

เอกสารประกอบการสอน

รายวิชาฟิสิกส์ 2

โชติ เนื่องนันท์

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

2558

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

เอกสารประกอบการสอน

รายวิชาฟิสิกส์ 2



โชติ เนื่องนันท์  
Ph.D.(Physics)

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัย 2558 ราชภัฏรำไพพรรณี

## คำนำ

เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์ 2 เล่มนี้ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนรายวิชา 4011105 ตามหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี พุทธศักราช 2554 ซึ่งผู้เรียบเรียงมีประสบการณ์สอนในรายวิชาดังกล่าวนี้มาเป็นเวลาหลายปี

เนื้อหาสาระสำคัญโดยสังเขปคือ ไฟฟ้าสถิต ประจุไฟฟ้า กฎของคูลอมบ์ สนามไฟฟ้า กฎของเกาส์ ศักย์ไฟฟ้า ความจุไฟฟ้า ไฟฟ้ากระแส กระแสไฟฟ้า กฎของโอห์ม กฎของเคอร์ชอฟฟ์ สนามแม่เหล็ก แรงลอเรนซ์ สนามแม่เหล็กอันเนื่องมาจากกระแสไฟฟ้า แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ สารแม่เหล็ก การแกว่งกวัดของสนามไฟฟ้า แสงเชิงเรขาคณิต การสะท้อนของแสง การหักเหของแสง การแทรกสอดของแสง การเลี้ยวเบนของแสง สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โครงสร้างอะตอมแบบจำลองอะตอม สมการคลื่นขเรอติงเงอร์ ฟิสิกส์นิวเคลียร์ กัมมันตภาพรังสี นิวเคลียส และการสลายนิวเคลียส

ผู้เรียบเรียงขอขอบคุณเจ้าของเอกสาร ตำรา ทุกท่าน ที่ผู้เรียบเรียงได้ใช้ศึกษาค้นคว้า และอ้างอิงในการเขียน และขอขอบคุณมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณีที่สนับสนุน ส่งเสริมให้คณาจารย์ทำผลงานทางวิชาการ ผู้เรียบเรียงหวังว่าเอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์ 2 เล่มนี้คงเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน ผู้สอน และผู้ที่สนใจได้ตามสมควร

โชติ เนื่องนันท์

1 เมษายน 2558

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



## สารบัญ

	หน้า
คำนำ	(1)
สารบัญ	(3)
สารบัญภาพ	(7)
สารบัญตาราง	(15)
แผนบริหารการสอนประจำวิชา	(17)
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 1	1
บทที่ 1 ไฟฟ้าสถิต	3
ประจุไฟฟ้า	3
แรงระหว่างประจุ	3
กฎของคูลอมบ์ในรูปแบบเวกเตอร์	8
สนามไฟฟ้า	10
เส้นแรงไฟฟ้า	16
ฟลักซ์สนามไฟฟ้า	17
กฎของเกาส์	21
ความสัมพันธ์ระหว่างกฎของเกาส์และกฎของคูลอมบ์	22
ศักย์ไฟฟ้าและความต่างศักย์ไฟฟ้า	27
ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากกลุ่มประจุ	35
พลังงานศักย์ทางไฟฟ้า	41
การคำนวณค่าของ $E$ จาก $V$	43
ความจุไฟฟ้า	46
การต่อตัวเก็บประจุ	54
พลังงานสะสมในการให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ	58
ค่าคงตัวไดอิเล็กทริก	59
ไดอิเล็กทริกและกฎของเกาส์	61
สรุป	65
แบบฝึกหัดบทที่ 1	69
เอกสารอ้างอิง	74
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 2	75
บทที่ 2 ไฟฟ้ากระแส	77
กระแสไฟฟ้า	77
ตัวนำ ฉนวน และสารกึ่งตัวนำ	82
วงจรไฟฟ้าและทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า	84
กฎของโอห์ม	84
การนำกฎของโอห์มไปใช้	91

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
กฎของโอห์มเมื่อนำไปใช้กับวงจรไฟฟ้า	98
กฎของเคอร์ชอฟฟ์	102
การนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์ไปใช้	105
การแปลงวงจรไฟฟ้าอย่างง่าย	109
สรุป	116
แบบฝึกหัดบทที่ 2	119
เอกสารอ้างอิง	123
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 3	125
บทที่ 3 สนามแม่เหล็ก	127
นิยามของสนามแม่เหล็ก	127
ฟลักซ์แม่เหล็ก	129
แรงลอเรนซ์	130
การหาค่าประจุต่อมวล $e/m$ จากการทดลองของทอมสัน	139
กฎของลาปลาซ หรือกฎของ ไบออส ซาวาร์ส	140
แรงแม่เหล็กบนลวดตัวนำที่มีกระแส	152
แรงบนตัวนำขนานที่มีกระแสไหลผ่าน	155
กฎของแอมแปร์	156
การประยุกต์ใช้กฎของแอมแปร์	158
ทอร์กบนขดลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า	162
กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์	165
แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ	168
สารแม่เหล็ก	171
การเพิ่มและการลดของกระแสในวงจร RL	176
การประจุและการคายประจุในวงจร RC	180
การแกว่งกวัดทางไฟฟ้า	184
การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า	188
การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากสายอากาศ	190
สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า	190
สรุป	193
แบบฝึกหัดบทที่ 3	197
เอกสารอ้างอิง	200

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 4	201
บทที่ 4 แสงเชิงเรขาคณิต	203
สมบัติของคลื่นแสง	203
การสะท้อนของแสง	204
ความสัมพันธ์ระหว่างทางยาวโฟกัสและรัศมีความโค้ง	208
สมการของกระจก	210
กำลังขยายของกระจกเว้าและกระจกนูน	217
ภาพที่เกิดจากกระจกเว้า	219
ภาพที่เกิดจากกระจกนูน	223
การหักเหของแสง	224
การสะท้อนกลับหมด	232
การเกิดภาพด้วยการหักเหที่ผิวโค้งทรงกลม	234
สมการช่างทำเลนส์	246
สมการของเลนส์แบบเกาส์เซียน	251
กำลังขยายของเลนส์นูนและเลนส์เว้า	252
ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน	255
ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า	256
การแทรกสอดของแสง	257
การเลี้ยวเบนของแสง	262
โพลาไรเซชันของแสง	263
ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก	263
ไฮโลกราฟี	265
สรุป	265
แบบฝึกหัดบทที่ 4	269
เอกสารอ้างอิง	271
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 5	273
บทที่ 5 โครงสร้างของอะตอม	275
โครงสร้างของอะตอม	275
แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด	276
แบบจำลองอะตอมของโบร์	277
ทฤษฎีไฮโดรเจนของโบร์	279
อัตราเร็วของอิเล็กตรอน	281
พลังงานของอิเล็กตรอน	282

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
พลังงานถูกควอนไทท์	283
การเปลี่ยนระดับของอิเล็กทรอนิกส์	283
อนุกรมสเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอม	286
ระดับพลังงานของไฮโดรเจน	290
สมมติฐานของเดอเบรย	293
สมการคลื่นของชเรอดิงเงอร์	295
ทฤษฎีอะตอมในปัจจุบัน	297
สรุป	312
แบบฝึกหัดบทที่ 5	314
เอกสารอ้างอิง	317
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 6	319
บทที่ 6 ฟิสิกส์นิวเคลียร์	321
หน่วยการวัดของมวลและพลังงาน	321
การเทียบเท่าด้านพลังงานของหน่วยมวลอะตอม	322
ขนาดของนิวเคลียสและความหนาแน่น	322
มวลพร้อมและพลังงานยึดเหนี่ยว	324
พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน	326
เสถียรภาพของนิวเคลียสและกัมมันตภาพรังสี	327
กฎการสลายตัวของธาตุกัมมันตภาพรังสี	330
ปฏิกิริยานิวเคลียร์	337
ประโยชน์และโทษของกัมมันตรังสี	343
สรุป	345
แบบฝึกหัดบทที่ 6	348
เอกสารอ้างอิง	350
บรรณานุกรม	351
ภาคผนวก	355

## สารบัญญภาพ

ภาพที่		หน้า
1.1	ประจุ 2 ประจุ $q_1$ และ $q_2$ วางห่างกันเป็นระยะ $r$ ออกแรงกระทำซึ่งกันและกัน	4
1.2	ทรงกลมโลหะ 2 ลูก วางห่างกันเป็นระยะ 1.5 เมตร ออกแรงผลักซึ่งกันและกัน	5
1.3	ทิศของแรงบนประจุไฟฟ้า $-5 \times 10^{-6}$ คูลอมป์	6
1.4	จุดสมดุลของประจุชนิดเดียวกัน	7
1.5	จุดสมดุลของประจุต่างชนิดกัน	8
1.6	ประจุ 2 ประจุออกแรงต่อกันรูปแบบของเวกเตอร์	9
1.7	(ซ้าย) สนามไฟฟ้าพุ่งออกจากประจุบวก และ (ขวา) สนามไฟฟ้าพุ่งเข้าหาประจุลบ	11
1.8	(บน) ระบบขั้วคู่ไฟฟ้า (ล่าง) รูปแบบของเส้นแรงไฟฟ้าของขั้วคู่ไฟฟ้า	13
1.9	สนามไฟฟ้าเนื่องจากวงแหวนประจุ	14
1.10	แสดงทิศของสนามไฟฟ้าบนเส้นสัมผัสกับเส้นแรงไฟฟ้า	16
1.11	แสดงลักษณะของเส้นแรงไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดต่าง ๆ	17
1.12	ประจุสองประจุที่ขนาดเท่ากันแต่เครื่องหมายตรงกันข้ามเส้นปะแสดงถึงผิวที่สมมติขึ้น	18
1.13	(a) พื้นผิวสมมติวางอยู่ในสนามไฟฟ้า (b) หน่วยย่อยจำนวนสามหน่วย $(x, y, z)$ ของพื้นที่บนพื้นผิวเมื่อขยายให้โตขึ้น	19
1.14	พื้นผิวทรงกระบอกวางอยู่ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ $\vec{E}$ และมีทิศขนานกับสนามไฟฟ้า	20
1.15	ผิวเกาส์เขียนรูปทรงกลมซึ่งมีรัศมี $r$ ล้อมรอบประจุชนิดจุด	22
1.16	ลวดตัวนำที่ยาวไม่จำกัดและผิวเกาส์เขียนรูปทรงกระบอกรัศมี $r$ ล้อมรอบเส้นประจุ	23
1.17	การกระจายประจุโดยมีสมมาตรแบบทรงกลมตามภาพแสดงให้เห็นผิวเกาส์เขียน 2 แบบ	24
1.18	แผ่นประจุขนาดอนันต์กับผิวเกาส์เขียน	25
1.19	ช่องว่างรูปทรงกลมรัศมี 3.0 เซนติเมตรในชั้นโลหะ	26
1.20	แสดงสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ $+q$ ที่พุ่งออกจากประจุตามแนวรัศมี	27
1.21	แสดงการเคลื่อนที่ของประจุทดสอบ $q_0$ จากจุด A ไป B	30
1.22	แสดงการเคลื่อนที่ของประจุทดสอบ $q_0$ จากระยะอนันต์มายังจุด A	32
1.23	ประกอบตัวอย่าง 1.14	34
1.24	กลุ่มประจุ $q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n$ อยู่ห่างจากจุด $P$ เป็นระยะ $r_1, r_2, r_3, r_4, \dots, r_n$	35
1.25	การกระจายของประจุแบบ จุดประจุ กระจายเชิงเส้น กระจายเชิงพื้นที่ และกระจายเชิงปริมาตร	37
1.26	ประกอบตัวอย่าง 1.15	38
1.27	ประกอบตัวอย่าง 1.16	39
1.28	หาศักย์ไฟฟ้าที่จุด $P$ ในสนามของขั้วคู่ไฟฟ้า	40
1.29	ประจุ $q_1$ และ $q_2$ ซึ่งวางห่างกันเป็นระยะทาง $r$	41

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
1.30	ประกอบตัวอย่าง 1.19 แสดงตำแหน่งของประจุ 3 ประจุ	42
1.31	แสดงจุด $P$ ในสนามของขั้วคู่ไฟฟ้า $\vec{P}$	45
1.32	แสดงตัวนำทรงกลมรัศมี $r$ มีประจุ $q$ วางอยู่ในสุญญากาศหรืออากาศ	47
1.33	(ซ้าย) แสดงตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน (ขวา) แสดงสนามไฟฟ้าของแผ่นคู่ขนาน	48
1.34	(ซ้าย) ตัวเก็บประจุที่ปรับค่าไม่ได้ และ (ขวา) ตัวเก็บประจุที่ปรับค่าได้	50
1.35	ภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุแบบทรงกระบอกรัศมี $r$ ยาว $l$ เส้นปะเป็นภาคตัดขวางของผิวแบบเกาส์	50
1.36	ภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุแบบทรงกลม	51
1.37	วิธีการต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรม	54
1.38	วิธีการต่อตัวเก็บประจุแบบขนาน	55
1.39	ประกอบตัวอย่าง 1.26	56
1.40	(ซ้าย) ประจุบวกและประจุลบอยู่ปนกันอย่างไม่เป็นระเบียบในสารไดอิเล็กทริกเมื่อไม่มีสนามไฟฟ้าภายนอก ( $E_0=0$ ) (กลาง) เมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอก $E_0$ ประจุบวกและประจุลบในสารไดอิเล็กทริกเริ่มจัดเรียงตัว (ขวา) ประจุตามผิวสารไดอิเล็กทริกสร้างสนาม $E'$ ต้านสนามภายนอก $E_0$	60
1.41	(a) ตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่ไม่มีไดอิเล็กทริก (b) ตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่มีไดอิเล็กทริกและทั้งสองตัวสะสมประจุไว้เท่ากัน	61
1.42	ตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่มีแผ่นไดอิเล็กทริกสอดอยู่	63
1.43	(ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 6 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 7	69
1.44	(ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 9 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 10	70
1.45	(ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 13 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 14	71
1.46	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 15	71
1.47	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 16	71
1.48	(ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 17 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 18	72
1.49	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 19	72
1.50	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 20	73
1.51	(ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 24 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 25	73



## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
2.1	ทางเดินของอิเล็กตรอนเสรีในตัวนำขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้า	78
2.2	(ซ้าย) ประจุบวกเคลื่อนที่ในทิศเดียวกับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ (ขวา) ประจุลบเคลื่อนที่ ในทิศตรงข้ามกับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$	78
2.3	การเกิดกระแสในตัวนำพื้นที่หน้าตัด $A$ สม่ำเสมอ	79
2.4	แบบจำลองพลังงานศักย์และแถบพลังงาน	82
2.5	แถบพลังงานของ (ซ้าย) ฉนวน (กลาง) ตัวนำ (ขวา) สารกึ่งตัวนำ	83
2.6	ลวดตัวนำมีกระแส $I$ และความต่างศักย์ $V$ ( $V_B - V_A$ )	85
2.7	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของโลหะเช่นทองแดง	87
2.8	การแปรค่าความต้านทานตามอุณหภูมิของปรอท (Hg) ค่าความต้านทานลดลง เป็นศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต $T_c$ คือ 4.2 K กรณีของปรอท	90
2.9	การต่อตัวต้านทานแบบอนุกรม	91
2.10	การต่อตัวต้านทานแบบขนาน	92
2.11	การต่อตัวต้านทานแบบบริดจ์	93
2.12	การแปลงวงจรแบบ $\Delta - Y$	94
2.13	ประกอบตัวอย่าง 2.4	94
2.14	ประกอบตัวอย่าง 2.5	95
2.15	ลวดตัวนำซึ่งไม่มีความต้านทานต่อลวดวงจร $R_2$	97
2.16	การแปลงวงจร	97
2.17	วงจรเดียวที่มีแหล่งจ่ายอิสระและความต้านทานภายนอกหลายตัว	98
2.18	วงจรหลายรูปบวกหรือโครงข่ายไฟฟ้า	98
2.19	วงจรไฟฟ้าระหว่างจุด A และ B	99
2.20	ประกอบตัวอย่าง 2.6	100
2.21	ประกอบตัวอย่าง 2.7	101
2.22	กฎทางกระแสของเคอร์ชอฟฟ์	102
2.23	กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์	103
2.24	ประกอบตัวอย่าง 2.8	104
2.25	ประกอบตัวอย่าง 2.9	104
2.26	(ซ้าย) วงจรต้นแบบ (กลาง) กำหนดกระแสไหลวนในแต่ละวงจรปิด (Loop current) และ (ขวา) กำหนดกระแสที่ไหลในแต่ละส่วนของวงจรที่ไม่มีการแยก ไหลของกระแส (Branch current)	105

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
2.27	ประกอบตัวอย่าง 2.9	107
2.28	วงจรเทียบเท่าเทเวนิน (Thevenin's circuit)	109
2.29	ประกอบตัวอย่าง 2.11	110
2.30	ประกอบตัวอย่าง 2.12	111
2.31	วงจรเทียบเท่า Norton (Norton's circuit)	112
2.32	ประกอบตัวอย่าง 2.13	113
2.33	ประกอบตัวอย่าง 2.14	114
2.34	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 9	119
2.35	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 10	120
2.36	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 13	120
2.37	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 14	121
2.38	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 15	121
2.39	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 16	121
2.40	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 17	122
3.1	การจัดเรียงตัวของผงตะไบเหล็กไปตามเส้นแรงแม่เหล็ก	128
3.2	(ซ้าย) เส้นแรงแม่เหล็กที่เกิดจากแท่งแม่เหล็กถาวร (A permanent magnet) (กลาง) เส้นแรงแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดทรงกระบอก (A cylindrical coil) และ (ขวา) เส้นแรงแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดพันแกนเหล็ก (An iron-core electromagnet)	129
3.3	ฟลักซ์แม่เหล็ก $\Phi_B$ ตกผ่านในแนวทำมุม $\theta$ กับเส้นปกติของพื้นที่ $s$	129
3.4	แสดงระนาบการเคลื่อนที่ของประจุ $+q$	130
3.5	แสดงระนาบการเคลื่อนที่ของประจุ $+q$ ตามแกน $Y$	131
3.6	แสดงทิศของแรง $\vec{F}$ ที่กระทำต่อประจุอิเล็กตรอน	133
3.7	วงโคจรเป็นวงกลมของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็ก	134
3.8	ทิศทางการหมุนของอิเล็กตรอนเมื่อมองตามทิศของสนามแม่เหล็ก	137
3.9	อิเล็กตรอนเคลื่อนที่แบบเกลียว	138
3.10	อุปกรณ์การทดลองหาค่าประจุต่อมวลของอิเล็กตรอน (a) แสดงแนวของ $\vec{E}$ และ $\vec{B}$ (b) ภาพหลอดอุปกรณ์ที่ทอมสันใช้ในการทดลอง	139
3.11	ตัวนำยาว $XY$ มีกระแสไหลในตัวนำ $I$	141
3.12	สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากตัวนำยาวตรงมีกระแสไหลผ่าน	143
3.13	(ซ้าย) กฎมือขวา (ขวา) กฎการหมุนสกรูของแมกซ์เวลล์	145



## สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
3.14	ประกอบตัวอย่าง 3.4	146
3.15	ลวดตัวนำวงกลมรัศมี $a$ นำกระแส $I$	146
3.16	ประกอบตัวอย่าง 3.6	148
3.17	ลวดตัวนำวงกลมที่นำกระแส $I$	149
3.18	ลวดตัวนำวงกลมและวงรอบกระแส	151
3.19	แสดงระนาบของลวดตัวนำที่มีกระแสไหลผ่าน	152
3.20	แสดงการหาทิศทางโดยใช้กฎมือซ้ายของเฟลมมิง	154
3.21	แสดงลวดตัวนำยาวตรงและมีกระแสไหลในทิศเดียวกัน	155
3.22	แสดงลวดตัวนำยาวตรงนำกระแสและสนามแม่เหล็กรอบ ๆ ตัวนำ	157
3.23	แสดงตัวนำทรงกระบอกยาวตรงและมีกระแสไหลผ่านโดยกระจายสม่ำเสมอ	158
3.24	แสดงสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไหลผ่านขดลวดโซลินอยด์	159
3.25	ขดลวดทอรอยด์	160
3.26	ขดลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยม นำกระแส $I$ ในทิศ $ABCD$	162
3.27	การทดลองของฟาราเดย์ (ซ้าย) เข็มของกัลวานอมิเตอร์ $G$ เบนไปเมื่อแท่งแม่เหล็กมีการเคลื่อนที่สัมพันธ์กับขดลวด (ขวา) เข็มของกัลวานอมิเตอร์ $G$ เบนไปเมื่อเปิดหรือปิดสวิตช์ $S$	165
3.28	บ่วงเส้นลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าถูกดึงออกจากสนามแม่เหล็กด้วยความเร็ว $v$	168
3.29	ประกอบตัวอย่าง 3.16	169
3.30	ประกอบตัวอย่าง 3.17	170
3.31	(ซ้าย) วัสดุเฟอร์โรแมกเนติกวางอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ $B_0$ (ขวา) การเหนี่ยวนำสนามแม่เหล็กของวัสดุเฟอร์โรแมกเนติก	172
3.32	แรงเคลื่อนไฟฟ้า $E$ ต่อนุกรมกับขดลวดเหนี่ยวนำ $L$ และตัวต้านทาน $R$	176
3.33	แสดงการเพิ่มขึ้นของกระแสในวงจร $RL$	178
3.34	นำ $E$ ออกจากวงจร $RL$	178
3.35	การลดลงของกระแสของวงจร $RL$	179
3.36	แรงเคลื่อนไฟฟ้า $E$ ต่อนุกรมกับความจุ $C$ และความต้านทาน $R$ ของวงจร $RC$	180
3.37	กราฟการเปลี่ยนแปลงระหว่างประจุกับเวลาขณะประจุตัวจุ	182
3.38	วงจร $RC$ ที่ปราศจาก $E$	182
3.39	การเปลี่ยนแปลงแบบเอกซ์โปเนนเชียล (ซ้าย) การคายประจุของตัวจุ (ขวา) การลดลงของกระแส	184
3.40	วงจร $RLC$	184
3.41	กระแสและประจุในวงจร $LC$	186

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
3.42	กราฟระหว่างกระแสและเวลาของวงจร $RLC$ เมื่อ $R^2 < \frac{4L}{C}$	187
3.43	กราฟระหว่างกระแสและเวลาของวงจร $RLC$ เมื่อ $R^2 > \frac{4L}{C}$	188
3.44	การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ารอบสายอากาศ	190
3.45	สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กในช่วงความถี่ต่าง ๆ	192
3.46	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 1	197
3.47	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 5	198
3.48	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 8	198
3.49	(ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 9 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 10	198
4.1	แสดงการสะท้อนของแสงที่ผิวราบ	204
4.2	(ซ้าย) กำหนดตำแหน่งวัตถุ (กลาง) กำหนดตำแหน่งภาพ (ขวา) ลากแนวรังสี 2 แนวจากภาพสู่ศูนย์กลาง	205
4.3	ประกอบตัวอย่าง 4.1	205
4.4	(ซ้าย) กระจกเว้า (ขวา) กระจกนูน	206
4.5	แสดงการเกิดภาพจากกระจกโค้งทรงกลม	207
4.6	แสดงองค์ประกอบต่าง ๆ ของกระจกเว้า	208
4.7	แสดงองค์ประกอบต่าง ๆ ของกระจกนูน	209
4.8	กระจกเว้า	211
4.9	กระจกนูน	213
4.10	ประกอบตัวอย่าง 4.5	216
4.11	วัตถุวางอยู่ที่ระยะอนันต์จากกระจกเว้า	219
4.12	วัตถุวางอยู่ถัดไปจากจุดศูนย์กลางความโค้ง (C)	220
4.13	วัตถุวางอยู่ที่จุด C	221
4.14	วัตถุวางอยู่ระหว่าง F และ C	222
4.15	วัตถุวางอยู่ที่จุด F	222
4.16	วัตถุวางอยู่ระหว่าง P และ F	223
4.17	ภาพที่เกิดจากกระจกนูน	224
4.18	การหักเหของแสง	224
4.19	การลดลงของความยาวคลื่น ความถี่คงเดิม	226
4.20	การหักเหของแสงในตัวกลางหลายชั้น	229
4.21	การหักเหของแสงทำให้มองดูตำแหน่งของวัตถุในน้ำตื้นกว่าความเป็นจริง	230
4.22	การสะท้อนกลับหมด	233

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
4.23	การหักเหที่ผิวโค้งทรงกลมนูน ซึ่งวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีดัชนีหักเห่น้อย และทำให้เกิดภาพจริง	235
4.24	การหักเหที่ผิวโค้งทรงกลมนูนซึ่งวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีดัชนีหักเห่น้อย และทำให้เกิดภาพเสมือน	238
4.25	การหักเหที่ผิวโค้งทรงกลมนูน เมื่อวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเห่มาก ( $n_2 > n_1$ )	240
4.26	การหักเหที่พื้นผิวโค้งทรงกลมแบบเว้า	244
4.27	ประกอบตัวอย่าง 4.15	246
4.28	แสดงองค์ประกอบของเลนส์	247
4.29	ระยะโฟกัสที่ 1 ( $F_1$ )	249
4.30	ระยะโฟกัสที่ 2 ( $F_2$ )	249
4.31	เลนส์นูนมีระยะโฟกัส $f$ และมีจุดศูนย์กลางของเลนส์ $C$	252
4.32	(ซ้าย) เมื่อวัตถุอยู่ที่ระยะอนันต์ (ขวา) เมื่อวัตถุอยู่เลยจุด $2F$	255
4.33	(ซ้าย) เมื่อวัตถุอยู่ที่จุด $2F$ (ขวา) เมื่อวัตถุอยู่ระหว่าง $F$ และ $2F$	255
4.34	(ซ้าย) เมื่อวัตถุอยู่ที่จุด $F$ (ขวา) เมื่อวัตถุอยู่ระหว่างจุด $F$ และ $C$	256
4.35	ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า	256
4.36	(ซ้าย) ผังอุปกรณ์และการทดลองของยัง (ขวา) รุ้งสว่างและมีดบนฉาก	257
4.37	(ซ้าย) การแทรกสอดแบบเสริมที่ $O$ (กลาง) การแทรกสอดแบบเสริมที่ $P$ และ (ขวา) การแทรกสอดแบบหักล้างที่ $R$	258
4.38	(ซ้าย) โครงสร้างทางเรขาคณิตการทดลองของยัง (ขวา) ความแตกต่างระหว่างเส้นทาง $\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$ เมื่อ $L \gg d$	258
4.39	การแทรกสอดในฟิล์มบาง	261
4.40	แผ่นโพลาไรซ์สองแผ่นทำมุม $\theta$ ซึ่งกันและกัน	263

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
5.1	แบบจำลองอะตอมของทอมสัน	276
5.2	แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด (Rutherford's atom model)	277
5.3	แบบจำลองอะตอมของไฮโดรเจน	279
5.4	วงโคจรวงกลมที่สถานะคงที่ของ $H_2$ ตามแบบจำลองของโบร์	281
5.5	อนุกรมของเส้นสเปกตรัม	288
5.6	แสดงระดับพลังงานของไฮโดรเจนอะตอมและอนุกรมสเปกตรัมที่แผ่กระจายออกมา	292
5.7	แสดงลักษณะของหมุ่คลื่นที่ใช้แทนอนุภาค อนุภาคจะอยู่ภายในระยะ $\Delta x$	294
5.8	กลุ่มหมอกของโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอน กรณี $l = m_l = 0$	300
5.9	กลุ่มหมอกของโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนที่สถานะต่างๆของอะตอมของไฮโดรเจน	300
5.10	แสดงทิศทางของ $\vec{\mu}$ ซึ่งเกิดจากกระแสอิเล็กตรอน	302
5.11	แสดงการแยกของระดับพลังงานที่สถานะ $n = 2, l = 1$ ของ $H_2$ ในสนาม $\vec{B}$	303
5.12	แผนภาพการแตกเส้นสเปกตรัมที่สถานะ $n = 2, l = 1$ ของ $H_2$ ในสนาม $\vec{B}$	304
5.13	แผนภาพการเปลี่ยนสถานะตามกฎการเลือก $\Delta l = \pm 1$	305
5.14	การแยกลำอะตอมของเงิน โดยสนามแม่เหล็กที่มีลักษณะพิเศษ	306
5.15	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 9	314
5.16	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 10	315
5.17	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 14	315
5.18	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 15	315
6.1	แสดงค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของนิวไคลด์ต่าง ๆ	328
6.2	กราฟแสดงการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี	334
6.3	ปฏิกิริยาลูกโซ่ (Chain reaction)	340
6.4	ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 15	349

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1.1	แสดงค่าคงตัวไดอิเล็กทริกของสารไดอิเล็กทริกบางชนิด ที่อุณหภูมิ 20°C	60
2.1	ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิและค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าของสารบางชนิด ที่อุณหภูมิ 20 °C	89
2.2	อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งบางชนิด	91
3.1	แสดงค่าความไหวตัวได้ของสารต่าง ๆ	173
3.2	แสดงค่าความซาบซึมได้ของสารต่าง ๆ	174
4.1	แสดงค่าดัชนีหักเหของตัวกลางบางชนิดสำหรับความยาวคลื่นแสงสีเหลือง	226
5.1	แสดงค่าฟังก์ชันคลื่นปกติของอะตอมไฮโดรเจนสำหรับ $n = 1, 2, 3$	299
5.2	แสดงค่าที่เป็นไปได้ของเลขควอนตัมและปริมาณที่เกี่ยวข้อง	307
5.3	แสดงสถานะที่เป็นไปได้ของอิเล็กตรอนในอะตอมเดียวกัน	308
5.4	แสดงลำดับของอิเล็กตรอนที่จัดไว้ในอะตอม	309
5.5	แสดงโครงสร้างอะตอมของธาตุต่าง ๆ	310
6.1	แสดงค่าพลังงานยึดเหนี่ยวและพลังงานยึดเหนี่ยวต่ออิเล็กตรอนของบางนิวไคลด์	327



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## แผนบริหารการสอนประจำวิชา

รหัสวิชา 4011105  
รายวิชา ฟิสิกส์ 2 3(3-0-6)  
Physics 2

### คำอธิบายรายวิชา

ประจุไฟฟ้า กฎของคูลอมบ์ สนามไฟฟ้า กฎของเกาส์ ศักย์ไฟฟ้า ความจุไฟฟ้า กระแสไฟฟ้า กฎของโอห์ม กฎของเคอร์ชอฟฟ์ แรงลอเรนซ์ สนามแม่เหล็กอันเนื่องมาจากกระแสไฟฟ้า แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ สารแม่เหล็ก การแกว่งกวัดของสนามไฟฟ้า แสงเชิงเรขาคณิต สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า กัมมันตภาพรังสี นิวเคลียสและการสลายนิวเคลียส

### ความมุ่งหมายรายวิชา

1. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับไฟฟ้าสถิต
2. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับไฟฟ้ากระแส
3. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับสนามแม่เหล็ก
4. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับฟิสิกส์ของแสง
5. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างของอะตอม
6. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับฟิสิกส์นิวเคลียร์

### เนื้อหา

บทที่ 1 ไฟฟ้าสถิต 9 ชั่วโมง  
ประจุไฟฟ้า  
แรงระหว่างประจุ  
กฎของคูลอมบ์ในรูปแบบเวกเตอร์  
สนามไฟฟ้า  
เส้นแรงไฟฟ้า  
ฟลักซ์สนามไฟฟ้า



	กฎของเกาส์	
	ความสัมพันธ์ระหว่างกฎของเกาส์และกฎของคูลอมบ์	
	ศักย์ไฟฟ้าและความต่างศักย์ไฟฟ้า	
	ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากกลุ่มประจุ	
	พลังงานศักย์ทางไฟฟ้า	
	การคำนวณค่าของ $\vec{E}$ จาก $V$	
	ความจุไฟฟ้า	
	การต่อตัวเก็บประจุ	
	พลังงานสะสมในการให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ	
	ค่าคงตัวไดอิเล็กทริก	
	ไดอิเล็กทริกและกฎของเกาส์	
	สรุป	
	แบบฝึกหัดบทที่ 1	
	เอกสารอ้างอิง	
บทที่ 2	ไฟฟ้ากระแส	8 ชั่วโมง
	กระแสไฟฟ้า	
	ตัวนำ ฉนวน และสารกึ่งตัวนำ	
	วงจรไฟฟ้าและทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า	
	กฎของโอห์ม	
	การนำกฎของโอห์มไปใช้	
	กฎของโอห์มเมื่อนำไปใช้กับวงจรไฟฟ้า	
	กฎของเคอร์ชอฟฟ์	
	การนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์ไปใช้	
	การแปลงวงจรไฟฟ้าอย่างง่าย	
	สรุป	
	แบบฝึกหัดบทที่ 2	
	เอกสารอ้างอิง	
บทที่ 3	สนามแม่เหล็ก	8 ชั่วโมง
	นิยามของสนามแม่เหล็ก	
	ฟลักซ์แม่เหล็ก	
	แรงลอเรนซ์	
	การหาค่าประจุต่อมวล $e/m$ จากการทดลองของทอมสัน	



กฎของลาปลาซ หรือกฎของ ไบออส ซาวาร์ส

แรงแม่เหล็กบนลวดตัวนำที่มีกระแส

แรงบนตัวนำขนานที่มีกระแสไหลผ่าน

กฎของแอมแปร์

การประยุกต์ใช้กฎของแอมแปร์

ทอร์คบนลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

สารแม่เหล็ก

การเพิ่มและการลดของกระแสในวงจร RL

การประจุและการคายประจุในวงจร RC

การแกว่งกวัดทางไฟฟ้า

การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากสายอากาศ

สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

สรุป

แบบฝึกหัดบทที่ 3

เอกสารอ้างอิง

บทที่ 4 แสงเชิงเรขาคณิต

8 ชั่วโมง

สมบัติของคลื่นแสง

การสะท้อนของแสง

ความสัมพันธ์ระหว่างทางยาวโฟกัสและรัศมีความโค้ง

สมการของกระจก

กำลังขยายของกระจกเว้าและกระจกนูน

ภาพที่เกิดจากกระจกเว้า

ภาพที่เกิดจากกระจกนูน

การหักเหของแสง

การสะท้อนกลับหมด

การเกิดภาพด้วยการหักเหที่ผิวโค้งทรงกลม

สมการช่างทำเลนส์

สมการของเลนส์แบบแก๊สเซียน

กำลังขยายของเลนส์นูนและเลนส์เว้า	
ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน	
ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า	
การแทรกสอดของแสง	
การเลี้ยวเบนของแสง	
โพลาริเซชันของแสง	
ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก	
ไฮโดรกราฟฟี	
สรุป	
แบบฝึกหัดบทที่ 4	
เอกสารอ้างอิง	
บทที่ 5 โครงสร้างอะตอม	6 ชั่วโมง
โครงสร้างของอะตอม	
แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด	
แบบจำลองอะตอมของโบร์	
ทฤษฎีไฮโดรเจนของโบร์	
อัตราเร็วของอิเล็กตรอน	
พลังงานของอิเล็กตรอน	
พลังงานถูกควอนไทซ์	
การเปลี่ยนระดับของอิเล็กตรอน	
อนุกรมสเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอม	
ระดับพลังงานของไฮโดรเจน	
สมมติฐานของเดอเบรย	
สมการคลื่นของชเรอดิงเงอร์	
ทฤษฎีอะตอมในปัจจุบัน	
สรุป	
แบบฝึกหัดบทที่ 5	
เอกสารอ้างอิง	
บทที่ 6 ฟิสิกส์นิวเคลียร์	6 ชั่วโมง
หน่วยการวัดของมวลและพลังงาน	
การเทียบเท่าด้านพลังงานของหน่วยมวลอะตอม	

ขนาดของนิวเคลียสและความหนาแน่น  
มวลพร้อมและพลังงานยึดเหนี่ยว  
พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน  
เสถียรภาพของนิวเคลียสและกัมมันตภาพรังสี  
กฎการสลายตัวของธาตุกัมมันตภาพรังสี  
ปฏิกิริยานิวเคลียร์  
ประโยชน์และโทษของกัมมันตรังสี  
สรุป  
แบบฝึกหัดบทที่ 6  
เอกสารอ้างอิง

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ฟังบรรยายเนื้อหา
2. อธิบายกฎ ทฤษฎี ต่าง ๆ พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
3. แบ่งกลุ่มอภิปรายตามเนื้อหาที่กำหนดให้
4. อธิบายตัวอย่าง และฝึกปฏิบัติจากตัวอย่างที่กำหนดให้
5. ศึกษาจากเอกสารประกอบการสอน
6. นักศึกษาแบ่งกลุ่มทำแบบฝึกหัด
7. นักศึกษาศึกษาเพิ่มเติมเอกสารตำราอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องด้วยตนเอง
8. นักศึกษาทำแบบฝึกหัดท้ายบท
9. ทำแบบฝึกหัดทดสอบที่กำหนดให้

### สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาฟิสิกส์ 2
2. อุปกรณ์สาธิต แผนภูมิรูปภาพ เครื่องมือ อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง
3. คอมพิวเตอร์ เครื่องฉายโปรเจคเตอร์
4. หนังสือค้นคว้าเพิ่มเติมที่เกี่ยวข้อง

## การวัดผลและประเมินผล

### การวัดผล

คะแนนในการประเมินผล	100	คะแนน
1. คะแนนระหว่างภาคเรียน	70	คะแนน
1.1 ความสนใจและเวลาเรียน	10	คะแนน
1.2 แบบฝึกหัดและงานค้นคว้า	10	คะแนน
1.3 งานกลุ่ม	10	คะแนน
1.4 ทดสอบกลางภาคเรียน	40	คะแนน
2. คะแนนสอบปลายภาคเรียน	30	คะแนน

### การประเมินผล

คะแนนช่วง	80 – 100	ได้ระดับ	A
คะแนนช่วง	75 – 79	ได้ระดับ	B <sup>+</sup>
คะแนนช่วง	70 – 74	ได้ระดับ	B
คะแนนช่วง	65 – 69	ได้ระดับ	C <sup>+</sup>
คะแนนช่วง	60 – 64	ได้ระดับ	C
คะแนนช่วง	55 – 59	ได้ระดับ	D <sup>+</sup>
คะแนนช่วง	50 – 54	ได้ระดับ	D
คะแนนช่วง	0 – 49	ได้ระดับ	F

## แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 1

### เนื้อหาประจำบท

#### บทที่ 1 ไฟฟ้าสถิต

ประจุไฟฟ้า

แรงระหว่างประจุ

กฎของคูลอมบ์ในรูปแบบเวกเตอร์

สนามไฟฟ้า

เส้นแรงไฟฟ้า

ฟลักซ์สนามไฟฟ้า

กฎของเกาส์

ความสัมพันธ์ระหว่างกฎของเกาส์และกฎของคูลอมบ์

ศักย์ไฟฟ้าและความต่างศักย์ไฟฟ้า

ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากกลุ่มประจุ

พลังงานศักย์ทางไฟฟ้า

การคำนวณค่าของ  $E$  จาก  $V$

ความจุไฟฟ้า

การต่อตัวเก็บประจุ

พลังงานสะสมในการให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ

ค่าคงตัวไดอิเล็กทริก

ไดอิเล็กทริกและกฎของเกาส์

สรุป

แบบฝึกหัดบทที่ 1

เอกสารอ้างอิง

#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อศึกษาบทที่ 1 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายความแตกต่างระหว่างจุดประจุและประจุกระจายได้
2. ใช้กฎของคูลอมบ์หาแรงทางไฟฟ้าระหว่างประจุได้
3. ใช้กฎของเกาส์หาสนามไฟฟ้าของประจุกระจายที่ไม่ซับซ้อนได้
4. หางานในสนามของความต่างศักย์ได้
5. อธิบายพฤติกรรมทางไฟฟ้าของสารที่เป็นไดอิเล็กทริกได้

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยาย อธิบายทฤษฎี พร้อมยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย โดยใช้โปรเจคเตอร์เครื่องฉายแผ่นทึบ และการเขียนอธิบายเพิ่มเติมบนกระดาน ชักถามผู้เรียนขณะเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในแต่ละหัวข้อ
2. แบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละประมาณ 5 คน มอบหมายงานเพื่อศึกษาทฤษฎีแล้วดำเนินการอภิปรายกลุ่ม (Group discussion) ในประเด็นที่กำหนด
3. กำหนดหัวข้อ โจทย์ปัญหา และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน
4. มอบหมายให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม
5. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดบทที่ 1
6. ทดสอบย่อยหลังจบบทเรียน

### สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
2. ไฟล์เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
3. เครื่องฉายโปรเจคเตอร์
4. ตำรา หนังสือ สำหรับอ่านประกอบค้นคว้าเพิ่มเติม
5. อุปกรณ์ช่วยสอน
6. แบบฝึกหัดบทที่ 1

### การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของผู้เรียน
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน
3. สังเกตจากการอภิปรายกลุ่มและอภิปรายสรุป
4. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัด
5. ประเมินจากการสอบระหว่างภาคและปลายภาค

## บทที่ 1

### ไฟฟ้าสถิต

ไฟฟ้าสถิต (Electrostatics) เป็นการศึกษาเรื่องของประจุไฟฟ้าในภาวะนิ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญยิ่งและเป็นส่วนสำคัญของการศึกษาทางด้านฟิสิกส์ เนื้อหาในบทนี้จะเริ่มต้นกล่าวถึงแรงระหว่างประจุไฟฟ้า (Electric charge) สองประจุในรูปแบบของกฎของคูลอมบ์ (Coulomb's law) ซึ่งส่งผลให้เกิดทฤษฎีทางไฟฟ้าอื่น ๆ อีกมากมาย เช่น สนามไฟฟ้า (Electric field) กฎของเกาส์ (Gauss's law) ศักย์ไฟฟ้า (Electric potential) ความจุไฟฟ้า (Capacitance) ดังจะได้กล่าวโดยละเอียดต่อไป

### ประจุไฟฟ้า

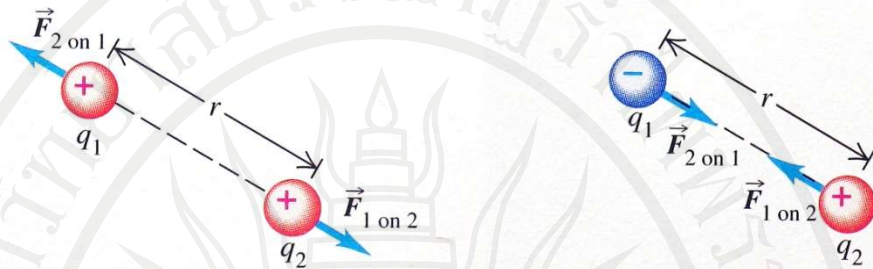
ประจุไฟฟ้ามีอยู่ 2 ชนิดคือประจุไฟฟ้าบวก (Positive charge) และประจุไฟฟ้าลบ (Negative charge) ประจุทั้งสองนี้จะเกิดกั่ตอเมื่อนำวัตถุสองอย่างมาถูกัน ทั้งนี้ประจุบวกคือประจุชนิดเดียวกันกับประจุที่ปรากฏบนแท่งแก้วที่ถูด้วยผ้าไหม และประจุลบคือประจุชนิดเดียวกันกับประจุที่ปรากฏบนแท่งอำพันที่ถูด้วยขนสัตว์ เมื่อนำวัตถุที่มีประจุไฟฟ้ามาใกล้กันจะสามารถตรวจสอบแรงระหว่างประจุไฟฟ้าได้ วิธีง่าย ๆ โดยการนำแท่งวัตถุที่มีประจุไฟฟ้าบวกมาแตะลูกกลมโลหะเล็กและเบาที่แขวนอยู่ชิดกัน ลูกกลมทั้งสองก็จะมีประจุบวกและแยกออกจากกัน ถ้านำวัตถุที่มีประจุไฟฟ้าลบมาแตะลูกกลมบ้าง ลูกกลมทั้งสองก็จะมีประจุไฟฟ้าลบและแยกออกจากกัน แต่ถ้าหากแขวนลูกกลมให้ห่างกันแล้วนำประจุไฟฟ้าบวกแตะลูกหนึ่ง ประจุไฟฟ้าลบแตะอีกลูกหนึ่งจะปรากฏว่าลูกกลมทั้งสองเบนเข้าหากัน ดังนั้นจากการตรวจสอบนี้สามารถสรุปผลที่ได้คือประจุไฟฟ้าชนิดเดียวกันจะผลักกันและประจุไฟฟ้าต่างชนิดกันดึงดูดกัน

### แรงระหว่างประจุ

ปริมาณพื้นฐานทางไฟฟ้าคือประจุไฟฟ้า  $q$  นักวิทยาศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ชาร์ล-โอกุสแตง เดอ กูลง (Charles Augustin de Coulomb) ได้ทำการศึกษาแรงดูดและแรงผลักระหว่างจุดประจุที่อยู่หนึ่งสองประจุอย่างละเอียดในระหว่าง ค.ศ. 1736-1806 โดยใช้อุปกรณ์เครื่องชั่งชนิดแรงบิด (Torsion balance) แล้วสรุปผลการศึกษาเอาไว้เป็นกฎเรียกว่า กฎของคูลอมบ์ (Coulomb's law) มีใจความโดยสรุปว่า “แรงกระทำร่วมกันทางไฟฟ้าระหว่างประจุที่เป็นจุด 2 ประจุเป็นสัดส่วนโดยตรงกับผลคูณของประจุทั้งสองและเป็นสัดส่วนผกผันกันกำลังสองของระยะทางระหว่างประจุทั้งสอง ทิศของแรงอยู่ในแนวเส้นตรงที่ต่อโยงประจุทั้งสองนั้น”



(Young & Freedman, 1996: 675) ดังแสดงในภาพที่ 1.1 พิจารณาประจุ  $q_1$  และ  $q_2$  วางอยู่ในตัวกลางใด ๆ และห่างกันเป็นระยะ  $r$  ดังนั้นแรงระหว่างประจุทั้งสอง (Force between point charges) เป็นดังนี้



ภาพที่ 1.1 ประจุ 2 ประจุ  $q_1$  และ  $q_2$  วางห่างกันเป็นระยะ  $r$  ออกแรงกระทำซึ่งกันและกัน  
ที่มา: Young & Freedman, 2012: 694

กำหนดให้  $q_1$  และ  $q_2$  คือ ค่าของประจุสองตัวมีหน่วยเป็น คูลอมบ์ (Coulomb)  $r$  คือ ระยะห่างระหว่างประจุทั้งสอง มีหน่วยเป็น เมตร และ แรง  $\vec{F}$  มีหน่วยเป็น นิวตัน (Newton, N) ทิศของแรงตามภาพที่ 1.1 แสดงว่าประจุไฟฟ้าทั้งสองออกแรงกระทำต่อกันและกันด้วยขนาดเท่ากันแต่กลับทิศกันตามหลักของแรงกิริยาและปฏิกิริยาโดยพบว่า

$$F \propto q_1 q_2 \quad (1.1)$$

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad (1.2)$$

จาก (1.1) และ (1.2)  $F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.3)$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.4)$$

$k$  คือค่าคงที่ของสัดส่วนซึ่งในสุญญากาศมีค่าเท่ากับ  $8.987551787 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} \cong 8.988 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$  (Young & Freedman, 2012: 695) ซึ่งค่า  $k$  ในอากาศจะมีค่ามากกว่านี้

เล็กน้อยและค่า  $k$  สามารถที่จะเขียนได้เป็น  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$  เมื่อ

$\epsilon_0$  คือค่าสภาพยอมของสุญญากาศ (Permittivity of free space) ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$  ในตัวอย่างและแบบฝึกหัดโดยทั่วไปแล้วจะใช้ค่าประมาณคือ



$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$  และอีกหน่วยหนึ่งของค่าสภาพยอมที่นิยมใช้คือฟารัดต่อเมตร

(Farad metre<sup>-1</sup>, F.m<sup>-1</sup>) ดังนั้นกฎของคูลอมบ์จึงอาจเขียนได้เป็น

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.5)$$

หน่วยคูลอมบ์เป็นหน่วยที่ใหญ่จึงนิยมใช้หน่วยให้เล็กลงคือ

$$1 \text{ ไมโครคูลอมบ์} = 1\mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$$

$$1 \text{ พิโคคูลอมบ์} = 1\text{pC} = 10^{-12} \text{ C}$$

จากสมการที่ (1.5) พบว่าแรงระหว่างประจุไฟฟ้าเป็นแรงแปรเปลี่ยนตามกฎกำลังสองผกผัน เหมือนกับแรงแห่งความโน้มถ่วงคือแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน ( $F = Gm_1m_2/r^2$ ) โดยค่า  $G$  คือค่าคงที่โน้มถ่วงสากล =  $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  (Mohr et al., 2008: 633) แต่แรงทั้งสองแตกต่างกันมากโดยขนาดซึ่งจะแสดงให้เห็นดังตัวอย่าง 1.1

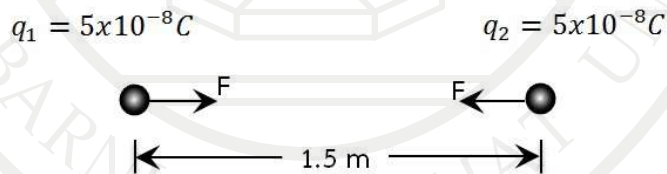
ตัวอย่าง 1.1 ลูกกลมโลหะ 2 ลูกอยู่ห่างกันเป็นระยะ 1.5 เมตร เส้นผ่าศูนย์กลางของแต่ละลูกคือ 2.4 เซนติเมตร แต่ละลูกมีมวล 50 กรัม และมีประจุไฟฟ้า  $5 \times 10^{-8}$  คูลอมบ์จงหา

(ก) แรงระหว่างประจุไฟฟ้าของประจุนหนึ่งเนื่องมาจากประจุนอีกอันหนึ่ง

(ข) แรงโน้มถ่วงของมวลอันหนึ่งเนื่องมาจากประจุนอีกอันหนึ่ง

วิธีทำ

(ก)



ภาพที่ 1.2 ทรงกลมโลหะ 2 ลูก วางห่างกันเป็นระยะ 1.5 เมตร ออกแรงผลักซึ่งกันและกัน

เนื่องจากลูกกลมมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับ  $r$  จึงคิดได้ว่าเป็นจุดประจุ จากกฎของคูลอมบ์

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} (5 \times 10^{-8} \text{ C})(5 \times 10^{-8} \text{ C})}{(1.5 \text{ m})^2}$$

$$F = 1 \times 10^{-5} \text{ N}$$

(ข) มวลของลูกกลมทั้งสอง  $m_1 = m_2 = 50 \times 10^{-3} \text{ kg} = 0.050 \text{ kg}$

