองเท่ากับ 0.0005 ในแบบจำลองที่จะสร้างจะต้องมีความลาดชันท้องคลองเท่าใด

5. การไหลในทางน้ำเปิดมีพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 m น้ำลิก 1 m ด้วยอัตราการไหล 2 m³/s ออกแบบโมเดลที่มีความคล้ายคลึงด้วย Froude number ทำให้อัตราส่วนของอัตราการไหลเท่ากับ 1:1,000 จงหาความลึกของน้ำในโมเดล

6. แบบจำลองของการไหลในทางน้ำเปิด ซึ่งมีสัดส่วนความยาวในแบบจำลองต่อของจริงเรียกว่า Scale ratio (L_m / L_p) มีค่าเท่ากันในทุกๆทิศทาง คือ 1:10 แล้ว ถ้าต้องการทราบสัดส่วนของพื้นที่หน้าตัดของการไหลของแบบจำลองต่อของจริง (A_m / A_p) จะมีค่าเป็นเท่าใด

7. ในการศึกษาการไหลในทางน้ำเปิดที่มีพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เมตร น้ำลิก 1 เมตร ด้วยอัตราการไหล 2 cms โดยใช้แบบจำลองที่มีความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ ทำให้อัตราส่วนระหว่างความลึกในแบบจำลองต่อความลึกในทางน้ำจริงเท่ากับ 1:10 จงหาความกว้างของทางน้ำ และอัตราการไหลที่ใช้ในแบบจำลอง

8. ระบบประปาต้องการเครื่องสูบน้ำที่มีกำลัง 61,440 วัตต์ แบบจำลองระบบประปามีอัตราส่วนความยาวเท่ากับ 8:1 และอัตราส่วนความเร็วเท่ากับ 2:1 จงหากำลังที่เครื่องสูบน้ำของแบบจำลองต้องการ กำหนดให้ของไหลที่ใช้ในแบบจำลองและของไหลจริงเป็นชนิดเดียวกัน



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

เอกสารอ้างอิง

- คมสัน วงศ์วีรจันทร์. (2548). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ :
ไอ.เอส.พรีนติ้ง เฮ้าส์ เดียนสโตร.
- ธัญธร ออภาะลา. (2553). เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- มนตรี พิรุณเกษตร. (2554). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ :
วิทย์พัฒน์ จำกัด.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

บรรณานุกรม

- การุณ เตชะฐิตินันท์. (2548). เอกสารประกอบการสอนวิชาชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- กิริติ ลีวัจนกุล. (2548). ชลศาสตร์ Hydraulics. (พิมพ์ครั้งที่ 25). กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด.
- คมสัน วงศ์วีระจันทร์. (2548). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ : โอ.เอส.พรีนติ้ง เฮ้าส์ เดียนสโตร์.
- ฉัญดร ออภาเวลา. (2553). เอกสารประกอบการสอนวิชากลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- มนตรี พิรุณเกษตร. (2554). กลศาสตร์ของไหล Fluid Mechanics. (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ : วิทย์พัฒนา จำกัด.
- สกล ห่อวโนทยาน. (2543). เอกสารประกอบการสอนวิชาชลศาสตร์ Hydraulics. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- Alexandrou N. (2001). Principles of Fluid Mechanics, Prentice-Hall. 1th ed. New York : McGraw-Hill Company.
- Munsum B.R., Young D.F., & Okishi, T.H. (2001). Fundamentals of Fluid Mechanics. 4st ed. New York : John Wiley & Sons Inc.
- Joseph B. Franzini., and E.John Finnemore (1997). Fluid Mechanics with engineering. 13st ed. New York : McGraw-Hill Company.