จากกฎโน้มถ่วงของนิวตัน

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

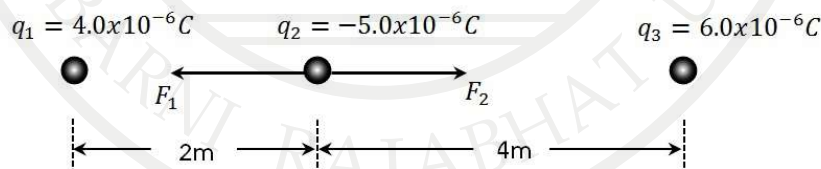
$$F = 6.67 \times 10^{11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \frac{(0.050 \text{ kg})(0.050 \text{ kg})}{(1.5 \text{ m})^2}$$

$$F = 7.4 \times 10^{-14} \text{ N}$$

จากคำตอบ (ก) และ (ข) จะพบว่าแรงระหว่างประจุไฟฟ้ามีขนาดใหญ่กว่าแรงแห่งความโน้มถ่วงมาก ยิ่งถ้าเป็นแรงระหว่างโปรตอน 1 อนุภาคกับอิเล็กตรอน 1 อนุภาคด้วยแล้วขนาดของแรงทั้งสองจะต่างกันมากกว่านี้ เพราะมวลของอิเล็กตรอนเป็น  $1/1840$  เท่าของโปรตอนเท่านั้น จึงกล่าวได้ว่าแรงระหว่างประจุไฟฟ้าเป็นแรงที่แรงมาก ส่วนแรงแห่งความโน้มถ่วงเป็นแรงที่อ่อน

นอกจากนี้แรงระหว่างประจุไฟฟ้ายังรวมกันตามวิธีในหลักการรวมกันได้ของแรง เมื่อมีประจุไฟฟ้ามากกว่าสองประจุ แรงระหว่างประจุแต่ละคู่ไม่ขึ้นต่อกันและแรงระหว่างประจุแต่ละคู่รวมเป็นแรงลัพธ์แรงเดียวเช่นเดียวกับเวกเตอร์ของแรงอื่น

ตัวอย่าง 1.2 จงหาแรงบนประจุไฟฟ้า  $-5 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์ ซึ่งอยู่ระหว่างประจุไฟฟ้า  $+4 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์ และประจุไฟฟ้า  $+6 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์ เป็นระยะ 2 เมตร และ 4 เมตรตามลำดับ



ภาพที่ 1.3 ทิศของแรงบนประจุไฟฟ้า  $-5 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์

จากภาพที่ 1.3  $q_2$  ซึ่งมีประจุ  $-5 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์ดึงดูดกับประจุ  $+4 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์ด้วยแรง  $F_1$  และดึงดูดกับประจุ  $+6 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์ด้วยแรง  $F_2$  ซึ่งแรงทั้งสองกระทำบน  $q_2$  ในทิศทางตรงข้าม

$$F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = (9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 \cdot \text{C}^{-2}) \frac{(4 \times 10^{-6} \text{ C})(5 \times 10^{-6} \text{ C})}{(2 \text{ m})^2} = 0.0450 \text{ N}$$

$$F_2 = k \frac{q_2 q_3}{r^2} = (9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 \cdot \text{C}^{-2}) \frac{(5 \times 10^{-6} \text{ C})(6 \times 10^{-6} \text{ C})}{(4 \text{ m})^2} = 0.0169 \text{ N}$$

หาแรงลัพธ์ ( $F_t$ ) ของ  $F_1$  และ  $F_2$  ได้

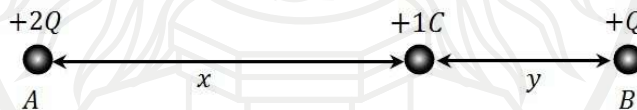
$$F_t = F_1 - F_2 = 0.0405 \text{ N} - 0.0169 \text{ N} = 0.0281 \text{ N}$$

แรงบนประจุ  $-5 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์ มีขนาด 0.0281 นิวตัน และมีทิศทางมาทางประจุ  $+4 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์

ตัวอย่าง 1.3 ประจุเล็ก ๆ 2 ประจุมีประจุเป็นสองเท่าของกันและกันวางอยู่ห่างกัน 0.15 เมตรจงหาตำแหน่งของจุดที่เมื่อเอาประจุ 1 คูลอมบ์ไปวางไว้แล้วจะเกิดภาวะสมดุล (ก) ถ้าเป็นประจุชนิดเดียวกัน (ข) ถ้าเป็นประจุต่างชนิดกัน

วิธีทำ

(ก) ประจุชนิดเดียวกัน สมมติให้เป็น  $+2Q$  และ  $+Q$  ตามลำดับ



ภาพที่ 1.4 จุดสมดุลของประจุชนิดเดียวกัน

จากภาพถ้าประจุ 1 คูลอมบ์อยู่ในภาวะสมดุล แรงกระทำบน 1 คูลอมบ์ที่เกิดจากประจุทั้งสองมีขนาดเท่ากันและมีทิศตรงกันข้าม จุดดังกล่าวนี้จะต้องอยู่บนเส้นตรง  $AB$  ที่ต้องโยงประจุทั้งสองนั้น ถ้าให้จุดที่ต้องการหาอยู่ห่างจาก  $A$  เป็นระยะ  $x$  และห่างจาก  $B$  เป็นระยะ  $y$  โดยใช้กฎของคูลอมบ์ จะได้

$$k \frac{Q}{y^2} = k \frac{2Q}{x^2}$$

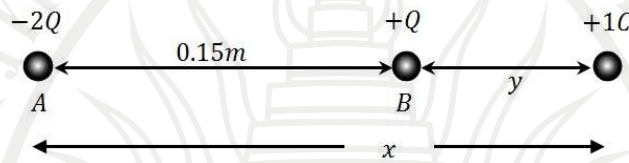
$$\frac{x}{y} = \sqrt{2}; x = \sqrt{2}y$$

แต่  $x + y = 0.15$  เมตร

ดังนั้น  $\sqrt{2}y + y = 0.15$  เมตร  
 $y = 0.062$  เมตร

เพราะฉะนั้นจุดสมดุลอยู่ระหว่างประจุทั้งสองบนเส้นตรงที่ต่อเชื่อมโยงประจุทั้งสองและอยู่ห่างจากจุดประจุที่มีขนาดเล็กกว่าเป็นระยะ 62 มิลลิเมตร

(ข) ประจุต่างชนิดกัน สมมติให้เป็น  $-2Q$  และ  $+Q$  ตามลำดับ



ภาพที่ 1.5 จุดสมดุลของประจุต่างชนิดกัน

จุดสมดุลยังคงอยู่บนเส้นตรงที่ลากผ่านประจุทั้งสองแต่อยู่ภายนอก เนื่องจาก A เป็นประจุลบ จุดสมดุลจึงไม่เลยออกไปทาง A เพราะจะทำให้ประจุ  $+1$  คูლობ์อยู่ใกล้ A มากกว่า B ซึ่งจะมีแรงดูดกันมากกว่าแรงผลักกันจึงจะไม่ทำให้เกิดสมดุล ดังนั้นประจุ  $+1$  คูლობ์ จึงต้องอยู่เลยออกมาทาง B สมมติให้จุดที่ต้องการหาอยู่ห่างจาก A เป็นระยะ  $x$  และห่างจาก B เป็นระยะ  $y$  โดยใช้กฎของคูლობ์จะได้

$$k \frac{Q}{y^2} = k \frac{2Q}{x^2}$$

$$\frac{x}{y} = \sqrt{2}; x = \sqrt{2}y$$

แต่  $x - y = 0.15$  เมตร  
 ดังนั้น  $\sqrt{2}y - y = 0.15$  เมตร  
 $y = 0.362$  เมตร

เพราะฉะนั้นจุดสมดุลอยู่บนเส้นตรงที่ลากผ่านประจุทั้งสองและอยู่ห่างจากจุดประจุที่มีขนาดเล็กกว่าเป็นระยะ 36.2 เซนติเมตรในด้านตรงข้ามกับประจุที่มีขนาดมากกว่า

### กฎของคูლობ์ในรูปแบบเวกเตอร์

พิจารณาภาพที่ 1.6 กำหนดให้ประจุ 2 ประจุที่เหมือนกัน  $q_1$  และ  $q_2$  ที่อยู่ตำแหน่ง A และ B ตามลำดับ ประจุทั้งสองอยู่ในสภาพสุญญากาศมีระยะห่างกันเป็นระยะ  $r$



ภาพที่ 1.6 ประจุ 2 ประจุออกแรงต่อกันรูปแบบของเวกเตอร์  
ที่มา: Gupta, 2002: 11

ประจุ 2 ประจุมีลักษณะเหมือนกัน ดังนั้นประจุทั้งสองจึงออกแรงผลักซึ่งกันและกัน

ให้  $\vec{F}_{12}$  เป็นแรงที่กระทำบนประจุ  $q_1$  เนื่องจากประจุ  $q_2$

$\vec{F}_{21}$  เป็นแรงที่กระทำบนประจุ  $q_2$  เนื่องจากประจุ  $q_1$

ในการที่จะแสดงแรงที่กระทำต่อประจุหนึ่งเนื่องจากอีกประจุหนึ่งนั้น สมมติให้  $\hat{r}_{12}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยจากประจุ  $q_1$  ถึง  $q_2$  และ  $\hat{r}_{21}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยจากประจุ  $q_2$  ถึง  $q_1$  ดังนั้นขนาดของแรงบนประจุ  $q_1$  เนื่องจากประจุ  $q_2$  (หรือบนประจุ  $q_2$  เนื่องจากประจุ  $q_1$ ) สามารถเขียนได้เป็น

$$\left| \vec{F}_{12} \right| = \left| \vec{F}_{21} \right| = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.6)$$

จากภาพที่ 1.6 (ซ้าย) จะพบว่าเวกเตอร์หนึ่งหน่วย  $\hat{r}_{12}$  และเวกเตอร์ของแรง  $\vec{F}_{21}$  (แรงบนประจุ  $q_2$  เนื่องจากประจุ  $q_1$ ) ทั้งสองมีทิศทางเดียวกันดังนั้น

$$\left| \vec{F}_{21} \right| = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad (1.7)$$

จากภาพที่ 1.6 (ขวา) จะพบว่าเวกเตอร์หนึ่งหน่วย  $\hat{r}_{21}$  และเวกเตอร์ของแรง  $\vec{F}_{12}$  (แรงบนประจุ  $q_1$  เนื่องจากประจุ  $q_2$ ) ทั้งสองมีทิศทางเดียวกันดังนั้น

$$\left| \vec{F}_{12} \right| = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21} \quad (1.8)$$

สมการ (1.7) และ (1.8) คือกฎของคูลอมบ์ในรูปแบบของเวกเตอร์

ดังนั้นกฎของคูลอมบ์ในรูปแบบเวกเตอร์จึงให้รายละเอียดมากกว่ากฎของคูลอมบ์ในรูปแบบสเกลาร์ดังนี้

1. กฎของคูลอมบ์ในรูปแบบเวกเตอร์แสดงให้เห็นแรง  $\vec{F}_{12}$  เท่ากับ  $\vec{F}_{21}$  และมีทิศทางตรงข้ามกัน ดังนั้น  $\hat{r}_{12}$  และ  $\hat{r}_{21}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศตรงข้ามกันดังนี้

$$\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21}$$

สมการ (1.8) สามารถเขียนได้คือ

$$\left| \vec{F}_{12} \right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \left( -\hat{r}_{12} \right) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad (1.9)$$

จากสมการ (1.7) และ (1.9) แสดงให้เห็นว่า (Jewett & Serway, 2014: 695)

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \quad (1.10)$$

2. กฎของคูลอมบ์ในรูปแบบเวกเตอร์แสดงให้เห็นได้อย่างชัดเจนว่าแรงระหว่างประจุ 2 ประจุคือ แรงศูนย์กลาง (Central force) คือเป็นแรงกระทำที่ทิศของแรงอยู่ในแนวเส้นตรงที่ต่อโยงประจุทั้งสองนั้น

## สนามไฟฟ้า

พิจารณาประจุไฟฟ้า  $+q$  ที่วางอยู่ ณ จุดใดจุดหนึ่งซึ่งถ้าหากนำประจุทดสอบ (Test charge)  $q_0$  มาวางไว้ใกล้ประจุไฟฟ้า  $+q$  จะมีแรงที่กระทำต่อประจุทดสอบนั้นโดยเป็นแรงผลัสดังนั้นสนามไฟฟ้า (Electric field,  $\vec{E}$ ) จึงหมายถึง แรง ( $\vec{F}$ ) ต่อหนึ่งหน่วยประจุ ( $q_0$ ) (ไฟโรจน์ ตีรณธนากุล, 2524: 4) (Young & Freedman, 2012: 699)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (\text{NC}^{-1} \text{ หรือ } \text{Vm}^{-1}) \quad (1.11)$$

ถ้าหากเคลื่อนที่ประจุทดสอบ  $q_0$  รอบ ๆ ประจุ  $+q$  สนามไฟฟ้า ( $\vec{E}$ ) จะพุ่งออกจากประจุ  $+q$  ในแนวรัศมีและขนาดของสนามไฟฟ้าจะลดลงโดยรอบตามแนวรัศมีดังแสดงในเทอมของ  $1/r^2$  การเปลี่ยนแปลงนี้แสดงได้โดยขนาดความยาวของลูกศร ดังภาพที่ 1.7 (ซ้าย)





ภาพที่ 1.7 (ซ้าย) สนามไฟฟ้าพุ่งออกจากประจุบวก และ (ขวา) สนามไฟฟ้าพุ่งเข้าหาประจุลบ  
ที่มา: Young & Freedman, 2012: 701

ส่วนสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุไฟฟ้าลบ ( $-q$ ) จะหาได้โดยใช้ประจูดสอบบวก เช่นเดียวกันและจะพบว่าประจูดสอบบวกได้รับแรงดึงดูดตามแนวรัศมีจากประจุลบ ( $-q$ ) ในสนาม ดังนั้นสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุไฟฟ้าลบจึงเป็นเส้นแรงพุ่งเข้าหาประจุโดยรอบตามแนวรัศมีดังแสดงในภาพที่ 1.7 (ขวา)

ตัวอย่าง 1.4 ความเข้มของสนามไฟฟ้าจะมีค่าเท่าใด จึงจะทำให้เกิดแรงทางไฟฟ้ากระทำต่ออิเล็กตรอนเท่ากับน้ำหนักของอิเล็กตรอนพอดี

วิธีทำ

$$\text{จาก } E = \frac{F}{q}$$

$$F = mg \quad \text{น้ำหนักของอิเล็กตรอน}$$

$$q = \text{ประจุของหนึ่งอิเล็กตรอน}$$

ดังนั้น

$$E = \frac{mg}{e}$$

$$E = \frac{(9.1 \times 10^{-31} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

$$E = 5.6 \times 10^{-11} \text{ N/C}$$

สนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุมากกว่าหนึ่งประจุ

ถ้าวางประจูดสอบ  $q_0$  ไว้ที่ระยะห่าง  $r$  จากประจุ  $q$  ซึ่งมีขนาดเล็กเป็นจุดจากกฎของคูลอมบ์ขนาดของแรงที่กระทำต่อประจุ  $q_0$  จะหาได้จาก

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} \quad (1.12)$$

และขนาดของสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ณ ตำแหน่งของประจุทดสอบมีขนาดเป็น

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (1.13)$$

ซึ่ง  $\vec{E}$  จะมีทิศตามแนวเส้นรัศมีที่ลากจาก  $q$  โดยชี้ออกจาก  $q$  ถ้าเป็นบวกและชี้เข้าถ้า  $q$  เป็นลบ (ดังแสดงในภาพที่ 1.7) ต่อไปจะกล่าวถึงการหา  $\vec{E}$  ที่เกิดจากกลุ่มของประจุซึ่งทำได้ดังนี้

(ก) หา  $\vec{E}_n$  ที่เกิดจากประจุแต่ละอันโดยคิดเหมือนกับว่าไม่มีประจุนอื่นอยู่เลย

(ข) สนามไฟฟ้าเป็นค่าเวกเตอร์มีขนาดและทิศทางเช่นเดียวกับแรงดังนั้นผลบวกแบบเวกเตอร์ของ  $\vec{E}$  ณ จุดนั้นจะหาได้ดังสมการ

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots = \sum \vec{E}_n \quad \text{โดย } n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.14)$$

ในกรณีที่ประจุกระจายอย่างต่อเนื่องกัน การที่จะคำนวณค่าสนามไฟฟ้าโดยแบ่งเป็นส่วนย่อยที่เล็กที่สุดเท่าที่จะทำได้คือ  $dq$  แล้วหาสนาม  $d\vec{E}$  ณ จุดที่สนใจนั้น ๆ (จุด P) ในเมื่อสนามนี้เกิดขึ้นจากประจุเล็ก ๆ แต่ละหน่วยโดยจะถือว่าเป็นจุดได้คือ

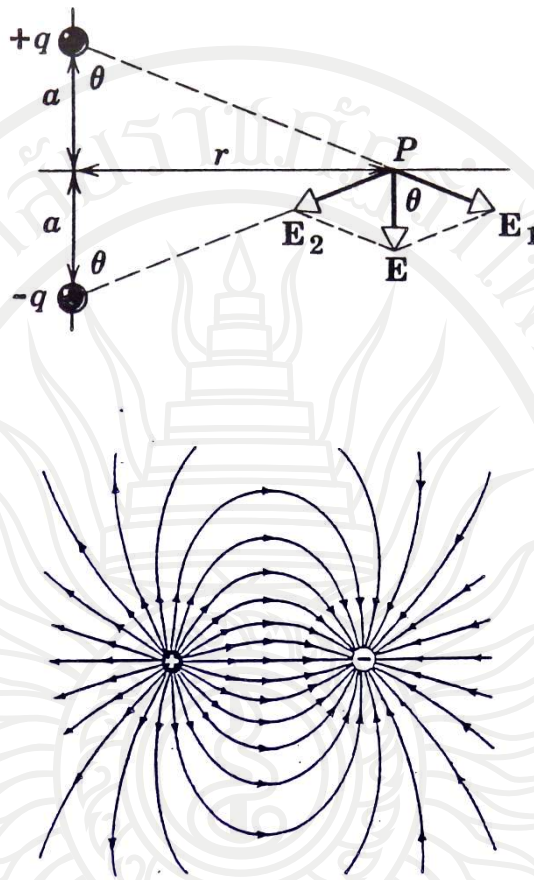
$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \quad (1.15)$$

โดยที่  $r$  ระยะห่างจากประจุ  $dq$  ถึงจุดใด ๆ ผลลัพธ์ของสนามไฟฟ้าที่จุด P โดยที่ผลลัพธ์ของสนามไฟฟ้าที่จุด P หาได้โดยการอินทิเกรตหาผลรวมของ  $d\vec{E}$  จากประจุทั้งหมด

$$\vec{E} = \int d\vec{E} \quad (1.16)$$

ตัวอย่าง 1.5 ประจุบวกและประจุลบคู่หนึ่งมีขนาดเท่ากัน  $q$  วางห่างกันเป็นระยะ  $2a$  ประจุทั้งสองเมื่ออยู่ในลักษณะนี้จะเรียกว่าขั้วคู่ไฟฟ้า (Electric dipole) (Kraus & Caver, 1981: 69) ดังภาพที่ 1.8 จงหาสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ที่จุด P ที่อยู่ห่างจากจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมประจุทั้งสองตามแนวเส้นแบ่งครึ่งตั้งฉากเป็นระยะ  $r$  (สมมติให้  $r$  มีค่ามากกว่า  $a$  มาก ๆ;  $r \gg a$ )





ภาพที่ 1.8 (บน) ระบบขั้วคู่ไฟฟ้า (ล่าง) รูปแบบของเส้นแรงไฟฟ้าของขั้วคู่ไฟฟ้า  
ที่มา: Halliday & Resnick, 1966: 671, Fogiel, 1984: 73

สนามไฟฟ้าที่จุด P คือ  
ขนาดของสนามไฟฟ้า  
ซึ่ง

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_1 = E_2$$

ดังนั้น

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(a^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = E_1 \cos \theta + E_2 \cos \theta$$

$$= 2E_1 \cos \theta$$

$$= \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

ถ้า  $r \gg a$

$$E = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{a}{r}$$

$$= \frac{2aq}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

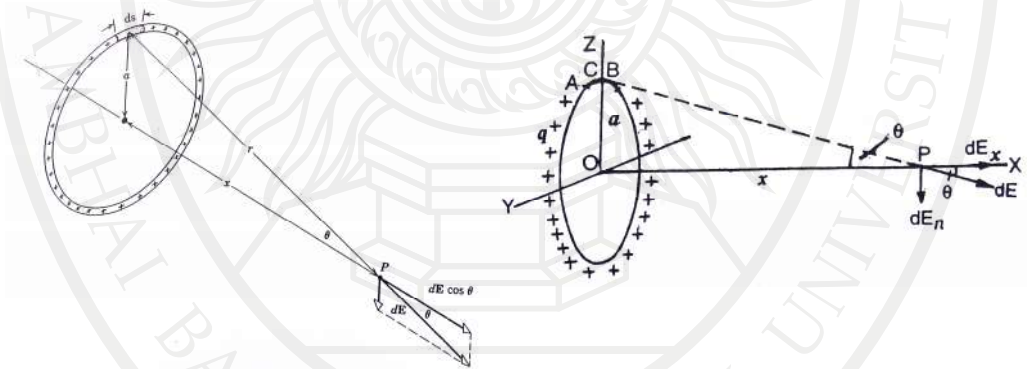
ถ้ากำหนดให้  $P = 2aq$  คือขั้วคู่ไฟฟ้า ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่จุดที่ห่างตามแนวเส้นตรงแบ่งครึ่งตั้งฉากกับเส้นเชื่อมระหว่างประจุ (เรียกว่าแกนขั้วคู่) เป็นระยะที่ห่างออกไปมาก ๆ (Jewett & Serway, 2014: 703)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P}{r^3} \quad (1.17)$$

ตัวอย่าง 1.6 สนามไฟฟ้าเนื่องจากวงแหวนประจุ

พิจารณาวงแหวนประจุซึ่งไม่คิดความหนาของวงแหวนนี้ ซึ่งสมมติว่ามีประจุทั้งหมด  $q$  กระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดเส้นรอบวง และวงแหวนนี้มีรัศมี  $a$  จงหาสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ที่จุดหนึ่งของวงแหวนนี้โดยห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะ  $x$

วิธีทำ สมมติให้วงแหวนอยู่ในระนาบ  $yz$  และจุดศูนย์กลางของวงแหวนอยู่ที่จุด  $o$  ดังภาพที่ 1.9



ภาพที่ 1.9 สนามไฟฟ้าเนื่องจากวงแหวนประจุ

ที่มา: Young & Freedman, 2004: 815

ให้จุด  $P$  อยู่ห่างจากศูนย์กลางของวงแหวน ( $o$ ) เป็นระยะ  $x$  บนแกน  $ox$  เมื่อพิจารณาที่ระยะสั้น ๆ ของวงแหวนกำหนดโดยมีความยาว  $dl$  ดังนั้นที่ความยาวนี้จะมีประจุเป็น

$$dq = \frac{q}{2\pi a} dl \quad (1.18)$$

เมื่อ  $2\pi a$  คือความยาวเส้นรอบวงของวงแหวน ประจุย่อยนี้จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า  $d\vec{E}$  ที่จุด P

$$dE = \left| d\vec{E} \right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{CP^2} \quad (\text{ตามระยะ } CP) \quad (1.19)$$

และ  $CP = (x^2 + a^2)^{1/2}$  แทนลงในสมการ (1.19) จะได้

$$dE = \left| d\vec{E} \right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qdl}{2\pi a(x^2 + a^2)} \quad (1.20)$$

สนามไฟฟ้า  $dE$  เนื่องจากประจุย่อยระยะ AB สามารถหาได้โดย 2 องค์ประกอบคือ องค์ประกอบที่ 1  $dE_x$  ตามระยะ PX (แกน x)

องค์ประกอบที่ 2  $dE_z$  ตามระยะแกน z และในทิศทางลบ แต่  $E_y = \int dE_y = 0$

หมายความว่าประจุสุทธิเนื่องจากวงแหวนทั้งหมดที่จุด P จะมีเพียงตามแนวแกน x เท่านั้น (Jewett & Serway, 2014: 707)

ดังนั้นวิธีหา  $dE_x$  คือ

ถ้า  $d\vec{E}$  ทำมุม  $\theta$  กับแกน x ดังนั้น

$$dE_x = dE \cos \theta \quad (1.21)$$

จากสามเหลี่ยม POC,  $\angle OPC = \theta$  ดังนั้น

$$\cos \theta = \frac{OP}{PC} = \frac{x}{(x^2 + a^2)^{1/2}} \quad (1.22)$$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qdl}{2\pi a(x^2 + a^2)} \cdot \frac{x}{(x^2 + a^2)^{1/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qxdl}{2\pi a(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (1.23)$$

สนามไฟฟ้าเนื่องจากวงแหวนประจุทั้งหมดหาได้โดย

$$E = \int dE_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qxdl}{2\pi a(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (1.24)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qx}{2\pi a(x^2 + a^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi a} dl$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad (\text{ตามแนวแกน PX}) \quad (1.25)$$

ลองคิดต่อว่า

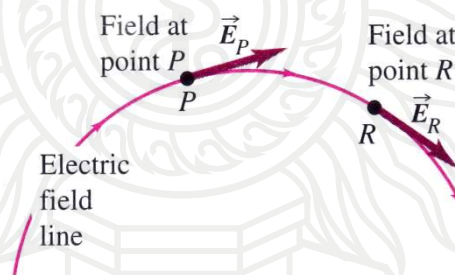
กรณีที่ 1 เมื่อจุด P อยู่ตรงกลางของวงแหวน ( $x = 0$ ) ดังนั้นจากสมการ (1.25) ทำให้ได้  $E = 0$

กรณีที่ 2 เมื่อจุด P อยู่ตรงระยะ  $x \gg a$  จากสมการ (1.25) ดังนั้นจึงไม่คิดค่า  $a^2$  เพราะว่าเมื่อเทียบกับค่า  $x^2$  แล้วมีค่าน้อยมาก ๆ ดังนั้น

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{x^3} \quad \text{ตามระยะ PX}$$

## เส้นแรงไฟฟ้า

เส้นแรงไฟฟ้า (Electric line of force) คือเส้นที่จินตนาการเขียนขึ้นในทิศทางเดียวกันกับทิศของสนามไฟฟ้า ณ จุดนั้น ๆ หรือแนวที่แรงไฟฟ้ากระทำต่อประจุทดสอบและเป็นทิศที่ประจุทดสอบนั้นเคลื่อนที่ไป ซึ่งเส้นแรงไฟฟ้าจะมีทิศทางเดียวกับสนามไฟฟ้า ทิศของสนามไฟฟ้าสามารถเป็นได้ทั้งเส้นตรงหรือเส้นโค้ง ในกรณีที่เป็นเส้นโค้งทิศของสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ คือเส้นสัมผัสกับเส้นแรง ณ จุดนั้น ๆ ดังภาพที่ 1.10



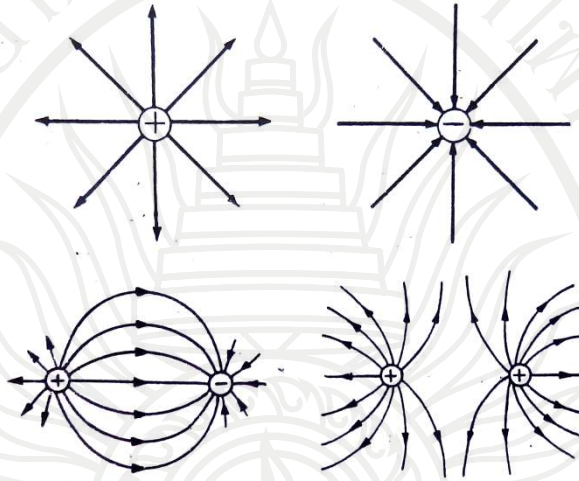
ภาพที่ 1.10 แสดงทิศของสนามไฟฟ้าบนเส้นสัมผัสกับเส้นแรงไฟฟ้า

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 708

ความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ สามารถวัดได้โดยจำนวนของเส้นแรงไฟฟ้าที่ผ่าน หนึ่งหน่วยพื้นที่ที่จุดนั้น ๆ คุณสมบัติของเส้นแรงไฟฟ้าสามารถสรุปได้ดังนี้ (Cutnell, J.D. and other, 2015: 497)

1. มีจุดเริ่มที่ประจุบวกและสิ้นสุดที่ประจุลบ
2. สนามไฟฟ้ารวมมีทั้งขนาดและทิศทางดังนั้นที่จุด ๆ หนึ่งจะมีเส้นแรงไฟฟ้าได้เพียงเส้นเดียวเท่านั้นนั่นคือเส้นแรงไฟฟ้าจะไม่ตัดกัน
3. เส้นแรงไฟฟ้าจะไม่ทะลุผ่านลงไปใ้ในแผ่นโลหะแต่จะสิ้นสุดที่ผิวของแผ่นโลหะ นั่นคือสนามไฟฟ้าในโลหะเป็นศูนย์

4. เส้นแรงไฟฟ้าจากลูกกลมโลหะที่มีประจุจะตั้งฉากกับผิวโลหะหมายความว่าสนามไฟฟ้าภายนอกต้องมีทิศตั้งฉากกับผิวโลหะเสมอ
5. ความหนาแน่นของเส้นแรงไฟฟ้า ณ บริเวณต่าง ๆ กัน จะให้แนวคิดเกี่ยวกับความเข้มของสนามไฟฟ้า ณ บริเวณต่าง ๆ กัน

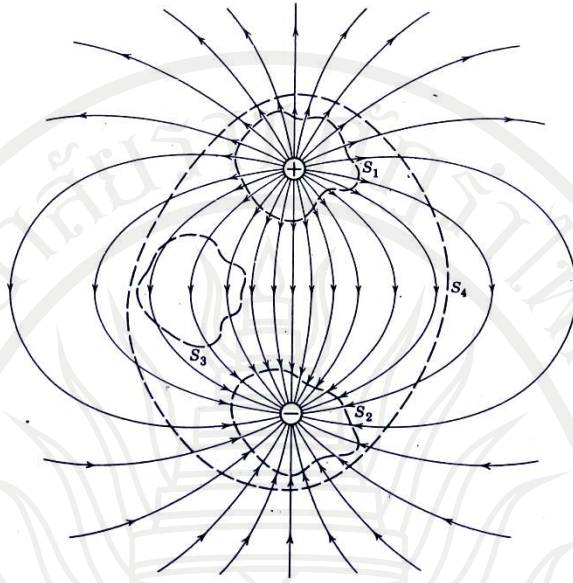


ภาพที่ 1.11 แสดงลักษณะของเส้นแรงไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดต่าง ๆ  
ที่มา: Young & Freedman, 2012: 709

### ฟลักซ์สนามไฟฟ้า

ฟลักซ์สนามไฟฟ้า (Electric flux, สัญลักษณ์ ( $\Phi_E$ ) เป็นคุณสมบัติของสนามเวกเตอร์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับพื้นผิวสมมติในสนามนั้น ๆ ไม่ว่าจะเป็ผิวปิดหรือไม่ โดยผิวปิด (Closed surface) คือพื้นผิวที่ปิดหุ้มปริมาตรอันหนึ่งไว้โดยไม่มีช่องว่างติดต่อกันระหว่างภายในกับภายนอกผิวปิดนี้เลย สำหรับฟลักซ์สนามไฟฟ้าจะวัดด้วยจำนวนของเส้นแรงที่ตัดผ่านผิวนั้น

สำหรับผิวปิดแล้ว  $\Phi_E$  มีค่าเป็นบวก ถ้าเส้นแรงพุ่งออกจากผิวที่ทุก ๆ จุด และมีค่าเป็นลบ ถ้าเส้นแรงเหล่านั้นพุ่งเข้า ดังภาพที่ 1.12 แสดงเส้นแรงไฟฟ้าของประจุสองตัวที่มีขนาดเท่ากันแต่เครื่องหมายต่างกัน เส้นโค้ง  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  และ  $S_4$  เป็นรอยตัดระหว่างระนาบของรูปผิวปิดที่สมมติขึ้น 4 จุด ดังนั้นจากข้อความข้างต้นเราจะสรุปได้ว่า  $\Phi_E$  บน  $S_1$  มีค่าเป็นบวก และ  $\Phi_E$  บน  $S_2$  มีค่าเป็นลบ



ภาพที่ 1.12 ประจุสองประจุที่ขนาดเท่ากันแต่เครื่องหมายตรงกันข้ามเส้นประแสดงถึงผิวที่สมมติขึ้น  
ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2014: 665

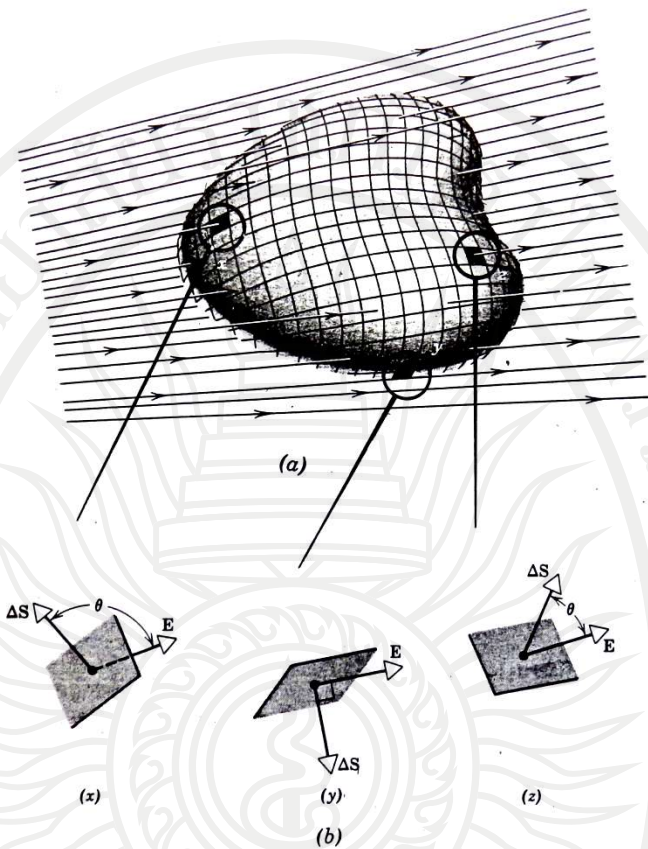
สาเหตุที่ต้องกล่าวถึงฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าเพราะถือว่าเป็นสิ่งสำคัญ และกฎของเกาส์ซึ่งเป็นสมการหนึ่งในทั้งหมดสี่สมการพื้นฐานทางแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetism) กฎนี้ได้แสดงในเทอมของฟลักซ์ของสนามไฟฟ้างั้นจึงเป็นสาเหตุที่ต้องทำความเข้าใจฟลักซ์ของสนามไฟฟ้า ภาพที่ 1.13 แสดงถึง (a) พื้นผิวสมมติที่วางอยู่ในสนามไฟฟ้า (b) หน่วยย่อยสามหน่วยของพื้นที่บนพื้นผิวเมื่อขยายให้โตขึ้น จากภาพจะเห็นได้ว่าเมื่อแบ่งผิวปิดออกเป็นพื้นผิวเล็ก ๆ แทนด้วย  $\Delta s$  ซึ่งเล็กมากจนถือได้ว่าเป็นระนาบสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก ๆ หน่วยย่อยของพื้นที่นี้อาจเขียนแทนด้วยเวกเตอร์  $\vec{\Delta s}$  มีขนาดพื้นที่  $\Delta s$  ส่วนทิศทางจะให้พุ่งออกจากผิวของมันและตั้งฉาก จะเห็นว่าเวกเตอร์  $\vec{E}$  และ  $\vec{\Delta s}$  ของแต่ละพื้นผิวทำมุม  $\theta$  กันและกรณี (x) นั้น  $\theta > 90^\circ$  (y)  $\theta = 90^\circ$  และ (z)  $\theta < 90^\circ$  ดังนั้นนิยามของฟลักซ์ในที่นี้คือผลรวมของ  $\vec{E} \cdot \vec{\Delta s}$  บนพื้นที่ย่อย ๆ ทั้งหมดของพื้นผิว

$$\Phi_E \equiv \sum \vec{E} \cdot \vec{\Delta s} \quad (1.26)$$

$$= E \Delta s \cos \theta \quad (1.27)$$

ซึ่งที่จุด (x) ฟลักซ์มีค่าเป็นลบ ที่จุด (y) ฟลักซ์มีค่าเป็นศูนย์ และที่ (z) ฟลักซ์มีค่าเป็นบวก





ภาพที่ 1.13 (a) พื้นผิวสมมติวางอยู่ในสนามไฟฟ้า (b) หน่วยย่อยจำนวนสามหน่วย (x, y, z) ของพื้นที่บนพื้นผิวเมื่อขยายให้โตขึ้น

ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 1997: 581, Halliday, Resnick & Walker, 2014: 661

จะสังเกตได้ว่าถ้า  $\vec{E}$  มีทิศพุ่งออกที่ทุก ๆ จุดโดยพบว่า  $\theta < 90^\circ$  และ  $\vec{E} \cdot \Delta \vec{s}$  จะมีค่าเป็นบวก ดังนั้น  $\Phi_E$  ของพื้นผิวทั้งหมดจะเป็นบวก (ดูภาพที่ 1.12 ตรงผิว  $S_1$ ) ถ้า  $\vec{E}$  มีทิศพุ่งเข้าที่ทุก ๆ จุดพบว่า  $\theta > 90^\circ$  และ  $\vec{E} \cdot \Delta \vec{s}$  จะมีค่าเป็นลบ แล้ว  $\Phi_E$  ของผิวนี้จะเป็นลบ (ดูภาพที่ 1.12 ตรงผิว  $S_2$ ) หน่วยในระบบ เอ็ม เค เอส (mks unit) ของ  $\Phi_E$  คือ นิวตัน-เมตร<sup>2</sup>/คูลอมบ์ นิยามจริง ๆ ของฟลักซ์ของไฟฟ้าคือดิฟเฟอเรนเชียลลิมิตของสมการ (1.26) เมื่อแทนผลรวมด้วยอินทิกรัลตลอดทั่วผิวปิด (Jewett & Serway, 2014: 726)

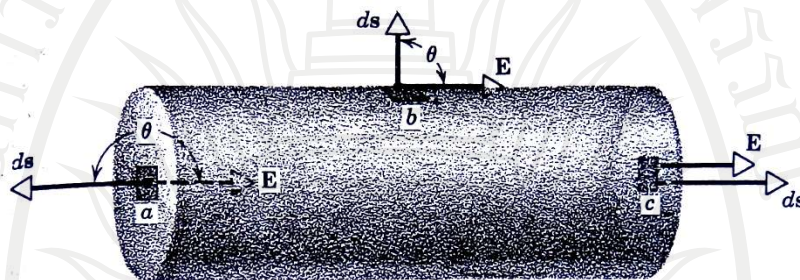
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (1.28)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



อินทิกรัลตามผิวในสมการ (1.27) คือการบอกให้ทราบว่า การแบ่งหน่วยย่อยของ  $d\vec{s}$  ให้เล็กจนไม่อาจวัดได้ และหาผลรวมของ  $\vec{E} \cdot d\vec{s}$  ตลอดทั้งผิวและวงกลมบนเครื่องหมายอินทิเกรตแสดงว่าผิวที่คำนวณนี้ต้องเป็นผิวปิด

ตัวอย่าง 1.7 พื้นผิวทรงกระบอกรัศมี  $R$  วางอยู่ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ  $\vec{E}$  โดยที่แกนของทรงกระบอกขนานกับสนามไฟฟ้า จงหาค่าฟลักซ์ไฟฟ้า ( $\Phi_E$ ) ของผิวปิดนี้



ภาพที่ 1.14 พื้นผิวทรงกระบอกวางอยู่ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ  $\vec{E}$  และมีทิศขนานกับสนามไฟฟ้า  
ที่มา: Fogiel, 1984: 88, Halliday & Resnick, 2001: 546

วิธีทำ ฟลักซ์ไฟฟ้า ( $\Phi_E$ ) สามารถเขียนได้โดยผลบวกของสามเทอมคือค่าที่ได้จากการอินทิเกรตตาม (ก) ผิวราบด้านซ้าย (ข) ผิวข้างของทรงกระบอก (ค) ผิวราบด้านขวา ดังนั้น

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_{(a)} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{(b)} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{(c)} \vec{E} \cdot d\vec{s}\end{aligned}$$

(ก) สำหรับผิวด้านซ้าย  $\theta = 180^\circ$ ,  $\vec{E}$  มีค่าคงที่ และ  $d\vec{s}$  ขนานกันทั้งหมดดังนั้น

$$\begin{aligned}E &= \int_{(a)} \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= \int E \cos 180^\circ ds \\ &= -E \int ds \\ &= -Es\end{aligned}$$

(ข) ผิวข้างของทรงกระบอก เพราะ  $\theta = 90^\circ$  ดังนั้น

$$E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

(b)

(ค) ผิดราบด้านขวาเพราะ  $\theta = 0^\circ$  เมื่อ

$$E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

(c)

$$= +Es$$

ดังนั้นฟลักซ์ไฟฟ้า ( $\Phi_E$ ) รวมทั้งหมดในพื้นที่ผิวปิดนี้มีค่า

$$\Phi_E = -Es + 0 + Es = 0$$

### กฎของเกาส์

ในการใช้กฎของคูลอมบ์หาสนามไฟฟ้าในกรณีที่ประจุกระจายในขอบเขตหนึ่งมีความยุ่งยากที่จะต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูงหรือแคลคูลัสในการแก้ปัญหา ดังนั้นเกาส์ (Gauss) ใช้ความคิดในเรื่องของเส้นแรงไฟฟ้า (Electric line of force) เสนอเป็นกฎทางไฟฟ้าสถิตเรียกว่า กฎของเกาส์ (Gauss's law) เพื่อให้สามารถหาสนามไฟฟ้าของทั้งจุดประจุและประจุกระจายได้สะดวกขึ้น กฎของเกาส์นับว่าเป็นพื้นฐานทางไฟฟ้าสถิตที่สำคัญมาก ต่อมาแมกซ์เวลล์ (James Clerk Maxwell) ได้รวบรวมกฎทางไฟฟ้าสถิตของเกาส์เข้าไว้เป็น 1 ใน 4 ของสมการพื้นฐานทางแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเรียกว่าสมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equations)

กฎของเกาส์ได้กำหนดไว้ว่า “จำนวนฟลักซ์ไฟฟ้าทั้งหมดที่ออกมาจากพื้นผิวปิดใด ๆ คูณด้วยค่าสภาพยอม (Permittivity constant,  $\epsilon_0$ ) จะมีค่าเท่ากับประจุทั้งหมด ( $q$ ) ที่อยู่ภายในพื้นผิวปิดนั้นซึ่งผิวปิดสมมติเรียกว่าผิวเกาส์เซียน (Gaussian surface)” (Feynman, Leighton & Sands, 2001: 725) สามารถเขียนสมการแทนความสัมพันธ์ดังกล่าวได้ว่า

$$\epsilon_0 \Phi_E = q \tag{1.29}$$

จาก  $F_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$

จะได้

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \tag{1.30}$$

หรือ

$$\epsilon_0 \oint E ds \cos \theta = q \tag{1.31}$$

$q$  ในสมการที่ (1.29)–(1.31) เป็นประจุทั้งหมดหรือประจุสุทธิ (Net charge) ซึ่งคิดเครื่องหมายทางพีชคณิตด้วย ในกรณีตัวอย่าง 1.7 ภายในพื้นผิวทรงกระบอกนั้นไม่มีประจุใด ๆ เลย ดังนั้น  $\Phi_E = 0$  ประโยชน์ของกฎของเกาส์ สามารถสรุปได้พอสังเขปดังนี้

(1) กฎของเกาส์ใช้คำนวณค่าของ  $\vec{E}$  เมื่อการกระจายของวัตถุมีสภาพสมมาตร และมีลักษณะที่สามารถทำให้สามารถเลือกใช้ผิวเกาส์เซียน (Gaussian surface) ที่เหมาะสมได้

(2) ในกรณีที่ทราบค่า  $\vec{E}$  ที่ทุก ๆ จุดบนผิวเกาส์เซียนจะสามารถหาค่า  $\Phi_E$  ได้ดังนี้

(2.1)  $\vec{E}$  มีส่วนประกอบที่พุ่งออก ณ ทุก ๆ จุดแล้วจะได้  $\Phi_E$  จะมีค่าเป็นบวกดังสมการ

$$F_E = \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

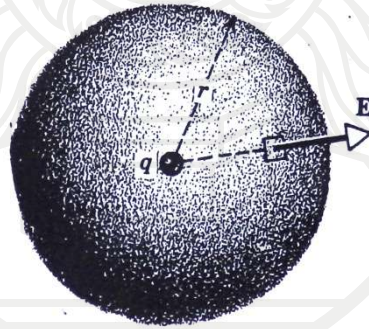
รูปภาพที่ 1.12 ตรงผิว  $S_1$

(2.2)  $\vec{E}$  มีส่วนประกอบที่พุ่งเข้าทุก ๆ จุดแล้วจะได้  $\Phi_E$  ที่มีค่าเป็นลบดูรายละเอียดรูปภาพที่ 1.12 ตรงผิว  $S_2$

(2.3) ผิว  $S_3$  ในภาพที่ 1.12 ไม่ได้หุ้มประจุอยู่ในดังนั้น  $\Phi_E = 0$  ซึ่งตรงกับความจริงที่ว่า  $\vec{E}$  ทุกเส้นที่พุ่งผ่านผิวไปโดยที่ด้านที่พุ่งเข้าหักล้างกับด้านที่พุ่งออกพอดี ดังนั้นด้วยเหตุผลนี้คำถามที่ว่า  $\Phi_E$  ของ  $S_4$  คงจะตอบได้ไม่ยากอีกต่อไป

### ความสัมพันธ์ระหว่างกฎของเกาส์และกฎของคูลอมบ์

จากภาพที่ 1.15 สนามไฟฟ้าแพร่ออกมาจากประจุ  $q$  อย่างสม่ำเสมอ และจุดประจุนี้อยู่ในอากาศ



ภาพที่ 1.15 ผิวเกาส์เซียนรูปทรงกลมซึ่งมีรัศมี  $r$  ล้อมรอบประจุนิตจุด  
ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2014: 666

กำหนดให้จุด  $P$  อยู่ห่างจากประจุ  $q$  เท่ากับระยะทาง  $r$  โดยสนามไฟฟ้าที่จุด  $P$  เนื่องจาก  $q$

เท่ากับ  $\vec{E}$  และสร้างผิวเกาส์เซียนหุ้ม  $q$  เป็นรูปทรงกลมรัศมี  $r$

จาก 
$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = q$$

มุมระหว่าง  $\vec{E}$  และ  $d\vec{s}$  มีค่าเป็น  $0^\circ$

$$e_0 \oint E ds \cos 0^\circ = q$$

$\cos 0^\circ = 1$  และ  $E$  คงที่ทุก ๆ จุดบนทรงกลม

$$e_0 E \oint ds = q$$

ค่าอินทิเกรตของ  $ds$  คือพื้นที่ของทรงกลม  $\oint ds = 4\pi r^2$

$$e_0 E (4\pi r^2) = q$$

$$E = \frac{1}{4\pi e_0} \times \frac{q}{r^2} \quad (1.32)$$

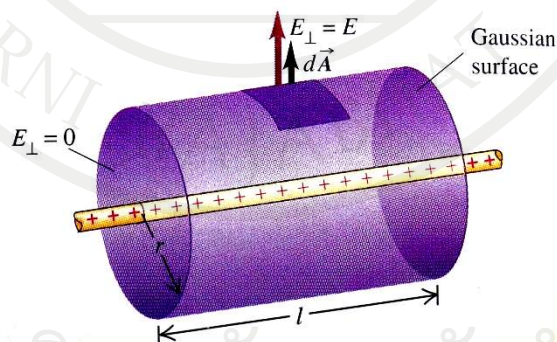
ค่าของสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ณ จุดใด ๆ ที่ห่างจากประจุ  $q$  เป็นระยะ  $r$  โดยจะทำให้ทราบทิศทางของ  $\vec{E}$  ได้จากสภาพสมมาตร ถ้าหากวางประจุทดสอบ  $q_0$  ลงบนตำแหน่งที่จะหาค่า  $\vec{E}$  ได้ ดังนั้นแรงที่กระทำบนประจุ  $q_0$  คือ

$$F = q_0 E$$

$$F = \frac{1}{4\pi e_0} \times \frac{q_0 q}{r^2} \quad (1.33)$$

สมการ (1.33) คือกฎของคูลอมบ์ ดังนั้นจากรายละเอียดข้างต้นจึงเป็นการหากฎของคูลอมบ์จากกฎของเกาส์นั่นเอง

ตัวอย่าง 1.8 จงหาสนามไฟฟ้าที่จุดหนึ่งซึ่งอยู่ห่างจากเส้นแนวประจุเป็นระยะทาง  $r$  และประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอ  $\lambda$  คูลอมบ์ต่อเมตรบนลวดตัวนำที่ยาวไม่จำกัด



ภาพที่ 1.16 ลวดตัวนำที่ยาวไม่จำกัดและผิวเกาส์เขียนรูปทรงกระบอกรัศมี  $r$  ล้อมรอบเส้นประจุ

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 738

วิธีทำ ผิวสมมติเกาส์เซียนที่เหมาะสมในกรณีนี้คือผิวปิดรูปทรงกระบอก ซึ่งมีรัศมี  $r$  หุ้มเส้นลวด โดยมีเส้นลวดเป็นแกนกลางทำให้ทรงกระบอกยาว  $l$

ฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งออกจากลวดตัวนำมีเพียงที่ผิวทรงกระบอกเท่านั้น ที่ผิวหน้าตัดทั้งสองด้านไม่มีฟลักซ์ไฟฟ้าและทุก ๆ จุดบนผิวทรงกระบอกขนาดสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากัน ประจุที่อยู่ภายในผิวสมมติ  $= l\lambda$

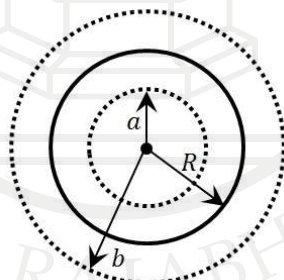
จากกฎของเกาส์

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= q \\ \epsilon_0 E (2\pi a l) &= l\lambda \\ E &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.9 จงหาสนามไฟฟ้าของฉนวนทรงกลมเนื้อตันที่มีประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอทั่วเนื้อ และมีประจุสุทธิ  $Q$

- (ก) สนามไฟฟ้าภายในผิว
- (ข) สนามไฟฟ้าภายนอกผิว

วิธีทำ ฉนวนทรงกลมรัศมี  $R$  มีประจุสุทธิ  $Q$  กระจายอย่างสม่ำเสมอทั่วเนื้อและวัตถุในข้อนี้เป็นตัวนำไม่ได้เพราะตัวนำย่อมมีประจุที่อยู่ผิวนอกเสมอ



ภาพที่ 1.17 การกระจายประจุโดยมีสมมาตรแบบทรงกลมตามภาพแสดงให้เห็นผิวเกาส์เซียน 2 แบบ

ที่มา: Fogiel, 1984: 115, Jewett & Serway, 2014: 731

(ก). สนามไฟฟ้าภายในผิวฉนวน สมมติห่างจากศูนย์กลาง  $a$  และ  $a < R$  สร้างผิวสมมติเกาส์เซียนรูปทรงกลมรัศมี  $a$



ประจุภายในผิวปิดสมมติ  $q = Q \left( \frac{\frac{4}{3} \pi a^3}{\frac{4}{3} \pi R^3} \right) = Q \left( \frac{a}{R} \right)^3$

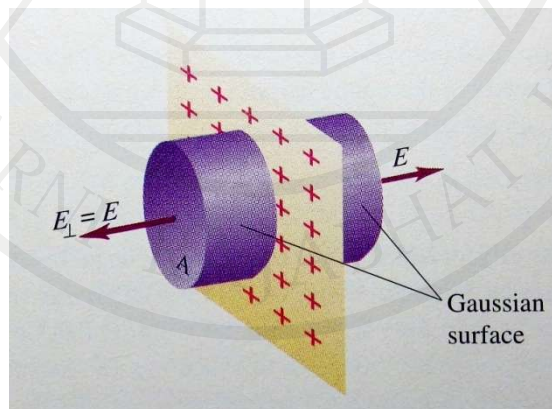
จากกฎของเกาส์

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= q \\ \varepsilon_0 E (4\pi a^2) &= Q \left( \frac{a}{R} \right)^3 \\ E &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Qa}{R^3} \end{aligned}$$

(ข) สนามไฟฟ้าภายในผิวฉนวน สมมติห่างจากศูนย์กลาง  $b$  และ  $b > R$  สร้างผิวสมมติ  
เกาส์เขียนรูปทรงกลมรัศมี  $b$   
จากกฎของเกาส์

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= q \\ \varepsilon_0 E (4\pi b^2) &= Q \\ E &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{b^2} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.10 แผ่นตัวนำแบนราบขนาดใหญ่มากมีประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอด้วยความหนาแน่น  $\sigma$  คู่ออมบ์ต่อตารางเมตร จงหาสนามไฟฟ้าที่จุดหนึ่งซึ่งอยู่ห่างจากแผ่นประจุเท่ากับ  $r$



ภาพที่ 1.18 แผ่นประจุขนาดอนันต์กับผิวเกาส์เขียน  
ที่มา: Young & Freedman, 2012: 739

จากภาพทรงกระบอกทั้งสองข้างของแผ่นผิวปิดสมมติที่เหมาะสมคือทรงกระบอกที่ผิวหน้าตัดขวางขนานกับแผ่นประจุ ดังภาพที่ 1.18 ให้พื้นที่ผิวหน้าตัดของทรงกระบอกคือ  $A$  มีวิธีคิดสนามไฟฟ้าในกรณีนี้ 2 แบบคือแผ่นประจุเป็นตัวนำและแผ่นประจุเป็นฉนวนโดยมีรายละเอียดดังนี้

กรณีตัวนำ เมื่อให้ประจุที่ผิวหนึ่งประจุจะกระจายสม่ำเสมอทั้ง 2 ผิว

$$q = \sigma(2A) = 2\sigma A$$

จากกฎของเกาส์

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= q \\ \epsilon_0 E (2A) &= 2\sigma A \\ E &= \frac{\sigma}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

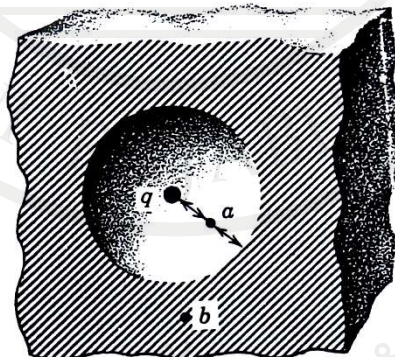
กรณีฉนวน เมื่อให้ประจุที่ผิวหนึ่งประจุจะกระจายที่ผิวด้านเดียว

$$q = \sigma A$$

จากกฎของเกาส์

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= q \\ \epsilon_0 E (2A) &= \sigma A \\ E &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.11 จากภาพแสดงประจุขนาด  $1.0 \times 10^{-7}$  coulomb อยู่ที่จุดศูนย์กลางของช่องว่างรูปทรงกลมรัศมี 3.0 เซนติเมตรในชิ้นโลหะ จงใช้กฎของเกาส์หาค่าสนามไฟฟ้าที่จุด  $a$  ซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างจุดศูนย์กลางผิวทรงกลมและที่จุด  $b$  เป็นจุดใด ๆ ในเนื้อโลหะ



ภาพที่ 1.19 ช่องว่างรูปทรงกลมรัศมี 3.0 เซนติเมตรในชิ้นโลหะ

ที่มา: Halliday & Resnick, 1966: 704



(ก) จาก

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q$$

$$\epsilon_0 E \oint d\vec{s} = q$$

$$\epsilon_0 E (4\pi r^2) = q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$E = \frac{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \times 1.0 \times 10^{-7} \text{ C}}{(1.5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}$$

$$= 4 \times 10^6 \text{ N/C}$$

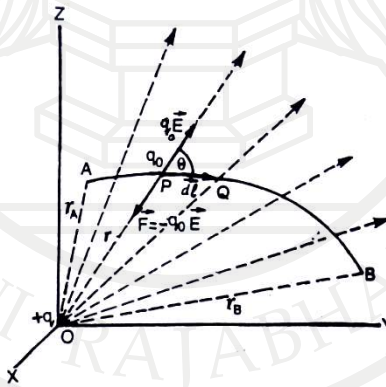
(ข) ประจุภายในจะเหนี่ยวนำให้ผิวของทรงกลมมีประจุตรงข้าม จำนวนเท่ากับประจุภายใน ดังนั้นพื้นที่ผิวสมมติที่ผ่านจุด b มีประจุสุทธิภายในเท่ากับ  $(+q) + (-q)$  เท่ากับศูนย์ ดังนั้น

$$E(4\pi r^2) = 0$$

$$E = 0$$

### ศักย์ไฟฟ้าและความต่างศักย์ไฟฟ้า

อินทิกรัลเชิงเส้นของสนามไฟฟ้า (Line integral of electric field) พิจารณาประจุ  $+q$  ซึ่งอยู่ตรงตำแหน่งเริ่มต้น  $o$  ซึ่งกรอบของตำแหน่งคือ OXYZ ดังภาพที่ 1.20



ภาพที่ 1.20 แสดงสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ  $+q$  ที่พุ่งออกจากประจุตามแนวรัศมี

ที่มา: Gupta, 2002: 65

จากภาพที่ 1.20 จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ  $+q$  พุ่งออกจากประจุตามแนวรัศมี สมมติว่าเส้นทาง AB เส้นทางเดินระหว่างประจุ A และ B (จะเป็นเส้นโค้งหรือตรงก็ได้)

ซึ่งอยู่ภายใต้อำนาจของสนามไฟฟ้าของประจุ  $+q$  ดังนั้นระยะ  $OA = r_A$  และ  $OB = r_B$  กำหนดให้จุด  $P$  คือจุดใด ๆ บนเส้น  $AB$  และ  $\vec{E}$  คือสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ  $+q$  ที่ตำแหน่ง  $P$  นี้ ถ้าหากกำหนดให้ระยะของจุด  $P$  จากประจุ  $+q$  เป็น  $OP = r$

ความต่างศักย์ไฟฟ้า (Potential difference) ระหว่างจุด 2 จุด  $B$  และ  $A$  ในสนามไฟฟ้านิยามจากงานต่อประจุทดสอบ  $q_0$  เคลื่อนที่จากจุด  $A$  ไป  $B$  ต่อต้านแรงไฟฟ้าสถิตเนื่องจากสนามไฟฟ้า ถ้า  $V_A$  และ  $V_B$  คือศักย์ไฟฟ้าสถิตที่จุด  $A$  และ  $B$  ในสนามไฟฟ้าของประจุ  $+q$  และ  $W_{AB}$  คืองานที่ทำจากการเคลื่อนที่ประจุทดสอบ  $q_0$  (ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 20) จากนิยามข้างต้นจะได้

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \quad (1.34)$$

ณ จุดใด ๆ สมมติว่าประจุอยู่ที่จุด  $P$  ระยะ  $OP = r$  และให้  $\vec{E}$  คือสนามไฟฟ้าที่จุด  $P$  เนื่องจากประจุ  $+q$  ที่วางไว้ ณ จุด  $O$

แรงที่กระทำต่อประจุ  $q_0$  เนื่องจากสนามไฟฟ้าจากประจุ  $+q = q_0 \vec{E}$

ในการทำให้ประจุสมดุตั้งนั้นแรงภายนอกที่กระทำคือ  $\vec{F} = -q_0 \vec{E}$  ซึ่งแรงนี้ต้องให้กับประจุทดสอบเพื่อให้สมดุลกับแรงทางไฟฟ้าสถิตจากประจุเริ่มต้น  $+q$

สมมติให้ประจุทดสอบ  $q_0$  เคลื่อนที่ตลอดระยะ  $\vec{PQ} = d\vec{l}$  ดังนั้นงานเล็ก ๆ ที่กระทำในการเคลื่อนที่ประจุทดสอบ  $q_0$  จาก  $P$  ถึง  $Q$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = (-q_0 \vec{E}) \cdot d\vec{l} \quad (1.35)$$

และงานทั้งหมดที่ทำในการเคลื่อนประจุทดสอบ  $q_0$  จากจุด  $A$  ถึง  $B$  จะได้

$$W = \int_A^B dW = \int_A^B (-q_0 \vec{E}) \cdot d\vec{l} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.36)$$

ดังนั้นงานที่ทำต่อประจุทดสอบ  $q_0$  ในการเคลื่อนจากจุด  $A$  ถึงจุด  $B$  คือ

$$\frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.37)$$

จากสมการ (1.34) และ (1.37) จะได้

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.38)$$

ดังนั้น “ความต่างศักย์ไฟฟ้าสถิตระหว่างจุด 2 จุด A และ B ในสนามไฟฟ้าคือค่าลบของอินทิกรัลเชิงเส้นของสนามไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุดนั้น” (Cutnell, J.D. and other, 2015: 515)

ในการนิยามศักย์ไฟฟ้า (Electric potential) ณ จุดใด ๆ ในสนามไฟฟ้า จะพิจารณาจุด A ให้อยู่ในระยะไกลมาก ๆ (ระยะอนันต์) ศักย์ไฟฟ้าที่จุดอนันต์จากประจุ +q คือศูนย์ ดังนั้นความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด A และ B (ที่ระยะอนันต์) คือศักย์ไฟฟ้า ณ จุด B เช่นเดียวกับศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใด ๆ นิยามโดย “ศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใด ๆ ในอานาจสนามไฟฟ้านิยามโดยงานต่อประจุทดสอบในการเคลื่อนที่จากระยะอนันต์มายังจุดนั้น ๆ ในการผืนแรงทางไฟฟ้าสถิตเนื่องจากสนามไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิด”

ถ้ากำหนดให้  $V_B$  คือศักย์ไฟฟ้าที่จุด B ในสนามไฟฟ้าของประจุ +q และ  $W_{\infty B}$  คืองานในการนำประจุทดสอบ  $q_0$  จากระยะอนันต์มาที่จุด B ดังนั้นจะนิยามได้

$$V_B = \frac{W_{\infty B}}{q_0} \quad (1.39)$$

จากสมการ (1.36) ในรูปอินทิกรัลเชิงเส้นจะได้

$$W_{\infty B} = -q_0 \int_{\infty}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.40)$$

ดังนั้นงานต่อประจุทดสอบ  $q_0$  ในการเคลื่อนที่  $q_0$  จากระยะอนันต์มาที่จุด B คือ

$$\frac{W_{\infty B}}{q_0} = -\int_{\infty}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.41)$$

จากสมการ (1.39) และ (1.41) จะได้

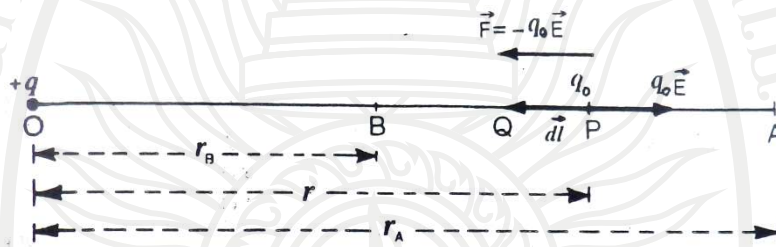
$$V_B = \frac{W_{\infty B}}{q_0} = -\int_{\infty}^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.42)$$

ดังนั้นศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใด ๆ ในอานาจสนามไฟฟ้าเท่ากับค่าลบของอินทิกรัลเชิงเส้นของสนามไฟฟ้าระหว่างระยะอนันต์และจุดนั้น ๆ

### อธิบายเพิ่มเติมสำหรับความต่างศักย์ไฟฟ้า

ตั้งรายละเอียดจากหัวข้อที่ผ่านมา ความต่างศักย์ระหว่างจุดสองจุดในสนามไฟฟ้า อาจนิยามได้จากงานที่ทำทั้งหมดต่อประจุทดสอบ ในการเคลื่อนที่ประจุทดสอบนี้จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง (โดยปราศจากความเร่ง) พลังงานทางไฟฟ้าสถิตเนื่องมาจากสนามไฟฟ้า ดังนั้นความต่างศักย์ที่นิยามจากงานที่ทำต่อหนึ่งหน่วยประจุทดสอบระหว่าง 2 จุดเป็นปริมาณสเกลาร์

พิจารณาสนามไฟฟ้าเนื่องจากประจุ  $+q$  ที่จุด  $O$  และสมมติให้  $V_A$  และ  $V_B$  คือศักย์ไฟฟ้า ณ จุด  $A$  และ  $B$  ซึ่งทั้งคู่มีระยะ  $r_A$  และ  $r_B$  ตามลำดับ จากจุดประจุ  $+q$  ดังภาพที่ 1.21



ภาพที่ 1.21 แสดงการเคลื่อนที่ของประจุทดสอบ  $q_0$  จากจุด  $A$  ไป  $B$

ที่มา: Gupta, 2002: 67

ถ้ากำหนดให้  $W_{AB}$  คืองานทั้งหมดที่ทำในการเคลื่อนที่ประจุทดสอบ  $q_0$  จากจุด  $A$  ไป  $B$

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \quad (1.43)$$

ณ จุดใด ๆ สมมติให้ประจุทดสอบอยู่ที่จุด  $P$  และ  $\vec{E}$  คือสนามไฟฟ้าที่จุด  $P$  เนื่องมาจากประจุ  $+q$  ที่จุด  $O$  ดังนั้นแรงบนประจุทดสอบ  $q_0$  เนื่องมาจากสนามไฟฟ้าของประจุเริ่มต้น  $q = q_0 \vec{E}$  ประจุทดสอบจะสามารถเคลื่อนที่ต่อต้านแรงทางไฟฟ้าโดยปราศจากความเร่งโดยการให้แรงภายนอก  $\vec{F} = -q_0 \vec{E}$  ต่อประจุทดสอบนี้

สมมติให้ประจุทดสอบนี้เคลื่อนที่ได้ระยะสั้น ๆ  $\vec{PQ} = d\vec{l}$  ดังนั้นงานที่กระทำในการเคลื่อนที่ประจุทดสอบ  $q_0$  จากจุด  $P$  ถึง  $Q$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = (-q_0 \vec{E}) \cdot d\vec{l} = -q_0 E dl \cos 180^\circ = q_0 E dl \quad (1.44)$$

ระยะ  $d\vec{l}$  ที่ประจุทดสอบเคลื่อนที่มีทิศทางตรงข้ามกับระยะรัศมี  $r$  เพิ่มขึ้นระยะ  $d\vec{l}$  จึงกำหนดให้เป็น  $-dr$  ดังนั้น

$$dW = q_0 E (-dr) = -q_0 E dr \quad (1.45)$$

สนามไฟฟ้าที่จุด P เนื่องมาจากประจุ  $+q = E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$

$$\therefore dW = -q_0 \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \right) dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr \quad (1.46)$$

ดังนั้นงานทั้งหมดในการเคลื่อนประจุทดสอบ  $q_0$  จาก A ถึง B กำหนดได้โดย

$$\begin{aligned} W_{AB} &= \int_A^B dW = \int_A^B -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \int_{r_A}^{r_B} r^{-2} dr \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \left[ r^{-1} \right]_{r_A}^{r_B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \left[ \frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} \end{aligned} \quad (1.47)$$

หรือ

$$W_{AB} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad (1.48)$$

จากสมการ (1.43) และ (1.48)

$$V_B - V_A = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad (1.49)$$

หน่วยของศักย์ไฟฟ้าในระบบเอสไอ (SI Unit) คือ โวลต์ (volt, V) ซึ่งงานในระบบนี้วัดเป็นจูล (joule) และประจุวัดเป็นคูลอมบ์ (coulomb) ดังนั้นจากสมการ (1.43) จะทำให้ได้ความสัมพันธ์

$$1 \text{ โวลต์ (volt, V)} = 1 \text{ จูล (joule)} / 1 \text{ คูลอมบ์ (coulomb)} = 1 \text{ จูล.คูลอมบ์}^{-1} (\text{J.C}^{-1})$$

สมการที่ (1.38) ได้แสดงถึงความต่างศักย์ มีหน่วยเป็นสนามไฟฟ้าคูณด้วยระยะทาง โดยหน่วยของสนามไฟฟ้าคือ นิวตันต่อคูลอมบ์ (N/C) ซึ่งสามารถทำให้อยู่ในหน่วย โวลต์ต่อเมตร (V/m) คือ  $1\text{N/C} = 1\text{V/m}$  (Jewett & Serway, 2014: 748) สรุปแล้วความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุด ขนาด 1 โวลต์คืองาน 1 จูล ที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุ 1 คูลอมบ์จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง (โดยปราศจากความเร่ง) ผ่านแรงทางไฟฟ้าสถิตเนื่องมาจากอำนาจสนามไฟฟ้า

ตัวอย่าง 1.12 ถ้าต้องใช้งานขนาด 100 จูล ในการเคลื่อนที่ประจุ 4 คูลอมบ์ จากจุดหนึ่งซึ่งมีความต่างศักย์  $-10$  โวลต์ไปยังอีกจุดหนึ่งซึ่งมีศักย์ไฟฟ้าเป็น  $V$  โวลต์ จงหาค่าของ  $V$   
วิธีทำ โจทย์กำหนด  $q_0 = 4\text{C}$ ,  $V_A = -10\text{V}$ ,  $V_B = V$  volt,  $W_{AB} = 100$  joule

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$$

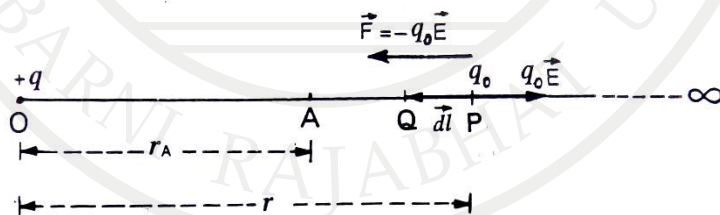
$$V_B - (-10\text{V}) = \frac{100\text{J}}{4\text{C}}$$

$$V_B = 15 \text{ โวลต์}$$

### อธิบายเพิ่มเติมสำหรับศักย์ไฟฟ้าที่จุดใด ๆ

ศักย์ไฟฟ้าใด ๆ ในอำนาจสนามไฟฟ้าอาจนิยามได้จากงานที่ทำต่อหนึ่งหน่วยประจุทดสอบในการเคลื่อนที่ที่ประจุทดสอบนั้นจากระยะอนันต์มายังจุดนั้น ๆ (โดยปราศจากความเร่ง) ผ่านแรงทางไฟฟ้าสถิต เนื่องมาจากสนามไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดปริมาณนี้เป็นปริมาณสเกลาร์ (Scalar quantity)

พิจารณาสถาปัตยกรรมไฟฟ้าเนื่องมาจากจุดประจุ  $+q$  ที่จุด  $O$  และสมมติให้  $V_A$  คือศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $A$  ซึ่งมีระยะจากประจุ  $+q$  เป็นระยะ  $r_A$  ดังภาพที่ 1.22



ภาพที่ 1.22 แสดงการเคลื่อนที่ของประจุทดสอบ  $q_0$  จากระยะอนันต์มายังจุด  $A$

ที่มา: Gupta, 2002: 68

ถ้างานที่ใช้ในการเคลื่อนที่ประจุทดสอบ  $q_0$  จากระยะอนันต์มายัง  $A$  เป็น



$$V_A = \frac{W_{\infty A}}{q_0} \quad (1.50)$$

ลองพิจารณาระยะสั้น ๆ ที่จุด P สนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  เนื่องจากประจุ  $+q$  ทำให้เกิดแรงผลักต่อประจุทดสอบเป็น  $q_0 \vec{E}$  ที่วางที่จุด P จะเห็นได้ว่าประจุทดสอบสามารถเคลื่อนที่ต้านแรงนี้โดยปราศจากความเร่งโดยพยายามให้แรงภายนอก  $\vec{F} = -q_0 \vec{E}$  ต่อประจุทดสอบ  $q_0$  ถ้าประจุทดสอบนี้เคลื่อนที่ในระยะเล็ก ๆ  $\overline{PQ} = d\vec{l}$  ดังนั้นงานที่ทำในระยะเล็ก ๆ นี้คือ

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = (-q_0 \vec{E}) \cdot d\vec{l} = -q_0 E dl \cos 180^\circ = q_0 E dl$$

หรือ  $dW = -q_0 E dr$

ดังที่แสดงให้เห็นแล้วในหัวข้อที่ผ่านมา  $d\vec{l}$  ได้ถูกแทนด้วย  $-dr$  เพราะระยะ  $r$  ลดลงในทิศทางของ  $d\vec{l}$

ดังนั้น

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$dW = -q_0 \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \right) dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr$$

และงานที่กระทำในการเคลื่อนที่ประจุทดสอบจากระยะอนันต์ถึงจุด A จะกำหนดเป็น

$$W_{\infty A} = \int_{\infty}^A dW = \int_{\infty}^{r_A} -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \int_{\infty}^{r_A} r^{-2} dr$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \left| \frac{r^{-1}}{-1} \right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \left| \frac{1}{r} \right|_{\infty}^{r_A}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot qq_0 \left( \frac{1}{r_A} - 0 \right)$$

หรือ  $W_{\infty A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r_A} \quad (1.51)$

จากสมการ (1.50) และ (1.51) จะทำให้ได้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_A} \quad (1.52)$$

ในกรณีที่ระยะจากจุด O ถึง A คือ r ดังนั้นตัวห้อย A สามารถตัดออกได้ดังเช่น ศักย์ไฟฟ้าทุก ๆ จุด A ที่ทุก ๆ ระยะ r จากประจุ +q กำหนดได้เป็น

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \quad (1.53)$$

หน่วยของศักย์ไฟฟ้าคือ โวลต์ โดย

$$1 \text{ โวลต์} = 1 \text{ จูลต่อคูลอมบ์}$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า ศักย์ไฟฟ้าที่จุดใด ๆ ที่มีขนาด 1 โวลต์คืองานขนาด 1 จูล ที่ใช้ในการเคลื่อนประจุขนาด 1 คูลอมบ์จากระยะอนันต์มายังจุดนั้น ๆ โดยปราศจากความเร่งผืนแรงทางไฟฟ้าเนื่องจากสนามไฟฟ้า

ตัวอย่าง 1.13 จงคำนวณศักย์ไฟฟ้าที่จุดผิวนิวเคลียสของทองคำ กำหนดให้รัศมีของนิวเคลียส =  $6.6 \times 10^{-15}$  เมตรและเลขอะตอมของทองคำ = 79

วิธีทำ

$$\text{ประจุของนิวเคลียสของทองคำ } q = Ze = 79 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ คูลอมบ์}$$

$$\text{รัศมีนิวเคลียสของทองคำ } = r = 6.6 \times 10^{-15} \text{ เมตร}$$

ดังนั้นศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของนิวเคลียสคือ

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = \frac{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2} \times 79 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{6.6 \times 10^{-15} \text{ m}} \\ &= 1.724 \times 10^7 \text{ V} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.14 จงคำนวณหา

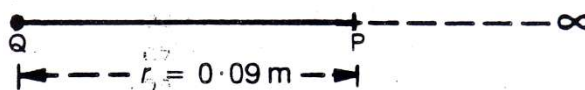
(ก) ศักย์ไฟฟ้า ณ จุด P เนื่องมาจากประจุ  $4 \times 10^{-7}$  คูลอมบ์ ซึ่งมีระยะ 9 เซนติเมตรจากประจุ

ดังกล่าว

(ข) จงหาค่าของงานในการทำประจุขนาด  $2 \times 10^{-9}$  คูลอมบ์ จากระยะอนันต์มายังจุด P

วิธีทำ

$$q = 4 \times 10^{-7} \text{ C}$$



ภาพที่ 1.23 ประกอบตัวอย่าง 1.14

ที่มา: Gupta, 2002: 70

โจทย์กำหนด  $q = 4 \times 10^{-7}$  คูลอมป์,  $r = 9$  เซนติเมตร

(ก) ศักย์ไฟฟ้า ณ จุด  $P$  เนื่องจากประจุ  $q$

$$\begin{aligned} V_P &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \\ &= 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} \times \frac{4 \times 10^{-7} \text{ C}}{0.09 \text{ m}} \\ &= 4 \times 10^4 \text{ V} \end{aligned}$$

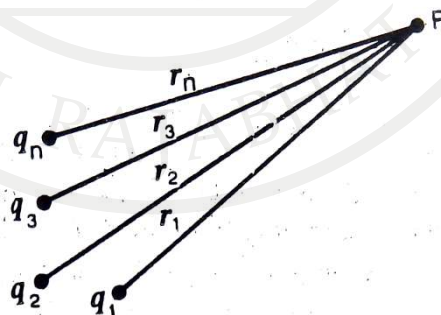
(ข) จากนิยาม ศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $P$  เท่ากับงานที่ทำในการนำประจุทดสอบจากระยะอนันต์มายังจุด  $P$  ดังนั้นงานที่ทำในการนำประจุ  $2 \times 10^{-9}$  คูลอมป์จากระยะอนันต์มายังจุด  $P$  คือ

$$\begin{aligned} W &= 2 \times 10^{-9} \text{ C} \times \text{ศักย์ไฟฟ้าที่จุด } P \\ &= 2 \times 10^{-9} \text{ C} \times 4 \times 10^4 \text{ V} \\ &= 8 \times 10^{-5} \text{ J} \end{aligned}$$

โปรดจำไว้ว่างานที่นำประจุทดสอบจากจุดหนึ่ง (A) ไปยังอีกจุดหนึ่ง (B) ไม่ได้ขึ้นอยู่กับเส้นทางที่ประจุเคลื่อนที่เพราะไม่เช่นนั้นแล้วจุด B จะมีค่าศักย์ไฟฟ้าหลายค่าเมื่อเทียบกับจุด A ซึ่งเป็นจุดอ้างอิงตามที่กำหนดไว้และแนวคิดเรื่องศักย์ไฟฟ้าก็จะไร้ประโยชน์

### ศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากกลุ่มประจุ

มาถึงจุดนี้แล้วการที่จะหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $P$  เนื่องมาจากประจุ  $q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n$  ซึ่งอยู่ที่ระยะ  $r_1, r_2, r_3, r_4, \dots, r_n$  จากจุด  $P$  ดังภาพที่ 1.24 ในการหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $P$  เนื่องมาจากจุดประจุเหล่านี้ หาได้จากผลรวมแบบพีชคณิตของศักย์ไฟฟ้าเนื่องมาจากจุดประจุ (Potential due to a group of point charges) แต่ละจำนวนที่ปรากฏ ณ จุดนั้น



ภาพที่ 1.24 กลุ่มประจุ  $q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n$  อยู่ห่างจากจุด  $P$  เป็นระยะ  $r_1, r_2, r_3, r_4, \dots, r_n$

ที่มา: Gupta, 2002: 71

ศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $P$  เนื่องจากจุดประจุ  $q_1$  มีค่า  $V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_1}$  โดยสมมติว่าไม่มีประจุอื่น ๆ อยู่รอบ ๆ

ในกรณีเช่นเดียวกันศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $P$  เนื่องมาจากจุดประจุแต่ละจุด  $q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n$  เมื่อสมมติจุดประจุอื่น ๆ หายไป

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_2}, V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_3}{r_3}, \dots, V_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_n}{r_n}$$

ดังนั้นศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $P$  เนื่องมาจากกลุ่มของประจุ  $n$  จุดประจุ

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_3}{r_3} + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_n}{r_n} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \dots + \frac{q_n}{r_n} \right) \end{aligned}$$

หรือ 
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (1.54)$$

โดย  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

ในการใช้สมการ (1.54) หาศักย์ไฟฟ้าของจุดประจุต้องระลึกเสมอว่าศักย์ไฟฟ้านิยามจากงานซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์ ดังนั้นศักย์ไฟฟ้าจึงเป็นปริมาณสเกลาร์  $q_i$  ในสมการ (1.54) จะต้องแทนเครื่องหมายของประจุดัวย ซึ่งต่างจากกรณีสนามไฟฟ้าซึ่งเป็นเวกเตอร์เครื่องหมายของประจุ  $q$  ในสมการของสนามไฟฟ้าแสดงทิศของสนามจึงไม่ต้องแทนเครื่องหมายลงในสมการถ้าการกระจายของประจุแบบต่อเนื่องไม่ใช่แยกเป็นจุด ๆ ห่างกันผลรวมในสมการ (1.54) จะเป็นผลรวมโดยการอินทิเกรต

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (1.55)$$

เมื่อ  $dq$  เป็นหน่วยย่อยเล็ก ๆ  $r$  คือระยะทางจากจุดที่ต้องการหาค่า  $V$  ไปยัง  $dq$  และ  $dV$  เป็นศักย์ย่อย ๆ ที่เกิดจาก  $dq$  ณ จุดนั้น ๆ

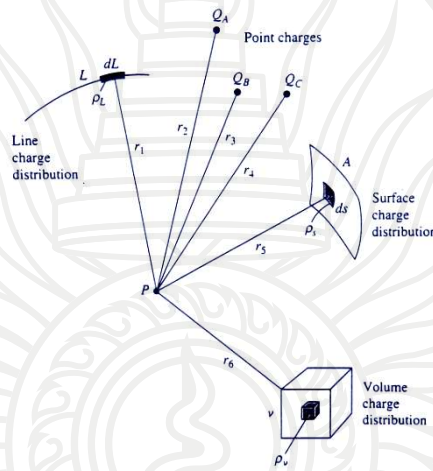
การกระจายของประจุในขอบเขตหนึ่งนั้นมิได้ 3 ลักษณะ (Kraus & Caver, 1981: 30)

ถ้าประจุกระจายอย่างสม่ำเสมอความหนาแน่นของประจุจึงมิได้ 3 ลักษณะเช่นกันซึ่งสามารถกล่าวในรายละเอียดได้ดังนี้

**ประจุกระจายแบบเชิงเส้น** (Linear charge distribution) ดังภาพที่ 1.25 ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P สามารถเขียนได้เป็น

$$V_L = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_L}{r} dL \quad (1.56)$$

เมื่อ  $\rho_L$  = ความหนาแน่นเชิงเส้น (Linear charge density) กรณีเส้นประจุ  $C \cdot m^{-1}$  และ  $dL$  = ความยาวส่วนย่อยเล็ก ๆ ของเส้นตรงที่ถูกแบ่งย่อย ( $m$ ) ซึ่งการอินทิเกรตจะกระทำตลอดความยาวของเส้นประจุ



ภาพที่ 1.25 การกระจายของประจุแบบ จุดประจุ กระจายเชิงเส้น กระจายเชิงพื้นที่ และกระจายเชิงปริมาตร  
ที่มา: Kraus & Fleisch, 1999: 44

**ประจุกระจายเชิงพื้นที่** (Surface charge distribution) ดังภาพที่ 1.25 ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P สามารถเขียนได้เป็น

$$V_S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\rho_s}{r} ds \quad (1.57)$$

เมื่อ  $\rho_s$  = ความหนาแน่นเชิงพื้นที่ (Surface charge density) มีหน่วยเป็น  $C \cdot m^{-2}$  และ  $ds$  = พื้นที่เล็ก ๆ ของพื้นที่ทั้งหมด ( $m^2$ ) ซึ่งการอินทิเกรตจะกระทำตลอดพื้นที่ทั้งหมด

**ประจุกระจายเชิงปริมาตร** (Volume charge distribution) ดังภาพที่ 1.25 ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P สามารถเขียนได้เป็น

$$V_v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho_v}{r} dv \quad (1.58)$$

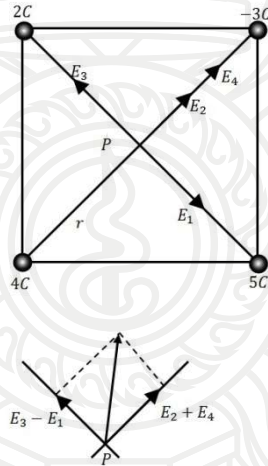
เมื่อ  $\rho_v$  = ความหนาแน่นเชิงปริมาตร (Volume charge density) มีหน่วยเป็น  $C \cdot m^{-3}$  และ  $dv$  = ปริมาตรเล็ก ๆ ของปริมาตรทั้งหมด ( $m^3$ ) การอินทิเกรตจะกระทำตลอดทั่วปริมาตรที่บรรจุประจุไว้

จากภาพที่ 1.25 ข้างต้น ในระบบนี้ประกอบด้วยจุดประจุ ประจุกระจายเชิงเส้น ประจุกระจายเชิงพื้นที่ ประจุกระจายเชิงปริมาตรรวมอยู่ด้วยกันใน 1 ระบบ เราจะหาค่าศักย์ไฟฟ้าที่จุด P เนื่องมาจากการกระจายของประจุทั้งหมด โดยอาศัยหลักการของกลุ่มประจุ ดังนั้นผลรวมทางพีชคณิตทั้งหมดคือ

$$V = V_p + V_L + V_s + V_v$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} + \int \frac{\rho_L}{r} dL + \iint \frac{\rho_s}{r} ds + \iiint \frac{\rho_v}{r} dv \right) \quad (1.59)$$

ตัวอย่าง 1.15 จุดประจุ 4 ตัวขนาด 2, -3, 5 และ 4 คูลอมบ์วางอยู่ตามมุมของสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งยาวด้านละ 10 เซนติเมตร จงหาสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า ณ จุดตัดของเส้นทแยงมุมมีค่าเท่าใด



ภาพที่ 1.26 ประกอบตัวอย่าง 1.15

(ก) หาสนามไฟฟ้า ณ จุดตัดของเส้นทแยงมุม

กำหนดให้  $E_1, E_2, E_3, E_4$  เป็นสนามไฟฟ้า ณ จุดตัดของเส้นทแยงมุมที่เกิดจากประจุ 2, -3, 5 และ 4 คูลอมบ์ ตามลำดับ

$$E_p = \sqrt{(E_3 - E_1)^2 + (E_2 - E_4)^2}, \quad r = 5\sqrt{2} \times 10^{-2} m$$

หาค่าสนามไฟฟ้าทั้ง 4 ได้ดังนี้

$$E_1 = \frac{2k}{r^2}; E_2 = \frac{3k}{r^2}; E_3 = \frac{5k}{r^2}; E_4 = \frac{4k}{r^2}$$

$$E_3 - E_1 = \frac{3k}{r^2}, E_2 + E_4 = \frac{7k}{r^2}$$

$$E_p = \sqrt{\left(\frac{3k}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{7k}{r^2}\right)^2}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$= \frac{7.61k}{r^2}$$

$$= 1.37 \times 10^{11} N/C$$

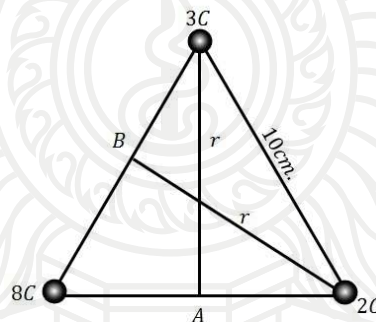
(ข) หาศักย์ไฟฟ้า ณ จุดตัดของเส้นทแยงมุม

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2C}{r} + \frac{(-3C)}{r} + \frac{5C}{r} + \frac{4C}{r} \right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{8C}{r} \right)$$

$$= 1.02 \times 10^{12} V$$

ตัวอย่าง 1.16 จุดประจุ 3 ตัว วางอยู่ตามมุมของสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งยาวด้านละ 10 เซนติเมตร ดังภาพที่ 1.26 จุด A และ B เป็นจุดกึ่งกลางของด้านของสามเหลี่ยม ถ้าต้องการเคลื่อนประจุ 4 คูลอมป์ จาก A ไปยัง B จะต้องทำงานเท่าใด



ภาพที่ 1.27 ประกอบตัวอย่าง 1.16

วิธีทำ งานในสนามของความต่างศักย์ไม่ขึ้นกับทิศทางแต่จะขึ้นอยู่กับความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุด

$$W_{AB} = q_0 V_{BA}$$

หาค่า  $V_A$  และ  $V_B$  โดย  $r = 5\sqrt{3}$  เซนติเมตร

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{10^{-2}} \left( \frac{8C}{5m} + \frac{2C}{5m} + \frac{3C}{5\sqrt{3}m} \right) = 2.11 \times 10^{12} V$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{10^{-2}} \left( \frac{8C}{5m} + \frac{3C}{5m} + \frac{2C}{5\sqrt{3}m} \right) = 2.19 \times 10^{12} V$$

จาก

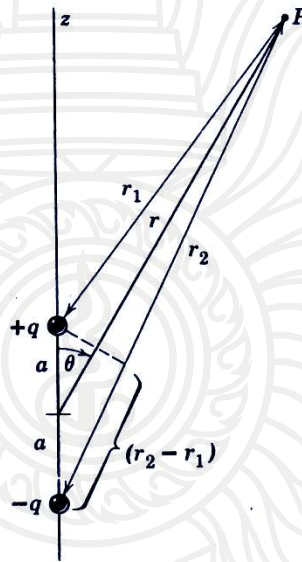
$$W_{AB} = q_0 V_{BA}$$



$$\begin{aligned}
 &= q_0 (V_B - V_A) \\
 &= 4C(0.08V) \\
 &= 0.32 \text{ จูล}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 1.17 ศักย์เนื่องจากขั้วคู่ไฟฟ้า (Potential due to Electric dipole)

ตั้งที่ทราบมาแล้วว่าประจุชนิดตรงข้ามและมีขนาดเท่ากันวางห่างกัน  $2a$  ประกอบกันเป็นขั้วคู่ไฟฟ้า กำหนดให้โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า  $\vec{P}$  มีขนาด  $2aq$  มีทิศชี้จากประจุลบไปยังประจุบวก จะหาสูตรของศักย์ไฟฟ้า  $V$  ที่จุดใด ๆ เนื่องจากขั้วคู่ไฟฟ้าเมื่อจุดนั้นไม่อยู่ใกล้ขั้วคู่ไฟฟ้าเกินไปดังนี้



ภาพที่ 1.28 หาศักย์ไฟฟ้าที่จุด P ในสนามของขั้วคู่ไฟฟ้า

ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2014: 697

กำหนดจุด P ด้วยค่า  $r$  และ  $\theta$  และศักย์ไฟฟ้าจะไม่เปลี่ยนเมื่อจุด P หมุนไปรอบแกน Z โดยที่  $r$  และ  $\theta$  คงที่

$$\begin{aligned}
 V &= \sum_n V_n = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right) \\
 V &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}
 \end{aligned}$$

เมื่อ  $r$  มีค่ามากกว่า  $2a$  มาก ๆ ( $r \gg 2a$ ) ดังนั้นเราจะประมาณค่าได้เป็น

$$r_2 - r_1 \cong 2a \cos \theta \text{ และ } r_1 r_2 \cong r^2$$

$$\therefore V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2a \cos \theta}{r^2}$$



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P \cos \theta}{r^2} \quad \text{เมื่อ } P = 2aq \text{ เป็นโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า}$$

V เป็นศูนย์ที่ทุก ๆ จุดบนระนาบที่  $\theta = 90^\circ$

V จะมีค่าสูงสุด (บวก) เมื่อ  $\theta = 0^\circ$

V จะมีค่าต่ำสุด (ลบ) เมื่อ  $\theta = 180^\circ$

### พลังงานศักย์ทางไฟฟ้า

ถ้าหากยกก้อนหินขึ้นสูงจากผิวโลกงานที่ทำเพื่อฝืนแรงโน้มถ่วงจะถูกเก็บไว้ในรูปของพลังงาน ในที่นี้คือพลังงานศักย์ในระบบของโลกและก้อนหิน ถ้าปล่อยก้อนหินให้ตกลงมาพลังงานศักย์จะเปลี่ยนรูปเป็นพลังงานจลน์และหลังจากก้อนหินนี้กระทบผิวโลกแล้วพลังงานจลน์นี้จะกลายเป็นพลังงานความร้อนในระบบของก้อนหินและโลกต่อไป ซึ่งลักษณะเช่นนี้เกิดขึ้นในไฟฟ้าสถิตเช่นกัน โดยหากลองพิจารณาจุดประจุ  $q_1$  และ  $q_2$  ซึ่งวางห่างกันเป็นระยะทาง  $r$  ดังภาพที่ 1.29



ภาพที่1.29 จุดประจุ  $q_1$  และ  $q_2$  วางห่างกันเป็นระยะทาง  $r$

ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2014: 703

หากจะแยกประจูดังนี้ให้ห่างกันยิ่งขึ้นจะต้องทำงานที่มีค่าเป็นบวกสำหรับกรณีที่ประจุต่างชนิดกันและจะต้องทำงานมีค่าเป็นลบเมื่อประจุทั้งสองชนิดเดียวกัน

ถ้าประจุ  $q_1$  และ  $q_2$  มีเครื่องหมายต่างกันถูกปล่อยให้เคลื่อนที่ ประจุทั้งสองจะวิ่งเข้าหากัน กรณีนี้พลังงานศักย์จะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ ในการอุปมาระบบทางไฟฟ้ากับระบบของโลกและก้อนหินนั้นการเปรียบเทียบกันจะถูกต้องแน่นอนทุกอย่างเว้นเสียแต่ว่าแรงทางไฟฟ้ามีทั้งแรงดูดและแรงผลักส่วนแรงโน้มถ่วงนั้นเป็นแรงดูดเสมอ

จากภาพที่1.29 ถ้าหากประจุ  $q_2$  ถูกนำไปอยู่ที่ระยะอนันต์และอยู่หนึ่ง ศักย์ไฟฟ้าตรงจุดเดิมของ  $q_2$  เนื่องจากประจุ  $q_1$  จะเป็น

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r} \quad (1.60)$$

ลิตธิ์หมหาวิทิตยราชภัฏรำไพพรรณี

ถ้าประจุ  $q_2$  เคลื่อนที่จากระยะห่างอนันต์มาอยู่ห่างจาก  $q_1$  เป็นระยะ  $r$  งานที่เคลื่อนประจุ  $q_2$  เข้ามาจะเป็น

$$W = q_2 V \quad (1.61)$$

หากรวมสมการ (1.60) และ (1.61) เข้าด้วยกันและให้เรียกว่า  $W$  คือพลังงานศักย์ไฟฟ้า (Electric Potential Energy) ของระบบ  $q_1$  และ  $q_2$

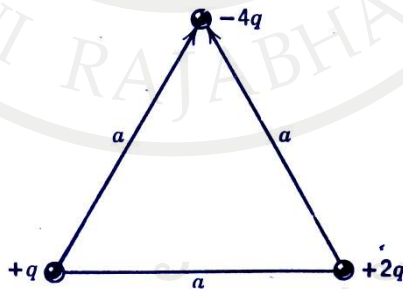
$$U(=W) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad (1.62)$$

อักษรห้อยท้ายของ  $r$  แสดงให้เห็นว่าค่านี้เป็นระยะห่างระหว่างประจุ  $q_1$  และ  $q_2$  สำหรับระบบที่มีประจุมากกว่าสองตัวสามารถคำนวณพลังงานศักย์ของประจุแต่ละคู่แล้วหาผลรวมทางพีชคณิตวิธีการคือ (ก) นำประจุเริ่มต้น  $q_1$  มายังตำแหน่งของมัน (ข) ประจุ  $q_2$  ถูกนำเข้ามาจากระยะอนันต์ (ค) ประจุ  $q_3$  ถูกนำเข้ามาจากระยะอนันต์ ฯลฯ เป็นต้น

ตัวอย่าง 1.18 กำหนดให้โปรตอนสองตัวในนิวเคลียสของธาตุ  $U^{238}$  อยู่ห่างกันระยะ  $6.0 \times 10^{-15}$  เมตร พลังงานศักย์ร่วมทางไฟฟ้าของธาตุนี้เป็นเท่าไร

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{6.0 \times 10^{-15} \text{ m}} \\ &= 3.8 \times 10^{-14} \text{ J} \\ &= 2.4 \times 10^5 \text{ eV} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1.19 ประจุ 3 ประจุถูกจัดไว้ในตำแหน่งดังภาพที่ 1.30 จงหาพลังงานศักย์ร่วมของระบบโดยสมมติ  $q = 1.0 \times 10^{-7}$  คุลอมป์ และ  $a = 10$  เซนติเมตร



ภาพที่ 1.30 ประกอบตัวอย่าง 1.19 แสดงตำแหน่งของประจุ 3 ประจุ  
ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2014: 704

วิธีทำ พลังงานรวมของระบบจะเป็นผลรวมของพลังงานของแต่ละคู่

$$\begin{aligned}
 U &= U_{12} + U_{13} + U_{23} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{(+q)(-4q)}{a} + \frac{(+q)(+2q)}{a} + \frac{(-4q)(+2q)}{a} \right] \\
 &= \frac{-10}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a} \\
 &= -\frac{(9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)(10)(1.0 \times 10^{-7} \text{ C})^2}{0.1 \text{ m}} \\
 &= -9.0 \times 10^{-3} \text{ J}
 \end{aligned}$$

การที่พลังงานทั้งหมดเป็นลบก็เพราะว่าต้องใช้งานที่เป็นลบในการนำประจุทั้งหมดเข้ามายังตำแหน่งดังในภาพที่ 3.10

การคำนวณค่าของ  $\int \frac{1}{E}$  จาก  $V$

ดังที่ทราบมาแล้วว่าความต่างศักย์ระหว่างจุดสองจุด  $B$  และ  $A$  คืองานที่ใช้เคลื่อนที่ประจุทดสอบจากจุดหนึ่ง  $A$  ไปยังอีกจุดหนึ่ง  $B$  หรือเขียนในรูปสมการได้ว่า

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} \quad (1.63)$$

และ 
$$W_{AB} = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.64)$$

ซึ่งจะทำให้ได้

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.65)$$

ถ้าสมมติให้จุด  $A$  ไปอยู่ที่ระยะอนันต์  $V_A = 0$

$$V_B = -\int_0^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.66)$$

จากเทอมทางขวามือของสมการ (1.66) บอกให้ทราบว่าสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับเส้นทางและสมมติว่าให้จุด  $A$  และจุด  $B$  อยู่ชิดกันมาก ๆ จะทำให้ได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.67)$$

ถ้าในกรณีปัญหา 1 มิติสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  มีองค์ประกอบตามแนวแกน  $x$  เท่านั้นจะทำให้ได้

$$dV = -\vec{E}_x dx$$

หรือ

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad (1.68)$$

โดยทั่วไปแล้วในระบบพิกัดฉาก  $V$  จะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง  $(x, y, z)$  ดังนั้นจะได้ (Jewett & Serway, 2014: 756)

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad (1.69)$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

โดยที่

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

เมื่อ  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของแกน  $(x, y, z)$  ตามลำดับ ดังนั้นถ้ารู้ค่าของฟังก์ชัน  $V(x, y, z)$  ที่ทุก ๆ จุดจะสามารถหาส่วนประกอบของสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ได้โดยการหาอนุพันธ์ของศักย์ไฟฟ้า  $V$  เทียบกับ  $x, y$  และ  $z$

ตัวอย่าง 1.20 จงหาค่าของ  $E(r)$  สำหรับประจุ  $q$  โดยใช้สมการ  $E = -\frac{dV}{dr}$  สมมติให้  $V(r)$

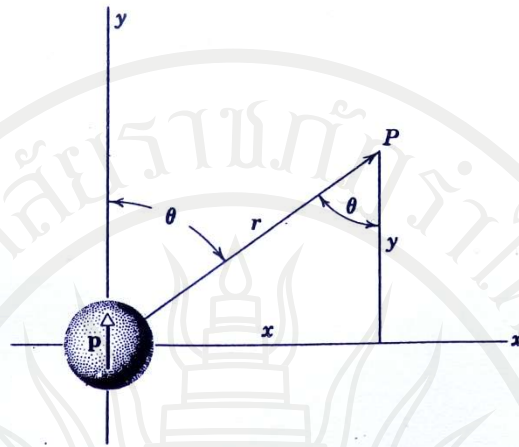
เป็นไปตามสมการ  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$

$$E = -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \right)$$

$$= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \right)$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

ตัวอย่าง 1.21 สนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  สำหรับขั้วคู่ไฟฟ้าง่ายที่ 1.31 แสดงจุด  $P$  ในสนามขั้วคู่ไฟฟ้าที่วางอยู่ที่จุดเริ่มต้นของระบบแกน  $xy$  สามารถรู้  $V$  ได้จาก  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{P \cos \theta}{r^2}$  จงหาค่า  $\vec{E}$  ในรูปของฟังก์ชันของตำแหน่งของจุดต่าง ๆ



ภาพที่ 1.31 แสดงจุด  $P$  ในสนามของขั้วไฟฟ้า  $\vec{P}$   
ที่มา: Halliday & Resnick, 1966: 729

จากรูปขั้วไฟฟ้า  $\vec{P}$  จะอยู่ในเทอมของ  $E_x$  และ  $E_y$

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

$$\cos \theta = \frac{y}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

ผลคือ

$$V = \frac{P}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

จาก  $E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$  โดยถือว่า  $x$  เป็นค่าคงที่

$$E_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{P}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \right)$$

$$E_y = -\frac{P}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(x^2 + y^2)^{3/2} - y^{3/2}(x^2 + y^2)^{1/2}(2y)}{(x^2 + y^2)^3}$$

$$E_y = -\frac{P}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x^2 - 2y^2}{(x^2 + y^2)^{5/2}}$$

กำหนดให้เมื่อ  $x = 0$  จุดนี้จะอยู่บนแกนของขั้ว (แกน  $y$ ) จะได้  $E_y = -\frac{2P}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{y^3}$

เนื่องจากสภาพสมมาตรทำให้  $E_x = 0$  บนแกนของขั้ว

เมื่อกำหนดให้  $y=0$  จุดนี้อยู่บนระนาบที่ผ่านกึ่งกลางและตั้งฉากกับแกน  $x$  จะได้ว่า

$$E_y = -\frac{P}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{x^3}$$

เนื่องจากสภาพสมมาตรทำให้  $E_x = 0$  ในระนาบนี้เช่นกันเครื่องหมาย

แสดงว่า  $\vec{E}$  ชี้ไปในทิศทางลบของ  $y$

ส่วนประกอบ  $E_x$  หาได้จาก  $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$  โดยถือว่า  $y$  มีค่าคงที่

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{Py}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{3}{2}\right) (x^2 + y^2)^{-5/2} (2x) = \frac{3P}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{xy}{(x^2 + y^2)^{5/2}}$$

### ความจุไฟฟ้า

ความจุไฟฟ้าของตัวนำ (Conductor) จะขึ้นอยู่กับความสามารถในการเก็บประจุไฟฟ้าของตัวนำนั้น ๆ ด้วยเมื่อให้ประจุแก่ตัวนำจะทำให้ความต่างศักย์เพิ่มมากขึ้นด้วย ถ้าให้ประจุ  $q$  แก่ตัวนำดังนั้นศักย์ไฟฟ้าเพิ่มขึ้น  $V$  และพบว่า (Halliday, Resnick & Walker, 2014: 718)

$$q \propto V$$

หรือ

$$q = CV \quad (1.70)$$

เมื่อ  $C$  คือค่าคงที่เรียกว่าความจุไฟฟ้าของตัวนำ (Capacitance of the conductor) ค่า  $C$  ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบของเรขาคณิตรูปร่างและขนาดของตัวนำ โดยสามารถกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าความจุของตัวนำไม่ได้ขึ้นอยู่กับวัตถุที่เป็นตัวนำแต่ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของตัวกลางนั้นคือค่าคงตัวไดอิเล็กทริก (Dielectric constant) ที่ตัวนำตั้งอยู่จากสมการ (1.70) จะได้

$$C = \frac{q}{V} \quad (1.71)$$

ดังนั้นจากสมการ (1.71) ค่าความจุไฟฟ้าของตัวนำอาจนิยามได้จากสัดส่วนระหว่างประจุไฟฟ้าบนตัวนำต่อศักย์ไฟฟ้าเนื่องจากประจุของมัน ถ้าให้  $v = 1$  ดังนั้น

$$C = q \quad (1.72)$$

ดังนั้นความจุไฟฟ้าของตัวนำจะมีค่าเท่ากับประจุไฟฟ้าที่ทำให้เกิดศักย์ไฟฟ้าขึ้นที่ผิวตัวนำนั้นเท่ากับ 1 หน่วยหน่วยของความจุไฟฟ้าคือฟารัด (farad) (Cutnell, J.D. and other, 2015: 528)

$$1 \text{ ฟารัด} = 1 \text{ คูลอมบ์} / 1 \text{ โวลต์}$$

นั่นหมายความว่าตัวนำตัวหนึ่งจะมีความจุไฟฟ้า 1 ฟารัดถ้าประจุ 1 คูลอมบ์ทำให้เกิดศักย์ไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ 1 โวลต์ หน่วยความจุที่ใช้โดยทั่วไปจึงเป็น



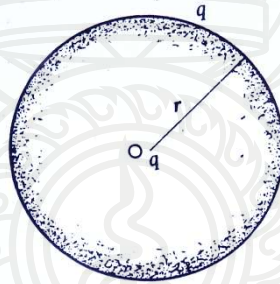
$$1 \text{ ไมโครฟารัด } (\mu\text{F}) = 10^{-6} \text{ ฟารัด}$$

$$1 \text{ ไมโครไมโครฟารัด } (\mu\mu\text{F}) = 10^{-12} \text{ ฟารัด หรือที่รู้จักคือ 1พิโคฟารัด (pF)}$$

สรุปแล้วความจุไฟฟ้าของตัวนำนิยามจากอัตราส่วนระหว่างประจุบนตัวนำต่อศักย์ไฟฟ้าที่ผิวตัวนำ หรืออีกนัยหนึ่งคือปริมาณประจุบนตัวนำที่ทำให้เกิดศักย์ไฟฟ้าขึ้นที่ผิวตัวนำ 1 โวลต์ ตัวนำที่เก็บประจุไว้เรียกว่า ตัวเก็บประจุ (Capacitor)

### ความจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลม (Capacitance of an isolated sphere)

พิจารณาตัวนำทรงกลมรัศมี  $r$  มีประจุ  $q$  และให้อยู่ในสุญญากาศหรืออากาศดังภาพที่ 1.32



ภาพที่ 1.32 แสดงตัวนำทรงกลมรัศมี  $r$  มีประจุ  $q$  วางอยู่ในสุญญากาศหรืออากาศ  
ที่มา: Gupta, 2002: 115

ประจุที่อยู่บนผิวของตัวนำอาจจะสมมติให้ไปอยู่ ณ จุดศูนย์กลางของทรงกลม  $O$  ดังนั้น ศักย์ไฟฟ้าที่จุดต่าง ๆ บนพื้นผิวของตัวนำจะเป็น

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

ดังนั้นความจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมที่อยู่ในสุญญากาศหรืออากาศจะเป็น

$$C = \frac{q}{V} = q / \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} \right)$$

หรือ

$$C = 4\pi\epsilon_0 r \quad (1.73)$$

ดังนั้นความจุไฟฟ้าของทรงกลมตัวนำคือ  $4\pi\epsilon_0 r$  เท่าของรัศมีของทรงกลมตัวนำ (Jewett & Serway, 2014: 779) จากสมการ (1.73) ค่าสภาพยอมไดอิเล็กทริกอาจมีหน่วยเป็น ฟารัด.เมตร<sup>-1</sup> (F.m<sup>-1</sup>) เพราะรัศมี  $r$  มีหน่วยเป็น เมตรและ  $C$  มีหน่วยเป็นฟารัด

ตัวอย่าง 1.22 สมมติให้โลกเป็นทรงกลมตัวนำมีรัศมี 6400 กิโลเมตร จงหาค่าความจุ  $C$  กำหนดให้

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

วิธีทำ จาก  $C = 4\pi\epsilon_0 r = \frac{1}{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 7.11 \times 10^{-4} \text{ F} = 711 \mu\text{F}$

ตัวอย่าง 1.23 จงอธิบายโลหะทรงกลมรัศมี 1 เซนติเมตรจะสามารถเก็บประจุขนาด 1 คูลอมป์ได้หรือไม่?

วิธีทำ ความจุไฟฟ้าของตัวนำทรงกลม  $C = 4\pi\epsilon_0 r = \frac{1}{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}} \times 0.01 \text{ m}$

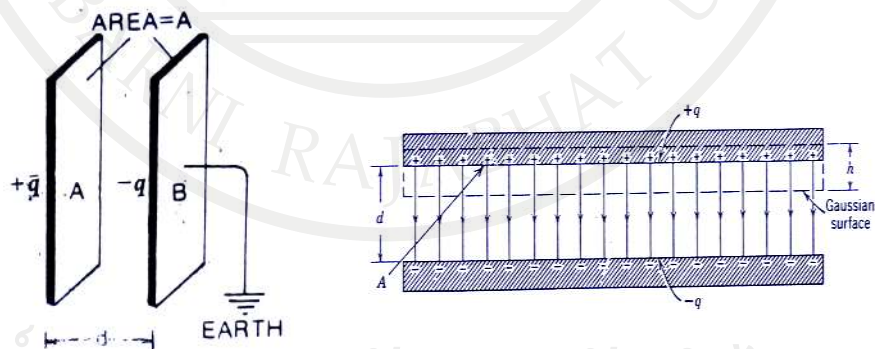
ศักย์ไฟฟ้าของโลหะทรงกลมเมื่อให้ประจุ 1 คูลอมป์แก่โลหะทรงกลม

$$V = \frac{q}{C} = \frac{1 \text{ C} \times 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}}{0.01 \text{ m}} = 9 \times 10^{11} \text{ V}$$

จากค่าที่คำนวณได้โลหะทรงกลมจะไม่สามารถเก็บประจุ 1 คูลอมป์ได้ด้วยเหตุผลเพราะว่าแม้กระทั่งก่อนที่ศักย์ไฟฟ้าจะถึง  $9 \times 10^9$  โวลต์อากาศรอบ ๆ โลหะทรงกลมจะแตกตัวกลายเป็นไอออนและประจุจะถ่ายเทสู่ภาวะรอบ ๆ ของทรงกลม

### ตัวเก็บประจุแผ่นขนาน (Parallel plate capacitor)

ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานเป็นตัวเก็บประจุที่ถูกนำมาใช้งานในวงจรไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์มากที่สุด ตัวเก็บประจุชนิดนี้ประกอบด้วยแผ่นตัวนำคู่ขนาน 2 แผ่นมีพื้นที่เท่ากันวางห่างกันเป็นระยะ  $d$  (ซึ่งระยะห่าง  $d$  นี้มีขนาดเล็กมาก ๆ เมื่อเทียบกับพื้นที่ของแผ่นประจุ) ดังภาพที่ 1.33 (ซ้าย) และด้วยคุณสมบัตินี้ ดังนั้นความเข้มของสนามไฟฟ้า  $E$  ระหว่างแผ่นจะถือได้ว่าสม่ำเสมอตลอดและเส้นแรงตรงขอบจะโค้งน้อยมาก จนถือว่าไม่มีการโค้งของสนามไฟฟ้าเลยก็ได้ดังแสดงในภาพที่ 1.33 (ขวา)



ภาพที่ 1.33 (ซ้าย) แสดงตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนาน (ขวา) แสดงสนามไฟฟ้าของแผ่นคู่ขนาน

ที่มา: Gupta, 2002: 116, Halliday & Resnick, 1966: 745

ถ้าหากให้ประจุ  $+q$  แก่แผ่น A ดังนั้นประจุ  $-q$  ก็จะถูกเหนี่ยวนำบนด้านซ้ายของแผ่น B และประจุ  $+q$  จะอยู่ด้านขวาของแผ่น B และเมื่อกราวด์ ประจุ  $+q$  ด้านขวาของแผ่น B ก็จะเลื่อนสู่กราวด์ ดังนั้นก็จะคงเหลือประจุ  $+q$  บนแผ่น A และประจุ  $-q$  บนแผ่น B สนามไฟฟ้าก็จะเกิดขึ้นระหว่างสองแผ่น ถ้า  $\sigma$  คือ ความหนาแน่นเชิงพื้นที่ (Surface charge density) ของแผ่นประจุขนาดสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นประจุคือ

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (1.74)$$

เมื่อ  $\epsilon_0$  คือค่าสภาพยอมของสุญญากาศ (Absolute permittivity of free space) และขนาดสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นประจุยังสามารถเป็น

$$E = \frac{dV}{dr}$$

สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอบริเวณแผ่นประจุ 2 แผ่น และตั้งฉากกับแผ่นประจุทั้งสองดังนั้นความต่างศักย์ระหว่างแผ่นประจุทั้งสองคือ

$$E = \frac{V}{d} \text{ สำหรับสนามสม่ำเสมอ } \frac{dV}{dr} = \frac{V}{d}$$

หรือ

$$V = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d \quad (1.75)$$

จาก  $\sigma = \frac{q}{A}$  จากสมการ (1.75) จะได้

$$V = \frac{qd}{\epsilon_0 A} \quad (1.76)$$

ให้  $C$  คือความจุของตัวเก็บประจุแผ่นขนาน แล้วจะได้ (Jewett & Serway, 2014: 780)

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{qd / \epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (1.77)$$

สมการ (1.77) คือค่าความจุของตัวเก็บประจุแบบขนานเมื่ออยู่ในอากาศหรือสุญญากาศแต่ถ้าหากว่าอยู่ในตัวกลางอื่น ๆ แล้วค่า  $K$  คือค่าไดอิเล็กทริกของตัวกลางนั้น ๆ คือ

$$C = \frac{\epsilon_0 K A}{d} \quad (1.78)$$

ตัวเก็บประจุที่เจาะจงค่าความจุจะใช้สัญลักษณ์ดังรูป 1.34 (ซ้าย) ส่วนในกรณีที่ค่าความจุที่ปรับค่าได้จะใช้สัญลักษณ์ดังภาพ 1.34 (ขวา)



ภาพที่ 1.34 (ซ้าย) ตัวเก็บประจุที่ปรับค่าไม่ได้ และ (ขวา) ตัวเก็บประจุที่ปรับค่าได้  
ที่มา: Gupta, 2002: 117

ตัวอย่าง 1.24 แผ่นตัวนำขนาน 2 แผ่นถูกคั่นด้วยอากาศวางห่างกัน 10 มิลลิเมตร พื้นที่ของแผ่นตัวนำต้องเป็นเท่าไร ถ้าต้องการความจุไฟฟ้าขนาด 1.0 ฟารัด

วิธีทำ จาก 
$$A = \frac{dC}{\epsilon_0}$$

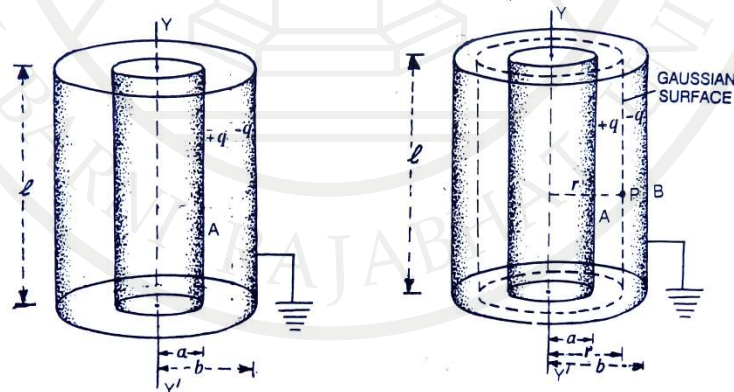
$$= \frac{(1.0 \times 10^{-3} \text{ m})(1.0 \text{ F})}{8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} - \text{m}^2}$$

$$= 1.1 \times 10^8 \text{ m}^2$$

พื้นที่ขนาดนี้ถ้าเป็นจัตุรัสจะต้องยาวด้านละมากกว่า 6 ไมล์แสดงว่าหน่วยฟารัดใหญ่เกินไป

### ตัวเก็บประจุแบบทรงกระบอก (Cylindrical capacitor)

ตัวเก็บประจุแบบทรงกระบอกประกอบด้วยทรงกระบอกยาว  $l$  สองอันซึ่งมีแกนร่วมกันดังภาพที่ 1.35 ซึ่งแสดงภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุมีรัศมี  $a$  และ  $b$  จงหาความจุไฟฟ้าของตัวเก็บประจุชนิดนี้ โดยสมมติว่าตัวเก็บประจุยาวมาก  $l \gg b$  เพื่อที่จะตัดผลของการโป่งออกของเส้นแรงไฟฟ้าที่ปลายทิ้งไป



ภาพที่ 1.35 ภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุแบบทรงกระบอกรัศมี  $r$  ยาว  $l$  เส้นปะเป็น

ภาคตัดขวางของผิวแบบเกาส์

ที่มา: Gupta, 2002: 120

สร้างผิวแบบเกาส์รูปทรงกระบอกปิดหัวท้ายรัศมี  $r$  ที่มีแกนร่วมกันกับตัวเก็บประจุและยาว  $l$

จากกฎของเกาส์ 
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q$$

เส้นแรงจะพุ่งผ่านผิวด้านข้างของทรงกระบอก แต่จะไม่ผ่านผิวปิดที่หัวท้ายดังนั้น

$$e_0 E (2\pi r l) = q$$

$$E = \frac{q}{2\pi e_0 r l}$$

ความต่างศักย์ระหว่างทรงกระบอกหาได้จากสมการ และมีทิศตรงข้ามกัน

$$V = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_a^b E dr$$

$$= - \int_a^b \frac{q}{2\pi e_0 l r} dr$$

$$V = \frac{q}{2\pi e_0 l} \ln \frac{b}{a}$$

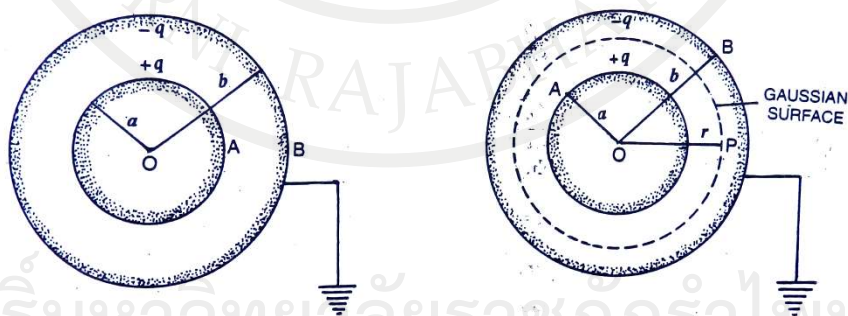
และความจุไฟฟ้า

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi e_0 l}{\ln(b/a)}$$

จะเห็นได้ว่าความจุของตัวเก็บประจุจะมีค่าขึ้นกับลักษณะทางเรขาคณิตเท่านั้นในกรณีนี้ความจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าของ  $l$ ,  $b$  และ  $a$

### ตัวเก็บประจุแบบทรงกลม (Spherical capacitor)

จากภาพที่ 1.36 แสดงภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุแบบตัวนำทรงกลม 2 อันรัศมี  $a$  และ  $b$  ตามลำดับ มีจุดศูนย์กลางร่วมกันเมื่อกราวด์ทรงกลมรัศมี  $b$  และอีกทรงกลมตัวนำรัศมี  $a$  จะใช้ในการเก็บประจุบนตัวนำนี้ (ตัวนำทรงกลม 2 อันมีระยะห่างกันน้อยมาก)



ภาพที่ 1.36 ภาคตัดขวางของตัวเก็บประจุแบบทรงกลม

ที่มา: Gupta, 2002: 118



เมื่อให้ประจุ  $+q$  แก่ทรงกลมตัวนำด้านในซึ่งประจุนี้จะเหนี่ยวนำประจุ  $-q$  เกิดบนผิวด้านในของผิวทรงกลม B และ  $+q$  ตรงผิวนอกของ B และเมื่อกราวด์ B ประจุ  $+q$  ก็จะเคลื่อนลงสู่กราวด์ ถ้า  $V$  คือความต่างศักย์ระหว่างทรงกลมตัวนำทั้งสอง A และ B ดังนั้นความจุของตัวเก็บประจุแบบทรงกลมคือ

$$C = \frac{q}{V}$$

ขั้นต่อไปคือการหาความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างตัวนำทรงกลมทั้งสองดังที่ทราบมาแล้วว่าในกรณีตัวเก็บประจุแบบขนาน สนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นเก็บประจุจะสม่ำเสมอและความต่างศักย์ระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสองจึงง่ายคือ  $Ed$  แต่ในพื้นที่ระหว่างตัวนำทรงกลมสนามไฟฟ้าเป็นแบบไม่สม่ำเสมอ ดังนั้นจึงให้

$$E = \frac{dV}{dr} \quad (\text{ขนาด})$$

$$dV = E dr$$

ความต่างศักย์ไฟฟ้า  $V$  ระหว่าง 2 ทรงกลม A และ B สามารถหาได้โดยการอินทิเกรต

$$V = \int_a^b dV = \int_a^b E dr \quad (1.79)$$

ในการหาค่า  $V$  จะต้องหาค่าสนามไฟฟ้า  $E$  ตรงจุด P ระหว่าง 2 ทรงกลมและกำหนดให้  $r$  คือระยะจากจุด 0 ถึงจุด P พิจารณาผิวเกาส์เซียนรูปทรงกลมรัศมี  $r$  มีจุดศูนย์กลางร่วมกับตัวนำทรงกลมทั้งสอง ผิวเกาส์เซียนอยู่ใกล้กับทรงกลม A และประจุที่ถูกคลุมด้วยผิวเกาส์เซียนคือ  $q$  จากกฎของเกาส์ ฟลักซ์ไฟฟ้าที่มุ่งสู่ผิวเกาส์เซียนคือ

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1.80)$$

ขนาดของสนามไฟฟ้าบนผิวเกาส์เซียนจะเท่ากันทุก ๆ จุด ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \Phi &= E \times \text{พื้นที่ผิวของผิวเกาส์เซียน} \\ \Phi &= E \times 4\pi r^2 \end{aligned} \quad (1.81)$$

จากสมการ (1.80) และ (1.81) จะได้

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (1.82)$$

แทนค่า  $E$  จาก (1.82) ใน (1.79) จะได้

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b r^{-2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{r^{-1}}{-1} \right]_a^b = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{-1}{r} \right]_a^b \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{-1}{b} + \frac{1}{a} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{b-a}{ab} \right) \end{aligned}$$

ดังนั้นความจุของตัวเก็บประจุแบบทรงกลม



$$C = \frac{q}{V} = q / \left( \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left( \frac{b-a}{ab} \right) \right)$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{ab}{b-a} \right) \quad (1.83)$$

จากค่าความจุของทรงกลมตัวนำรัศมี  $a$  คือ  $C' = 4\pi\epsilon_0 a$  (1.84)

ดังนั้น  $\frac{ab}{b-a} > a$  ทำให้สมการ (1.83)  $>$  (1.84) หรือ  $C > C'$  สรุปแล้วแสดงถึงการจัดเรียงของทรงกลมแบบ 2 อันที่อธิบายมาแล้วสามารถเพิ่มความจุของตัวนำแบบทรงกลมได้

ตัวอย่าง 1.25 ชั้นบรรยากาศชั้นสตราโตสเฟียร์ (Stratosphere) มีคุณสมบัติเป็นชั้นที่เป็นตัวนำของโลก ถ้าชั้นบรรยากาศชั้นนี้สูงจากผิวของโลกขึ้นไป 50 กิโลเมตร จงคำนวณหาความจุของชั้นบรรยากาศระหว่างชั้นบรรยากาศและผิวโลก กำหนดให้รัศมีโลกเท่ากับ 6,400 กิโลเมตร

วิธีทำ จากสมการ (1.83) ค่าความจุของตัวนำทรงกลม  $C = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{ab}{b-a}$

ให้  $b$  คือรัศมีชั้นสูงสุดของชั้นสตราโตสเฟียร์  $= 6,400\text{km} + 50\text{km} = 6.45 \times 10^6\text{m}$

$a$  คือรัศมีของโลก  $= 6,400\text{km} = 6.4 \times 10^6\text{m}$

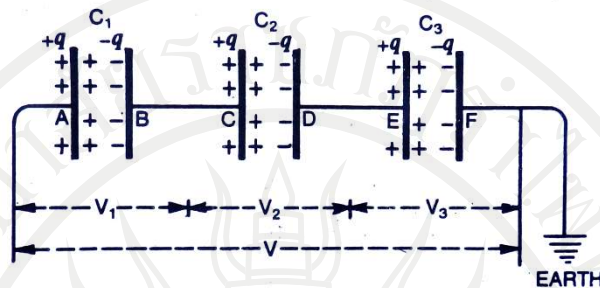
$$C = \frac{1}{9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}} \times \frac{6.45 \times 10^6\text{m} \times 6.4 \times 10^6\text{m}}{6.45 \times 10^6\text{m} - 6.4 \times 10^6\text{m}}$$

$$= 0.092\text{F}$$

### การต่อตัวเก็บประจุ

การต่อตัวเก็บประจุ (Grouping of Capacitor) มี 2 แบบคือ (1) ต่อกันแบบอนุกรม (Capacitors in series) และ (2) ต่อกันแบบขนาน (Capacitors in parallel) และเมื่อตัวเก็บประจุต่อกันแบบอนุกรมแล้วค่าความจุสุทธิจะลดลงและในขณะเดียวกันเมื่อต่อกันแบบขนานค่าความจุสุทธิจะเพิ่มขึ้นรายละเอียดมีดังนี้

การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรม (Capacitors in series)



ภาพที่ 1.37 วิธีการต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรม

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 794

ภาพที่ 1.37 แสดงถึงวิธีการต่อตัวเก็บประจุ 3 ตัว  $C_1, C_2, C_3$  แบบอนุกรม เมื่อให้ประจุ  $+q$  แก่แผ่นประจุ  $A$  ของตัวเก็บประจุ  $C_1$  แล้วประจุนี้จะเหนี่ยวนำทำให้เกิดประจุ  $-q$  บนแผ่น  $B$  ทางผิวหน้าด้านซ้ายและประจุ  $+q$  บนด้านขวาของแผ่น  $B$  ดังนั้นแผ่น  $C$  ของตัวเก็บประจุ  $C_2$  ก็จะได้ประจุ  $+q$  บนมันแล้วจะเหนี่ยวนำประจุ  $-q$  ด้านซ้ายของแผ่น  $D$  และประจุ  $+q$  บนแผ่น  $E$  ของตัวนำ  $C_3$  ซึ่งก็เกิดการเหนี่ยวนำประจุ  $-q$  ทางด้านซ้ายของแผ่น  $F$  เมื่อกราวด์ประจุ  $+q$  เหนี่ยวนำทางด้านขวาก็จะลงสู่กราวด์ ดังนั้นตัวเก็บประจุ 3 ตัวจะมีประจุสุทธิ  $+q$  เท่ากันกับประจุ  $+q$  ที่ให้กับตัวเก็บประจุตัวแรก  $C_1$  (Gupta, 2002: 122)

กำหนดให้  $V_1, V_2$  และ  $V_3$  คือความต่างศักย์ไฟฟ้าของตัวเก็บประจุทั้งสามดังนั้นความต่างศักย์คร่อม  $V$  ของการต่อแบบอนุกรม

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

จากนิยามค่าของความจุ  $V_1 = \frac{q}{C_1}; V_2 = \frac{q}{C_2}$  และ  $V_3 = \frac{q}{C_3}$

ดังนั้น

$$V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

$$V = q \left[ \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right] \quad (1.85)$$

ถ้า  $C$  คือค่าความจุของการต่อแบบอนุกรมดังนั้นความต่างศักย์คร่อมจะเป็น

$$V = \frac{q}{C} \quad (1.86)$$

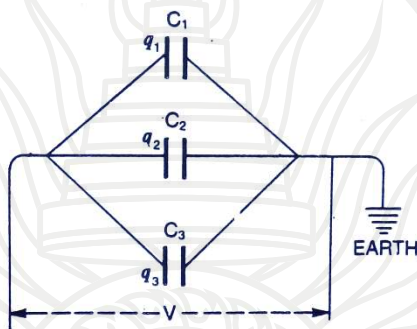
จากสมการ (1.85) และ (1.86) จะได้ (Young & Freedman, 2012: 794)

$$\frac{q}{C} = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

หรือ

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad (1.87)$$

การต่อตัวเก็บประจุแบบขนาน (Capacitors in parallel)



ภาพที่ 1.38 วิธีการต่อตัวเก็บประจุแบบขนาน

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 795

จากภาพที่ 1.38 แสดงถึงวิธีการต่อตัวเก็บประจุ 3 ตัว  $C_1, C_2, C_3$  แบบขนานแผ่นหนึ่งของแต่ละตัวเก็บประจุต่อกับแหล่งกำเนิด (แบตเตอรี่, e.m.f) และอีกแผ่นหนึ่งของแต่ละตัวเก็บประจุต่อกราวด์ (Earth) ด้วยคุณสมบัติแบบนี้ทุกตัวเก็บประจุต่อโดยตรงกับแหล่งกำเนิดและกราวด์ ดังนั้นความต่างศักย์คร่อมของแต่ละตัวเก็บประจุจึงเท่ากันทั้ง 3 ตัว (Gupta, 2002: 123) ถ้า  $V$  คือความต่างศักย์คร่อมประจุ  $q_1, q_2$  และ  $q_3$

$$q_1 = C_1 V; q_2 = C_2 V \text{ และ } q_3 = C_3 V$$

ประจุสุทธิบนการรวมกันแบบขนาน  $q = q_1 + q_2 + q_3$

หรือ

$$q = C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

$$q = (C_1 + C_2 + C_3) V \quad (1.88)$$

ถ้า  $C$  คือความจุของการต่อแบบขนาน ดังนั้น  $q = CV$  (1.89)

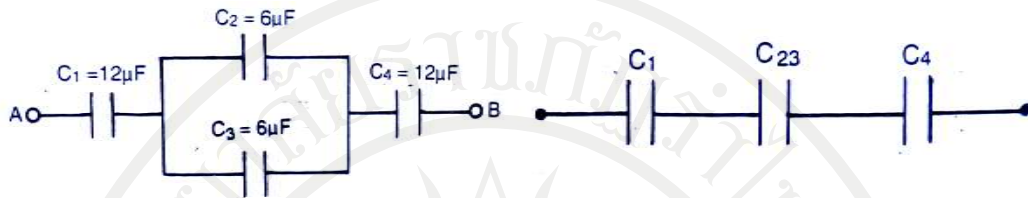
จากสมการ (1.88) และ (1.89) (Young & Freedman, 2012: 795)

$$CV = (C_1 + C_2 + C_3) V$$

หรือ

$$C = C_1 + C_2 + C_3 \quad (1.90)$$

ตัวอย่าง 1.26 จงหาความจุลัพท์ของตัวเก็บประจุต่อกันดังแสดงในภาพ



ภาพที่ 1.39 ประกอบตัวอย่าง 1.26

ที่มา: Gupta, 2002: 124

วิธีทำ  $C_{23}$  คือค่าความจุของตัวเก็บประจุ  $C_2$  และ  $C_3$  ต่อกันแบบขนาน ดังนั้น

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 6 \mu F + 6 \mu F = 12 \mu F$$

ถ้า  $C$  คือค่าความจุสุทธิจากการรวมกันแบบอนุกรมของ  $C_1, C_{23}, C_4$  ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} \\ \frac{1}{C} &= \frac{1}{12 \mu F} + \frac{1}{12 \mu F} + \frac{1}{12 \mu F} \\ C &= 4 \mu F \end{aligned}$$

### พลังงานสะสมในการให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ

เมื่อต่อขาของตัวเก็บประจุเข้ากับแบตเตอรี่ ดังนั้นขาหนึ่งเป็นขั้วบวกต่อเข้ากับขั้วบวกของแบตเตอรี่ อีกขาหนึ่งเป็นขั้วลบต่อที่ขั้วลบของแบตเตอรี่ แผ่นทั้งคู่ของตัวเก็บประจุมีประจุไฟฟ้าอยู่เล็กน้อยเพียงใด เมื่อเริ่มต้นแผ่นโลหะทั้งสองเป็นกลาง พอให้ประจุแผ่นบวกมีประจุไฟฟ้าเท่าไรก็จะเหนี่ยวนำให้เกิดประจุลบเท่ากันบนอีกแผ่นหนึ่ง ปริมาณประจุนบนตัวเก็บประจุขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายอย่าง จากการทดลองพบว่าถ้าความต่างศักย์ของแบตเตอรี่เพิ่มขึ้นประจุนบนตัวเก็บประจุก็จะมีมากตามไปด้วย ดังนั้นถ้า  $q$  เป็นปริมาณประจุ และ  $V$  เป็นความต่างศักย์ระหว่างแผ่นโลหะคู่ (ได้มาจากแบตเตอรี่) จะได้ว่า (Young & Freedman, 2012: 797)

$$q = CV$$

สมมติแบตเตอรี่ให้ประจุ  $dq$  แก่ตัวเก็บประจุที่ศักย์ไฟฟ้าคงที่  $V$  ดังนั้นจากนิยามของ ความต่างศักย์ งานเล็ก ๆ ที่กระทำโดยแบตเตอรี่คือ

$$dW = Vdq = \frac{q}{C}dq$$

ดังนั้นงานทั้งหมดที่กระทำต่อการส่งประจุ  $q$  ถึงตัวเก็บประจุ (Jewett & Serway, 2014: 787)

$$W = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = \frac{1}{C} \left[ \frac{q^2}{2} \right]_0^q = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

งานนี้สะสมอยู่ในตัวเก็บประจุในรูปของพลังงานศักย์ไฟฟ้า ดังนั้นพลังงานที่สะสม

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} \quad (1.91)$$

แทน  $q (= CV)$  ลงในสมการ

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{(CV)^2}{C}$$

หรือ

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad (1.92)$$

แทน  $C \left( = \frac{q}{V} \right)$  ลงในสมการ

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{V} V^2$$

หรือ

$$U = \frac{1}{2} qV \quad (1.93)$$

ดังนั้นพลังงานสะสมในตัวเก็บประจุ (Young & Freedman, 2012: 797)

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV \quad (1.94)$$

ตัวอย่าง 1.27 ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานแต่ละแผ่นเก็บประจุมีพื้นที่  $90$  ตารางเซนติเมตรและห่างกัน  $2.5$  มิลลิเมตร ตัวเก็บประจุต่อกับแบตเตอรี่ขนาด  $400$  โวลต์ จงหาพลังงานที่เก็บในตัวเก็บประจุมีขนาดเท่าใด

วิธีทำ  $A = 90 \text{ cm}^2 = 90 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ;  $d = 2.5 \text{ mm} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ;  $V = 400 \text{ volt}$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \times 90 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{2.5 \times 10^{-3} \text{ m}} = 3.187 \times 10^{-11} \text{ F}$$

$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 3.187 \times 10^{-11} \text{ F} \times (400 \text{ V})^2 = 2.55 \times 10^{-6} \text{ J}$$

### พลังงานที่สูญเสียจากการให้ประจุระหว่างตัวเก็บประจุ 2 ตัว

พิจารณาตัวเก็บประจุ 2 ตัวมีค่าความจุ  $C_1, C_2$  และศักย์ไฟฟ้า  $V_1, V_2$  ตามลำดับตั้งนั้น พลังงานทั้งหมดของตัวเก็บประจุ 2 ตัวจะเป็นดังนี้ ก่อนที่จะต่อตัวเก็บประจุเข้าด้วยกัน

$$U = U_1 + U_2 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2$$

เมื่อต่อตัวเก็บประจุเข้าด้วยกัน ตั้งนั้น

ประจุทั้งหมด  $q = q_1 + q_2 = C_1V_1 + C_2V_2$

ความจุทั้งหมด  $C = C_1 + C_2$

ตั้งนั้นพลังงานทั้งหมดของ 2 ตัวเก็บประจุหลังจากเชื่อมต่อกัน

$$U' = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{(C_1V_1 + C_2V_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$$

ตั้งนั้น

$$\begin{aligned} U - U' &= \left( \frac{1}{2}C_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2 \right) - \frac{(C_1V_1 + C_2V_2)^2}{2(C_1 + C_2)} \\ &= \frac{C_1^2V_1^2 + C_1C_2V_1^2 + C_1C_2V_2^2 + C_2^2V_2^2 - (C_1V_1 + C_2V_2)^2}{2(C_1 + C_2)} \\ &= \frac{C_1C_2(V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2)}{2(C_1 + C_2)} \\ &= \frac{C_1C_2(V_1 - V_2)^2}{2(C_1 + C_2)} \\ &= \text{ปริมาณเป็นบวก} \end{aligned}$$

ตั้งนั้น  $U - U'$  มีค่าเป็นบวกหมายถึงมีการสูญเสียพลังงานในการต่อกันของตัวเก็บประจุ



### ค่าคงตัวไดอิเล็กทริก

ไดอิเล็กทริก (Dielectric) ได้แก่ตัวกลางที่เป็นฉนวนไฟฟ้าสอดอยู่ระหว่างแผ่นขนานของตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานเพื่อป้องกันมิให้ประจุระหว่างแผ่นขนานเคลื่อนที่เข้าหากัน ไดอิเล็กทริกมีค่าสภาพยอมสูงกว่าอากาศหรือสุญญากาศมาก ในการบอกค่าสภาพยอมของไดอิเล็กทริกโดยทั่วไปจะบอกเป็นค่าเปรียบเทียบกับค่าสภาพยอมของอากาศหรือสุญญากาศดังนี้

$$\epsilon = K\epsilon_0; K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (1.95)$$

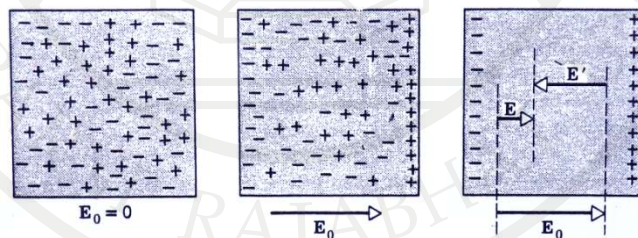
$K$  เป็นตัวเลขที่แสดงว่าค่าสภาพยอมของไดอิเล็กทริกเป็นกี่เท่าของอากาศหรือสุญญากาศ เรียก  $K$  นี้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ไดอิเล็กทริก (Dielectric coefficient) สารไดอิเล็กทริกชนิดหนึ่ง ๆ มีค่าคงตัวไดอิเล็กทริกเพียงค่าเดียวแต่จะมีค่าต่างกันสำหรับสารไดอิเล็กทริกต่างชนิดกัน ค่าคงตัวไดอิเล็กทริกของสารไดอิเล็กทริกบางชนิดแสดงดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 แสดงค่าคงตัวไดอิเล็กทริกของสารไดอิเล็กทริกบางชนิด ที่อุณหภูมิ 20 °C

สาร	ค่าคงตัวไดอิเล็กทริก
สุญญากาศ	1
อากาศ (1 atm)	1.00059
อากาศ (100 atm)	1.0548
เทฟลอน	2.1
โพลีเอทิลีน	2.25
เบนซิน	2.28
ไม้ก้ำ	3-6
ไมลาร์	3.1
โพลีไวนิลฟลูออไรด์	3.18
แฟลคซิกลาส	3.40
แก้ว	5.10
นีโอพรีน	6.70
เจอร์มาเนียม	16
กลีเซอรีน	80.4
สตรอนเนียมไททานेट	310

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 801

สารไดอิเล็กทริกคือสารจำพวกที่ขณะอยู่ในสนามไฟฟ้าจะถูกชักนำให้เกิดขั้วคู่ไฟฟ้าและการเรียงตัวจับกลุ่มของขั้วคู่จะก่อให้เกิดสนามไฟฟ้าภายในไดอิเล็กทริกซึ่งจะมีทิศทางสวนทางกับทิศของสนามไฟฟ้าแรก (สนามไฟฟ้าชักนำ) ดังแสดงดังภาพที่ 1.40



ภาพที่ 1.40 (ซ้าย) ประจุบวกและประจุลบอยู่ปนกันอย่างไม่เป็นระเบียบในสารไดอิเล็กทริกเมื่อไม่มีสนามไฟฟ้าภายนอก ( $E_0=0$ ) (กลาง) เมื่อมีสนามไฟฟ้าภายนอก  $E_0$  ประจุบวกและประจุลบในสารไดอิเล็กทริกเริ่มจัดเรียงตัว (ขวา) ประจุตามผิวสารไดอิเล็กทริกสร้างสนาม  $E'$  ต้านสนามภายนอก  $E_0$

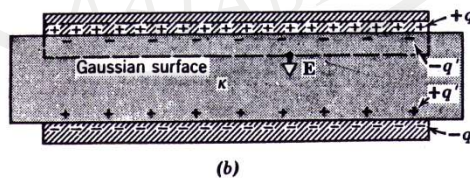
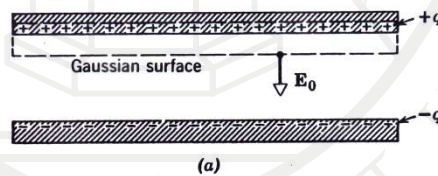
ที่มา: Halliday & Resnick, 1966: 752

จากภาพที่ 1.40 (ซ้าย) พบว่าประจุบวกและลบกระจายอยู่ปนกันอย่างไม่เป็นระเบียบในสารไดอิเล็กทริก (กลาง) เมื่อนำแผ่นไดอิเล็กทริกนั้นไปไว้ในสนามภายนอก  $E_0$  ของตัวเก็บประจุแผ่นขนาน (ไม่ได้แสดงในภาพ) ศูนย์กลางของประจุบวกและประจุลบจะแยกออกจากเดิมเล็กน้อย ทำให้เกิดประจุตามผิวขึ้นแต่ประจุผลรวมในส่วนอื่น ๆ ของแผ่นไดอิเล็กทริกยังคงเป็นศูนย์อยู่ (ขวา) ประจุตามผิวนี้จะสร้างสนาม  $E'$  ต้านสนามภายนอก  $E_0$  ที่เกิดจากประจุของตัวเก็บประจุ ทำให้สนามไฟฟ้าผลรวม  $E (= E_0 + E')$  ในไดอิเล็กทริกจึงมีค่าต่ำกว่า  $E_0$  (Jewett & Serway, 2014: 796)

ดังนั้น 
$$\frac{E_0}{E_d} = \frac{V_0}{V_d} = \frac{E_0}{E} \quad (E = Ed) \quad (1.96)$$

### ไดอิเล็กทริกและกฎของเกาส์

ดังที่ทราบอยู่แล้วว่าไดอิเล็กทริกคือฉนวนที่ใช้ในตัวเก็บประจุ แผ่นโลหะคู่ขนานที่มีไดอิเล็กทริกอยู่กลางจะใช้กับความต่างศักย์ได้สูงกว่าตัวเก็บประจุที่มีอากาศกั้นกลางเนื่องจากไม่เกิดประกายไฟฟ้า กล่าวได้ว่าไดอิเล็กทริกเพิ่มความจุของตัวเก็บประจุได้ ภาพที่ 1.41 แสดงตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่มีและไม่มีไดอิเล็กทริกอันมีค่าคงตัวไดอิเล็กทริก (Dielectric constant,  $K$ ) กำหนดให้ตัวเก็บประจุทั้งสองนี้สะสมประจุ  $q$  บนแผ่นตัวนำของมันไว้เท่ากันแล้วสร้างผิวเกาส์เขียนในลักษณะดังภาพ



ภาพที่ 1.41 (a) ตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่ไม่มีไดอิเล็กทริก (b) ตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่มีไดอิเล็กทริก และตัวเก็บประจุทั้งสองตัวสะสมประจุไว้เท่ากัน

ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2014: 735

เมื่อใช้กฎของเกาส์กับตัวเก็บประจุที่ไม่มีไดอิเล็กทริกจะได้

$$\begin{aligned} e_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= q \\ \varepsilon_0 E_0 A &= q \\ E_0 &= \frac{q}{\varepsilon_0 A} \end{aligned} \quad (1.97)$$

เมื่อ  $E_0$  สนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่ไม่มีไดอิเล็กทริกและ  $A$  พื้นที่ของแผ่นตัวเก็บประจุ ดังนั้นเมื่อใช้กฎของเกาส์กับตัวเก็บประจุที่มีไดอิเล็กทริกจะได้

$$\begin{aligned} e_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} &= q \\ \varepsilon_0 EA &= q - q' \\ E &= \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q'}{\varepsilon_0 A} \end{aligned} \quad (1.98)$$

เมื่อ  $E$  คือสนามไฟฟ้าของตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่มีไดอิเล็กทริก  $-q'$  ประจุตามผิวที่ถูกเหนี่ยวนำขึ้นและ  $q$  คือประจุอิสระที่ตัวเก็บประจุสะสมไว้ประจุทั้งสองนี้มีเครื่องหมายต่างกันแต่อยู่ในผิวเกาส์เขียนอันเดียวกัน ดังนั้นประจุผลรวมภายในผิวเกาส์เขียนจึงเป็น  $q - q'$

จากสมการ 
$$E = \frac{E_0}{K} \quad (1.99)$$

แทนค่า  $E_0$  จากสมการ (1.97) จะได้

$$E = \frac{q}{K\varepsilon_0 A} \quad (1.100)$$

$$\frac{q}{K\varepsilon_0 A} = \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q'}{\varepsilon_0 A} \quad (1.101)$$

หรือ 
$$q' = q \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \quad (1.102)$$

แสดงให้เห็นว่าประจุเหนี่ยวนำ  $q'$  ต่อกน้อยกว่าประจุอิสระ  $q$  เสมอและจะเป็นศูนย์เมื่อไม่มีไดอิเล็กทริกอยู่คือในกรณีของ  $K = 1$  นั่นเอง

ดังนั้นกฎของเกาส์ที่สอดคล้องกับภาพ 1.41 (ล่าง) คือ

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q - q' \quad (1.103)$$

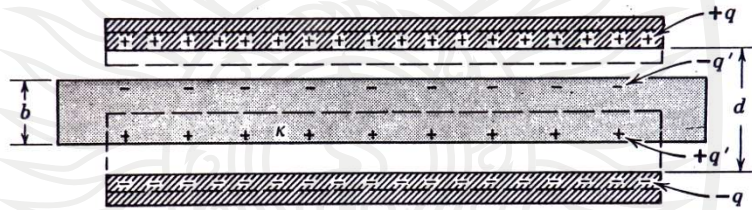
$q - q'$  คือประจุลัพธ์ภายในผิวเกาส์เขียนแทนค่า  $q'$  ตามสมการ(1.102) จะได้

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \quad (1.104)$$

สูตรนี้แม้จะได้มาจากตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานแต่สูตรนี้ก็จริงโดยทั่ว ๆ ไป กฎของเกาส์จะเขียนอยู่ในรูปสมการ (1.104) เสมอเมื่อมีสารไดอิเล็กทริกมาเกี่ยวข้องขอให้สังเกตว่า

1. มีการใส่ตัวคูณ  $K$  เพิ่มลงไปในการอินทิเกรตค่าของฟลักซ์
2. ประจุ  $q$  ที่อยู่ในผิวแบบเกาส์เขียนคือประจุอิสระเท่านั้น ไม่คิดประจุเหนี่ยวนำอย่างสมการ (1.103) เพราะในสมการ (1.104) ได้คิดไปแล้วโดยการเติมค่า  $K$  ลงไปในสมการซึ่งสามารถกล่าวได้ว่าสมการ (1.103) และสมการ (1.104) คือสมการเดียวกันนั่นเอง

ตัวอย่าง 1.27 ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานพื้นที่  $A$  ซึ่งระยะห่างระหว่างแผ่นเท่ากับ  $d$  ต่อกับแบตเตอรี่จนมีความต่างศักย์  $V_0$  ในขณะที่ไม่มีไดอิเล็กทริกอยู่ จากนั้นเอาแบตเตอรี่ออกแล้วใส่แผ่นไดอิเล็กทริกหนา  $b$  ซึ่งมีค่าไดอิเล็กทริก  $K$  เข้าไประหว่างแผ่นเก็บประจุดังภาพ



ภาพที่ 1.42 ตัวเก็บประจุแผ่นขนานที่มีแผ่นไดอิเล็กทริกสอดอยู่

ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2014: 737

กำหนดให้  $A = 100$  ตารางเซนติเมตร,  $d = 1.0$  เซนติเมตร,  $b = 0.50$  เซนติเมตร,  $K = 7.0$  และ  $V_0 = 100$  โวลต์ จงหา

- ค่าความจุไฟฟ้า  $C_0$  ก่อนใส่ไดอิเล็กทริก
- ประจุอิสระ  $q$  ที่สะสมอยู่
- ความเข้มของสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นเก็บประจุ ( $E_0$ )
- ความเข้มของสนามไฟฟ้าในไดอิเล็กทริก ( $E$ )
- ความต่างศักย์ระหว่างแผ่นของตัวเก็บประจุ ( $V$ )
- ความจุไฟฟ้าเมื่อมีไดอิเล็กทริกอยู่ ( $C$ )

วิธีทำ

$$(ก) \quad C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(10^{-2} \text{ m}^2)}{10^{-2} \text{ m}} = 8.9 \mu\text{F}$$

$$(ข) \quad q = C_0 V_0 = (8.9 \times 10^{-12} \text{ F})(100 \text{ V}) = 8.9 \times 10^{-10} \text{ C}$$

ลิขสิทธิ์ในหนังสือเรียนกลศาสตร์ไฟฟ้าของราล์ฟ ฟิสิกส์



เมื่อปลดแบตเตอรี่ออกหลังจากอัดประจุแล้วทำให้ถือได้ว่าประจุอิสระยังคงเท่าเดิมเมื่อใส่ไดอิเล็กทริกเข้าไป แต่ถ้าไม่ปลดแบตเตอรี่ออกจะอ้างเช่นนี้ไม่ได้

(ค) ในที่นี้  $K = 1$

$$\epsilon_0 \oint K \vec{E} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 E_0 A = q$$

$$\text{หรือ } E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{8.9 \times 10^{-10} \text{ C}}{(8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(10^{-2} \text{ m}^2)} = 1.0 \times 10^4 \text{ V/m}$$

แทนค่า  $K = 1$  เพราะว่าผิวที่อินทิเกรตไม่ผ่านไดอิเล็กทริกเลย ดังนั้นสนามของแผ่นเก็บประจุ  $E_0$  ยังคงเท่าเดิมไม่ว่าจะใส่ไดอิเล็กทริกเข้าไปหรือไม่ก็ตาม

$$(ง) \epsilon_0 \oint K \vec{E} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 K E A = q$$

$$E = \frac{q}{K \epsilon_0 A} = \frac{E_0}{K} = \frac{1.0 \times 10^4 \text{ V/m}}{7.0} = 0.14 \times 10^4 \text{ V/m}$$

$$(จ) V = - \int_{\text{Lower}}^{\text{Upper}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_L^U E \cos 180^\circ dl$$

$$= \int_L^U E dl = E_0 (d - b) + E_b$$

$$= (1.0 \times 10^4 \text{ V/m})(5 \times 10^{-3} \text{ m}) + (0.14 \times 10^4 \text{ V/m})(5 \times 10^{-3} \text{ m})$$

$$= 57 \text{ V}$$

จะเห็นว่าไม่เท่ากับศักย์ไฟฟ้าที่ให้ไว้ตอนแรกคือ 100 V

(ฉ) คำนวณความจุไฟฟ้าเมื่อมีไดอิเล็กทริกอยู่

$$C = \frac{q}{V} = \frac{8.9 \times 10^{-10} \text{ C}}{57 \text{ V}} = 16 \mu\text{F}$$

สรุปแล้วเมื่อใส่แผ่นไดอิเล็กทริกลงไปความต่างศักย์จะลดลงจาก 100V เป็น 57V ความจุไฟฟ้าจะเพิ่มจาก  $8.9 \mu\text{F}$  เป็น  $16 \mu\text{F}$  หรือเพิ่มขึ้นเป็น 1.8 เท่า ถ้าใส่ไดอิเล็กทริกให้เต็มช่องว่างระหว่างแผ่นตัวนำของตัวเก็บประจุแล้วจะทำให้ความจุเพิ่มขึ้นเป็น  $K(7)$  เท่าคือเป็น  $62 \mu\text{F}$



## สรุป

## แรงระหว่างประจุไฟฟ้า

แรงระหว่างประจุไฟฟ้าเป็นแรงกระทำร่วมกันทางไฟฟ้าระหว่างประจุที่เป็นจุดประจุ 2 ประจุเป็นสัดส่วนโดยตรงกับผลคูณของประจุทั้งสองและเป็นสัดส่วนผกผันผกผันกับกำลังสองของระยะทางระหว่างประจุ ทิศของแรงอยู่ในแนวเส้นตรงที่ต่อโยงประจุทั้งสองนั้น ขนาดของแรงระหว่างประจุไฟฟ้า  $q_1$  และ  $q_2$  ซึ่งอยู่ห่างกันเป็นระยะ  $r$  คือ

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

เมื่อ  $\epsilon_0$  คือสภาพยอมของสุญญากาศ (Permittivity of free space) แรงทางไฟฟ้าของประจุ 2 ประจุ มีสองชนิดคือแรงผลักเป็นแรงระหว่างประจุชนิดเดียวกันและแรงดูดเป็นแรงระหว่างประจุต่างชนิดกันซึ่งกฎของคูลอมบ์ในรูปแบบของเวกเตอร์สามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{21}$$

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

เมื่อ  $\mathbf{F}_{12}$  คือ แรงบนประจุ  $q_1$  และ  $q_2$ ,  $\hat{r}_{12}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยจากประจุ  $q_1$  ถึง  $q_2$

$\mathbf{F}_{21}$  คือ แรงบนประจุ  $q_2$  และ  $q_1$ ,  $\hat{r}_{21}$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยจากประจุ  $q_2$  ถึง  $q_1$

**สนามไฟฟ้า** คือบริเวณใด ๆ ก็ตามที่ปรากฏแรงระหว่างประจุ  $q$  กับประจุ  $q_0$  หรือคือ

แรงต่อหนึ่งหน่วยประจุ

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

**ฟลักซ์ไฟฟ้า** คือจำนวนเส้นแรงไฟฟ้าที่ผ่านพื้นที่ใด ๆ เรียกว่าฟลักซ์ไฟฟ้าบนพื้นที่ตั้งมีค่าตามสมการ

$$\mathbf{F}_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$\Phi_E$  เป็นฟลักซ์ไฟฟ้าบนพื้นที่  $S$  และ  $E$  เป็นความเข้มของสนามไฟฟ้าบนพื้นที่  $S$  และ  $ds$  คือหน่วยย่อยของพื้นที่  $S$

### กฎของเกาส์

กฎของเกาส์ได้กำหนดไว้ว่า “จำนวนฟลักซ์ไฟฟ้าทั้งหมดที่ออกมาจากพื้นที่ผิวปิดใด ๆ คูณด้วยค่า  $\epsilon_0$  จะมีค่าเท่ากับประจุทั้งหมดที่อยู่ภายในพื้นที่ผิวปิดนั้น” หรือ

$$\epsilon_0 \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = q$$

เครื่องหมายวงกลมบนเครื่องหมายอินทิเกรตหมายถึงอินทิเกรตทั่วผิวปิดนั่นเอง

### ความต่างศักย์ไฟฟ้า

ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุด B และ A ในสนามไฟฟ้านิยามจากงานต่อประจุทดสอบ  $q_0$  เคลื่อนที่จากจุด B ไป A ด้านแรงทางไฟฟ้าสถิต เนื่องจากสนามไฟฟ้า

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

เมื่อ  $V_B - V_A$  คือความต่างศักย์ระหว่าง B และ A ซึ่งเป็นจุดปลายทางและจุดต้นทางของเส้นทางใด ๆ จาก A ไป B โดยที่  $d\mathbf{l}$  ระยะกระจัดน้อย ๆ บนเส้นทางดังกล่าว

**ศักย์ไฟฟ้า** ณ จุดใด ๆ นิยามโดยงานต่อประจุทดสอบ  $q_0$  ในการเคลื่อนที่จากระยะอนันต์มาถึงจุดนั้น ๆ โดยฝืนแรงทางไฟฟ้าสถิตเนื่องจากสนามไฟฟ้า

$$V_B = \frac{W_{\infty B}}{q_0} = - \int_0^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

ดังนั้นศักย์ไฟฟ้า ณ จุดใด ๆ ที่ห่างจากจุดประจุ  $+q$  เป็นระยะ  $r$  กำหนดได้โดย

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

### ความจุไฟฟ้า

ความจุไฟฟ้าของตัวนำจะขึ้นอยู่กับความสามารถในการเก็บประจุไฟฟ้าของตัวนำนั้นๆ เมื่อให้ประจุแก่ตัวนำซึ่งจะทำให้ความต่างศักย์เพิ่มขึ้นโดยพบว่า ความต่างศักย์  $V$  บนตัวนำแปรผันตามจำนวนประจุที่สะสมบนตัวนำตามสมการ

$$q = CV$$

$C$  เป็นค่าคงที่เรียกว่าเรียกว่าความจุไฟฟ้าส่วน  $q$  คือขนาดประจุตัวนำ สำหรับตัวเก็บประจุที่ใช้ทำงานโดยทั่วไปเป็นแบบแผ่นโลหะคู่ขนานความจุ  $C$  สัมพันธ์กับพื้นที่แผ่นตัวนำ  $A$  และระยะห่างระหว่างแผ่นตัวนำ  $d$  ดังนี้

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

ห้อยเลขศูนย์ที่  $C$  เพื่อสื่อให้ทราบว่าระหว่างแผ่นตัวนำเป็นที่ว่างหรือสุญญากาศแต่ถ้ามีสารไดอิเล็กทริกที่มีค่าสภาพยอม  $\epsilon$  คั่นระหว่างแผ่นตัวนำได้

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

และอัตราส่วนระหว่าง  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = K$ ,  $K$  เรียกว่าค่าคงตัวไดอิเล็กทริกของสารไดอิเล็กทริก

### การต่อตัวเก็บประจุ

การต่อตัวเก็บประจุมีสองแบบคือต่อกันแบบอนุกรมและต่อกันแบบขนานเมื่อตัวเก็บประจุต่อกันแบบอนุกรมแล้วค่าความจุสุทธิจะลดลงตามสมการ

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

และในขณะเดียวกันเมื่อต่อตัวเก็บประจุต่อกันแบบขนานค่าความจุสุทธิจะเพิ่มขึ้นตามสมการ

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี  
พลังงานสะสมในการให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ

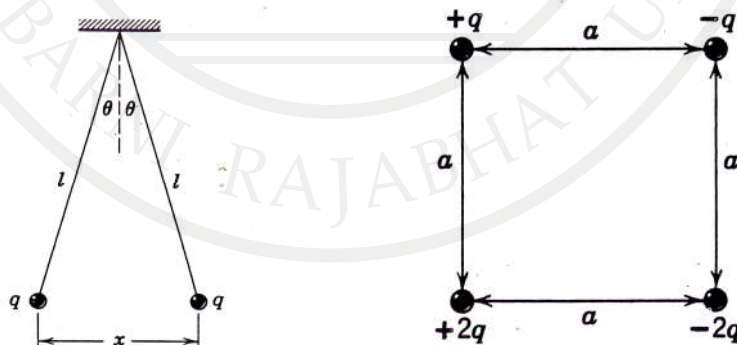
เมื่อให้ประจุแก่ตัวเก็บประจุ จากการทดลองพบว่าถ้าความต่างศักย์ของแบตเตอรี่เพิ่มขึ้น ประจุบนตัวเก็บประจุจะมีมากตามไปด้วย ดังนั้นถ้า  $q$  เป็นปริมาณประจุและ  $V$  เป็นความต่างศักย์ระหว่างแผ่นโลหะคู่ (ได้มาจากแบตเตอรี่) ดังนั้นพลังงานสะสมในตัวเก็บประจุคือ

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## แบบฝึกหัดบทที่ 1

- จงคำนวณหาแรงคูลอมบ์ระหว่างอนุภาค  $\alpha$  สองอนุภาคซึ่งอยู่ห่างจากกันเป็นระยะ  $3.2 \times 10^{-15}$  เมตร
- ถ้าหากว่าระยะห่างระหว่างสองจุดประจุมีค่าเป็นสองเท่าและขนาดของประจุแต่ละประจุก็เพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าด้วยเช่นกัน แล้วแรงระหว่างจุดประจุทั้งสองจะมีค่าเท่าใด
- ประจุอิเล็กตรอนสองประจุวางห่างกันที่ระยะ  $d$  ในตัวกลางชนิดหนึ่ง จึงทำให้มีแรงระหว่างประจุเป็น  $F$  หากว่าต้องการให้มีแรงระหว่างประจุเป็น  $F/3$  แล้วระยะห่างระหว่างประจุทั้งสองจะเป็นเท่าใด
- กฎของคูลอมบ์สามารถประยุกต์ได้ในทุกสภาวะการณ์หรือจำกัดเงื่อนไขอยู่แค่เพียงไฟฟ้าสถิตเท่านั้นจงอธิบาย
- ประจุขนาด 3, -2 และ 5 คูลอมบ์ วางอยู่ตามมุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งยาวด้านละ 10 เซนติเมตร จงหาแรงสุทธิที่กระทำต่อประจุ 5 คูลอมบ์
- ลูกบอลมวล  $m$  2 ลูก ถูกแขวนด้วยเชือกไหมยาว  $l$  สองเส้นดังภาพที่ 1.43 (ซ้าย) ถ้า  $\theta$  มีค่าน้อยมาก เราอาจจะประมาณค่า  $\tan \theta$  ด้วย  $\sin \theta$  ได้โดยการประมาณเช่นนี้จึงแสดงว่าระยะระหว่างลูกบอล  $x = \left( \frac{q^2 l}{2\pi \epsilon_0 m g} \right)^{1/3}$  ถ้า  $l = 120$  เซนติเมตร,  $m = 10$  กรัม, และ  $x = 5$  เซนติเมตรแล้ว  $q$  จะมีค่าเท่าใด
- จากภาพที่ 1.43 (ขวา) จงหาแรงลัพธ์บนประจุทางมุมซ้ายล่างของสี่เหลี่ยมจัตุรัส กำหนดให้  $q = 1.0 \times 10^{-7} \text{ C}$  และ  $a = 5.0$  เซนติเมตร



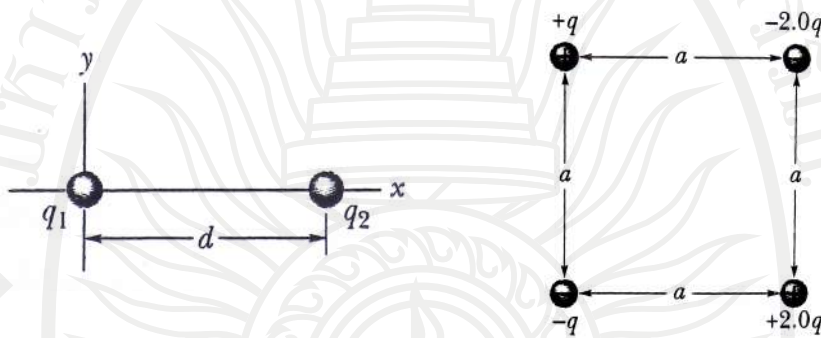
ภาพที่ 1.43 (ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 6 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 7

ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2001: 518

8. ประจุชนิดจุดต้องมีขนาดเท่าไร จึงจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า 2.0 นิวตันต่อคูลอมบ์ขึ้น ณ จุดที่อยู่ห่างออกไป 50 เซนติเมตร

9. จุดประจุ 2 จุดประจุ  $q_1 = 2.1 \times 10^{-8}$  คูลอมบ์ และ  $q_2 = -4.0q_1$  วางห่างกันเป็นระยะ 50 เซนติเมตร ภาพที่ 1.44 (ซ้าย) จงหาตำแหน่งที่ผ่านจุดประจุทั้งสองจุดนี้ที่มีขนาดสนามไฟฟ้าเป็นศูนย์

10. จงหาขนาดและทิศทางของ  $\vec{E}$  ที่จุดศูนย์กลางของสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังภาพที่ 1.44 (ขวา) โดยกำหนดให้  $q = 1.0 \times 10^{-8}$  C และ  $a = 5.0$  เซนติเมตร



ภาพที่ 1.44 (ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 9 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 10  
ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2001: 539-540

11. จงคำนวณหาจำนวนของเส้นแรงไฟฟ้าที่แผ่ออกมาจากจุดประจุขนาด 1 คูลอมบ์ โดยกำหนดให้  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

12. จงคำนวณหาขนาดโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า (The electric dipole moment) ของอิเล็กตรอนและโปรตอน ซึ่งอยู่ห่างกันเป็นระยะ 4.30 นาโนเมตร

13. แท่งประจุซึ่งไม่เป็นตัวนำยาว  $L$  มีประจุ  $q$  กระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอ จงแสดงว่า  $E$  ที่

จุด  $P$  บนเส้นแบ่งครึ่งตั้งฉากดังภาพที่ 1.45 (ซ้าย) คือ  $E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 y} \frac{1}{\sqrt{L^2 + 4y^2}}$

14. แผ่นประจุบางขนาดใหญ่วางขนานกันในระยะใกล้ซึ่งกันและกันดังภาพที่ 1.45 (ขวา) ที่พื้นผิวหน้าแผ่นประจุด้านในมีความหนาแน่นของประจุมีขนาดตรงข้ามกัน  $\sigma = 17.0 \times 10^{-22} \text{ C.m}^{-2}$  จงหาสนามไฟฟ้า (ก) ด้านซ้ายของแผ่นประจุ (ข) ด้านขวาของแผ่นประจุ (ค) ระหว่างแผ่นประจุ

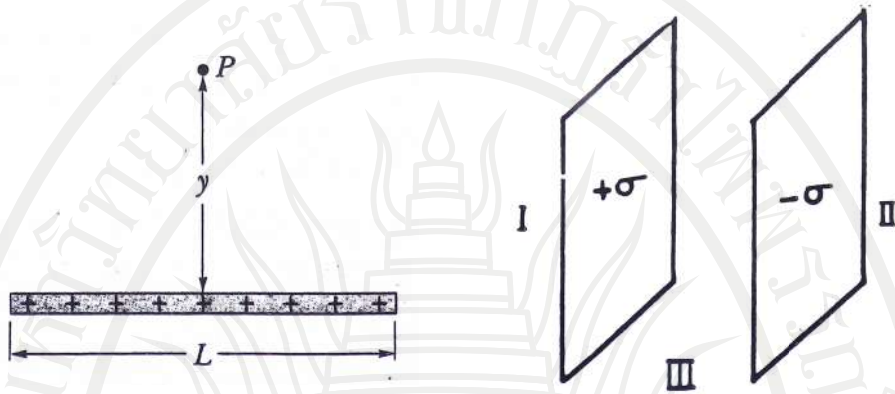
15. แท่งประจุซึ่งไม่เป็นตัวนำยาว  $L$  มีประจุ  $-q$  กระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอตลอดความยาวดังภาพที่ 1.46 จงหา

(ก) ความหนาแน่นเชิงเส้นของแท่งประจุ

(ข) จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด  $P$  ที่ระยะห่างจากแท่งประจุ  $a$



(ค) ถ้าหากว่าจุด P อยู่ห่างจากแท่งประจุอย่างมากเมื่อเทียบกับ L แท่งประจุนี้จะเป็นเสมือนจุดประจุ  $a \gg L$  ดังนั้นสนามไฟฟ้าจะเป็นเช่นไร

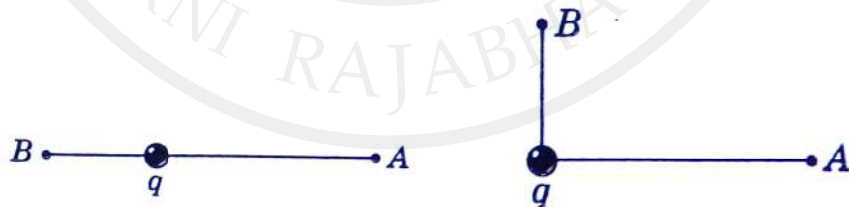


ภาพที่ 1.45 (ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 13 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 14  
ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2001: 541, Gupta, 2002: 104



ภาพที่ 1.46 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 15  
ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2001: 541

16. จากภาพที่ 1.47 ประจุ  $q = +1.0 \times 10^{-6}$  คูลอมบ์ จุด A ห่างจากประจุ 2.0 เมตรและจุด B ห่างจากประจุ 1.0 เมตร จงหา (ก)  $V_A - V_B$  ตามภาพที่ 1.47 (ขวา) (ข)  $V_A - V_B$  ตามภาพที่ 1.47 (ซ้าย)



ภาพที่ 1.47 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 16  
ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2001: 541

17. ตามภาพที่ 1.48(ซ้าย) จงพิสูจน์ว่า  $V(r)$  ที่จุดต่าง ๆ ตามแนวตั้งเมื่อ  $r \gg a$  เป็น

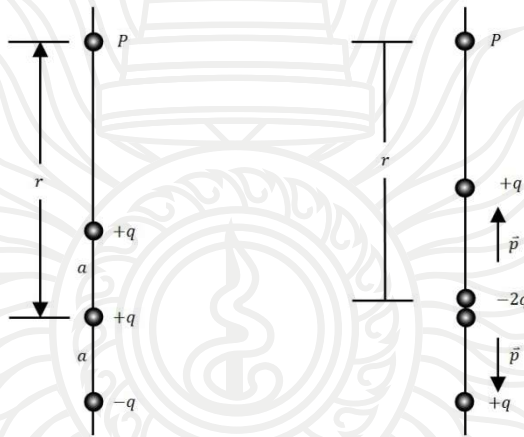
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r} + \frac{2qa}{r^2} \right)$$

(ข้อเสนอนี้ให้คิดจากขั้วคู่ และประจุโดด ๆ แล้วจึงนำมาบวกกัน)

18. จากภาพที่ 1.48 (ขวา) แสดงอิเล็กทริกควอดรูโพล (An electric quadrupole) ประกอบด้วยขั้วคู่ไฟฟ้า 2 คู่ แต่หักล้างกันไม่หมดที่จุดห่างไปมาก ๆ จงพิสูจน์ว่า

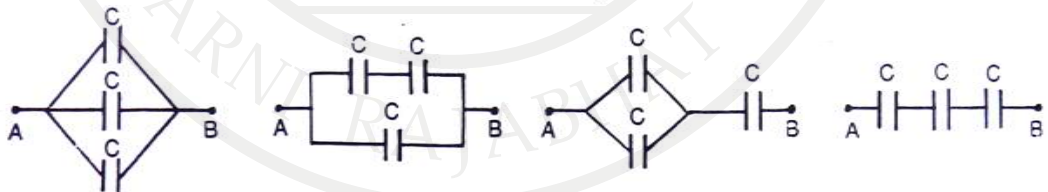
$$V = kq \frac{2a^2}{(r-a)(r)(r+a)}$$

และจงพิสูจน์ว่าเมื่อ  $r \gg a$  แล้ว  $V = k \frac{q}{r^3}$



ภาพที่ 1.48 (ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 17 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 18  
ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2001: 539-540

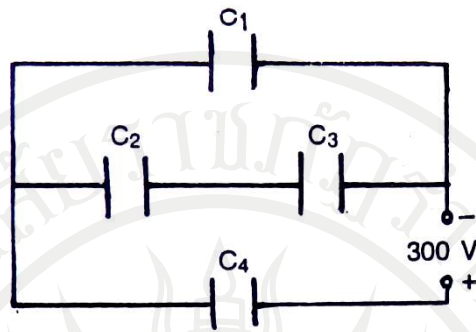
19. จากภาพที่ 1.49 กำหนดให้ตัวเก็บประจุแต่ละตัวมีขนาด  $9\mu\text{F}$  จงหาค่าความจุรวมของการต่อตัวเก็บประจุแต่ละแบบ



ภาพที่ 1.49 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 19

ที่มา: Gupta, 2002: 146

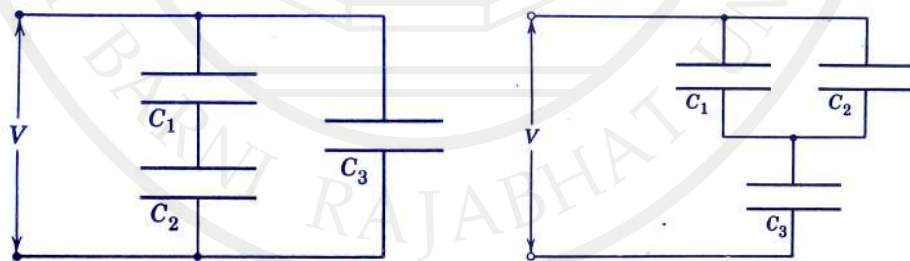
20. จากภาพที่ 1.50 กำหนดให้ตัวเก็บประจุ  $C_1=C_4=100\text{pF}$  และ  $C_2=C_3=200\text{pF}$  ถ้าให้ ความต่างศักย์ 300V แล้ว ประจุและความต่างศักย์สำหรับตัวเก็บประจุแต่ละอันเป็นเท่าใด



ภาพที่ 1.50 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 20

ที่มา: Gupta, 2002: 147

21. ตัวเก็บประจุ 2 อัน  $C_1=2\text{pF}$  และ  $C_2=6\text{pF}$  เมื่อนำมาต่อแบบขนานแล้วนำไปต่อกับความต่างศักย์ 120 V จงหาค่าความจุรวมและประจุบนตัวเก็บประจุแต่ละอัน
22. ตัวเก็บประจุขนาด  $1.2\mu\text{F}$  ถูกชาร์จด้วยความต่างศักย์ 3kV ให้หาพลังงานที่ตัวเก็บประจุนี้เก็บไว้
23. ตัวเก็บประจุ 2 อัน  $C_1=2\mu\text{F}$  และ  $C_2=4\mu\text{F}$  ต่อขนานกัน แล้วนำไปต่อกับความต่างศักย์ 300V จงคำนวณหาพลังงานที่เก็บไว้ในระบบนี้
24. ตามภาพที่ 1.51(ซ้าย) จงหาค่าความจุรวม ถ้า  $C_1=10.0\mu\text{F}$ ,  $C_2=5.00\mu\text{F}$  และ  $C_3=4.00\mu\text{F}$  โดยให้  $V = 100$  โวลต์
25. ตามภาพที่ 1.51(ขวา) จงหาค่าความจุรวม ถ้า  $C_1=10.0\mu\text{F}$ ,  $C_2=5.00\mu\text{F}$  และ  $C_3=4.00\mu\text{F}$  โดยให้  $V = 100$  โวลต์ จากนั้นจงหาประจุ ความต่างศักย์ และพลังงานที่เก็บไว้ในตัวเก็บประจุแต่ละอัน



ภาพที่ 1.51 (ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 24 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 25

ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2001: 608

## เอกสารอ้างอิง

- ไพโรจน์ ตีรณานกุล. (2524). **แม่เหล็กไฟฟ้า**. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : ประกอบ เมโทร.
- ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2555). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 17 : สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Cutnell, J.D. and other. (2015). **Physics**. 10th ed.. Hoboken, NY : John Wiley & Sons.
- Feynman, R.P., Leighton, R.B., & Sands, M. (2001). **The Feynman lecturer on Physics** (Vol. II). New Delhi : Narosa Publishing House.
- Fogiel, M. (1984). **The electromagnetics problem solver**. New York : Research and Education Association.
- Gupta, S.K. (2002). **Physics** (Vol.II). Jalandhar : Modern Publishers.
- Halliday, D. & Resnick, R. (1966). **Physics part II**. New Delhi : Wiley Eastern Limited.
- Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (1997). **Fundamental of Physics**. 5th ed.. New York: John Wiley & Sons Inc.
- \_\_\_\_\_. (2001). **Fundamental of Physics**. 6th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- \_\_\_\_\_. (2014). **Fundamental of Physics**. 10th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- Jewett, J.W. & Serway, R.A. (2014). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 9th ed..USA: Brooks/Cole.
- Kraus, J.D. & Caver, K.R. (1981). **Electromagnetic**. 2nd ed.. Auckland : McGraw-Hill International Book Company.
- Kraus, J.D. & Fleish, D.A. (1999). **Electromagnetic with Applications**. 5th ed.. Boston : WCB, McGraw-Hill.
- Mohr et al.(2008). **CODATA recommended values of the Fundamental Physical Constants: 2006**. Rev.Mod.Phys. 80: 633-730.
- Young, H.D. & Freedman, RA (1996). **University Physics**. 9th ed.. Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company.
- \_\_\_\_\_. (2004). **University Physics with modern Physics**. 11th ed..San Francisco: Pearson Addison Wesley.

———. (2012). *University Physics with modern Physics*. 13th ed.. Boston: Pearson Addison Wesley.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 2

### เนื้อหาประจำบท

#### บทที่ 2 ไฟฟ้ากระแส

กระแสไฟฟ้า

ตัวนำ ฉนวน และสารกึ่งตัวนำ

วงจรไฟฟ้าและทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า

กฎของโอห์ม

การนำกฎของโอห์มไปใช้

กฎของโอห์มเมื่อนำไปใช้กับวงจรไฟฟ้า

กฎของเคอร์ชอฟฟ์

การนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์ไปใช้

การแปลงวงจรไฟฟ้าอย่างง่าย

สรุป

แบบฝึกหัดบทที่ 2

เอกสารอ้างอิง

#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อศึกษาบทที่ 2 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายการเกิดกระแสไฟฟ้าได้
2. อธิบายสมบัติทางไฟฟ้าของตัวนำ ฉนวน และสารกึ่งตัวนำได้
3. คำนวณหาค่าต่าง ๆ ทางไฟฟ้าโดยใช้กฎของโอห์มได้
4. คำนวณหาค่าต่าง ๆ ทางไฟฟ้าโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ได้
5. คำนวณแหล่งจ่ายเทียบเท่าของเทเวนินได้
6. คำนวณแหล่งจ่ายเทียบเท่าของนอร์ตันได้

#### กิจกรรมการเรียนการสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยาย อธิบายทฤษฎี พร้อมยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย โดยใช้โปรเจกเตอร์เครื่องฉายแผ่นทึบ และการเขียนอธิบายเพิ่มเติมบนกระดานและซักถามผู้เรียนขณะเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในแต่ละหัวข้อ



2. แบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละประมาณ 5 คน มอบหมายงานเพื่อศึกษาทฤษฎี แล้ว ดำเนินการอภิปรายกลุ่ม (Group discussion) ในประเด็นที่กำหนด
3. กำหนดหัวข้อ โจทย์ปัญหา และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน
4. มอบหมายให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม
5. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดบทที่ 2
6. ทดสอบย่อยหลังจบบทเรียน

### สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
2. ไฟล์เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
3. เครื่องฉายโปรเจคเตอร์
4. ตำรา หนังสือ สำหรับอ่านประกอบค้นคว้าเพิ่มเติม
5. อุปกรณ์ช่วยสอนเกี่ยวกับไฟฟ้ากระแส ตัวต้านทานชนิดต่าง ๆ มัลติมิเตอร์
6. แบบฝึกหัดบทที่ 2

### การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของผู้เรียน
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน
3. สังเกตจากการอภิปรายกลุ่มและอภิปรายสรุป
4. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัด
5. ประเมินจากการสอบระหว่างภาคและปลายภาค

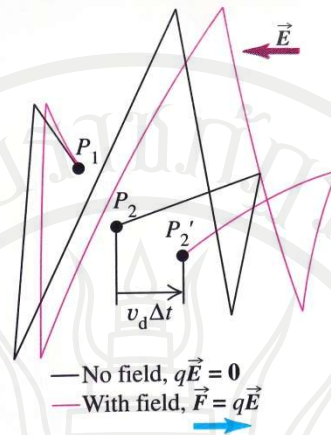
## บทที่ 2

### ไฟฟ้ากระแส

จากปรากฏการณ์ธรรมชาติที่มักจะพบเห็นในชีวิตประจำวันอยู่บ่อย ๆ และเป็นที่น่าทึ่งกันดีแล้วว่ากระแสน้ำมักไหลจากที่สูงลงสู่ที่ต่ำ การไหลของน้ำที่เป็นเช่นนี้ก็เนื่องมาจากความต่างระดับระหว่างที่สองที่ซึ่งก็เช่นเดียวกันกับ เมื่อปลายของตัวนำไฟฟ้ามีระดับไฟฟ้าที่ต่างกันแล้วประจุไฟฟ้าก็จะไหลจากด้านหนึ่งไปสู่อีกด้านหนึ่ง การไหลของประจุไฟฟ้าอย่างนี้มักจะเรียกว่ากระแสไฟฟ้า (Flow of current or electric current) ผลของกระแสไฟฟ้าในตัวนำจะทำให้ได้พลังงานออกมาในรูปแบบต่าง ๆ การเกิดกระแสแบบนี้จะเกิดเพียงชั่วขณะใดขณะหนึ่งแล้วก็จะหมดไป การที่จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าต่อเนื่องจำเป็นต้องมีแหล่งกำเนิดไฟฟ้า (Electric source) ต่อระหว่างปลายทั้งสองข้าง ดังนั้นบทนี้จะกล่าวถึงไฟฟ้ากระแส กฎเกณฑ์ที่เกี่ยวข้อง รวมถึงการแปลงวงจรไฟฟ้าเพื่อให้เป็นวงจรอย่างง่าย รายละเอียดตามลำดับดังนี้

#### กระแสไฟฟ้า

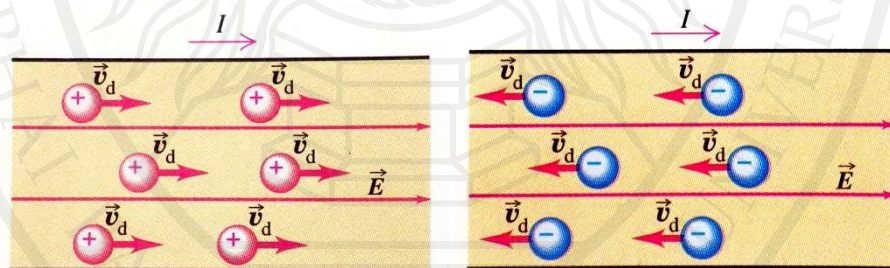
การนำไฟฟ้าในตัวกลางแต่ละชนิดจะเกิดการเคลื่อนที่ของประจุต่างชนิดกัน ตัวนำทั่วไปจะมีอิเล็กตรอนเสรี (Free electron) เป็นตัวเคลื่อนที่ อิเล็กตรอนเสรีจะเคลื่อนที่ไปมาอย่างไร้ระเบียบไม่มีทิศทางที่แน่นอนเรียกการเคลื่อนที่แบบนี้ว่าการเคลื่อนที่แบบบราวน์ (Brownian movement) เมื่อยังไม่มีกระแส การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนจะเป็นไปตามจุด  $P_1$  ไปยัง  $P_2$  เมื่อเวลาผ่านไป  $\Delta t$  แสดงดังภาพที่ 2.1 กรณีนี้จะพบว่าความเร็วเฉลี่ยของอิเล็กตรอนเสรีจะมีค่าเป็นศูนย์ ต่อมาเมื่อต่อปลายทั้งสองข้างของตัวนำเข้ากับแหล่งกำเนิดไฟฟ้าหรือจุดสองจุดที่มีความต่างศักย์ไฟฟ้าจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า ( $\vec{E}$ ) ในตัวนำ เป็นผลให้อิเล็กตรอนเสรีได้รับแรง  $\vec{F} = q\vec{E}$  กระทำให้เคลื่อนที่ไปในทิศตรงข้ามกับสนามไฟฟ้าโดยมีความเร็วเฉลี่ยที่เรียกว่าความเร็วลอยเลื่อน (Drift velocity) การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนจะเป็นไปตามจุด  $P_1$  ไป  $P_2$  เมื่อเวลาผ่านไป  $\Delta t$



ภาพที่ 2.1 ทางเดินของอิเล็กตรอนเสรีในตัวนำขณะที่ไม่มีสนามไฟฟ้า

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 819

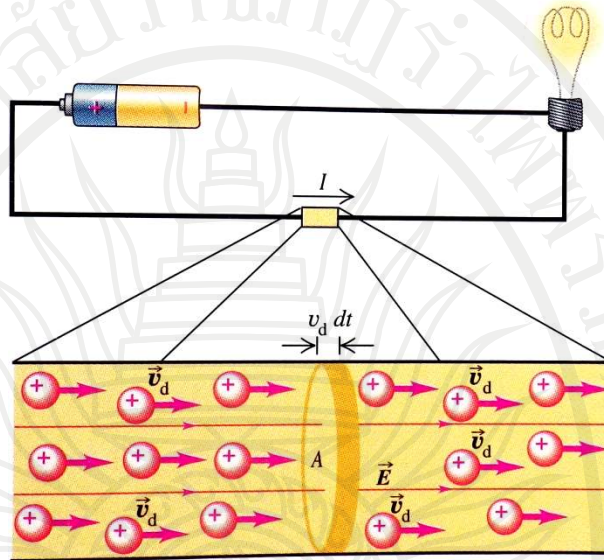
ในภาพที่ 2.2 แสดงการเคลื่อนที่ของกระแสไฟฟ้าในวัตถุตัวนำ 2 แบบโดยภาพที่ 2.2 (ซ้าย) แสดงถึงการเคลื่อนที่ของประจุบวก โดยพบว่าแรงทางไฟฟ้าจะมีทิศทางเดียวกับสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  และความเร็วลอยเลื่อน  $v_d$  จะเคลื่อนที่จากซ้ายไปขวา ส่วนในกรณีภาพที่ 2.2 (ขวา) เป็นกรณีของประจุลบ แรงทางไฟฟ้าจะมีทิศทางตรงข้ามกับสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  และความเร็วลอยเลื่อน  $v_d$  จะเคลื่อนที่จากขวาไปซ้าย



ภาพที่ 2.2 (ซ้าย) ประจุบวกเคลื่อนที่ในทิศเดียวกับสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  (ขวา) ประจุลบเคลื่อนที่ในทิศตรงข้ามกับสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$

ที่มา: Young & Freedman, 1996: 800

หากพิจารณาตัวนำที่มีกระแสไหลผ่านและพิจารณาประจุที่เคลื่อนที่เป็นประจุบวก ซึ่งเคลื่อนที่ในทิศเดียวกับกระแส แสดงดังภาพที่ 2.3



ภาพที่ 2.3 การเกิดกระแสในตัวนำพื้นที่หน้าตัด  $A$  สม่่าเสมอ

ที่มา: Young & Freedman, 2004: 944

นิยามให้กระแสที่ไหลผ่านพื้นที่ภาคตัดขวางของตัวนำ คือประจุไฟฟ้าที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดต่อหนึ่งหน่วยเวลา ดังนั้นจากนิยามหากว่าประจุไฟฟ้า  $dq$  ผ่านพื้นที่ตัดขวางในเวลา  $dt$  กระแสไฟฟ้า  $I$  ที่ผ่านพื้นที่นี้คือ (Halliday, Resnick & Walker, 2014: 746)

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (2.1)$$

สำหรับทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าอยู่ในทิศทางการไหลของอนุภาคที่มีประจุบวก หรือตรงข้ามกับทิศทางการไหลของอนุภาคที่มีประจุลบ ดังนั้นเมื่อพิจารณาทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าสามารถแบ่งกระแสไฟฟ้าได้สองประเภทคือกระแสไฟฟ้าที่ไหลวนในทิศทางเดิมตลอดเวลาเรียกว่าไฟฟ้ากระแสตรง (Direct current; DC) และกระแสไฟฟ้าที่มีทิศการไหลกลับไปกลับมาสลับกันเรียกว่าไฟฟ้ากระแสสลับ (Alternating current; AC) จากสมการ (2.1) ข้างต้นจะทำให้ได้หน่วยของกระแสไฟฟ้าคือ แอมแปร์ (Ampere, A) หรือคูลอมบ์ต่อวินาที (C/s) (Cutnell, J.D. and other, 2015: 542)

จากภาพที่ 2.3 ให้  $n$  เป็นจำนวนอนุภาคไฟฟ้าเสรีต่อปริมาตรเรียกว่าความหนาแน่นของอนุภาคไฟฟ้าเสรีและถ้าสมมติว่าทุกอนุภาคมีความเร็วลอยเลื่อนเท่ากันซึ่งมีขนาดเท่ากับ  $v_d$  ดังนั้นแต่ละอนุภาคเคลื่อนที่ได้เป็นระยะ  $v_d dt$  ในช่วงเวลา  $dt$  จำนวนอนุภาคไฟฟ้าเสรีทั้งหมดที่เคลื่อนที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด  $A$  บนตัวนำในระยะเวลาความยาว  $v_d dt$  มีค่าเท่ากับ  $nAv_d dt$  หากว่าแต่ละอนุภาคมีประจุ  $q$  ด้วยเหตุนี้ประจุไฟฟ้า  $dQ$  ที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด  $A$  ของลวดตัวนำในช่วงเวลา  $dt$  คือ

$$dQ = q(nAv_d dt) = nqv_d A dt \quad (2.2)$$

และกระแสไฟฟ้าคือ

$$I = \frac{dQ}{dt} = nqv_d A \quad (2.3)$$

ถ้าความหนาแน่นกระแส (Current density)  $J = \frac{I}{A}$  (ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 36)

ดังนั้น

$$J = nqv_d \quad (2.4)$$

หน่วยของความหนาแน่นกระแสคือ แอมแปร์ต่อตารางเมตร ( $A/m^2$ )

ในกรณีอนุภาคไฟฟ้าเสรีเป็นประจุลบ ความเร็วลอยเลื่อนจะมีทิศทางตรงข้ามกับสนามไฟฟ้า แต่กระแสไฟฟ้ายังคงมีทิศทางเดียวกันกับสนามไฟฟ้าที่แต่ละจุดในตัวนำ ดังนั้นกระแสและความหนาแน่นกระแสจึงไม่ขึ้นอยู่กับชนิดของประจุจึงแทน  $q$  ด้วยค่าสัมบูรณ์  $|q|$  ในสมการได้

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A \text{ และ } J = \frac{I}{A} = n|q|v_d$$

เวกเตอร์ความหนาแน่นกระแส (Vector current density,  $J$ ) นิยามให้มีทิศทางเดียวกันกับสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ซึ่งจะมีทิศทางเดียวกันกับ  $v_d$  กรณีอนุภาคไฟฟ้าเสรีเป็นประจุบวกและมีทิศทางตรงข้ามกับความเร็วลอยเลื่อน  $v_d$  สำหรับอนุภาคไฟฟ้าเสรีที่มีประจุลบ (Fogiel, 1984: 197)(Young & Freedman, 2012: 821) ดังนั้นโดยคิดเครื่องหมายของ  $q$  ด้วยจึงได้

$$J = nqv_d \quad (2.5)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ตัวอย่าง 2.1 จงหาจำนวนของอิเล็กตรอนที่ผ่านไปยังหลอดไฟในเวลา 1 นาที ถ้าให้กระแสมีค่าเป็น  $300\text{ mA}$  กำหนดให้ประจุของอิเล็กตรอนคือ  $1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$

วิธีทำ 
$$I = 300\text{ mA} = 300 \times 10^{-3}\text{ A}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$$

$$t = 60\text{ s}$$

ประจุเคลื่อนที่ผ่านหลอดไฟใน 1 นาที  $q = I \times t = 300 \times 10^{-3}\text{ A} \times 60\text{ s}$   
สมมติให้ประจุเคลื่อนที่ผ่านหลอดไฟเป็นจำนวน  $n$

$$n = \frac{q}{e} = \frac{300 \times 10^{-3}\text{ A} \times 60\text{ s}}{1.6 \times 10^{-19}\text{ C}} = 1.125 \times 10^{20}$$

ตัวอย่าง 2.2 แหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าอันหนึ่งสามารถจ่ายประจุได้ทั้งหมด  $3 \times 10^2$  คูอมบ์ในช่วงที่ใช้งานอยู่ถ้าแหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าจ่ายกระแสสม่ำเสมอ  $20\text{ mA}$  แหล่งจ่ายไฟนี้ใช้งานได้นาน กี่ชั่วโมง

วิธีทำ จาก 
$$I = \frac{Q}{t}$$

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{3 \times 10^2\text{ C}}{20 \times 10^{-3}\text{ A} \times 3600\text{ s}}$$

$$= 4.2 \text{ ชั่วโมง}$$

ดังนั้นแหล่งจ่ายไฟนี้ใช้งานได้นาน = 4.2 ชั่วโมง

ตัวอย่าง 2.3 ลวดเส้นมีพื้นที่หน้าตัด 2 ตารางเซนติเมตรและมีอิเล็กตรอนอิสระ  $6 \times 10^{28}$  อนุภาคต่อตารางเมตร ถ้าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ด้วยความเร็วลอยเลื่อน 0.25 มิลลิเมตรต่อวินาที จงหากระแสที่ไหลในลวดนั้น และความหนาแน่นของกระแสมีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากสมการ  $I = nevA$

$$I = (6 \times 10^{28}\text{ m}^{-2} \times 1.6 \times 10^{-19}\text{ C} \times 0.25 \times 10^{-3}\text{ m/s} \times 2 \times 10^{-6}\text{ m}^2)$$

$$= 4.8\text{ A}$$

ดังนั้นกระแสที่ไหลในลวดมีค่าเท่ากับ 4.8 แอมแปร์

จากสมการ  $J = \frac{I}{A} = \frac{4.8\text{ A}}{2 \times 10^{-6}\text{ m}^2}$

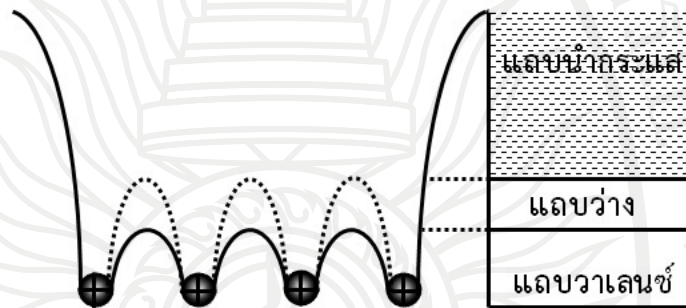
$$= 2.4 \times 10^6\text{ A/m}^2$$

ดังนั้นความหนาแน่นของกระแสมีค่า  $2.4 \times 10^6$  แอมแปร์ต่อตารางเมตร



## ตัวนำ ฉนวน และสารกึ่งตัวนำ

สมบัติการนำกระแสของวัสดุสามารถอธิบายได้ด้วย ทฤษฎีแถบนำกระแส (Band theory) โครงสร้างของวัสดุเกิดจากการยึดเกาะกันของอะตอมเนื่องจากพันธะทางเคมี เช่น พันธะแบบโควาเลนต์ (Covalence bond) พันธะทางเคมีดังกล่าวทำให้อะตอมมีการใช้อิเล็กตรอนวงนอกหรือวาเลนซ์อิเล็กตรอน (Valence electron) ร่วมกัน ผลการใช้อิเล็กตรอนร่วมกันแล้วนำมาเขียนแบบจำลองของพลังงานศักย์และแถบพลังงานดังภาพที่ 2.4



ภาพที่ 2.4 แบบจำลองพลังงานศักย์และแถบพลังงาน

ที่มา: กมล รุ่งสว่าง, ม.ป.ป.: 20

แถบวาเลนซ์ (Valence band = V.B.) เป็นแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนอยู่เต็มทุกระดับพลังงาน ในแถบนี้อิเล็กตรอนจะแลกเปลี่ยนระดับพลังงานได้ยาก

แถบว่าง (Forbidden band or energy gap) แถบพลังงานนี้เป็นแถบพลังงานที่อิเล็กตรอนไม่สามารถอยู่ได้

แถบนำกระแส (Conduction band = C.B.) แถบนี้เป็นระดับพลังงานที่อิเล็กตรอนหลุดจากการยึดเหนี่ยวของนิวเคลียส แต่ยังคงอยู่ภายใต้ศักย์ไฟฟ้าของฉนวนโลหะ

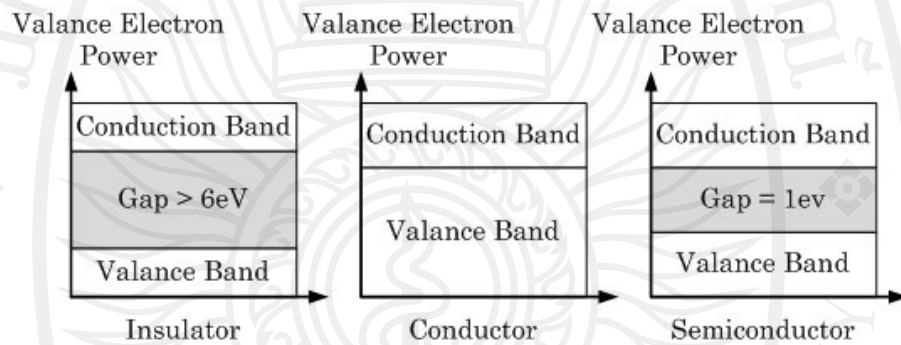
เมื่อวัสดุได้รับพลังงานจากภายนอก อาจเนื่องจากความร้อนหรือสนามไฟฟ้าก็ตามจะทำให้ให้อิเล็กตรอนในแถบ V.B. มีพลังงานสูงขึ้น ถ้าพลังงานมากพอจะสามารถขึ้นไปอยู่ใน C.B. กลายเป็นอิเล็กตรอนนำกระแส (Conduction electron)

ปริมาณอิเล็กตรอนนำกระแสใน C.B. จะแสดงสมบัติในการนำกระแสของวัสดุกล่าวคือถ้าวัสดุมีอิเล็กตรอนนำกระแสมากจะนำกระแสได้ดี เรียกว่าวัสดุพวกนี้ว่า ฉนวน (Insulator) แต่ถ้ามีปริมาณไม่มากนักแต่ก็ไม่น้อยเกินไปจนนำกระแสไม่ได้เหมือนพวกฉนวน วัสดุพวกนี้จะนำกระแสได้ไม่ดีเท่าตัวนำแต่ก็ดีกว่าฉนวนเรียกว่าวัสดุพวกนี้ว่าวัสดุกึ่งตัวนำ (Semi-conductor)

สำหรับตัวนำ (Conductor) แถบพลังงานที่ว่างจะแคบมากประมาณ 0.1-0.2 eV เท่านั้น เช่น ทองแดง (Cu) เงิน (Ag) วัตถุประเภทนี้ที่อุณหภูมิห้อง ( $27^{\circ}\text{C}$ ; 300K) จะมีอิเล็กตรอนนำกระแสใน C.B. ปริมาณมาก

สำหรับฉนวน แถบพลังงานที่ว่างจะกว้างมาก บางที่ถึง 6 eV เช่นในกรณีของเพชรซึ่งจัดว่าเป็นฉนวนที่ดีมาก

สำหรับกึ่งตัวนำ แถบพลังงานที่ว่างอยู่ระหว่างตัวนำและฉนวน เช่น Si 1.11 eV และ Ge 0.67 eV เป็นต้น ลักษณะของแถบพลังงานของวัตถุที่เป็นตัวนำ ฉนวน และสารกึ่งตัวนำ แสดงดังภาพที่ 2.5



ภาพที่ 2.5 แถบพลังงานของ (ซ้าย) ฉนวน (กลาง) ตัวนำ (ขวา) สารกึ่งตัวนำ

ที่มา: Halliday & Resnick, 1997: 664

ดังนั้นในตัวนำวาเลนซ์อิเล็กตรอน (Valence electron) จะเคลื่อนที่ไปมาได้ทั้งใน V.B. และ C.B. เพราะระดับพลังงานของทั้ง V.B. และ C.B. นั้นทับกัน ในขณะที่พลังงานในแถบ V.B. และ C.B. สำหรับฉนวนนั้นอยู่ห่างกันมาก อิเล็กตรอนใน V.B. จึงข้ามไปยัง C.B. ได้ยากซึ่งจะข้ามได้ต้องให้พลังงานสูงมากส่วนในภาพที่ 2.5 แสดงแถบของสารกึ่งตัวนำจะเห็นว่าแถบ V.B. และ C.B. อยู่ใกล้กัน อิเล็กตรอนในแถบ V.B. อาจข้ามไปยัง C.B. เมื่อได้รับพลังงานเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยจึงเป็นตัวนำไฟฟ้าได้บ้าง

## วงจรไฟฟ้าและทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า

วงจรไฟฟ้า (Electric circuit) เป็นเส้นทางปิดของตัวนำที่ทำให้กระแสไฟฟ้าไหลครบวงจรในวงจรไฟฟ้าใด ๆ สามารถแบ่งวงจรออกได้เป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ คือส่วนจ่ายกำลัง (Power supply) และส่วนรับกำลังซึ่งเรียกว่า โหลด (Load)

ส่วนจ่ายกำลัง (Power supply) ส่วนนี้ได้แก่ส่วนจ่ายพลังงานให้แก่วงจรเพื่อทำให้กระแสไหลในวงจรได้งานหรือพลังงานทางไฟฟ้าของแหล่งจ่ายซึ่งจ่ายให้แก่ประจุ  $+1C$  เคลื่อนที่ครบวงจรเรียกว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแหล่งจ่าย (Electromotive force = e.m.f) และความต้านทานสุทธิระหว่างขั้วของแหล่งจ่ายที่ติดภายในแหล่งจ่าย เรียกว่าความต้านทานภายในแหล่งจ่าย (Internal resistance)

แหล่งจ่ายไฟฟ้าจริง (Real source) จะจ่ายกระแสและแรงดันไฟฟ้าเข้าสู่วงจรพร้อมกัน การนำแหล่งจ่ายไฟฟ้าจริงมาใช้ในการวิเคราะห์วงจรทำให้เข้าใจได้ยาก โดยทั่วไปจึงสมมติให้แหล่งจ่ายไฟฟ้า จ่ายกระแสและแรงดันไฟฟ้าเป็นค่าคงที่และเป็นอิสระต่อกัน จึงเรียกแหล่งจ่ายแบบนี้ว่า แหล่งจ่ายอุดมคติ (Ideal source) แหล่งจ่ายไฟฟ้าอุดมคติแบ่งได้ 2 ประเภทคือ แหล่งจ่ายไฟฟ้าอิสระ (Independent source) และแหล่งจ่ายไฟฟ้าที่ถูกควบคุม (Controlled source) ซึ่งรายละเอียดมีดังนี้คือ

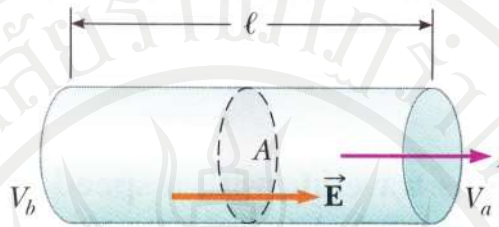
แหล่งจ่ายไฟฟ้าอิสระเป็นแหล่งที่มีเฉพาะตัวจ่ายพลังงานเพียงอย่างเดียว เช่น ถ่านไฟฉาย แบตเตอรี่ เครื่องกำเนิดไฟฟ้ากระแสตรง และกระแสสลับ ฯลฯ ในการวิเคราะห์วงจรนิยมแบ่งแหล่งจ่ายแบบนี้ออกเป็น 2 ชนิดคือ แหล่งจ่ายความต่างศักย์ (Voltage source) และแหล่งจ่ายกระแส (Current source)

สำหรับแหล่งจ่ายไฟฟ้าที่ถูกควบคุมนั้นเป็นแหล่งจ่ายที่ประกอบด้วยแหล่งจ่ายอิสระต่อเป็นวงจรอยู่กับองค์ประกอบอื่น ๆ เช่น ความต้านทาน ตัวเก็บประจุ หรือไดโอด เป็นต้น แหล่งจ่ายแบบนี้ความต่างศักย์ระหว่างขั้วแหล่งจ่ายจะเปลี่ยนแปลงเมื่อแหล่งจ่ายอิสระหรือองค์ประกอบวงจรภายในมีการเปลี่ยนแปลง

### กฎของโอห์ม

ในปี ค.ศ. 1827 โอห์ม (George Simon Ohm) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์และกระแสไฟฟ้าบนตัวนำไฟฟ้าแล้วสรุปผลการศึกษาเอาไว้เป็นกฎเรียกว่ากฎของโอห์ม (Ohm's law)

มีใจความโดยสรุปว่า “เมื่ออุณหภูมิของตัวนำคงที่ ความต่างศักย์ระหว่างปลายของตัวนำจะแปรผันตรงกับ กระแสที่ไหลผ่านตัวนำนั้น” (Kraus & Fleish, 1999: 71)(Cutnell, J.D. and other, 2015: 543)



ภาพที่ 2.6 ลวดตัวนำมีกระแส  $I$  และความต่างศักย์  $V$  ( $V_B - V_A$ )

ที่มา: Jewett & Serway, 2014: 812

จากภาพที่ 2.6 ถ้าให้  $V$  เป็นความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างปลายของตัวนำ และ  $I$  เป็น กระแสที่ไหลผ่านตัวนำ จากกฎของโอห์มจะได้

$$V \propto I$$

$$V = kI \quad \text{หรือ} \quad \frac{V}{I} = k \quad (2.6)$$

ในการตรวจสอบค่าคงที่  $k$  ทำได้โดยการทดลองเปลี่ยนค่าความต่างศักย์  $V$  แล้ววัดกระแส  $I$  ที่ไหลผ่านตัวนำพบว่ามีความสัมพันธ์ที่เป็นไปตามกฎของโอห์ม แต่มีวัตถุหลายชนิด เช่น หลอดสุญญากาศ สารละลาย และเทอร์มิสเตอร์ เป็นต้น ที่ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและความต่างศักย์มีการเปลี่ยนแปลงที่ไม่สอดคล้องกับกฎของโอห์ม แสดงว่าสมบัติภายในของวัตถุจะต้องมีผลต่อความสัมพันธ์นี้ ดังนั้นกฎของโอห์มจึงไม่ใช่กฎพื้นฐานทางแม่เหล็กไฟฟ้า

สำหรับโลหะที่ความสัมพันธ์ระหว่าง  $V$  และ  $I$  เป็นไปตามกฎของโอห์มนั้น กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $V$  และ  $I$  เป็นกราฟเส้นตรงและความชันของกราฟคือ  $V/I$  คือค่าคงที่  $k$  ของตัวนำนั้นและพบว่าค่า  $k$  นี้คือค่าความต้านทาน  $R$  ของตัวนำในขณะนั้นนั่นเอง ดังนั้นกฎของโอห์มจึงเขียนได้ใหม่เป็น (Kraus, 1992: 183)(Cutnell, J.D. and other, 2015: 543)

$$\frac{V}{I} = R$$

$$V = IR \quad (2.7)$$

สมการ (2.7) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์ กระแส และความต้านทานไฟฟ้าของตัวนำทุกชนิด ไม่ว่าจะตัวนำนั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงเป็นไปตามกฎของโอห์มหรือไม่ก็ตาม หน่วยของ

ความต้านทานในระบบเอสไอ (SI Unit) คือ โอห์ม (ohm) ซึ่งมีสัญลักษณ์คือ  $\Omega$  โดยที่ 1 โอห์ม ( $\Omega$ ) คือ 1 โวลต์ (V) ต่อ 1 แอมแปร์ (A) (Jewett & Serway, 2014: 812) สมการ (2.7) หมายความว่าถ้าปลายของลวดตัวนำเกิดความต่างศักย์  $V$  แล้วยอมทำให้มีกระแส  $I$  ไหลผ่านตัวนำ การที่เขียน  $V = IR$  ได้แสดงว่าปริมาณทางขวาและทางซ้ายต้องเป็นปริมาณประเภทเดียวกัน  $V$  อยู่ทางขวาของสมการคือพลังงานที่จ่ายให้กับประจุ  $+1C$  เคลื่อนที่ระหว่างปลายตัวนำ ส่วน  $IR$  อยู่ทางซ้ายของสมการคือพลังงานที่ประจุ  $+1C$  สูญเสียให้กับตัวนำซึ่งมีความต้านทาน  $R$

### สภาพนำและสภาพต้านทาน (Conductivity and Resistivity)

ความต้านทานของตัวนำจะขึ้นอยู่กับตัวแปรดังต่อไปนี้

1. สภาพต้านทานของตัวนำจะแปรผันตรงกับความยาวของตัวนำนั้น ๆ

$$R \propto l$$

2. สภาพต้านทานของตัวนำจะแปรผกผันกับพื้นที่หน้าตัดของตัวนำนั้น ๆ

$$R \propto \frac{1}{A}$$

ดังนั้น

$$R \propto \frac{l}{A}$$

หรือ

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (2.8)$$

ซึ่ง  $\rho$  คือสภาพต้านทานทางไฟฟ้า (Electrical resistivity) ของตัวนำซึ่งค่าของ  $\rho$  จะขึ้นอยู่กับธรรมชาติของตัวนำแต่ละตัวและอุณหภูมิของวัตถุนั้น ๆ ด้วย สมการ (2.8) ให้ความต้านทานของตัวนำในเทอมของความยาวและพื้นที่หน้าตัดของตัวนำและสภาพต้านทานของวัตถุ (ไฟโรจน์ ตีรณธนากุล, 2524: 55)

ถ้ากำหนดให้  $l = 1$  และ  $A = 1$  แล้วจะได้  $\rho = R$  ดังนั้นสภาพต้านทานของตัวนำคือความต้านทานที่ให้แก่วลวดตัวนำหนึ่งหน่วยความยาวและหนึ่งหน่วยพื้นที่ของลวดตัวนำ จากสมการ (2.8) หน่วยของความต้านทานในระบบเอสไอคือ โอห์ม.เมตร ( $\Omega \cdot m$ )

**ความนำไฟฟ้า (Conductance)** คือส่วนกลับของความต้านทานของตัวนำซึ่งสามารถให้สัญลักษณ์เป็น  $G$  และสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$G = \frac{1}{R} \quad (2.9)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

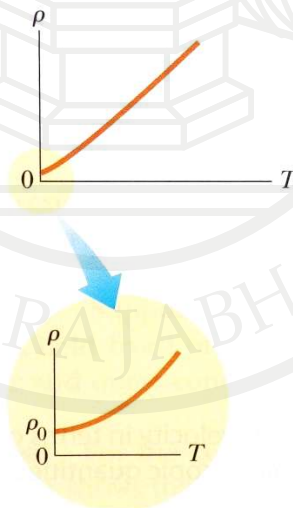


หน่วยของความนำไฟฟ้าในระบบเอสไอคือ โอห์ม<sup>-1</sup> ( $\Omega^{-1}$ ) ซึ่งเรียกว่า โมห์ (mho) ซึ่งบ่อยครั้งก็เรียกเป็น ซีเมนต์ (Siemen, S) ดังนั้นสภาพนำไฟฟ้าของวัตถุตัวนำใด ๆ คือ ส่วนกลับของสภาพต้านทานของวัตถุนั้น ๆ นั้นเองสามารถแสดงได้โดยสมการ (Halliday, Resnick & Walker, 2001: 518)

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (2.10)$$

ซึ่งหน่วยในระบบเอสไอคือ โอห์ม<sup>-1</sup>.เมตร<sup>-1</sup> = โมห์. เมตร<sup>-1</sup> = ซีเมนต์.เมตร<sup>-1</sup> ซึ่งสัญลักษณ์คือ  $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$  หรือ  $S \cdot m^{-1}$  โดยทั่วไปการนำไฟฟ้าของวัตถุใด ๆ จะเปลี่ยนแปลงเมื่อเพิ่มอุณหภูมิหรือให้ความร้อนแก่วัตถุนั้นจะทำให้อะตอมหรือโมเลกุลภายในวัตถุสั่นมากขึ้น ด้วยเหตุนี้ประจุไฟฟ้าที่เป็นตัวนำไฟฟ้าในวัตถุนั้นจึงได้รับผลกระทบจากการสั่นของโมเลกุลภายในวัตถุของตัวมันเองเป็นผลทำให้สภาพต้านทานหรือสภาพนำไฟฟ้าเปลี่ยนแปลง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงสภาพต้านทานหรือสภาพนำไฟฟ้าเนื่องจากอุณหภูมิขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

**โลหะตัวนำ** สภาพต้านทานไฟฟ้าของตัวนำโลหะส่วนมากมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น แสดงดังภาพที่ 2.7 อิเล็กตรอนอิสระคือประจุที่นำกระแสในโลหะเมื่ออะตอมของโลหะสั่นเนื่องจากความร้อน การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนอิสระขณะที่มีกระแสไหลจึงเป็นไปได้ยากมากขึ้น เป็นผลทำให้สภาพต้านทานของโลหะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น



ภาพที่ 2.7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของโลหะเช่นทองแดง

ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 762



สภาพต้านทานไฟฟ้าของโลหะที่อุณหภูมิ  $T$  ประมาณค่าได้ด้วยสมการ (Young & Freedman, 2012: 824)

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (2.11)$$

เมื่อ  $\rho_0$  เป็นสภาพต้านทานไฟฟ้าที่อุณหภูมิอ้างอิง  $T_0$  ซึ่งปกติคือ  $0^\circ\text{C}$  หรือ  $20^\circ\text{C}$   $\rho_T$  เป็นสภาพต้านทานไฟฟ้าที่อุณหภูมิ  $T$  และ  $\alpha$  เป็นสัมประสิทธิ์อุณหภูมิของสภาพต้านทานไฟฟ้า (Temperature coefficient of resistivity) จากสมการ (2.11) จะเห็นว่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิของสภาพต้านทานไฟฟ้ากำหนดโดย

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta T} \quad (2.12)$$

เมื่อ  $\Delta\rho = \rho - \rho_0$  เป็นสภาพต้านทานไฟฟ้าที่เปลี่ยนไปในช่วงอุณหภูมิ  $\Delta T = T - T_0$  พิจารณาค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าและสัมประสิทธิ์อุณหภูมิของสารต่าง ๆ ในตารางที่ 2.1 จะเห็นว่าค่าสภาพต้านทานไฟฟ้ามีช่วงกว้างมากจากค่าน้อยที่สุดสำหรับตัวนำที่ดี เช่น ทองแดงและเงินไปจนถึงค่ามากที่สุด สำหรับฉนวนที่ดี เช่น แก้วและยาง เป็นต้น แต่ทั้งนี้ในทางอุดมคติแล้วสภาพต้านทานไฟฟ้าของตัวนำมีค่าเป็นศูนย์ขณะที่ฉนวนมีค่าสภาพต้านทานเป็นอนันต์

เพราะเหตุว่าสภาพต้านทานไฟฟ้าของสารแปรตามอุณหภูมิ ความต้านทานของตัวนำจึงแปรตามอุณหภูมิด้วย สำหรับช่วงอุณหภูมิไม่กว้างมากนักจะแปรค่าความต้านทานตามอุณหภูมิประมาณว่าเป็นลักษณะเชิงเส้นคือ (Young & Freedman, 2012: 826)

$$R(T) = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \quad (2.13)$$

เมื่อ  $R(T)$  = ความต้านทานที่อุณหภูมิ  $T$

$R_0$  = ความต้านทานที่อุณหภูมิ  $T_0$

$\alpha$  = สัมประสิทธิ์อุณหภูมิความต้านทาน (Temperature coefficient of resistance)

สารกึ่งตัวนำ สารกึ่งตัวนำบริสุทธิ์จะเป็นตัวนำที่เลว โดยเฉพาะที่อุณหภูมิต่ำ ๆ เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น อิเล็กตรอนในพันธะโควาเลนต์ จะถูกพลังงานความร้อนกระตุ้นให้หลุดออกมาเป็นอิสระได้ จึงทำให้สารกึ่งตัวนำ นำไฟฟ้าได้ดีขึ้นเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามสารกึ่งตัวนำบริสุทธิ์อาจถูกทำให้เป็นตัวนำที่ดีขึ้นแม้ที่อุณหภูมิต่ำ โดยการเจือปนสารอื่นบางชนิดลงไปเพียงเล็กน้อย สารกึ่งตัวนำเหล่านี้จะเป็นตัวนำที่ดีขึ้นมาก ลักษณะดังกล่าวนี้จึงเห็นได้ว่าผลของความร้อนทำให้การนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำมีการเปลี่ยนแปลง ในทางตรงกันข้ามกับโลหะตัวนำทั่วไป กล่าวคือ เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นความต้านทานของสารกึ่งตัวนำลดลง ดังภาพที่ 2.4 สำหรับสมการที่ใช้อธิบายการเปลี่ยนแปลงการนำไฟฟ้ากับอุณหภูมิในสารกึ่งตัวนำนั้นจะไม่ใช่สมการเชิงเส้นซึ่งจะไม่กล่าวในที่นี้

ตารางที่ 2.1 ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิและค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าของสารบางชนิดที่อุณหภูมิ 20 °C

สาร	สภาพต้านทาน ( $\Omega.m$ )	สัมประสิทธิ์อุณหภูมิ ( $^{\circ}C^{-1}$ )
เงิน	$1.47 \times 10^{-8}$	$3.8 \times 10^{-3}$
ทองแดง	$1.72 \times 10^{-8}$	$3.93 \times 10^{-3}$
ทองคำ	$2.44 \times 10^{-8}$	$3.4 \times 10^{-3}$
อลูมิเนียม	$2.75 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$
ทังสเตน	$5.25 \times 10^{-8}$	$4.5 \times 10^{-3}$
เหล็ก	$10 \times 10^{-8}$	$5.0 \times 10^{-3}$
แพลทินัม	$11 \times 10^{-8}$	$3.92 \times 10^{-3}$
เหล็กกล้า	$20 \times 10^{-8}$	
ตะกั่ว	$22 \times 10^{-8}$	$4.3 \times 10^{-3}$
ปรอท	$95 \times 10^{-8}$	$0.88 \times 10^{-3}$
นิโครม	$100 \times 10^{-8}$	$0.4 \times 10^{-3}$
กราไฟต์	$3.5 \times 10^{-8}$	$-0.5 \times 10^{-3}$
เจอร์มาเนียม	0.60	$-48 \times 10^{-3}$
ซิลิกอน	2,300	$-75 \times 10^{-3}$
ไม้	$10^8 - 10^{11}$	
อำพัน	$5 \times 10^{14}$	
แก้ว	$10^{10} - 10^{14}$	
ลูไซต์	$> 10^{13}$	
ไมก้า	$10^{11} - 10^{15}$	
ควอทซ์	$75 \times 10^{16}$	
กำมะถัน	$10^{15}$	

ที่มา: Young & Freedman, 2004: 948, Serway, 1986: 605

ฉนวน เป็นวัสดุที่มีสภาพต้านทานสูงมากเนื่องจากไม่มีประจุอิสระนำกระแสเลยอย่างไรก็ตามที่อุณหภูมิสูงขึ้นหรือเมื่อวางฉนวนไว้ในสนามไฟฟ้าความเข้มสูง อะตอมหรือโมเลกุลของสารนั้นอาจแตกตัวเป็นไอออน ซึ่งจะทำให้ฉนวนเหล่านั้นจะกลายเป็นตัวนำได้

สารตัวนำยิ่งยวด (Super conductors) เป็นตัวนำไฟฟ้าที่สมบูรณ์คือมีความต้านทานเป็นศูนย์และสามารถนำไฟฟ้าได้โดยไม่มีการสูญเสียพลังงานเลย การนำไฟฟ้ายวดยิ่งนี้ค้นพบเป็นครั้งแรกโดยนักฟิสิกส์ชาวเนเธอร์แลนด์ชื่อ ฮอนเนส (Onnes) ในปี พ.ศ. 2454 ในขณะที่เขาทำ

การทดลองวัดความต้านทานของปรอทที่อุณหภูมิต่ำมากใกล้ศูนย์เคลวิน พบว่าความต้านทานของปรอทลดลงอย่างทันทีจนเกือบเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิ 4.2 เคลวิน ซึ่งอุณหภูมินี้เรียกว่าอุณหภูมิวิกฤต (Critical temperature) ดังแสดงดังภาพที่ 2.8 และสภาวะดังกล่าวเรียกว่าสภาพนำยวดยิ่ง (Super conductivity)

**ภาพที่ 2.8** การแปรค่าความต้านทานตามอุณหภูมิของปรอท (Hg) ค่าความต้านทานลดลงเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต  $T_c$  คือ 4.2 K กรณีของปรอท  
ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 763

ในปัจจุบันมีการค้นพบสารอื่น ๆ เช่นโลหะผสมและสารประกอบหลายชนิดซึ่งสามารถแสดงสภาพนำยวดยิ่งได้ที่อุณหภูมิกว่า 4.2 K ดังแสดงในตารางที่ 2.2 สารตัวนำยวดยิ่งที่เป็นที่สนใจของนักวิทยาศาสตร์อย่างมากเป็นสารประกอบเซรามิกส์ออกไซด์ เช่น  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  เนื่องจากสารชนิดนี้มีสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิสูงขึ้นและสามารถใช้ในโทรเจนเหลวซึ่งมีราคาถูกกว่าฮีเลียมเหลวมากมาเป็นตัวทำความเย็นได้

ตารางที่ 2.2 อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดบางชนิด

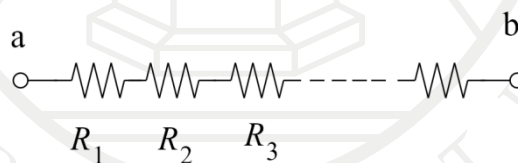
สาร	อุณหภูมิวิกฤต( $T_c$ ; K)
HgBa <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>8</sub>	134
Tl—Ba—Ca—Cu—O	125
Bi—Sr—Ca—Cu—O	105
YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7</sub>	92
Nb <sub>3</sub> Ge	23.2
Nb <sub>3</sub> Sn	18.05
Nb	7.18
Hg	4.15
Sn	3.72
Al	1.19

ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 763

### การนำกฎของโอห์มไปใช้

วงจรไฟฟ้าประกอบด้วยความต้านทานเป็นองค์ประกอบสำคัญ ความต้านทานรวมหรือความต้านทานสุทธิของกลุ่มต้านทานในวงจรมีความสำคัญต่อวงจรมาก ในระดับต้นได้เคยใช้กฎของโอห์มหาความต้านทานรวมของกลุ่มความต้านทานที่ต่อกันในรูปแบบต่าง ๆ ไว้ดังนี้

**ต่อกันแบบอนุกรม (Series circuits)** ตัวต้านทานจะถูกนำมาต่อเรียงกันดังนี้



ภาพที่ 2.9 การต่อตัวต้านทานแบบอนุกรม

ที่มา: Bhiday, 1997: 146

เมื่อกำหนดให้กระแสไฟฟ้า  $I$  ไหลผ่านวงจรส่วนของวงจร  $ab$  กระแสไฟฟ้า  $I$  จะไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวเป็นค่าเดียวกัน จากกฎของโอห์มจะทำให้ได้ว่า

(Jewett & Serway, 2014: 837)

$$V_1 = IR_1, V_2 = IR_2$$

เมื่อ  $V_1, V_2$  เป็นค่าความต่างศักย์คร่อมตัวต้านทาน  $R_1, R_2$  ตามลำดับซึ่งโดยทั่วไปจะไม่เท่ากัน ความต่างศักย์ไฟฟ้า  $V_{ab}$  จะเท่ากับผลรวมของความต่างศักย์คร่อมที่ตัวต้านทานแต่ละตัวนั่นเอง

$$V_{ab} = V_1 + V_2$$

$$IR_{ab} = IR_1 + IR_2$$

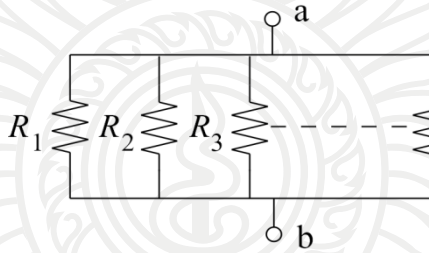
$$IR_{ab} = I(R_1 + R_2)$$

ความต้านทานรวมมีค่าเท่ากับผลรวมของความต้านทานแต่ละตัว

$$R_{ab} = R_1 + R_2 \quad (2.14)$$

สมการ (2.14)  $R_{ab}$  จะมีค่ามากกว่าค่าความต้านทานย่อยที่มีค่ามากที่สุด

ต่อกันแบบขนาน (Parallel circuits) ตัวต้านทานจะถูกนำมาต่อเรียงกันดังนี้



ภาพที่ 2.10 การต่อตัวต้านทานแบบขนาน

ที่มา: กัมพล ทองเรือง, 2547: 21

เมื่อให้กระแสไฟฟ้า  $I$  ไหลผ่านวงจรส่วนของวงจร  $ab$  ดังนั้นกระแสไฟฟ้า  $I$  จะไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวแตกต่างกัน แต่ความต่างศักย์ระหว่างปลายทั้งสองของตัวต้านทานเท่ากันทุกตัว คือ  $V_{ab} = V_1 = V_2$  ดังนั้นกระแสไฟฟ้ารวมคือ (Jewett & Serway, 2014: 838)

$$I_{ab} = I_1 + I_2$$

$$\frac{V}{R_{ab}} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \quad \text{แต่ } V_{ab} = V_1 = V_2$$

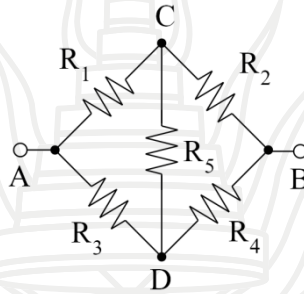
$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2.15)$$

จะเห็นว่า  $R_{ab}$  มีค่าน้อยกว่าความต้านทานย่อยที่มีค่าน้อยที่สุด

ดังนั้นกรณีที่ตัวต้านทานสองตัวต่อขนานกันจะได้ว่า

$$R_{ab} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.16)$$

การต่อกันแบบบริดจ์ (Bridge circuits) ตัวต้านทานจะถูกนำมาต่อกันดังภาพ



ภาพที่ 2.11 การต่อตัวต้านทานแบบบริดจ์

ที่มา: พุทธิ พุทธางกูล และ พิพัฒน์ พัดคุ้ม, 2521: 133

การหาค่าความต้านทานรวมแบบบริดจ์จะทำได้ 2 กรณีดังนี้

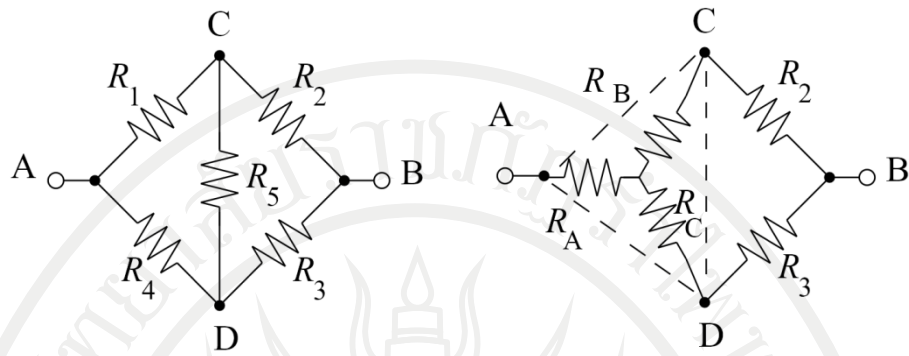
**กรณีที่ 1** ถ้า  $V_{CD} = 0$  เรียกกรณีนี้ว่าบริดจ์สมดุล (Balanced bridge) กรณีนี้จะไม่มีการไหลผ่าน  $R_5$  จึงตัด  $R_5$  ออกจากวงจรได้เมื่อใช้กฎของโอห์มกับวงจรนี้จะได้เงื่อนไขการสมดุลของบริดจ์ว่า

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (2.17)$$

ดังนั้นการหาความต้านทานรวมของกลุ่มความต้านทานที่ต่อแบบบริดจ์จึงต้องทดสอบวงจรก่อนว่าบริดจ์สมดุลหรือไม่โดยใช้เงื่อนไขข้างต้น เมื่อบริดจ์สมดุลความต้านทานรวมจึงหาได้จาก ( $R_1$ อนุกรม  $R_2$ ) ขนานกับ ( $R_3$ อนุกรม  $R_4$ )

**กรณีที่ 2** ถ้า  $V_{CD} \neq 0$  เรียกกรณีนี้ว่าบริดจ์ไม่สมดุล (Non-balanced bridge) กรณีนี้จะมีกระแสไหลผ่าน  $R_5$  อยู่ด้วยจึงไม่อาจตัด  $R_5$  ออกได้ การหาความต้านทานรวมโดยตรงไม่อาจทำได้เนื่องจากไม่สามารถบอกรูปแบบการต่อความต้านทาน การหาค่าความต้านทานรวมของความต้านทานกรณีนี้ทำได้โดยใช้วงจรเทียบเท่า (Equivalent circuit) หรือการเปลี่ยนแปลงรูปวงจร (Transformation) ดังรูปซึ่งเรียกว่าการแปลงวงจรความต้านทานแบบ  $\Delta - Y$  (Delta to Y transformation) (มงคล ทองสงคราม, 2540: 131)



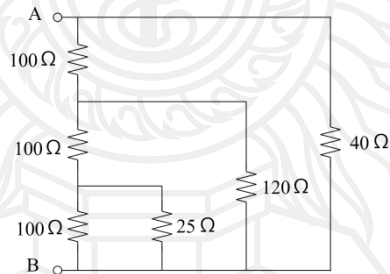


ภาพที่ 2.12 การแปลงวงจรแบบ  $\Delta - Y$

จากวงจรทั้งสองจะได้

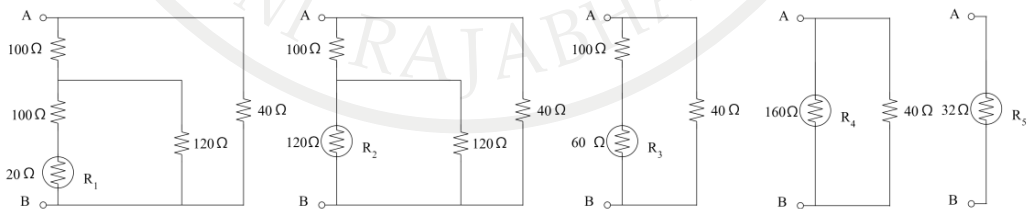
$$R_A = \frac{R_1 R_3}{\sum_i R_i}, \quad R_B = \frac{R_1 R_5}{\sum_i R_i}, \quad R_C = \frac{R_3 R_5}{\sum_i R_i} \quad (2.18)$$

ตัวอย่าง 2.4 จากภาพที่ 2.13 จงหาความต้านทานรวมระหว่างจุด A และ B ของกลุ่มความต้านทานที่กำหนดให้



ภาพที่ 2.13 ประกอบตัวอย่าง 2.4

วิธีทำ วิธีที่สะดวกและรวดเร็วแสดงได้โดยการเขียนวงจรแสดงการรวมในแต่ละช่วงดังนี้



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

$$R_1 = (100\Omega \text{ ขนาน } 25\Omega) = 20\Omega$$

$$R_2 = (20\Omega \text{ อนุกรม } 100\Omega) = 120\Omega$$

$$R_3 = (120\Omega \text{ ขนาน } 120\Omega) = 60\Omega$$

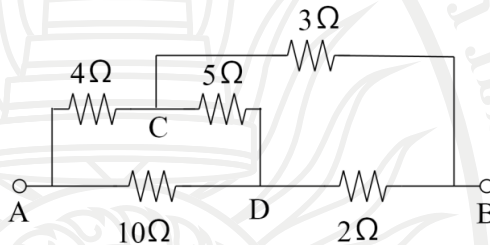
$$R_4 = (60\Omega \text{ อนุกรม } 100\Omega) = 160\Omega$$

$$R_5 = (160\Omega \text{ ขนาน } 40\Omega) = 32\Omega$$

ตัวอย่าง 2.5 จากภาพที่ 2.14 จงหาความต้านทานรวม ของกลุ่มความต้านทานในภาพที่กำหนดให้

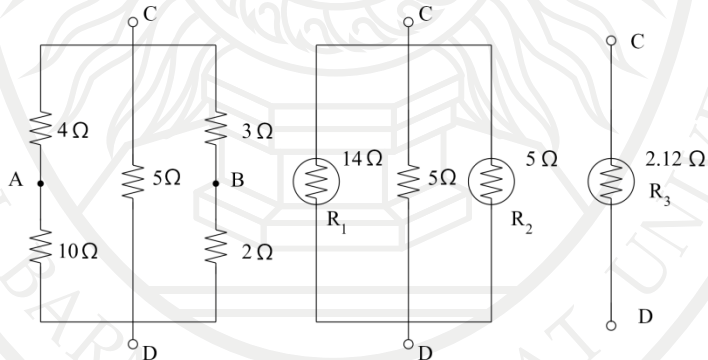
(ก) ระหว่างจุด C และ D

(ข) ระหว่างจุด A และ B



ภาพที่ 2.14 ประกอบตัวอย่าง 2.5

วิธีทำ (ก) ในการหาความต้านทานรวมระหว่างจุด C และ D สามารถเขียนรูปใหม่ได้เป็น

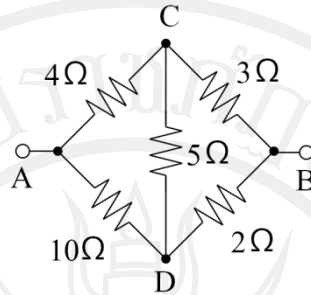


$$R_1 = (4\Omega \text{ อนุกรม } 10\Omega) = 14\Omega$$

$$R_2 = (3\Omega \text{ อนุกรม } 2\Omega) = 5\Omega$$

$$R_3 = (14\Omega \text{ ขนาน } 5\Omega \text{ ขนาน } 5\Omega) = 2.12\Omega$$

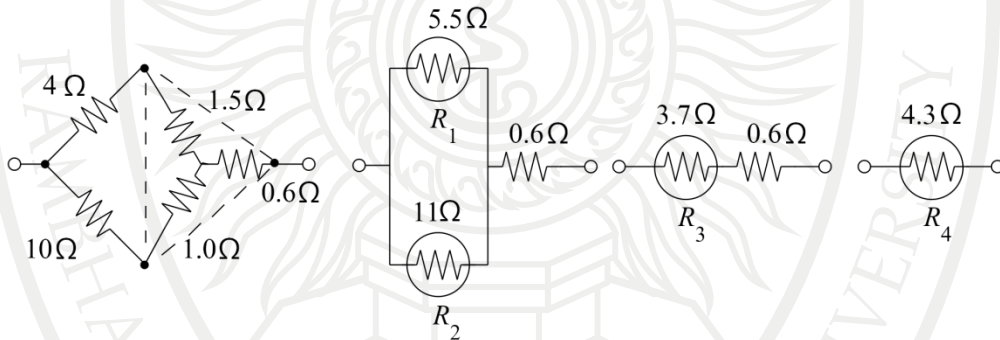
(ข) ในการหาความต้านทานรวมระหว่างจุด A และ B สามารถเขียนรูปใหม่ได้เป็น



จากวงจรใหม่จึงทดสอบว่าบริดจ์สมดุลหรือไม่

$$\frac{4}{3} \neq \frac{10}{2} \text{ พบว่าบริดจ์ไม่สมดุล}$$

ดังนั้นจึงสามารถแปลงวงจร  $\Delta$  ได้ดังนี้



$$R_1 = (4\Omega \text{ อนุกรม } 1.5\Omega) = 5.5\Omega$$

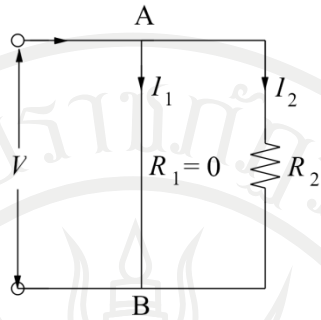
$$R_2 = (10\Omega \text{ อนุกรม } 1\Omega) = 11\Omega$$

$$R_3 = (5.5\Omega \text{ ขนาน } 11\Omega) = 3.7\Omega$$

$$R_4 = (3.7\Omega \text{ อนุกรม } 0.6\Omega) = 4.3\Omega$$

ความต้านทานรวมของกลุ่มความต้านทานที่มีการลัดวงจรบางคู่ จากภาพที่ 2.15 ความต้านทาน  $R_2$  ต่ออยู่กับ  $V$  และเมื่อนำลวดตัวนำซึ่งไม่มีความต้านทานมาต่ออย่างขนานกับความต้านทาน  $R_2$  จึงเรียกว่าการลัดวงจร  $R_2$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

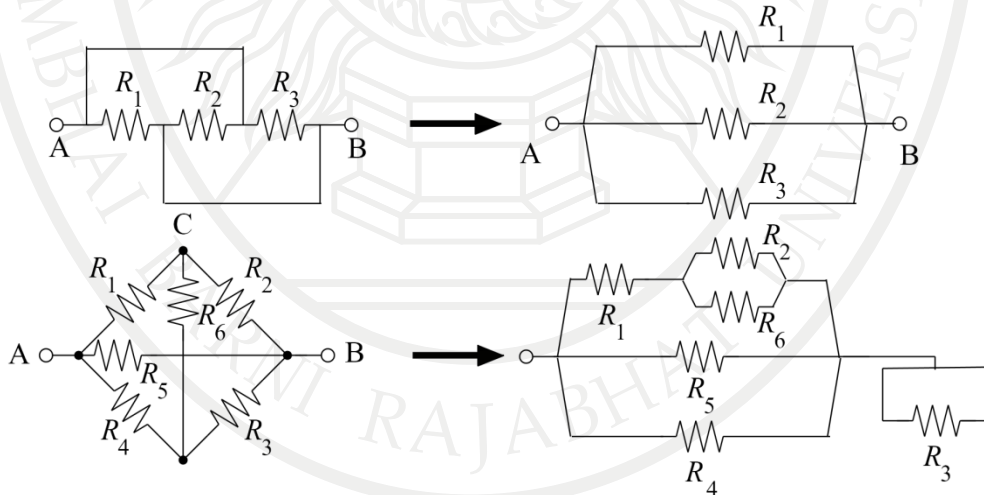


ภาพที่ 2.15 ลวดตัวนำซึ่งไม่มีความต้านทานต่อลวดวงจร  $R_2$

$$V_{AB} = I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$I_2 = \frac{I_1 R_1}{R_2} = \frac{I_1(0)}{R_2} = 0$$

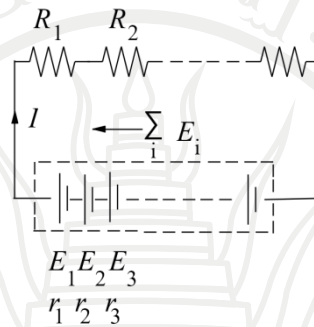
จะเห็นได้ว่า ณ จุดคู่ที่มีการลัดวงจรจะไม่มีกระแสแยกไหลผ่านความต้านทานที่ต่ออยู่ระหว่างจุดคู่นี้ กระแสทั้งหมดจะไหลผ่านตัวนำที่ลัดวงจรดังนั้นจุดคู่ที่มีการลัดวงจรจึงเป็นเสมือนจุด ๆ เดียวกัน ดังนั้นข้อสรุปที่ได้นี้สามารถนำไปเขียนวงจรใหม่ได้ดังภาพที่ 2.16 เพื่อหารูปแบบการต่อสำหรับกลุ่มความต้านทานที่มีการลัดวงจรบางจุดคู่ทำให้หาความต้านทานรวมได้ง่ายขึ้นมากเช่น



ภาพที่ 2.16 การแปลงวงจร

## กฎของโอห์มเมื่อนำไปใช้กับวงจรไฟฟ้า

ในวงจรเดี่ยวที่มีแหล่งจ่ายอิสระหลายแหล่งจ่ายและความต้านทานภายนอกหลายตัวดังภาพที่ 2.17

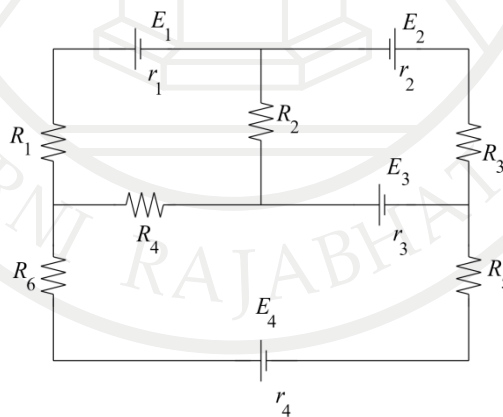


ภาพที่ 2.17 วงจรเดี่ยวที่มีแหล่งจ่ายอิสระและความต้านทานภายนอกหลายตัว จากกฎของโอห์มจะได้

$$E_1 + E_2 + \dots = IR_1 + IR_2 + \dots + Ir_1 + Ir_2 + \dots$$

$$\sum_i E_i = \sum_i IR_i \quad (2.19)$$

จากสมการ (2.19) ให้ความหมายว่า ในวงจรปิดใด ๆ ผลรวมแบบพีชคณิตของแรงเคลื่อนไฟฟ้าของแหล่งจ่ายมีค่าเท่ากับผลรวมแบบพีชคณิตของความต่างศักย์บนความต้านทานตลอดวงจรปิด นั้นกรณีวงจรหลายรูปวงหรือโครงข่ายไฟฟ้าที่ยู่ยงยาก ดังเช่นวงจรในภาพที่ 2.18



ภาพที่ 2.18 วงจรหลายรูปวงหรือโครงข่ายไฟฟ้า

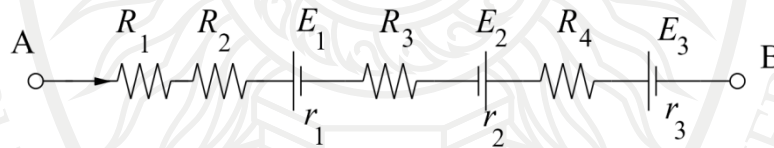
กฎของโอห์มยังใช้แก้ปัญหาวงจรได้อยู่ เพียงแต่ต้องใช้เวลาและไม่สะดวกเท่าที่ปริมาณต่าง ๆ ในวงจรขึ้นอยู่กับกระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัวการใช้กฎของโอห์มหากระแสที่ผ่านความต้านทานแต่ละตัวทำได้ดังนี้

กระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัว เกิดจากกระแสแยกไหลของแหล่งจ่ายแต่ละแหล่งหาได้โดยการลัดวงจรแหล่งจ่ายอื่นแล้วให้แหล่งจ่ายนั้นจ่ายกระแส หากกระแสแยกไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัวทำเช่นนี้จนครบทุกแหล่งจ่าย กระแสสุทธิบนความต้านทานตัวใดตัวหนึ่งหาได้จากผลรวมแบบพีชคณิตของกระแสแยกไหลจากแต่ละแหล่งจ่าย

การใช้กฎของโอห์มกับวงจรหลายรูปบวกรวมกันแล้วเสียเวลามากโดยทั่วไปนิยมใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ซึ่งจะศึกษาในหัวข้อต่อไป

### การใช้กฎของโอห์มหาความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดในวงจรไฟฟ้า

ในวงจรไฟฟ้าที่ประกอบด้วยความต้านทานและแหล่งจ่ายไฟฟ้าอิสระที่กระจายทั่วไปในวงจรมันหาความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดในวงจรจะหาได้ง่ายโดยใช้กฎของโอห์ม กำหนดให้จุด A และ B เป็นจุดคู่หนึ่งที่อยู่ในวงจรไฟฟ้าระหว่าง A และ B ดังภาพที่ 2.16



ภาพที่ 2.19 วงจรไฟฟ้าระหว่างจุด A และ B

$$\begin{aligned}
 V_{AB} - E_1 + E_2 - E_3 &= IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4 + Ir_1 + Ir_2 + Ir_3 \\
 V_{AB} &= (IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4 + Ir_1 + Ir_2 + Ir_3) + (E_1 - E_2 + E_3) \\
 V_{AB} &= \sum_i IR_i + \sum_i E_i \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

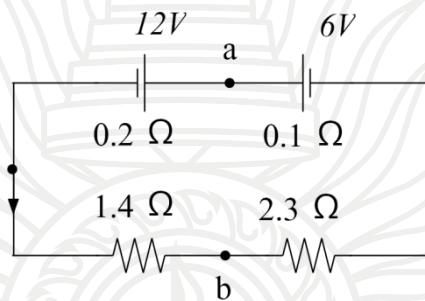
สมการ (2.20) ให้ข้อสรุปว่าความต่างศักย์ระหว่างจุดคู่หนึ่งในวงจรไฟฟ้าหาได้จากผลรวมแบบพีชคณิตของความต่างศักย์ บนความต้านทานกับแรงเคลื่อนของแหล่งจ่ายระหว่างจุดคู่นั้น การพิจารณาค่า  $E_i$  เพื่อหาค่า  $\sum_i E_i$  ในสมการ (2.19) และ (2.20) นั้นแตกต่างกันเล็กน้อยในสมการ (2.19)  $\sum_i E_i$  เป็นส่วนจ่ายพลังงาน  $E$  ที่สวนกับทิศกระแสจึงแทนด้วย  $-E_i$  และ  $E_i$



ที่ตามทิศกระแสแทนด้วยบวก  $+E_i$  ส่วนในสมการ (2.20)  $\sum_i E_i$  เป็นส่วนต้านกระแสเหมือน  $\sum_i IR_i$  การแทนค่าเครื่องหมายจึงตรงกันข้ามกับในกรณีแรก

ตัวอย่าง 2.6 จากวงจรที่กำหนดให้ จงหา

- (ก) กระแสที่ไหลในวงจรทั้งขนาดและทิศทาง
- (ข) ความต่างศักย์ระหว่างจุด a และ b



ภาพที่ 2.20 ประกอบตัวอย่าง 2.6

จากสมการ (2.19)  $\sum_i E_i = \sum_i IR_i$

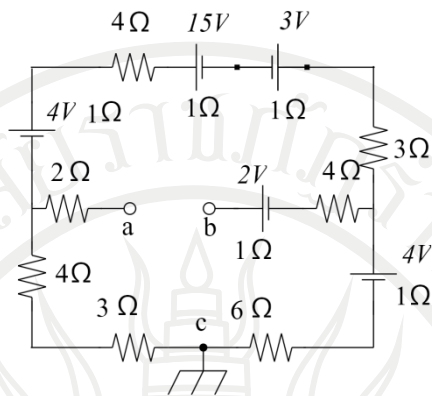
$$\begin{aligned}
 I &= \frac{\sum_i E_i}{\sum_i R_i} \\
 &= \frac{12V - 6V}{(0.2\Omega + 0.1\Omega + 2.3\Omega + 1.4\Omega)} \\
 &= 1.5A \quad \text{ทิศตามเข็มนาฬิกา}
 \end{aligned}$$

จากสมการ (2.20)

$$\begin{aligned}
 V &= \sum_i IR_i + \sum_i E_i \\
 &= I \sum_i R_i + \sum_i E_i \\
 &= [1.5A(0.1\Omega + 2.3\Omega)] + 6V \\
 &= 9.6V
 \end{aligned}$$

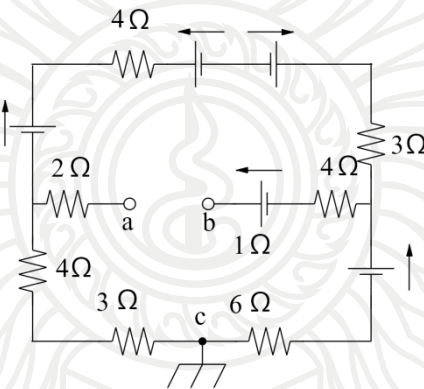
ตัวอย่าง 2.7 จากวงจรที่กำหนดให้จงหา

- (ก) กระแสที่ไหลในวงจรทั้งหมดและทิศทางของกระแส
- (ข) ศักย์ไฟฟ้าที่ a และความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด a และ b



ภาพที่ 2.21 ประกอบตัวอย่าง 2.7

วิธีทำ (ก) สามารถเขียนทิศของกระแส (ทิศตามลูกศร) ของแต่ละแหล่งจ่ายได้ดังนี้



เนื่องจากระหว่าง a และ b เป็นวงจรขาดจึงไม่มีกระแสไหลผ่าน สายส่วนกลางเมื่อหา  $\sum_i E_i$  ของวงจรจะได้กระแสในวงจรไหลในทิศทางเข็มนาฬิกา

(ก) จากสมการ (2.19) จะได้

$$I = \frac{\sum_i E_i}{\sum_i R_i} = \frac{15V - 4V + 4V - 3V}{(1\Omega + 4\Omega + 1\Omega + 4\Omega + 3\Omega + 6\Omega + 1\Omega + 3\Omega + 1\Omega)}$$

$$= 0.5A$$

(ข) จากสมการ (2.20) จะได้  $V_{ac} = \sum_i IR_i + \sum_i E_i$

$$V_{ac} = I \sum_i R_i + \sum_i E_i$$

$$V_{ac} = V_a - V_c = 0A(2\Omega) + 0.5A(3\Omega + 4\Omega)$$

$$= 3.5V$$

$$V_{ab} = \begin{bmatrix} 0A(2\Omega) \\ +0.5A(4\Omega + 3\Omega + 6\Omega + 1\Omega) \\ +0A(4\Omega + 1\Omega) \end{bmatrix} + (-4V - 2V) \\ = 1V$$

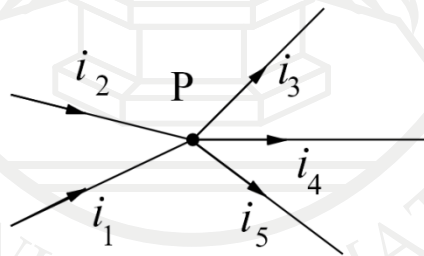
### กฎของเคอร์ชอฟฟ์

กุสตาฟ โรแบร์ต คีร์ชฮอฟฟ์ (Kirchhoff, Gustav Robert; ค.ศ.1824-1887) นักวิทยาศาสตร์ชาวเยอรมันได้พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าที่ซับซ้อนซึ่งไม่สามารถลดรูปเป็นวงจรอนุกรมหรือวงจรขนานอย่างง่ายได้ กฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's law) มีสาระคล้ายกับกฎของโอห์มต่างกันที่กฎของเคอร์ชอฟฟ์มีการขยายความให้กว้างขวางออกไปเพื่อให้ครอบคลุมวงจรไฟฟ้าที่ซับซ้อนดังนั้นกฎของเคอร์ชอฟฟ์จึงสามารถใช้ได้กับวงจรไฟฟ้าที่ซับซ้อนได้สะดวกรวดเร็วกว่ากฎของโอห์ม (Feynman, Leighton & Sands, 2001: 1021)

กฎของกฎของเคอร์ชอฟฟ์เป็นกฎที่ใช้กับวงจรไฟฟ้าปิด บางครั้งเรียกกฎนี้ว่ากฎของวงจรปิด (Loop theorem) กฎนี้มี 2 ข้อมีใจความโดยสรุปว่า

**กฎข้อที่ 1** กฎทางกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Current law = KCL)

“ณ จุดใดจุดหนึ่งในวงจรไฟฟ้า ผลรวมแบบพีชคณิตของกระแสไฟฟ้า มีค่าเป็นศูนย์เสมอ” ซึ่งกฎข้อที่ 1 ของเคอร์ชอฟฟ์พิจารณาได้ดังนี้ (Jewett & Serway, 2014: 843)



ภาพที่ 2.22 กฎทางกระแสของเคอร์ชอฟฟ์

ที่มา: Gupta, 2001: 271

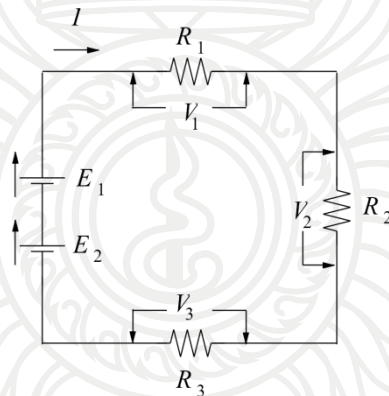
จากภาพที่ 2.22 จะพิจารณาเห็นได้ว่า ณ จุดแยกของกระแส (Junction) ที่จุด P กระแสที่ไหลเข้าคือ  $i_1$  และ  $i_2$  ส่วนกระแสที่ไหลออกคือ  $i_3$ ,  $i_4$  และ  $i_5$  ปกติแล้วจะกำหนดให้กระแสที่ไหลเข้าทั้งหมดมีค่าเป็นบวก และกระแสที่ไหลออกมีค่าเป็นลบ ดังนั้นเมื่อเขียนเป็นสมการจะได้ดังนี้คือ

$$i_1 + i_2 + (-i_3 - i_4 - i_5) = 0$$

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5 \quad (2.21)$$

จากสมการ (2.21) ให้ความหมายว่า ณ จุดแยกของกระแสไฟฟ้าปริมาณกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้า ณ จุดนั้นมีขนาดเท่ากับปริมาณกระแสที่ไหลออกจากจุดนั้นเสมอหรืออาจกล่าวได้ว่าจุดใดจุดหนึ่งในวงจรไฟฟ้าจะไม่มี การเก็บกักประจุไฟฟ้าเอาไว้ (Halliday & Resnick, 1966: 798)

**กฎข้อที่ 2** เรียกว่ากฎทางความต่างศักย์ของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage law = KVL) กล่าวไว้ว่า “ในวงจรปิดใดๆ ผลรวมแบบพีชคณิตของแรงเคลื่อนแหล่งจ่ายและความต่างศักย์ตลอดวงจรมีค่าเป็นศูนย์” (Halliday & Resnick, 1997: 636) กฎข้อนี้มีความหมายเช่นเดียวกับสมการ (2.19) โดยการเพิ่มความต่างศักย์ บนความต้านทานเนื่องจากกระแสของวงจรลัดไปเข้าไปเท่านั้น พิจารณาวงจรดังภาพที่ 2.23



ภาพที่ 2.23 กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

จากภาพที่ 2.23 จะพิจารณาเห็นได้ว่าแรงดันที่จ่ายให้แก่วงจรคือ  $E_1$  และ  $E_2$  ส่วนแรงดันตกคร่อมที่ความต้านทานของวงจรคือแรงดัน  $V_1$ ,  $V_2$  และ  $V_3$  ซึ่งตกคร่อมที่ความต้านทาน  $R_1$ ,  $R_2$  และ  $R_3$  ตามลำดับ จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์จะเขียนสมการได้คือ

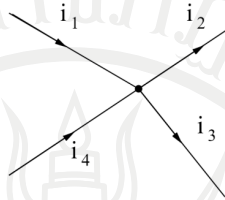
ผลรวมของแรงดันที่จ่ายให้แก่วงจร = ผลรวมของแรงดันที่ตกคร่อมความต้านทานทั้งหมด นั่นคือ

$$E_1 + E_2 = V_1 + V_2 + V_3$$

$$E_1 + E_2 - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

$$\sum E = E_1 + E_2 - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \quad (2.22)$$

ตัวอย่าง 2.8 การไหลของกระแสดังแสดงในภาพที่ 2.24 ถ้า  $i_1 = 5A$ ,  $i_2 = -4A$  และ  $i_4 = 2A$  จงหาค่าของ  $i_3$

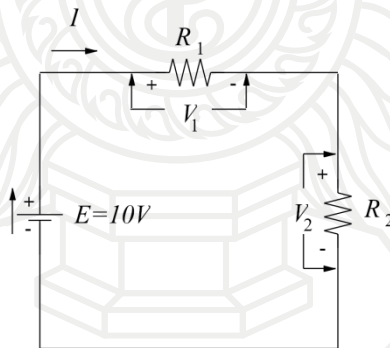


ภาพที่ 2.24 ประกอบตัวอย่าง 2.8

วิธีทำ จากกฎของกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

$$\begin{aligned} i_1 - i_2 - i_3 + i_4 &= 0 \\ i_3 &= i_1 - i_2 + i_4 \\ &= 5A + (-4A) + 2A \\ &= 3A \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 2.9 จากวงจรที่กำหนดให้ ถ้า  $E = 10V$  และ  $V_1 = 4V$  จงหาค่า  $V_2$



ภาพที่ 2.25 ประกอบตัวอย่าง 2.9

วิธีทำ จากกฎทางความต่างศักย์ของเคอร์ชอฟฟ์จะได้

$$E = V_1 + V_2$$

$$V_2 = E - V_1$$

$$= 10V - 4V$$

$$= 6V$$

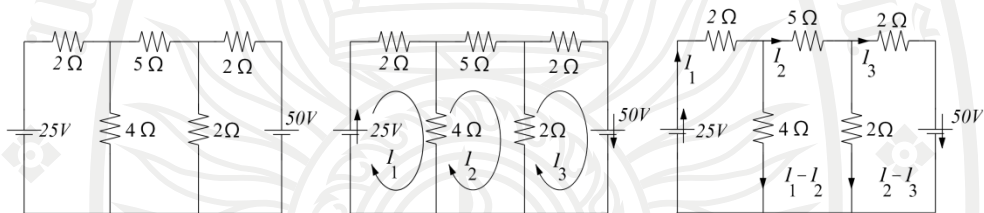
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## การนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์ไปใช้

การนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์ไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับวงจรไฟฟ้านั้นมีหลักที่สำคัญคือการสร้างสมการสำหรับแต่ละวงจรปิดโดยใช้ KVL แล้วแก้สมการหาค่ากระแสตั้งวงจรตัวอย่างในภาพที่ 2.26 การกำหนดกระแสทำได้ 2 วิธีคือ

วิธีที่ 1 กำหนดกระแสไหลวนในแต่ละวงจรปิด (Loop current) ดังภาพที่ 2.26 (กลาง)

วิธีที่ 2 กำหนดกระแสที่ไหลในแต่ละส่วนของวงจรที่ไม่มีการแยกไหลของกระแส (Branch current) ดังภาพที่ 2.26 (ขวา)



ภาพที่ 2.26 (ซ้าย) วงจรต้นแบบ (กลาง) กำหนดกระแสไหลวนในแต่ละวงจรปิด (Loop current) และ (ขวา) กำหนดกระแสที่ไหลในแต่ละส่วนของวงจรที่ไม่มีการแยกไหลของกระแส (Branch current)

ใช้ KVL กับสมการในแต่ละวงจรปิด

Loop current

$$\text{Loop ที่ 1: } 2I_1 + 4(I_1 - I_2) = 25$$

$$2I_1 + 4I_1 - 4I_2 = 25$$

$$6I_1 - 4I_2 = 25$$

$$\text{Loop ที่ 2: } 5I_2 + 2(I_2 - I_3) + 4(I_2 - I_1) = 0$$

$$5I_2 + 2I_2 - 2I_3 + 4I_2 - 4I_1 = 0$$

$$11I_2 - 4I_1 - 2I_3 = 0$$

$$\text{Loop ที่ 3: } 2I_3 + 2(I_3 - I_2) = 50$$

$$2I_3 + 2I_3 - 2I_2 = 50$$

$$4I_3 - 2I_2 = 50$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



Branch current

$$\text{Loop ที่ 1: } 2I_1 + 4(I_1 - I_2) = 25$$

$$6I_1 - 4I_2 = 25$$

$$\text{Loop ที่ 2: } -4(I_1 - I_2) + 2(I_2 - I_3) + 5I_2 = 0$$

$$4I_1 - 11I_2 + 2I_3 = 0$$

$$\text{Loop ที่ 3: } -2(I_2 - I_3) + 2I_3 = 50$$

$$-2I_2 + 4I_3 = 50$$

ระบบสมการที่ได้เป็นระบบสมการเชิงเส้น (Linear equation) ซึ่งประกอบด้วย  $n$  ตัวแปรและ  $n$  สมการ วิธีแก้สมการ ทารากสมการที่สะดวกและรวดเร็วที่สุด นิยมใช้วิธีทางเมทริกซ์ โดยทั่วไป นิยมใช้กฎของคราเมอร์ (Cramer's rule) ดังนี้

กำหนดสมการเชิงเส้น

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n = b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n = b_2$$

•  
•  
•

$$a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \dots + a_{nn}X_n = b_n$$

ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) ของสมการนี้คือ

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{vmatrix}$$

ถ้า  $\det A \neq 0$  จะได้รากหรือคำตอบของสมการเป็น

$$X_1 = \frac{\det A_1}{\det A}, X_2 = \frac{\det A_2}{\det A}, \dots, X_n = \frac{\det A_n}{\det A}$$

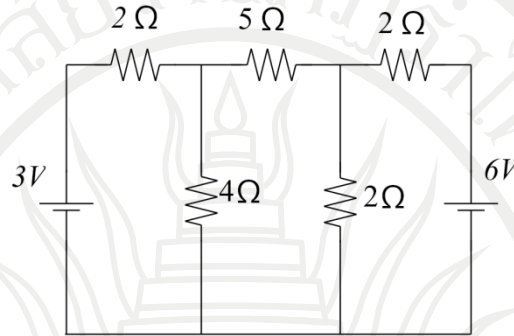
เมื่อ  $\det A_i$  เป็นเมทริกซ์ที่เกิดจากเมทริกซ์  $A$  โดยการเปลี่ยนสมาชิกในตอน (Column) ที่  $i$

ของ  $A$  โดยแทน  $a_{1i}$  ด้วย  $b_1$ ,  $a_{2i}$  ด้วย  $b_2$ , ...,  $a_{ni}$  ด้วย  $b_n$

ตัวอย่าง 2.10 จากวงจรที่กำหนดให้ตามภาพที่ 2.27 จงหา

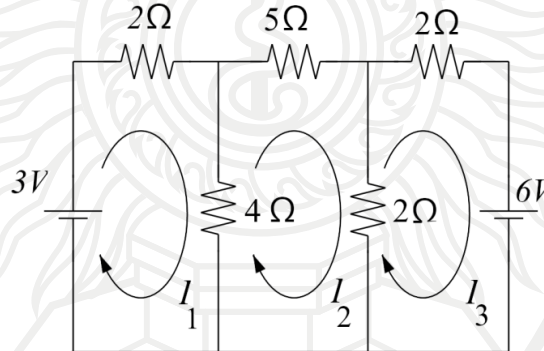
(ก) กระแสที่ผ่านความต้านทาน  $5\Omega$

(ข) ความต่างศักย์บนความต้านทาน  $4\Omega$



ภาพที่ 2.27 ประกอบด้วยตัวอย่าง 2.9

วิธีทำ ตามภาพที่ 2.27 สามารถกำหนดกระแสแบบ Loop current ได้ดังนี้



จาก KCL จะทำให้ได้ว่า

$$\text{Loop ที่ 1: } 6I_1 - 4I_2 + 0I_3 = 3$$

$$\text{Loop ที่ 2: } -4I_1 + 11I_2 - 2I_3 = 0$$

$$\text{Loop ที่ 3: } 0I_1 - 2I_2 + 4I_3 = 6$$

$$\det.A = \begin{vmatrix} 6 & -4 & 0 \\ 4 & 11 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (6)(11)(4) + (-4)(-2)(0) + (0)(-4)(-2) - (0)(11)(0) - (-2)(-2)(6) - (4)(-4)(-4)$$

$$= 264 + 0 + 0 - 0 - 24 - 64$$

$$= 176$$

$$\det.A_1 = \begin{vmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 0 & 11 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (3)(11)(4) + (-4)(-2)(6) + (0)(0)(-2) \\ - (6)(11)(0) - (-2)(-2)(3) - (4)(0)(-4)$$

$$= 132 + 48 + 0 - 0 - 12 - 0$$

$$= 168$$

$$\det.A_2 = \begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & -2 \\ 0 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (6)(0)(4) + (3)(-2)(0) + (0)(-4)(6) \\ - (0)(0)(0) - (6)(-2)(6) - (4)(-4)(3)$$

$$= 0 + 0 + 0 - 0 + 72 + 48$$

$$= 120$$

$$\det.A_3 = \begin{vmatrix} 6 & -4 & 3 \\ 4 & 11 & 0 \\ 0 & -2 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= (6)(11)(6) + (-4)(0)(0) + (3)(-4)(-2) \\ - (0)(11)(3) - (-2)(0)(6) - (6)(-4)(-4)$$

$$= 396 + 0 + 24 - 0 - 0 - 96$$

$$= 324$$

$$I_1 = \frac{168}{176} = 0.95A; I_2 = \frac{120}{176} = 0.68A; I_3 = \frac{324}{176} = 1.84A$$

ดังนั้น

ลึขสิทธิ์ที่ผ่านความต้านทาน  $5\Omega$  คือ  $I_2 = 0.68A$

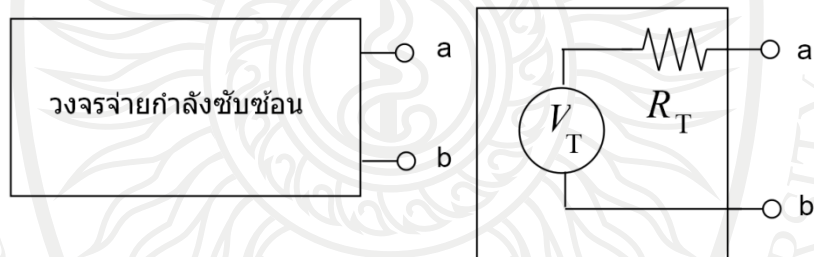
(ข) ความต่างศักย์บนความต้านทาน  $4\Omega$  คือ  $4(0.95 - 0.68) = 1.08V$

## การแปลงวงจรไฟฟ้าให้ง่าย

ในวงจรหลายรูปบวกรหรือโครงข่ายไฟฟ้าที่ซับซ้อนนั้นการแปลงวงจรไฟฟ้าให้ง่าย (Circuit Simplification) ทำได้โดยเขียนรูปแบบวงจรให้ง่ายขึ้นได้โดยการแบ่งวงจรออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนจ่ายกำลัง (Power supply) ส่วนรับกำลัง (Load) สำหรับแหล่งจ่ายกำลังที่ซับซ้อนสามารถทำให้อยู่ในรูปแบบแหล่งอุดมคติได้โดยใช้ทฤษฎีของเทเวนิน (Thevenin's theorem) และทฤษฎีของนอร์ตัน (Norton's theorem) ดังจะได้กล่าวในรายละเอียดต่อไป

### ทฤษฎีของเทเวนิน

ทฤษฎีของเทเวนิน (Thevenin's theorem) เป็นทฤษฎีที่ใช้เปลี่ยนวงจรจ่ายกำลังที่ซับซ้อนให้เป็นวงจรจ่ายกำลังเทียบเท่าซึ่งประกอบด้วยแหล่งจ่ายแรงเคลื่อนไฟฟ้าอุดมคติอนุกรมอยู่กับความต้านทานเพียง 1 ตัวเท่านั้น



ภาพที่ 2.28 วงจรเทียบเท่าเทเวนิน (Thevenin's circuit)

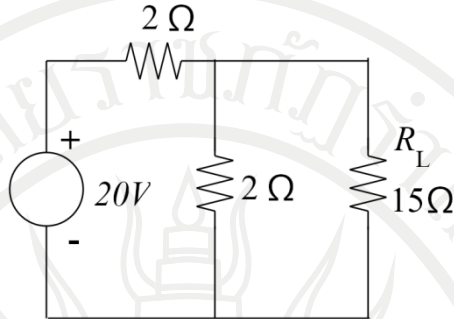
จากภาพ  $V_T$  คือแหล่งจ่ายแรงเคลื่อนไฟฟ้าอุดมคติของเทเวนิน

$R_T$  คือความต้านทานแหล่งจ่ายของเทเวนิน

การหาค่า  $V_T$  และ  $R_T$  ของแหล่งจ่ายเทียบเท่าเทเวนินหาได้โดยการพิจารณาดังนี้  $R_T$  คือค่าความต้านทานสุทธิของแหล่งจ่ายหรือคือความต้านทานสุทธิระหว่างขั้วโหนด ดังนั้น  $R_T$  จึงหาได้จากการลัดวงจรแหล่งจ่ายทุกแหล่ง ตัดโหนดออก ความต้านทานสุทธิระหว่างขั้วโหนดที่ตัดออกคือค่า  $R_T$  ที่ต้องการ

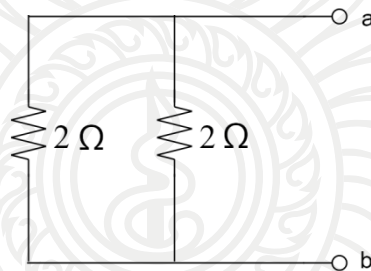
$V_T$  คือค่าความต่างศักย์ขณะที่ไม่มีโหนด จึงหาได้จากการตัดโหนดออกจากวงจรความต่างศักย์ระหว่างขั้วโหนดที่ตัดออกคือค่า  $V_T$

ตัวอย่าง 2.11 จากวงจรที่กำหนดให้ตามภาพที่ 2.29 จงเขียนวงจรแหล่งจ่ายเทียบเท่าเทเวนิน



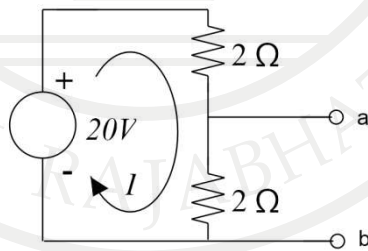
ภาพที่ 2.29 ประกอบตัวอย่าง 2.11

วิธีทำ ขั้นตอนที่ 1 คือการหา  $R_T$  โดยการลัดแหล่งจ่าย  $20V$  และตัดโหลด  $R_L$  ออก



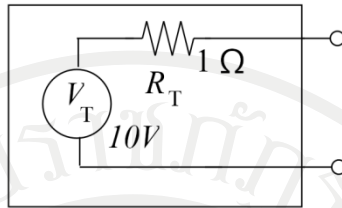
$$R_T = 2\Omega // 2\Omega = 1\Omega$$

ขั้นตอนที่ 2 คือหา  $V_T$  โดยการตัดโหลด  $R_L$  ออก

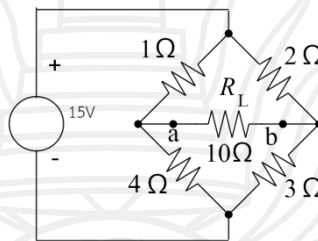


$$V_T = V_{ab} = V \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 20V \frac{2\Omega}{2\Omega + 2\Omega} = 10V$$

ดังนั้นจากค่า  $R_T$  และ  $V_T$  ที่หาได้สามารถเขียนวงจรแหล่งจ่ายเทียบเท่าเทเวนินได้เป็น

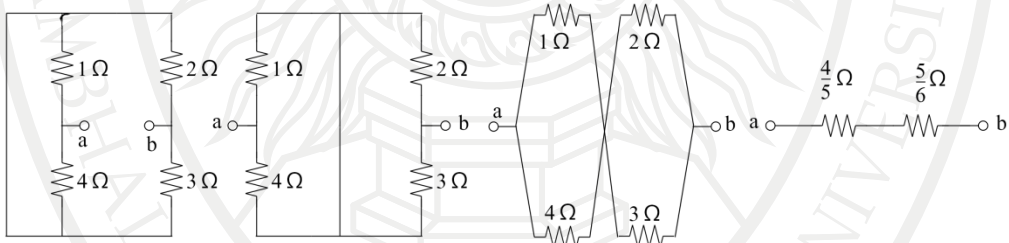


ตัวอย่าง 2.12 จากวงจรที่กำหนดให้ตามภาพที่ 2.30 จงเขียนวงจรแหล่งจ่ายเทียบเท่าเทเวนิน



ภาพที่ 2.30 ประกอบตัวอย่าง 2.12

วิธีทำ

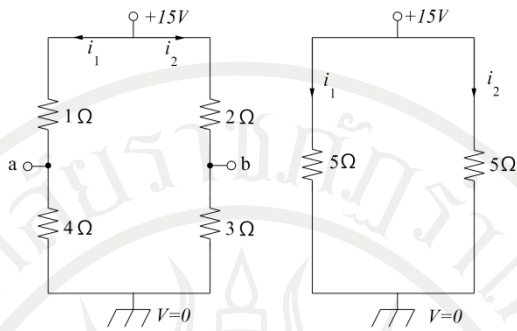


หา  $R_T$  ได้จากการลัดวงจรแหล่งจ่าย  $15V$  โดยการตัดโหลด  $R_L$  ออก

$$R_T = R_{ab} = \frac{4}{5} \Omega + \frac{6}{5} \Omega = 2 \Omega$$

หา  $V_T$  โดยการตัดโหลด  $R_L$  ออก





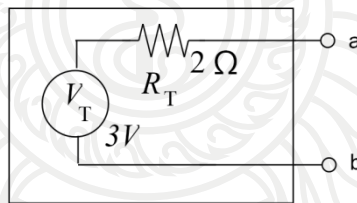
$$i_1 = i_2 = \frac{15V}{5\Omega} = 3A$$

$$V_a = 3A \times 4\Omega = 12V$$

$$V_b = 3A \times 3\Omega = 9V$$

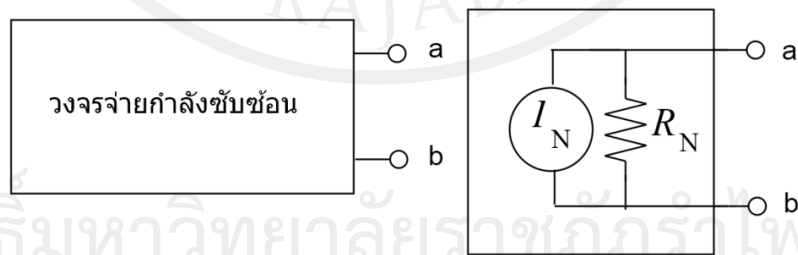
$$V_T = V_{ab} = 12V - 9V = 3V$$

ดังนั้นเขียนวงจรแหล่งจ่ายเทียบเท่าเทเวนินได้เป็น



**ทฤษฎีของนอร์ตัน**

ทฤษฎีของนอร์ตัน (Norton's theorem) เป็นทฤษฎีที่ใช้เปลี่ยนวงจรจ่ายกำลังที่ซับซ้อนให้เป็นวงจรจ่ายกำลังเทียบเท่าซึ่งประกอบด้วยแหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าอุดมคติขนานกับความต้านทานเพียง 1 ตัวเท่านั้น



ภาพที่ 2.31 วงจรเทียบเท่า นอร์ตัน (Norton's circuit)

จากภาพ  $I_N$  คือแหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าอุดมคติของนอร์ตัน

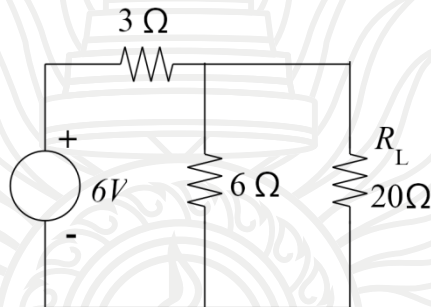
$R_N$  คือความต้านทานแหล่งจ่ายของนอร์ตัน

การหาค่า  $I_N$  และ  $R_N$  ของแหล่งจ่ายเทียบเท่าของนอร์ตันหาได้โดยการพิจารณาดังนี้

$R_N$  หาได้เช่นเดียวกับ  $R_T$  สำหรับวงจรเดียวกัน  $R_N = R_T$

$I_N$  คือกระแสที่ไหลผ่านจุดขั้วโหลดในขณะที่ลัดวงจรโหลด  $I_N$  จึงหาได้จากการลัดขั้วโหลด  $R_L$  แล้วหากระแสที่ไหลผ่านจุดระหว่างขั้วโหลดขณะลัดวงจร

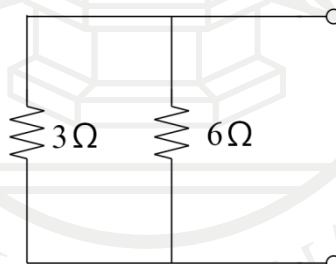
ตัวอย่าง 2.13 จากวงจรที่กำหนดให้ตามภาพที่ 2.32 จงเขียนวงจรแหล่งจ่ายเทียบเท่าของนอร์ตัน



ภาพที่ 2.32 ประกอบตัวอย่าง 2.13

วิธีทำ

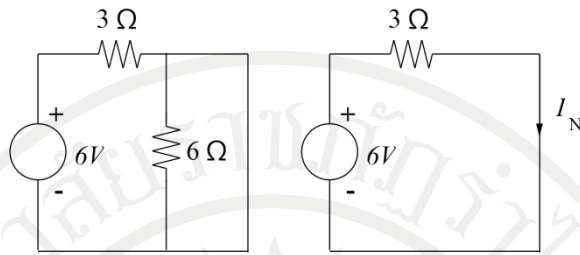
หา  $R_N$  ได้จากการลัดวงจรแหล่งจ่ายและตัดโหลดออก ความต้านทานสุทธิระหว่างขั้วโหลดที่ตัดออกคือค่า  $R_N$  ที่ต้องการ



จะได้ความต้านทานสุทธิ

$$R_N = R_T = 3\Omega // 6\Omega = 2\Omega$$

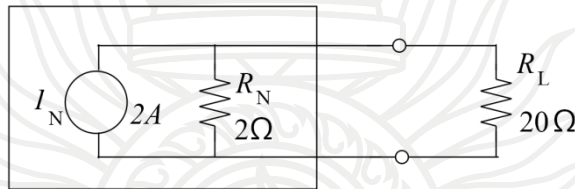
ลิตขสิทธิ์...  $I_N$  จึงหาได้จากการลัดขั้วโหลด  $R_L$  แล้วหากระแสที่ไหลผ่านจุดระหว่างขั้วโหลดขณะลัดวงจร วงจรที่ได้คือ



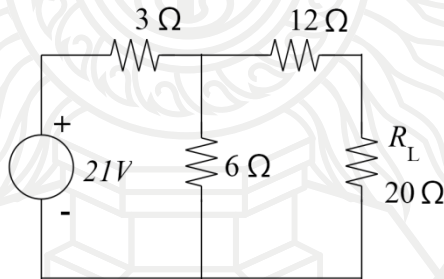
จะได้กระแสไฟฟ้าอุดมคติของนอร์ตัน

$$I_N = \frac{6V}{3\Omega} = 2A$$

วงจรเทียบเท่านอร์ตันคือ

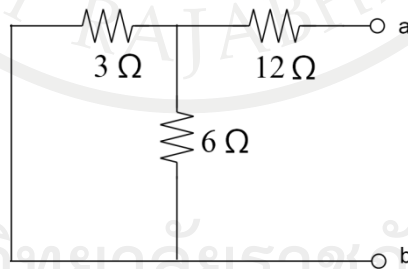


ตัวอย่าง 2.14 จากวงจรที่กำหนดให้ตามภาพที่ 2.33 จงเขียนวงจรแหล่งจ่ายเทียบเท่านอร์ตัน



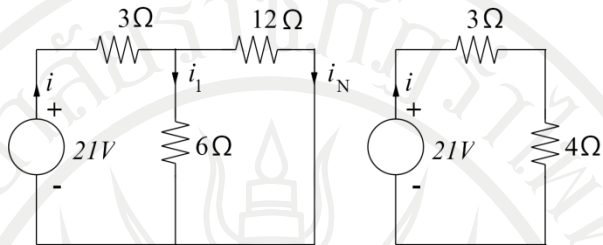
ภาพที่ 2.33 ประกอบตัวอย่าง 2.14

วิธีทำ หา  $R_N (= R_T)$  โดยการลัดแหล่งจ่าย 21V และตัดโหลด  $R_L$  ออก



$$R_N (= R_T) = (3\Omega // 6\Omega) + 12\Omega = 2\Omega + 12\Omega = 14\Omega$$

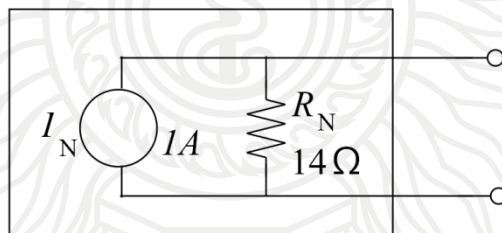
หา  $I_N$  โดยลัดโหลด  $R_L$



$$i = \frac{21V}{3\Omega + 4\Omega} = 3A$$

$$I_N = \frac{3A \times 4\Omega}{12\Omega} = 1A$$

ดังนั้นสามารถเขียนวงจรจ่ายกำลังเทียบเท่าของนอร์ตันได้ดังภาพ



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## สรุป

กระแสไฟฟ้าเกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า (อิเล็กตรอน) อำนาจของไฟฟ้ากระแสนี้จะมีค่าเท่ากับจำนวนประจุที่เคลื่อนที่ต่อหน่วยเวลาและมีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่ของประจุลบ

**กระแสไฟฟ้า** คือ อัตราการไหลของประจุไฟฟ้าที่ผ่านภาคตัดขวาง ของตัวนำดั่งนั้น

$$I = \frac{Q}{t}$$

ในระบบเอสไอหน่วยของกระแสคือ แอมแปร์ (A) ซึ่ง 1 แอมแปร์ (1A) คือ 1 คูลอมบ์ต่อวินาที ( $1C.s^{-1}$ )

เมื่อประจุไฟฟ้าทั้งหมด  $Q = nq$  และในเวลา  $t$  วินาที อนุภาค  $n$  ตัว มีประจุไฟฟ้าตัวละ  $q$  คูลอมบ์ เคลื่อนที่ผ่านพื้นที่ภาคตัดขวางของตัวกลาง

**ความหนาแน่นกระแส** คือกระแสต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ตัวนำ

$$J = \frac{I}{A} \text{ แอมแปร์ต่อตารางเมตร (A/m}^2\text{)}$$

**สภาพต้านทานทางไฟฟ้า** สภาพต้านทานของตัวนำจะขึ้นอยู่กับความยาวของตัวนำนั้นๆ แบบแปรผันตรง และแปรผกผันกับ พื้นที่หน้าตัดของตัวนำดั่งนั้น

$$R = \rho \frac{l}{A} \text{ โอห์มเมตร (}\Omega.m\text{)}$$

ซึ่ง  $\rho$  คือสภาพต้านทานทางไฟฟ้า (Electrical resistivity) ของตัวนำซึ่งค่าของ  $\rho$  จะขึ้นอยู่กับธรรมชาติของตัวนำ แต่ละตัว และอุณหภูมิของวัตถุนั้น ๆ ด้วย

สำหรับตัวนำไฟฟ้าในอุดมคติ มีค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ ส่งฉนวนในอุดมคติมีค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าเป็นอนันต์และส่วนกลับของสภาพต้านทานไฟฟ้าเรียกว่า **สภาพนำไฟฟ้า**  $\sigma$  มีหน่วยเป็น โหม์ต่อเมตร หรือ ซีเมนต่อเมตร ( $\Omega^{-1}.m^{-1}$  หรือ  $S.m^{-1}$ )

## กฎของโอห์ม

กฎของโอห์มแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้า  $I$  ของตัวนำกับความต่างศักย์  $V$  ระหว่างปลายทั้งสองของตัวนำ ซึ่งสามารถแทนได้ด้วย สมการดั่งนี้คือ

$$V = IR$$

เมื่อ  $R$  คือค่าคงตัวของ การแปรผัน เรียกว่าความต้านทาน หน่วยของความต้านทานคือ โอห์ม ( $\Omega$ ) ซึ่ง 1 โอห์ม คือ 1 โวลต์ ต่อ 1 แอมป์ ( $VA^{-1}$ )

**การต่อตัวต้านทาน** ในทางพื้นฐานการต่อตัวต้านทานมี 2 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 การต่อตัวต้านทานแบบอนุกรม เป็นการนำตัวต้านทานมาต่อเรียงกันไปตามลำดับ ซึ่งการต่อตัวต้านทานแบบอนุกรมมีข้อสรุปดังนี้

1. กระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวจะเท่ากัน
2. ความต่างศักย์ไฟฟ้ารวม  $V$  เท่ากับผลรวมของความต่างศักย์คร่อมที่ตัวต้านทานแต่ละตัว
3. ความต้านทานรวม ( $R_T$ ) คือผลแบบพีชคณิตของความต้านทานย่อยทั้งหมดคือ

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

แบบที่ 2 การต่อตัวต้านทานแบบขนาน เป็นการต่อตัวต้านทานแต่ละตัวเข้าระหว่างจุดสองจุดคู่เดียวกันซึ่งการต่อตัวต้านทานแบบขนานมีข้อสรุปดังนี้

1. ความต่างศักย์ระหว่างปลายของทั้งสองของตัวต้านทานทุกตัวเท่ากัน
2. กระแสไฟฟ้ารวมจะเท่ากับผลรวมของกระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานย่อย
3. ความต้านทานรวมของตัวต้านทานที่ต่อกันแบบขนานคือ

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

**กฎของเคอร์ชอฟฟ์** ใช้แก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าที่ซับซ้อนมีจำนวน 2 ข้อดังนี้

1. กฎทางกระแส กล่าวว่า “ผลรวมแบบพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจุดร่วมเป็นศูนย์” ซึ่งอาจเขียนแทนด้วยสมการดังนี้

$$\sum I = 0$$

2. กฎวงปิด กล่าวว่า “ผลรวมแบบพีชคณิตของความต่างศักย์ ในวงปิดใด ๆ ต้องเท่ากับศูนย์” ซึ่งอาจเขียนแทนด้วยสมการดังนี้

$$\sum V = 0$$

**การแปลงวงจรไฟฟ้าอย่างง่าย** โดยการใช้ทฤษฎีของเทเวนินและทฤษฎีของนอร์ตัน

ในวงจรหลายรูปบวกหรือโครงข่ายไฟฟ้าที่ซับซ้อน อาจเขียนรูปวงจร ให้ง่ายขึ้นได้โดยการแปลงวงจรออกเป็น 2 ส่วน คือส่วนจ่ายกำลังและส่วนรับกำลัง ซึ่งทฤษฎีทั้งสองสามารถสรุปได้ดังนี้



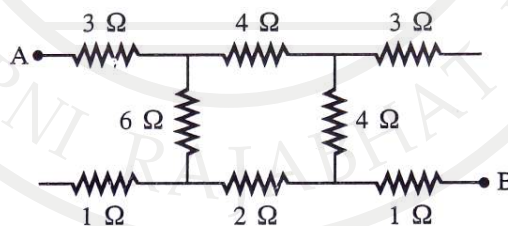
1. **ทฤษฎีของเทเวนิน** “ประกอบด้วย แหล่งจ่ายแรงเคลื่อนไฟฟ้าอุดมคติอนุกรมอยู่กับความต้านทานเพียง 1 ตัว” การหาค่าความต้านทานสุทธิ  $R_T$  ของแหล่งจ่ายหาได้จากการลัดวงจรแหล่งจ่ายทุกแหล่ง ตัดโหนดออก ความต้านทานสุทธิระหว่างขั้วโหนดที่ตัดออกคือค่า  $R_T$  ที่ต้องการ ส่วน  $V_T$  คือความต่างศักย์ขณะที่ไม่มีโหลด จึงต้องตัดโหนดออกจากวงจรความต่างศักย์ระหว่างขั้วโหนดที่ตัดออก

2. **ทฤษฎีของนอร์ตัน** “ประกอบด้วย แหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าอุดมคติขนานอยู่กับความต้านทานเพียง 1 ตัว” การหาค่า  $I_N$  และ  $R_N$  ของแหล่งจ่ายเทียบเท่าของนอร์ตันหาได้ด้วยการพิจารณา ดังนี้

$R_N$  หาได้เช่นเดียวกับ  $R_T$  สำหรับวงจรเดียวกัน  $R_N = R_T$  และ  $I_N$  คือกระแสที่ไหลผ่านจุดขั้วโหนดในขณะลัดวงจรโหนด  $I_N$  จึงหาได้จากการลัดโหนด  $R_L$  แล้วหากระแสที่ไหลผ่านจุดระหว่างขั้วโหนดขณะลัดวงจร

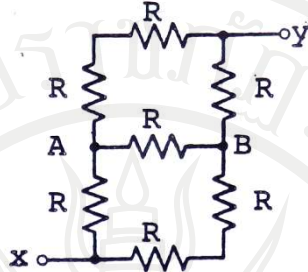
## แบบฝึกหัดบทที่ 2

1. จงคำนวณหาสภาพต้านทานของลวดเส้นหนึ่งยาว 1.0 เมตร เส้นผ่าศูนย์กลาง 0.4 มิลลิเมตร และลวดเส้นนี้มีความต้านทาน 2.0 โอห์ม
2. ขดลวดทองแดงมีความต้านทาน  $3.35\Omega$  ที่  $0^{\circ}\text{C}$  จงหาความต้านทานของขดลวดนี้ที่อุณหภูมิ  $50^{\circ}\text{C}$
3. ขดลวดทองแดงของมอเตอร์อันหนึ่งมีความต้านทาน  $50\Omega$  ที่  $20^{\circ}\text{C}$  ถ้าให้มอเตอร์หมุนหลายชั่วโมงความต้านทานเพิ่มไปเป็น  $58\Omega$  จงหาอุณหภูมิของขดลวดขณะนั้น
4. จงคำนวณหาสภาพนำไฟฟ้าของวัตถุตัวนำชนิดหนึ่งซึ่งยาว 3.0 เมตรและมีพื้นที่หน้าตัด 0.02 ตารางมิลลิเมตรและความต้านทาน 2.0 โอห์ม
5. กระแสไฟฟ้า วัดได้จากปริมาณใด
6. ในลวดตัวนำพบว่ากระแสขึ้นกับเวลา ดังสมการ  $I = 10 + 2t$  โดย  $I$  คือกระแสไฟฟ้า และ  $t$  คือเวลาในช่วงเวลา 10 วินาที ถึง 20 วินาที จะมีปริมาณประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดของตัวนำบริเวณหนึ่งกี่คูลอมบ์
7. ลวดตัวนำโตสมำเสมอถูกรีดออกให้ยาวเป็น 3 เท่าของความยาวเดิม แล้วตัดทิ้งออกไปเสียครึ่งหนึ่ง แล้วความต้านทานจะเป็นกี่เท่าของความต้านทานเดิม
8. ลวด A ยาวเป็น 2 เท่าของลวด B และมีพื้นที่ภาคตัดขวางเป็นครึ่งหนึ่งของลวด B แต่ลวด B มีสภาพต้านทานเป็น 4 เท่าของลวด A อัตราส่วนระหว่างความต้านทานของลวด A ต่อลวด B ตรงกับข้อใด
9. จากภาพที่ 2.34 จงหา  $R_{AB}$  มีค่ากี่โอห์ม



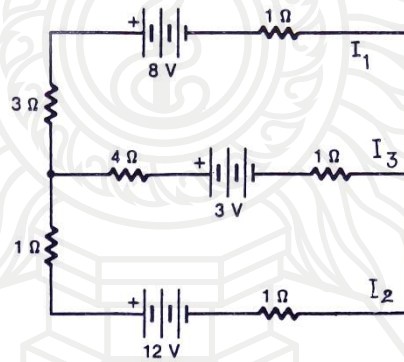
ภาพที่ 2.34 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 9

10. จากภาพที่ 2.35 จงหา  $R_{xy}$  มีค่ากี่โอห์ม ถ้ากำหนดความต้านทานทุกตัวมีค่า  $10\Omega$



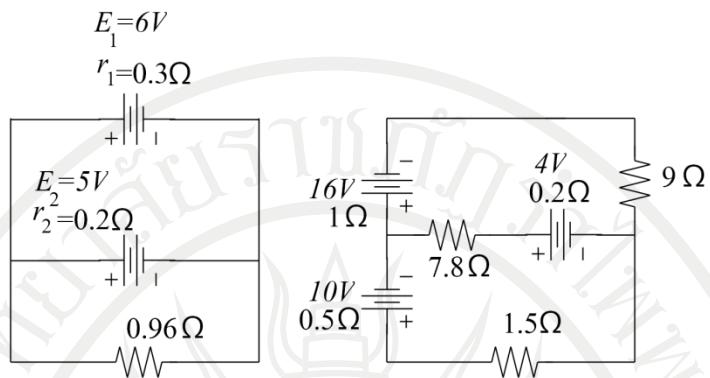
ภาพที่ 2.35 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 10

11. ลวดทองแดงเส้นหนึ่งยาว 2 เมตร และมีพื้นที่หน้าตัด 1 เซนติเมตร  $\times$  10 เซนติเมตร จงหาความต้านทาน กำหนดให้  $\rho = 1.59 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$
12. จากข้อ 11 จงหาความนำและสภาพนำไฟฟ้า
13. จากภาพที่ 2.27 จงหา  $I_1, I_2$  และ  $I_3$



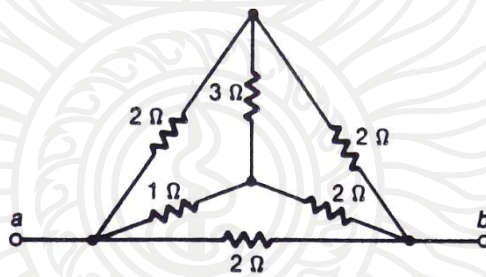
ภาพที่ 2.36 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 13

14. จากภาพที่ 2.37 (ซ้าย) จงหากระแสที่ผ่านความต้านทาน  $0.96\Omega$  และความต่างศักย์ระหว่างขั้วแบตเตอรี่ และจากภาพที่ 2.37 (ขวา) จงหากระแสในแต่ละลูปจากนั้นหาความต่างศักย์ระหว่างขั้วแบตเตอรี่ทุกอัน



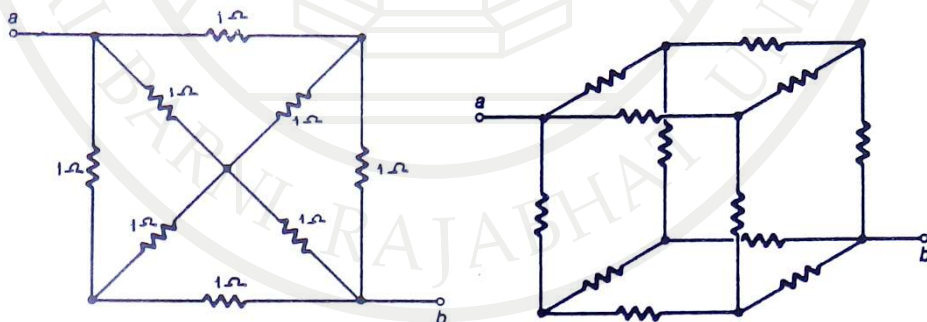
ภาพที่ 2.37 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 14

15. จากภาพที่ 2.38 จงหา  $R_{ab}$



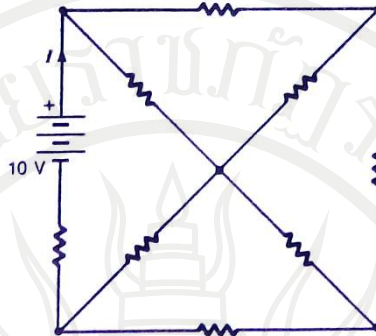
ภาพที่ 2.38 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 15

16. จากภาพที่ 2.39 ความต้านทานทุกตัวมีค่า  $1\ \Omega$  จงหา  $R_{ab}$



ภาพที่ 2.39 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 16

17. จากภาพที่ 2.40 จงหา  $I$  เมื่อความต้านทานทุกตัวมีค่า  $3 \Omega$



ภาพที่ 2.40 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 17

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## เอกสารอ้างอิง

- กมล รุ่งสว่าง. (ม.ป.ป.). **ฟิสิกส์ 2**. เชียงใหม่ : สถาบันราชภัฏเชียงใหม่.
- กัมพล ทองเรือง. (2527). **การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า**. กรุงเทพฯ : สกายบุ๊กส์.
- พฤทธิ พุทธางกูร และ พิพัฒน์ พัดคุ้ม. (2521). **วิเคราะห์วงจรไฟฟ้า1**. กรุงเทพฯ : โครงการพัฒนาการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- ไพโรจน์ ตีรณธนากุล. (2524). **แม่เหล็กไฟฟ้า**. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : ประกอบ เมไตโร.
- ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2555). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มงคล ทองสงคราม. (2540). **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้า 1**. กรุงเทพฯ : วี.เจ.พรินต์ติ้ง.
- Bhiday, M.R. and other. (1997). **Basic electricity and magnetism**. Pune : Pune vidyarthi griha prakashan.
- Cutnell, J.D. and other. (2015). **Physics**. 10th ed.. Hoboken, NY : John Wiley & Sons.
- Feynman, R.P., Leighton, R.B., & Sands, M. (2001). **The Feynman lecturer on Physics** (Vol. II). New Delhi : Narosa Publishing House.
- Fogiel, M. (1984). **The electromagnetics problem solver**. New York : Research and Education Association.
- Gupta, S.K. (2002). **Physics** (Vol.II). Jalandhar : Modern Publishers.
- Halliday, D., & Resnick, R. (1966). **Physics part II**. New Delhi : Wiley Eastern Limited.
- Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (1997). **Fundamental of Physics**. 5th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- . (2001). **Fundamental of Physics**. 6th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- . (2014). **Fundamental of Physics**. 10th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- Jewett, J.W., & Serway, R.A. (2008). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 7th ed.. USA : Thomson Higher Education.
- . (2014). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 9th ed..USA: Brooks/Cole.



- Kraus, J.D. (1992). **Electromagnetics**. 4th ed.. New York : McGraw-Hill, Inc.
- Kraus, J.D., & Fleish, D.A. (1999). **Electromagnetics with Applications**. 5th ed.. Boston : WCB, McGraw-Hill.
- Serway, R.A. (1986). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 6th ed.. USA : Thomson Higher Education.
- Young, H.D., & Freedman, R.A. (1996). **University Physics**. 9th ed. Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company.
- . (2004). **University Physics with modern Physics**. 11th ed.. San Francisco : Pearson Addison Wesley.
- . (2012). **University Physics with modern Physics**. 13th ed.. Boston: Pearson Addison Wesley.

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 3

### เนื้อหาประจำบท

#### บทที่ 3 สนามแม่เหล็ก

นิยามของสนามแม่เหล็ก

ฟลักซ์แม่เหล็ก

แรงลอเรนซ์

การหาค่าประจุต่อมวล  $e/m$  จากการทดลองของทอมสัน

กฎของลาปลาซ หรือกฎของ ไบออส ซาวาร์ต

แรงแม่เหล็กบนลวดตัวนำที่มีกระแส

แรงบนตัวนำขนานที่มีกระแสไหลผ่าน

กฎของแอมแปร์

การประยุกต์ใช้กฎของแอมแปร์

ทอร์คบนขดลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า

กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

สารแม่เหล็ก

การเพิ่มและการลดของกระแสในวงจร RL

การประจุและการคายประจุในวงจร RC

การแกว่งกวัดทางไฟฟ้า

การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากสายอากาศ

สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

สรุป

แบบฝึกหัดบทที่ 3

เอกสารอ้างอิง

#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อศึกษาบทที่ 3 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. บอกสมบัติเบื้องต้นของแม่เหล็กธรรมชาติได้
2. คำนวณค่าสนามแม่เหล็กจากฟลักซ์แม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าเบื้องต้นได้
3. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าได้

4. ประยุกต์ใช้กฎของแอมแปร์
5. อธิบายการแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยาย อธิบายทฤษฎี พร้อมยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย โดยใช้ โปรเจคเตอร์ เครื่องฉายแผ่นทึบ อุปกรณ์ช่วยสอนและการเขียนอธิบายเพิ่มเติม บนกระดานและซักถามผู้เรียนขณะเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในแต่ละหัวข้อ
2. แบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละประมาณ 5 คน มอบหมายงานเพื่อศึกษาทฤษฎี แล้วดำเนินการอภิปรายกลุ่ม (Group discussion) ในประเด็นที่กำหนด
3. กำหนดหัวข้อ โจทย์ปัญหา และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน
4. มอบหมายให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม
5. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดบทที่ 3
6. ทดสอบย่อยหลังจบบทเรียน

### สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
2. ไฟล์เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
3. เครื่องฉายโปรเจคเตอร์
4. ตำรา หนังสือ สำหรับอ่านประกอบค้นคว้าเพิ่มเติม
5. อุปกรณ์ช่วยสอน แท่งแม่เหล็ก แบบจำลองลูกโลก แผนภาพแสดงการแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า แผนภาพสนามแม่เหล็กโลก ชุดทดลองการหาค่าประจุต่อมวล  $e/m$  ชุดทดลองการหาค่าสนามแม่เหล็กโลกตามแนวราบด้วยแทนเจนต์กัลวานอมิเตอร์
6. แบบฝึกหัดบทที่ 3

### การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของผู้เรียน
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน
3. สังเกตจากการอภิปรายกลุ่มและอภิปรายสรุป
4. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัด
5. ประเมินจากการสอบระหว่างภาคและปลายภาค

## บทที่ 3

### สนามแม่เหล็ก

ในบทนี้จะเป็นการศึกษาถึงสนามแม่เหล็ก (Magnetic field,  $\vec{B}$ ) ที่เกิดจากเส้นลวดหรือขดลวดที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านและผลของสนามแม่เหล็กที่สำคัญ 2 ประการ ประการแรกทำให้เกิดแรงกลต่อประจุไฟฟ้ารวมไปถึงแรงกลบนเส้นลวดหรือขดลวดที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน ประการที่สองทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำบนเส้นลวดหรือขดลวดอันเป็นหลักนำไปสู่การสร้างมอเตอร์และไดนาโม สารแม่เหล็ก การเพิ่มและการลดของกระแสในวงจร RL การประจุและการคายประจุในวงจร RC การแกว่งกวัดทางไฟฟ้า การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปตามลำดับ

#### นิยามของสนามแม่เหล็ก

ปรากฏการณ์ทางแม่เหล็กตรวจพบกันมาก่อนปี ค.ศ. 121 จากสินแร่ที่เป็นออกไซด์รูปหนึ่งของเหล็กบริเวณใกล้เมืองแมกเนสเซีย (Magnesia) ในเอเชียไมเนอร์ จากการศึกษาในเวลาต่อมาพบสมบัติที่สำคัญ 3 ประการคือ

1. สามารถดูดวัตถุบางชนิดเช่นนิเกิลและโคบอลต์ได้
2. เมื่อให้แกว่งอย่างอิสระ ขณะที่ยุดจะวางตัวในแนวคงที่เสมอแนวนั้นเป็ยเบนจากแนวเหนือ — ใต้ ภูมิศาสตร์เล็กน้อย
3. เหนี่ยวนำวัตถุที่ถูกดูดให้มีสมบัติแม่เหล็กได้

สินแร่ที่มีสมบัติดังกล่าวเรียกว่า แม่เหล็กธรรมชาติ (Natural magnet) ต่อมาในปี ค.ศ. 1820 เอร์สเตด (Hans Christian Oersted) ศึกษาพบว่าเมื่อให้กระแสไฟฟ้าไหลในตัวนำจะเกิดแรงแม่เหล็กเช่นเดียวกับแม่เหล็กธรรมชาติแผ่ออกมารอบ ๆ ตัวนำ การพบปรากฏการณ์นี้ได้เชื่อมโยงวิชาไฟฟ้าและแม่เหล็กเข้าเป็นวิชาเดียวกันเป็นวิชาแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetism) ดังเป็นอยู่ในปัจจุบัน

ตามที่ทราบมาแล้วว่าสนามไฟฟ้าคือสนามเวกเตอร์รอบประจุไฟฟ้ามีทั้งขนาดและทิศทาง และความเข้มของสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ณ จุดใด ๆ คือแรงต่อหนึ่งหน่วยประจุบวก ณ จุดนั้นซึ่งเป็นไปตามสมการ

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

เมื่อ  $\vec{E}$  คือ ความเข้มของสนามไฟฟ้า

$\vec{F}$  คือ แรงไฟฟ้าที่กระทำต่อประจุไฟฟ้า  $q$

ในทำนองเดียวกันแม่เหล็กจะสร้างสนามเวกเตอร์ขึ้นรอบตัวด้วยเช่นกัน เป็นบริเวณที่มีอำนาจการกระทำที่เกิดจากแม่เหล็กเรียกว่า สนามแม่เหล็กหรือการเหนี่ยวนำแม่เหล็ก (Magnetic induction) โดยความแรงของสนามแม่เหล็กอาจจะกำหนดได้คือจำนวนเส้นแรงแม่เหล็กต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ที่มีเส้นแรงผ่านดังนี้

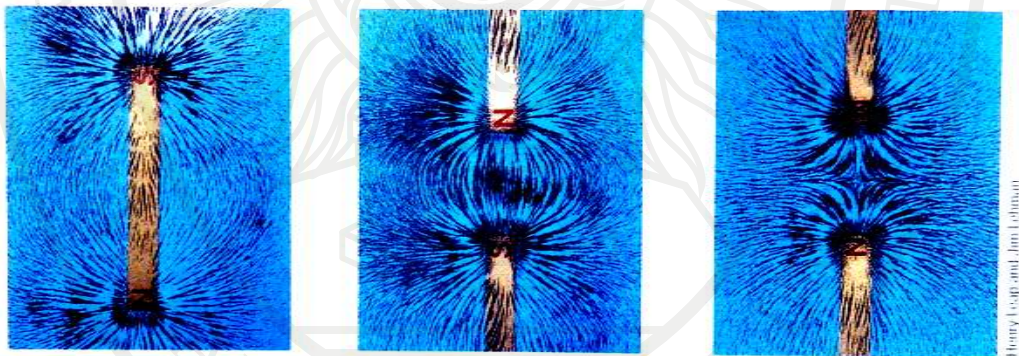
$$B = \frac{\Phi_B}{S} \quad (3.1)$$

เมื่อ  $\Phi_B$  คือ จำนวนเส้นแรงแม่เหล็กหรือฟลักซ์แม่เหล็ก หน่วยเวเบอร์ (Weber)

$S$  คือ พื้นที่หน้าตัดของบริเวณที่เส้นแรงผ่าน หน่วยตารางเมตร ( $m^2$ )

$B$  คือ สนามแม่เหล็ก หน่วย เวเบอร์ต่อตารางเมตร ( $\text{Weber}/m^2$ )

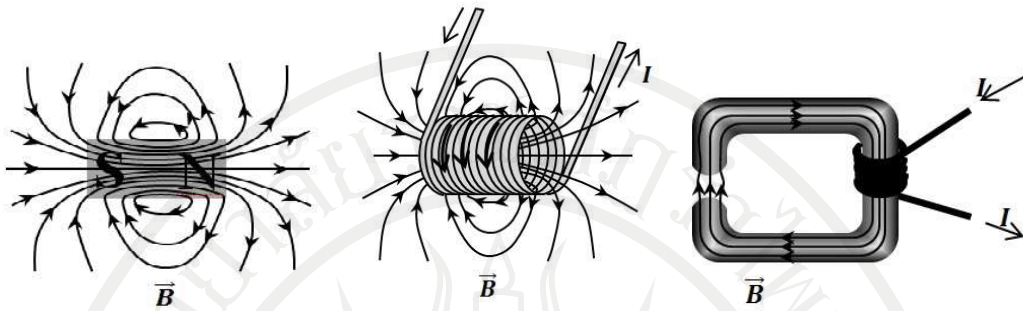
ทั้งนี้อาจทดลองดูลักษณะรูปร่างของเส้นแรงแม่เหล็กได้ง่าย ๆ โดยการนำแท่งแม่เหล็กไปดูดผงตะไบเหล็กซึ่งผงตะไบเหล็กจะเรียงตัวเป็นเส้นให้เห็นรูปร่างลักษณะของเส้นแรงแม่เหล็กได้อย่างชัดเจนแสดงดังภาพที่ 3.1 และภาพที่ 3.2 (Jewett & Serway, 2014: 870)



ภาพที่ 3.1 การจัดเรียงตัวของผงตะไบเหล็กไปตามเส้นแรงแม่เหล็ก

ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 810



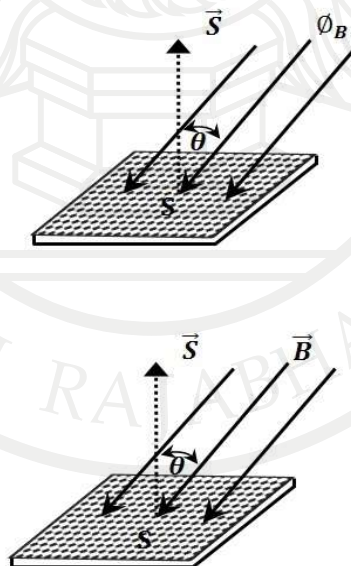


ภาพที่ 3.2 (ซ้าย) เส้นแรงแม่เหล็กที่เกิดจากแท่งแม่เหล็กถาวร (A permanent magnet)  
 (กลาง) เส้นแรงแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดทรงกระบอก (A cylindrical coil)  
 และ(ขวา) เส้นแรงแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดพันแกนเหล็ก (An iron-core electromagnet)

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 889-890

### ฟลักซ์แม่เหล็ก

การนิยามสนามแม่เหล็กในรูปของแรงเช่นสนามไฟฟ้าไม่สามารถทำได้เนื่องจากในธรรมชาติไม่สามารถทำให้เกิดขั้วแม่เหล็กเดี่ยวและเป็นอิสระได้เลย ในทางทฤษฎีนั้นได้นิยามสนามแม่เหล็กได้จากปริมาณฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic flux) ที่ตัดผ่านบนหนึ่งหน่วยพื้นที่ซึ่งสนามแม่เหล็กที่นิยามแบบนี้เรียกว่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก (Magnetic flux density =  $\vec{B}$ )



ภาพที่ 3.3 ฟลักซ์แม่เหล็ก  $\Phi_B$  ตกผ่านในแนวทำมุม  $\theta$  กับเส้นปกติของพื้นที่  $S$

ที่มา: Young & Freedman, 2004: 1027



ปริมาณฟลักซ์แม่เหล็กมีหน่วยวัดเป็นเวเบอร์ (Weber) ถ้าให้ปริมาณฟลักซ์แม่เหล็ก  $\Phi_B$  เวเบอร์ ตกผ่านในแนวทำมุม  $\theta$  กับเส้นปกติของพื้นที่  $s$  ดังภาพที่ 3.3 เช่นเดียวกับกรณีฟลักซ์ไฟฟ้า

$$\Phi_{B\perp} = \Phi_B \cos \theta$$

$$B = \frac{\Phi_B \cos \theta}{s} = \frac{\Phi_{B\perp}}{s} \quad \text{มีหน่วยเป็น } \frac{W}{m^2} = \text{tesla}(T) \quad (3.2)$$

$$\Phi_{B\perp} = (B \cos \theta)s = Bs \cos \theta = \vec{B} \cdot \vec{s}$$

ในกรณีที่ผิวของวัตถุไม่เรียบจะสามารถหาเส้นแรงแม่เหล็กจากสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

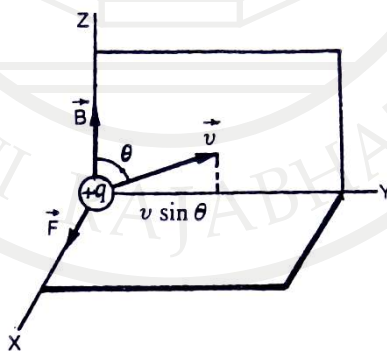
$$\Phi_{B\perp} = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\Phi_{B\perp} = \int_s B \cos \theta ds \quad (3.3)$$

เพราะฉะนั้นบางทีจึงเรียกสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ว่าความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก

### แรงลอเรนซ์

พิจารณาประจุ  $+q$  เคลื่อนที่ในบริเวณสนามแม่เหล็กซึ่งมีความเข้ม  $\vec{B}$  ถ้าสมมติให้ทิศของสนามแม่เหล็กมีทิศตามแกน  $Z$  ในขณะที่ประจุ  $+q$  เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\vec{v}$  ในระนาบ  $XZ$  โดยทำมุม  $\theta$  กับทิศของ  $\vec{B}$  ดังแสดงในภาพที่ 3.4



ภาพที่ 3.4 แสดงระนาบการเคลื่อนที่ของประจุ  $+q$   
ที่มา: Gupta, 2002: 402

เมื่อประจุ  $+q$  ถูกแรง  $\vec{F}$  กระทำตามแนวแกน  $X$  ซึ่งจะพบว่าขนาดของแรงมีสมบัติดังนี้  
แปรผันตรงกับขนาดความเข้มของสนามแม่เหล็ก

$$F \propto B$$

แปรผันตรงกับขนาดของประจุ

$$F \propto q$$

แปรผันตรงกับองค์ประกอบของความเร็วซึ่งอยู่ในทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

$$F \propto v \sin \theta$$

จากความสัมพันธ์ทั้งหมดจะได้

$$F \propto Bqv \sin \theta$$

$$F = kBqv \sin \theta$$

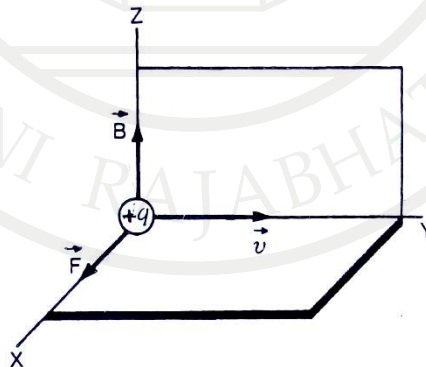
ซึ่งค่า  $k$  คือค่าคงที่ของการแปรผันในระบบเอสไอ สนามแม่เหล็ก  $B$  วัดในหน่วยเทสลา ประจุ  $q$  วัดในหน่วยคูลอมบ์ และความเร็ว  $v$  วัดในหน่วยเมตรต่อวินาที ซึ่งค่าคงที่  $k$  จะมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้น

$$F = Bqv \sin \theta \quad (3.4)$$

แรงที่กระทำบนประจุซึ่งเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กเรียกว่า แรงแม่เหล็กลอเรนซ์ (Magnetic Lorentz force) ซึ่งจากสมการ (3.4) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการเวกเตอร์ได้ดังนี้ (Jewett & Serway, 2014: 872)

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.5)$$

เนื่องจากสมการ (3.5) เป็นสมการเวกเตอร์จึงให้ทั้งขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กลอเรนซ์บนประจุที่เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก ดังนั้นถ้าประจุเคลื่อนที่ตามแกน  $Y$  ด้วยความเร็ว  $\vec{v}$  และสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  จะมีทิศตามแกน  $Z$  ดังภาพที่ 3.5 ดังนั้นแรงบนประจุ  $+q$  กระทำในทิศของ  $\vec{v} \times \vec{B}$  ตามแกน  $X$



ภาพที่ 3.5 แสดงระนาบการเคลื่อนที่ของประจุ  $+q$  ตามแกน  $Y$

ที่มา: Gupta, 2002: 402

เมื่อเป็นเช่นนี้แล้วหากพิจารณาเงื่อนไขซึ่งมี 3 กรณีดังนี้คือ

กรณีที่ 1 เมื่อประจุอยู่นิ่ง ( $v = 0$ ) ดังนั้นแรงที่กระทำบนประจุจะเป็นศูนย์อธิบายได้ว่าไม่มีแรงใด ๆ กระทำต่อประจุเนื่องจากสนามแม่เหล็ก

กรณีที่ 2 เมื่อประจุเคลื่อนที่ขนานกับสนามแม่เหล็กดังนั้น  $\vec{v}$  จะขนานกับ  $\vec{B}$  แล้ว  $\theta = 0^\circ$  หรือ  $180^\circ$  นั่นคือ

$$F = Bqv(0) = 0$$

จากผลลัพธ์ข้างต้นนั้นหมายความว่าแรงจะกระทำต่อประจุในสนามแม่เหล็กก็ต่อเมื่อประจุนั้นไม่เคลื่อนที่ขนานกับทิศของสนามแม่เหล็ก

กรณีที่ 3 เมื่อประจุเคลื่อนที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ดังนั้น  $\theta = 90^\circ$

$$F = Bqv(1) = Bqv \text{ มากที่สุด}$$

สำหรับความจริงที่ว่าแรงแม่เหล็กกระทำตั้งฉากกับระนาบของ  $\vec{B}$  และ  $\vec{v}$  ซึ่งการตั้งฉากกับ  $\vec{v}$  นั้นแสดงว่างานที่กระทำโดยแรงนี้นับอนุภาคเป็นศูนย์ ถ้าอนุภาคเคลื่อนที่ไปเป็นระยะ  $d\vec{l}$  งานที่ได้คือ  $dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$  เพราะว่า  $\vec{F}$  และ  $d\vec{l}$  มีทิศตั้งฉากซึ่งกันและกัน ด้วยเหตุนี้สนามแม่เหล็กจะไม่สามารถเปลี่ยนพลังงานจลน์ของประจุที่กำลังเคลื่อนที่จึงเพียงแต่สามารถเบี่ยงเบนประจุออกไปตามแนวแรง  $\vec{F}$  เท่านั้น

หน่วยความเข้มของสนามแม่เหล็ก (Cutnell, J.D. and other, 2015: 582)

$$B = \frac{F}{qv \sin \theta}$$

$$1T = \frac{1N}{1C \times 1m \cdot s^{-1} \times 1} = 1NA^{-1}m^{-1}$$

เพราะ  $Cs^{-1} = A$  ดังนั้น

$$1 \text{ เทสลา (T)} = 1 \text{ เวเบอร์ต่อตารางเมตร (Wb} \cdot m^{-2} \text{)}$$

$$1 \text{ เกาส์ (gauss, G)} = 10^{-4} \text{ เทสลา (T)}$$

จากสมการ (3.5) คือแรงที่กระทำบนประจุซึ่งเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กเรียกว่าแรงแม่เหล็ก ลอเรนซ์ ถ้าหากว่าประจุ  $+q$  เคลื่อนที่ผ่านทั้งสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  และสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  แล้วแรงทั้งหมดที่กระทำต่อประจุคือ

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.6)$$

เรียก  $\vec{F}$  ในสมการ (3.6) ว่าแรงสุทธิลอเรนซ์ (Total Lorentz force) ที่กระทำต่อประจุ

ตัวอย่าง 3.1 อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว  $10^7 \text{ m/s}$  ในสนามแม่เหล็ก ความเข้มขนาด  $3 \text{ T}$  ไปทางทิศตะวันออก จงหาขนาดและทิศของแรงที่กระทำต่ออิเล็กตรอน โดยกำหนดให้ประจุของอิเล็กตรอนคือ  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

วิธีทำ จากโจทย์  $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $v = 10^7 \text{ m/s}$ ,  $B = 3 \text{ T}$  มุมระหว่าง  $\vec{B}$  และ  $\vec{v}$  คือ  $90^\circ$  ดังนั้นขนาดของแรงที่กระทำต่อประจุคือ

$$F = qvB \sin 90^\circ$$

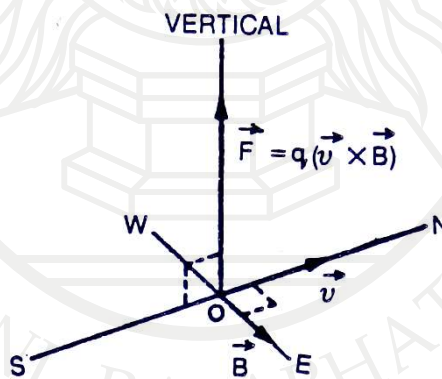
$$F = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 10^7 \text{ m/s} \times 3 \text{ T} \times 1$$

$$F = 4.8 \times 10^{-12} \text{ N}$$

เมื่อกรณีนี้ประจุของอิเล็กตรอนเป็นลบ แรงที่กระทำต่อประจุอิเล็กตรอนคือ

$$\vec{F} = -q(\vec{v} \times \vec{B})$$

ดังนั้นทิศของแรงที่กระทำต่อประจุอิเล็กตรอนเป็นไปตามทิศตั้งฉากดังภาพที่ 3.6 ซึ่งกรณีนี้จะเห็นว่าทิศของแรง  $\vec{F}$  จะมีทิศตรงข้ามกับทิศของแรงที่กระทำต่อประจุ  $+q$

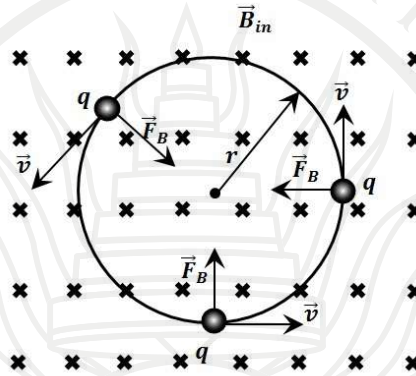


ภาพที่ 3.6 แสดงทิศของแรง  $\vec{F}$  ที่กระทำต่อประจุอิเล็กตรอน

ที่มา: Gupta, 2002: 404

### การเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็ก

ให้อนุภาคที่มีประจุบวก  $q$  อยู่ในสนามแม่เหล็กเอกรูป  $\vec{B}$  เคลื่อนที่เร็ว  $\vec{v}$  ในทิศตั้งฉากกับหน้ากระดาษนี้และพุ่งเข้าไปข้างใน ใช้สัญลักษณ์บวกหรือกากบาท ดังภาพที่ 3.7



ภาพที่ 3.7 วงโคจรเป็นวงกลมของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็ก

ที่มา: Jewett & Serway, 2014: 875

แรง  $F$  มีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางวงกลม มีขนาด  $= qvB$  ซึ่งกระทำต่ออนุภาคเนื่องจากแรงตั้งฉากกับความเร็วและขนาดของความเร็วไม่เปลี่ยนแปลง เพียงทิศเท่านั้น ดังนั้นขนาดของแรงคงที่ เพราะว่า  $q$   $v$  และ  $B$  คงที่ วงโคจรของอนุภาคจึงเป็นวงกลม มีรัศมี  $R$

$$\text{ความเร่งสู่ศูนย์กลาง} = \frac{v^2}{R} \text{ และ}$$

$$\text{แรงสู่ศูนย์กลาง} = m \left( \frac{v^2}{R} \right)$$

เมื่อ  $m$  คือมวลของอนุภาคตั้งนั้น (Halliday, Resnick & Walker, 2001: 668)

$$\text{แรงสู่ศูนย์กลาง} = \text{แรงหนีศูนย์กลาง}$$

$$qvB = m \left( \frac{v^2}{R} \right)$$

$$R = \frac{mv}{qB} \quad (3.7)$$

เมื่อ  $m$  เป็นมวลของอนุภาคไฟฟ้า  $R$  เป็นรัศมีทางเดินของประจุ ถ้าในระหว่างการเคลื่อนที่ประจุมีการสูญเสียพลังงานไปเนื่องจากการชนกับอนุภาคอื่น วงโคจรของอนุภาคจะเล็กลงเป็นลักษณะก้นหอย (Spiral) จากสมการ (3.7) ความถี่ของวงโคจรคือ  $\omega = v/R$  ดังนั้นจะทำให้ได้

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad \text{หรือ} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (3.8)$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้นจะสังเกตว่าความถี่  $f$  ไม่ได้ขึ้นอยู่กับความเร็วของอนุภาค อนุภาคที่วิ่งเร็วจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมใหญ่แต่อนุภาคที่มีความเร็วต่ำจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมเล็ก แต่อนุภาคทั้งสองนั้นจะใช้เวลา  $T$  (คาบ) เท่ากันในการเดินทางครบหนึ่งรอบ

ตัวอย่าง 3.2 โปรตอน (*Proton*), ดิวเทอรอน (*Deuteron*) และ อนุภาคอัลฟา ( $\alpha$ -particle) อย่างละตัว ถูกเร่งโดยความต่างศักย์  $V$  ให้เคลื่อนที่ผ่านเข้าไปในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก  $B$  โดยเคลื่อนที่ในลักษณะตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

- ก. จงเปรียบเทียบพลังงานจลน์ของโปรตอน ดิวเทอรอน และ อนุภาคอัลฟา  
 ข. ถ้ารัศมีการเคลื่อนที่ของโปรตอนเป็น 10 เซนติเมตร จงหารัศมีการเคลื่อนที่ของ ดิวเทอรอน และ อนุภาคอัลฟา

วิธีทำ ก. พลังงานจลน์  $K = \frac{1}{2}mv^2 = qV$

ได้

$$K_p = q_p V$$

$$K_d = q_d V = q_p V = K_p$$

$$K_\alpha = q_\alpha V = 2q_p V = 2K_p$$

ดังนั้น

$$K_p : K_d : K_\alpha = 1 : 1 : 2$$

ข. จาก

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad \text{และ} \quad mv = \sqrt{2mK}$$

ดังนั้น

$$r_p = \sqrt{\frac{2m_p K_p}{(q_p B)^2}}$$

$$r_d = \sqrt{\frac{2m_d K_d}{(q_d B)^2}}$$

หรือ

$$r_d = \sqrt{\frac{2m_d K_d}{(q_d B)^2}} = \sqrt{2} r_p = 1.414 r_p \text{ cm}$$

$$r_\alpha = \sqrt{\frac{2m_\alpha K}{(q_\alpha B)^2}} = \sqrt{\frac{2 \times 4m_p \times 2K_p}{(2q_p B)^2}} = \sqrt{2} r_p = 1.414 r_p \text{ cm}$$

ดังนั้น

$$r_p : r_d : r_\alpha = 1 : 1.414 : 1.414$$



ตัวอย่าง 3.3 อนุภาคอัลฟาตัวหนึ่งเคลื่อนที่เป็นวงกลมซึ่งมีรัศมี 0.45 เมตร ในสนามแม่เหล็ก  $B = 1.2$  เวเบอร์ต่อตารางเมตร ( $\text{weber}/\text{m}^2$ ) จงคำนวณหา

- ความเร็วของอนุภาคอัลฟา
- คาบของการวิ่งรอบ
- พลังงานจลน์
- ความต่างศักย์ที่ใช้ในการเร่งอนุภาคให้มีพลังงานตามที่กำหนดไว้

วิธีทำ ก. จาก  $qvB = \frac{mv^2}{r}$

จะได้  $v = q \frac{Br}{m}$

ดังนั้นความเร็วของอนุภาค  $= \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1.2 \text{ Wb}/\text{m}^2 \times 0.45 \text{ m}}{6.68 \times 10^{-27} \text{ kg}}$

$$= 2.6 \times 10^7 \text{ m/s}$$

ข. จากสมการ  $T = \frac{2\pi r}{v}$

ดังนั้นคาบของการวิ่งรอบ  $= \frac{2 \times 3.14 \times 0.45 \text{ m}}{2.6 \times 10^7 \text{ m/s}}$

$$= 1.1 \times 10^{-7} \text{ s}$$

ค. จาก  $K.E. = \frac{1}{2}mv^2$

ดังนั้นพลังงานจลน์  $= \frac{1}{2} \times 6.68 \times 10^{-27} \text{ kg} \times (2.6 \times 10^7 \text{ m/s})^2$

$$= 14 \text{ meV}$$

ง. จาก  $v = \frac{K.E.}{q}$

ดังนั้นความต่างศักย์  $= \frac{14 \times 10^6 \text{ V} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}$

$$= 7 \times 10^6 \text{ V}$$

ตัวอย่าง 3.4 อิเล็กตรอนตัวหนึ่งมีพลังงาน 10 eV เคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ขนาด  $1.0 \times 10^{-4}$  เทสลา จงหา ก. รัศมีของการเคลื่อนที่ ข. ความถี่  $f$  ของการโคจร ค. คาบ ง. ทิศทางการหมุนเมื่อมองตามทิศของสนามแม่เหล็ก

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

วิธีทำ

ก. หารัศมีของการเคลื่อนที่โดยการหาความเร็วของอิเล็กตรอนจากพลังงานจลน์ 10 eV

จาก 
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times (10 \times 1.6 \times 10^{-19}) J}{9.1 \times 10^{-31} kg}}$$

$$= 1.9 \times 10^6 \text{ เมตรต่อวินาที}$$

รัศมีของการเคลื่อนที่  $R = \frac{mv}{qB} = \frac{9.1 \times 10^{-31} kg \times 1.9 \times 10^6 m/s}{1.6 \times 10^{-19} C \times 1.0 \times 10^{-4} T}$

$$= 0.11 \text{ เมตร}$$

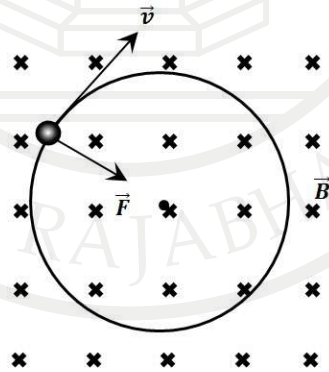
ข. หาความถี่  $f$  จาก  $f = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} C \times 1.0 \times 10^{-4} T}{2\pi \times 9.1 \times 10^{-31} kg}$

$$= 2.8 \times 10^6 \text{ วินาที}^{-1}$$

ค. คาบ  $T$  จาก  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.8 \times 10^6 rev/s}$

$$= 3.6 \times 10^{-7} \text{ วินาที}$$

ง. หาทิศทางการหมุนเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เป็นวงกลมแรงแม่เหล็กคือแรงสู่ศูนย์กลางทิศของแรง  $\vec{F}$  อยู่ในทิศทางของ  $\vec{v} \times \vec{B}$  เมื่อมองตามทิศทางของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ทิศทางของ  $\vec{v}$  จะต้องอยู่ในทิศตามเข็มนาฬิกา ดังภาพที่ 3.8

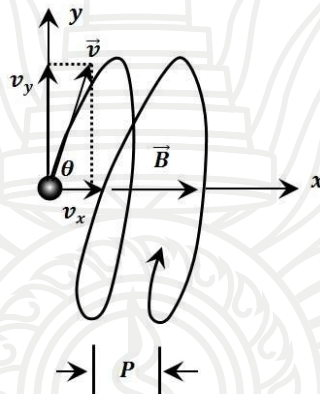


ภาพที่ 3.8 ทิศทางการหมุนของอิเล็กตรอนเมื่อมองตามทิศของสนามแม่เหล็ก

ตัวอย่าง 3.5 จากตัวอย่าง 3.4 ถ้าอิเล็กตรอนตัวนี้เคลื่อนที่โดยทำมุม  $\theta = 60^\circ$  กับสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  จะทำให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่แบบเกลียว (Helix) จงหารัศมีวงโคจร คาบ และระยะ 1 ช่องเกลียว (Pitch) ของวงโคจร

วิธีทำ

อิเล็กตรอนตัวนี้จะมีความเร็วค่าเดียวกับตัวอย่าง 3.4 คือ  $v = 1.9 \times 10^6$  เมตรต่อวินาที ความเร็วในแนวแกน  $y$  หรือ  $v_y$  จะทำให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่เป็นวงกลมและความเร็วในแนวแกน  $x$  หรือ  $v_x$  จะทำให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่เป็นรูปเกลียว ดังภาพที่ 3.9



ภาพที่ 3.9 อิเล็กตรอนเคลื่อนที่แบบเกลียว

ดังนั้นรัศมีวงโคจรแบบเกลียวหาได้จาก

$$qvB \sin \theta = \frac{m(v \sin \theta)^2}{r}$$

หรือ

$$r = \frac{mv_y}{qB} = \frac{qv \sin \theta}{qB}$$

$$= \frac{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 1.9 \times 10^6 \text{ m/s} \times \sin 60^\circ}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1.0 \times 10^{-4} \text{ T}}$$

รัศมีวงโคจรแบบเกลียว

$$= 0.09 \text{ เมตร}$$

คาบการเคลื่อนที่

$$T = \frac{2\pi r}{v_y} = \frac{2\pi \times 0.09 \text{ m}}{1.9 \times 10^6 \text{ m/s} \times \sin 60^\circ}$$

$$= 3.44 \times 10^{-7} \text{ วินาที}$$

อิเล็กตรอนเคลื่อนที่แบบเกลียวไปตามแกน  $x$  ที่มีระยะ 1 ช่องเกลียว  $P$

$$P = v_x t$$

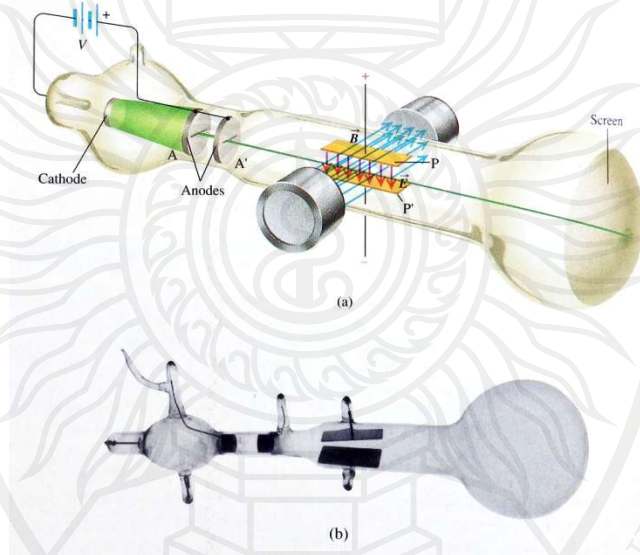
$$= 1.9 \times 10^6 \text{ m/s} \times \cos 60^\circ \times 3.44 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$= 0.33 \text{ เมตร}$$

### การหาค่าประจุต่อมวล $e/m$ จากการทดลองของทอมสัน

จากภาพที่ 3.10 แสดงอุปกรณ์การทดลองเพื่อหาค่าประจุต่อมวลของอิเล็กตรอน ซึ่งสามารถอธิบายหลักการได้โดยคร่าว ๆ ดังนี้

ภาพที่ 3.10 (a) แสดงถึงแนวของ  $\vec{E}$  และ  $\vec{B}$  ภายในอุปกรณ์การทดลองของทอมสัน ที่อิเล็กตรอนที่มีความเร็ว  $v$  ผ่านเข้าไปในสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กซึ่งตั้งฉากกัน สนามไฟฟ้าจะเบนอิเล็กตรอนขึ้นบน ส่วนสนามแม่เหล็กจะเบนอิเล็กตรอนลงล่าง เมื่อปรับค่าสนามทั้งสองให้การหักเหหักล้างกันหมดพอดี แรงทางสนามไฟฟ้าจะสมดุลกับแรงทางสนามแม่เหล็ก จึงทำให้อิเล็กตรอนไปตกตรงกลางจอพอดี ส่วนภาพที่ 3.10(b) เป็นภาพของหลอดอุปกรณ์ที่ทอมสันใช้ในการทดลอง



ภาพที่ 3.10 อุปกรณ์การทดลองหาค่าประจุต่อมวลของอิเล็กตรอน (a) แสดงแนวของ  $\vec{E}$  และ  $\vec{B}$

(b) ภาพหลอดอุปกรณ์ที่ทอมสันใช้ในการทดลอง

ที่มา: Young & Freedman, 1996: 878

แรงไฟฟ้าบนอิเล็กตรอน แต่ละตัวที่มีมวล  $m$  และประจุ  $e$  ในสนามไฟฟ้า  $E$  คือ  $F = eE$  และแรงทางแม่เหล็ก คือ  $F = evB$  ดังนั้น

$$eE = evB$$

หรือ 
$$v = \frac{E}{B} \quad (3.9)$$

ถ้าตัดสนามไฟฟ้าออกไปคงเหลือแต่สนามแม่เหล็ก อิเล็กตรอนแต่ละตัวจะเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กเป็นวงกลมที่มีรัศมี  $R = \frac{mv}{eB}$  ซึ่งเมื่อแทนลงในสมการ (3.9) จะได้

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{B^2 R}$$

จากการทดลองของทอมสัน (Thomson's Experiment) หาค่าประจุต่อมวลของอิเล็กตรอน ( $e/m$ ) ได้  $= 1.7 \times 10^{11}$  คูลอมบ์ต่อกิโลกรัม ซึ่งไม่แตกต่างจากปัจจุบันที่หาค่าได้คือ  $(1.758802 \pm 0.000005) \times 10^{11}$  คูลอมบ์ต่อกิโลกรัม ดังนั้นทอมสัน(Thomson) จึงได้รับการยกย่องว่าเป็นผู้ค้นพบอิเล็กตรอน และเขาพบความเร็วของอิเล็กตรอนในลำอิเล็กตรอนประมาณเท่ากับ 1 ใน 10 ของอัตราเร็วของแสง การทดลองของเขาในปี ค.ศ. 1897 ไม่ได้หาค่าประจุหรือมวลแต่อย่างใด คงหาแต่อัตราส่วน  $e/m$  ไว้เท่านั้น ต่อมาในเวลาอีก 15 ปีจากนั้นมิลลิแกน (Millikan) เป็นคนแรกที่หาประจุของอิเล็กตรอนได้ ซึ่งค่าของประจุของอิเล็กตรอนคือ  $1.62 \times 10^{-19} C$  ดังนั้นมวลของอิเล็กตรอนคือ

$$m = \frac{1.602 \times 10^{-19} C}{1.759 \times 10^{11} C.kg^{-1}} = 9.107 \times 10^{-31} kg$$

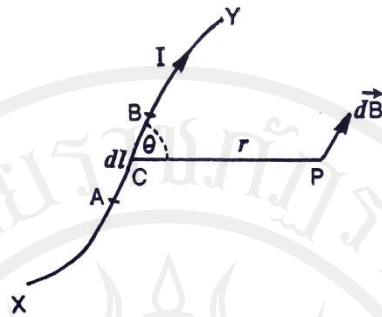
### กฎของลาปลาซ หรือ กฎของ ไบออส ซาวาร์ต

สาระสำคัญของกฎของลาปลาซหรือ กฎของไบออส ซาวาร์ต (Laplace's law or Biot Savart law) คือใช้เพื่อศึกษาขนาดของสนามแม่เหล็กบริเวณใกล้กับตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า ซึ่งกฎนี้ได้ถูกยืนยันโดยการทดลองของไบออส (Biot) และ ซาวาร์ต (Savart) ด้วยเหตุผลนี้บางครั้งจึงเรียกกฎนี้ว่า กฎของไบออส ซาวาร์ต (Feynman, Leighton & Sands, 2001: 883) ซึ่งใจความสำคัญของกฎนี้กล่าวว่า สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากตัวนำขนาดเล็ก  $dl$  ซึ่งนำกระแสไฟฟ้า  $I$  ไหลผ่าน ณ จุดที่ห่างจากตัวนำนั้น  $r$  สนามแม่เหล็ก มีค่าดังสมการ (3.10)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad (3.10)$$

เมื่อ  $\theta$  คือมุมระหว่างทิศทางของการไหลของกระแสและจุดเชื่อมระหว่างตัวนำซึ่งจุดที่สังเกต เมื่อพิจารณาตัวนำยาว  $XY$  มีกระแสไหลในตัวนำ  $I$  ดังภาพที่ 3.11

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาพที่ 3.11 ตัวนำยาว XY มีกระแสไหลในตัวนำ I

ที่มา: Gupta, 2002: 391

เนื่องจากการไหลของกระแส จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กรอบ ๆ ตัวนำ XY สมมติว่าพิจารณาสนามแม่เหล็ก ณ จุด P อันเนื่องมาจากกระแสไหลผ่านตัวนำ XY และเมื่อระยะ AB ของตัวนำมีความยาว  $dl$  ซึ่ง  $r$  คือระยะจากลวดตัวนำมาถึงจุดที่ต้องการหาความเข้มของสนามแม่เหล็กจากจุด C มายังจุด P ซึ่งทำให้พบว่า

สนามแม่เหล็กจะแปรผันตรงกับกระแสที่ไหลในตัวนำ

$$dB \propto I$$

สนามแม่เหล็กจะแปรผันตรงกับความยาวของลวดตัวนำ

$$dB \propto dl$$

สนามแม่เหล็กจะแปรผันตรงกับค่า  $\sin \theta$

$$dB \propto \sin \theta$$

สนามแม่เหล็กจะแปรผกผันกับ  $r^2$

$$dB \propto \frac{1}{r^2}$$

ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วในนามของกฎผกผันกำลังสอง (Inverse square law) ดังนั้นจากความสัมพันธ์ทั้งหมดที่กล่าวมาจะทำให้ได้ว่า

$$dB \propto \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

หรือ

$$dB = \frac{KIdl \sin \theta}{r^2} \quad (3.11)$$

โดยที่  $K$  คือค่าคงที่ ซึ่งค่านี้จะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของตัวกลางระหว่างจุดที่สังเกต  $P$  และกระแสที่ไหลในตัวนำ ซึ่งถ้าหากว่าตัวนำและจุดสังเกต  $P$  อยู่ในสุญญากาศดังนั้นในระบบเอสไอจะได้



$$K = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T A}^{-1} \text{ m} = 10^{-7} \text{ Wb A}^{-1} \text{ m}^{-1} (\because 1 \text{ T} = 1 \text{ Wb m}^{-2})$$

ซึ่งในที่นี้  $\mu_0$  คือสภาพให้ซึมได้ของปริภูมิเสรี (Absolute permittivity of free space) มีค่า  $4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$  ดังนั้นสามารถเขียนกฎของไบออส ซาวาร์ส ได้ดังสมการ

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad (3.12)$$

สมการ (3.12) คือขนาดของสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากกระแสของตัวนำในช่วง  $dl$  เมื่อพิจารณาลวดตัวนำทั้งหมด  $AB$  สนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  จะมีทิศพุ่งตั้งฉากเข้าสู่หน้ากระดาษนี้และวนกลับมารอบตัวนำ ทิศของสนามแม่เหล็กสามารถแสดงได้ในภาพแบบของสมการเวกเตอร์ ถ้าให้  $\hat{r}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแนว  $CP$  ดังนั้นขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  สามารถแสดงได้ดังนี้ (Halliday, Resnick & Walker, 2014: 837)

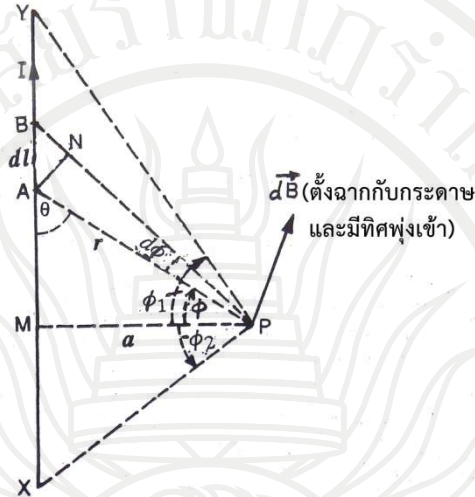
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (3.13)$$

ซึ่ง  $Id\vec{l}$  คือทิศทางกระแสของกระแสและถ้า  $\vec{CP} = \vec{r}$  ดังนั้นสนามแม่เหล็กตลอดตัวนำ  $XY$  ซึ่งสามารถหาได้โดยการอินทิกรัล  $d\vec{B}$  ตลอดความยาวของตัวนำ (Fogiel, 1984: 391) (Jewett & Serway, 2014: 906)

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (3.14)$$

### สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากตัวนำยาวตรงมีกระแสไหลผ่าน

พิจารณาหลอดตัวนำยาว  $XY$  ซึ่งมีกระแสไหล  $I$  สม่่าเสมอตลอดตัวนำดังแสดงในภาพที่ 3.12



ภาพที่ 3.12 สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากตัวนำยาวตรงมีกระแสไหลผ่าน

ที่มา: Gupta, 2002: 391

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่าสนามแม่เหล็กจะก่อตัวขึ้นรอบ ๆ ตัวนำสมมติว่าจะหาสนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  ซึ่งอยู่ตรงจุดตั้งฉากกับตัวนำเป็นระยะ  $PM = a$  เมื่อพิจารณาที่ขนาดของตัวนำ  $dl$  ให้  $PA = r$  และ  $\angle PAM = \theta$  จากกฎของไบโอท-ซาวาร์ต (Biot-Savart law) ความเข้มของสนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  เนื่องมาจากกระยะ  $dl$  จะได้

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

เมื่อ  $Id\vec{l}$  คือทิศทางเวกเตอร์ของการไหลของกระแสและ  $\hat{r}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามระยะ  $AP$  ทิศทางของ  $Id\vec{l} \times \hat{r}$  คือตั้งฉากกับระนาบของกระดาศและมีทิศพุ่งเข้า ดังนั้นขนาดของความเข้มของสนามแม่เหล็กเนื่องมาจากกระยะ  $dl$  คือ

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \theta}{r^2} \quad (3.15)$$

ที่ระยะของตัวนำ  $AB$ ,  $\angle PBM = \angle PAM = \theta$  และ  $AN \perp BP$  ดังนั้น

$$AN = dl \sin \theta \quad (3.16)$$

ให้  $\angle MPA = \phi$  และ  $\angle APB = d\phi$  ดังนั้น

$$AN = rd\phi \quad (3.17)$$

จากสมการ (3.16) และ (3.17) จะได้

$$dl \sin \theta = rd\phi \quad (3.18)$$

แทนสมการ (3.15) และ (3.18) จะได้

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot (rd\phi)}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\phi}{r} \quad (3.19)$$

จากสามเหลี่ยม  $AMP$  จะได้

$$\cos \phi = \frac{a}{r} \quad \text{หรือ} \quad r = \frac{a}{\cos \phi} \quad \text{และแทนลงในสมการ (3.19) จะทำให้ได้}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} \cos \phi d\phi \quad (3.20)$$

เชื่อม  $PX$  และ  $PY$  ให้  $\angle MPY = \phi_1$  มีทิศตามเข็มนาฬิกา และ  $\angle MPX = -\phi_2$  ทิศทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้นสนามแม่เหล็กเนื่องมาจากลวดตัวนำ  $XY$  หาได้โดยการอินทิกรัล  $dB$  ในขอบเขตของ  $-\phi_2$  ถึง  $\phi_1$  จะได้

$$\begin{aligned} B &= \int_{-\phi_2}^{\phi_1} dB = \int_{-\phi_2}^{\phi_1} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} \cos \phi d\phi = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} \int_{-\phi_2}^{\phi_1} \cos \phi d\phi \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} \left| \sin \phi \right|_{-\phi_2}^{\phi_1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} \left| \sin \phi_1 - \sin(-\phi_2) \right| \end{aligned}$$

หรือ

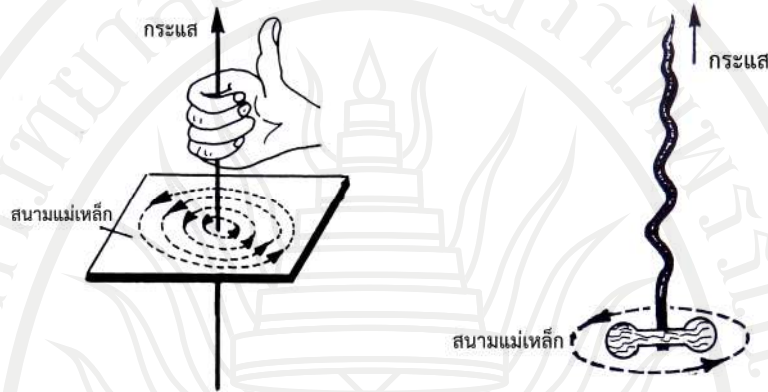
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} \left| \sin \phi_1 + \sin(\phi_2) \right| \quad (3.21)$$

ในกรณีที่ตัวนำยาวแบบไม่จำกัด (Infinitely long) ดังนั้น  $\phi_1 = \phi_2 = \frac{\pi}{2}$  ดังนั้นสนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  เนื่องมาจากกระแสที่ไหลในตัวนำแบบไม่จำกัดสามารถหาได้โดย (Young & Freedman, 1996: 908)

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} \left( \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \right) \\ B &= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{a} \end{aligned} \quad (3.22)$$

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่า สนามแม่เหล็กเป็นปริมาณเวกเตอร์ดังนั้นต้องมีทั้งขนาดและทิศทาง เมื่อทราบขนาดของสนามแม่เหล็กแล้วดังสมการ (3.22) ทิศของสนามแม่เหล็กสามารถหาได้จากผลของการครอสกัน (Cross product) ของเวกเตอร์  $I d\vec{l}$  และ  $\hat{r}$  คือ  $I d\vec{l} \times \hat{r}$  เมื่อ  $\hat{r}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตาม  $AP$  ดังนั้นที่จุด  $P$  ทิศของสนามแม่เหล็กเนื่องมาจากพิจารณาขนาดของตัวนำ  $d\vec{l}$  หรือตลอดตัวนำจะมีทิศเดียวกันคือทิศพุ่งเข้าตั้งฉากกับระนาบของกระดาษ ซึ่งการหาทิศของสนามแม่เหล็กสามารถหาได้โดยใช้กฎดังต่อไปนี้

กฎมือขวา (Right hand thumb rule) รายละเอียดคือถ้าหากกำตัวนำด้วยมือข้างขวาของผู้ทดลองโดยยกนิ้วหัวแม่มือไปงตามทิศของกระแสแล้วทิศของสนามแม่เหล็กจะมีทิศตามนิ้วมือทั้งสี่ตั้ง ภาพที่ 3.13 (ซ้าย)



ภาพที่ 3.13 (ซ้าย) กฎมือขวา (ขวา) กฎการหมุนสกรูของแมกซ์เวลล์

ที่มา: Gupta, 2002: 395

กฎการหมุนสกรูของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's cork screw rule) รายละเอียดคือเมื่อใช้มือขวาหมุนสกรูในทิศทางการไหลของกระแสตลอดตัวนำ ดังนั้นทิศการหมุนของสกรูคือทิศของเส้นสนามแม่เหล็กแสดงดังภาพที่ 3.13 (ขวา)

ตัวอย่าง 3.3 ถ้าให้ลวดตัวนำวางอยู่ในระดับสายตาซึ่งนำกระแส  $90A$  ในทิศตะวันออกสู่ทิศตะวันตก จงหาขนาดและทิศของสนามแม่เหล็กเนื่องมาจากกระแสในลวดตัวนำที่จุดต่ำกว่าลวดตัวนำ  $1.5$  เมตร

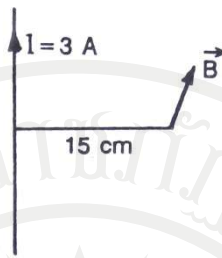
วิธีทำ  $I = 90A$ ;  $a = 1.5m$

$$\text{ดังนั้น } B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{a} = 10^{-7} \text{ WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times \frac{2 \times 90A}{1.5m} = 1.2 \times 10^{-5} T$$

จากกฎมือขวาทำให้ทราบได้ว่าทิศของสนามแม่เหล็กมีทิศพุ่งไปทิศใต้

ตัวอย่าง 3.4 ลวดตัวนำยาวตรง นำกระแส  $3A$  จงหาขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กที่จุด  $15$  เซนติเมตรจากลวดตัวนำ

ลิขสิทธิ์ © มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาพที่ 3.14 ประกอบตัวอย่าง 3.4

ที่มา: Gupta, 2002: 395

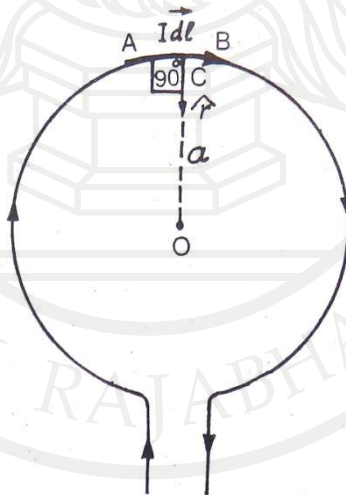
วิธีทำ  $I = 3A$ ;  $a = 15cm = 0.15m$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{a} = 10^{-7} \text{ WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times \frac{2 \times 3A}{0.15m} = 4 \times 10^{-6} T$$

จากกฎมือขวาทิศของสนามแม่เหล็กจะตั้งฉากกับระนาบของกระดาดและมีทิศพุ่งเข้าดังแสดง ลูกศร

#### สนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางของตัวนำวงกลม

พิจารณาลวดตัวนำวงกลมรัศมี  $a$  นำกระแส  $I$  ดังแสดงในภาพที่ 3.15 หาสนามแม่เหล็กตรงจุดกึ่งกลาง (o) (Magnetic field at the centre of a current carrying coil) ของขดลวดนี้



ภาพที่ 3.15 ลวดตัวนำวงกลมรัศมี  $a$  นำกระแส  $I$

ที่มา: Gupta, 2002: 396

พิจารณาส່วนของขดลวด  $AB = dl$  และเชื่อมจุดศูนย์กลางของขดลวดกับกึ่งกลางของลวดตัวนำ  $C$  ดังนั้น  $\angle ACO = 90^\circ$  จากกฎของของไบออส-ซาวาร์ส สนามแม่เหล็กที่จุด  $O$  อันเนื่องมาจากกระแสที่ระยะ  $AB$  คือ

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{a^2}$$

เมื่อ  $Id\vec{l} = I(\overline{AB})$  คือเวกเตอร์ในทิศทางการไหลของกระแสตลอด  $AB$  และ  $\hat{r}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามระยะ  $CO$  มุมระหว่าง  $Id\vec{l}$  และ  $\hat{r}$  คือ  $90^\circ$  ดังนั้นขนาดของสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางของลวดตัวนำเนื่องมาจากขดลวดตัวนำ  $AB$  คือ

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{a^2}$$

ดังนั้นสนามแม่เหล็กตลอดตัวนำคือการอินทิเกรตตลอดพื้นผิวของลวดตัวนำ

$$B = \oint dB = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{a^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a^2} \oint dl$$

เมื่อ  $\oint dl$  คือเส้นรอบวงของลวดตัวนำ  $= 2\pi a$  ดังนั้น

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a^2} (2\pi a)$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi I}{a} \quad (3.23)$$

ในกรณีของขดลวด  $n$  รอบ ดังนั้นสมการ (3.23) สามารถเขียนได้เป็น

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi nI}{a} \quad (3.24)$$

ตัวอย่าง 3.5 ขดลวดตัวนำรูปวงกลมวางอยู่ในระนาบ ขดลวดตัวนำนี้มีจำนวน 10 รอบและแต่ละรอบมีรัศมี 8 เซนติเมตรและมีกระแสไหล 2A ในทิศตามเข็มนาฬิกา จงหาขนาดและทิศของสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางของขดลวด

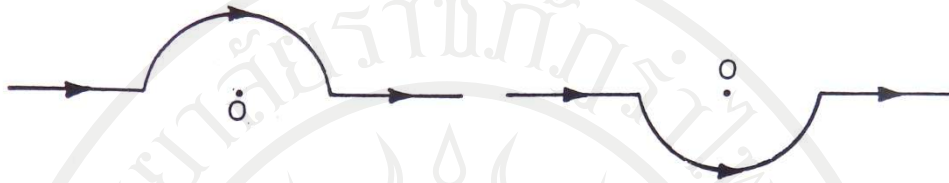
วิธีทำ จากโจทย์  $n = 10$  รอบ,  $a = 8\text{cm} = 0.08\text{m}$ ,  $I = 2\text{A}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{WbA}^{-1}\text{m}^{-1}$

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2a} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times 10 \times 2\text{A}}{2 \times 0.08\text{m}} = 1.57 \times 10^{-4} \text{T}$$

เนื่องจากกระแสมีทิศตามเข็มนาฬิกา ดังนั้นทิศทางของสนามแม่เหล็กจึงมีทิศลงล่าง



ตัวอย่าง 3.6 ลวดตัวนำมีกระแสไหล 12A นำมาตัดเป็นรูปครึ่งวงกลม ซึ่งมีรัศมี 2.0 เซนติเมตร ดังภาพ จงหาขนาดและทิศของสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลาง  $O$  ของลวดตัวนำ



ภาพที่ 3.16 ประกอบตัวอย่าง 3.6

ที่มา: Gupta, 2002: 398

วิธีทำ กรณีแรกจาก  $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi I}{a}$  คือขนาดของสนามแม่เหล็กของขดลวดวงกลม ดังนั้นขนาดของสนามแม่เหล็กของขดลวดครึ่งวงกลมคือ

$$B = \frac{1}{2} \times \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi I}{a}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\pi I}{a}$$

ในกรณีนี้  $I = 12A$ ,  $a = 2.0cm = 2.0 \times 10^{-2}m$  ดังนั้น

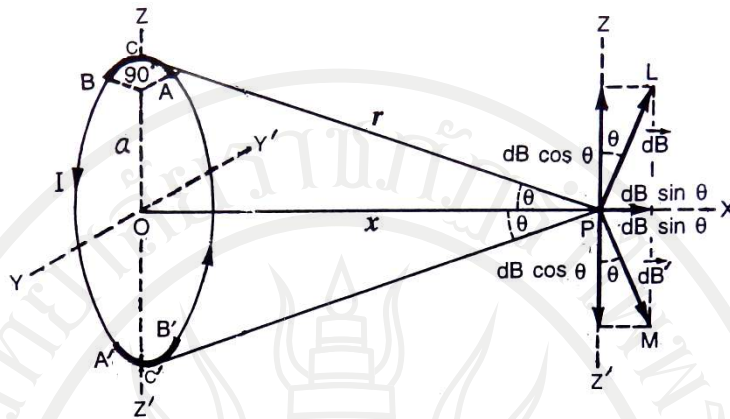
$$B = 10^{-7} \text{WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times \frac{\pi \times 12A}{2.0 \times 10^{-2}m} = 1.885 \times 10^{-4}T$$

ทิศของสนามแม่เหล็กจะมีทิศพุ่งเข้าสู่ระนาบของกระดาษ

กรณีที่สอง ขนาดของสนามแม่เหล็กจะเท่ากัน คือ  $1.885 \times 10^{-4}T$  แต่ทิศของ  $\vec{B}$  จะมีทิศพุ่งออกจากกระดาษ

**สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากกระแสไหลผ่านลวดตัวนำวงกลม**

ในกรณีการพิจารณาสนามแม่เหล็กเนื่องมาจากกระแสไหลผ่านลวดตัวนำวงกลม (Magnetic field due to current flowing through a circular coil) เมื่อพิจารณาลวดตัวนำวงกลมรัศมี  $a$  และนำกระแส  $I$  ดังภาพที่ 3.17 ระนาบของขดลวดคือระนาบ  $YZ$  คือตั้งฉากกับระนาบของกระดาษ ในขณะที่แกนของลวดตัวนำคือ  $OX$  หรือแกน  $X$  คือระนาบของกระดาษ



ภาพที่ 3.17 ลวดตัวนำวงกลมที่นำกระแส  $I$

ที่มา: Gupta, 2002: 399

ถ้าให้จุด  $P$  คือจุดที่ต้องการหาสนามแม่เหล็กซึ่งห่างจากลวดตัวนำระยะ  $x$  พิจารณาขดลวดวงกลมที่ระยะ  $AB = dl$  ของขดลวด เชื่อมจุด  $P$  ถึงจุดกึ่งกลาง  $C$  ของระยะ  $AB$  ให้เป็นระยะ  $r(CP)$  ดังนั้นมุม  $\angle BCP$  (หรือ  $\angle ACP$ ) คือ  $90^\circ$  จากกฎของไบออส-ซาวาสสนามแม่เหล็กของระยะ  $AB$  ที่จุด  $P$  คือ

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

เมื่อ  $Id\vec{l} = I(\overline{AB})$  คือทิศการไหลของกระแสทั่ว  $AB$  และ  $\hat{r}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตาม  $CP$  สนามแม่เหล็ก  $d\vec{B}$  ที่จุด  $P$  เนื่องมาจากระยะเล็ก ๆ  $AB$  ในทิศของเวกเตอร์  $Id\vec{l} \times \hat{r}$  ซึ่งแสดงโดยเวกเตอร์  $\overline{PL}$  และมุมระหว่าง  $Id\vec{l}$  และ  $\hat{r}$  คือ  $90^\circ$  ขนาดของ  $d\vec{B}$  คือ

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2} \quad (3.25)$$

เมื่อพิจารณาระยะ  $A'B' = dl$  ซึ่งอยู่ตรงข้ามกับ  $AB$  สนามแม่เหล็ก  $d\vec{B}'$  เนื่องจากกระแส  $A'B'$  จะมีขนาดเท่ากับระยะ  $AB$  แต่ตามทิศของเวกเตอร์  $\overline{PM}$

$$|d\vec{B}| = |d\vec{B}'|$$

ซึ่ง  $d\vec{B}$  และ  $d\vec{B}'$  สามารถแยกออกเป็นสององค์ประกอบตั้งฉากกันตามระยะ  $PX$  และ  $ZZ'$  ซึ่งองค์ประกอบของสนามแม่เหล็ก เนื่องมาจาก  $AB$  และ  $A'B'$  ตาม  $ZZ'$  จะหักล้างกันเพราะว่ามีขนาดเท่ากันแต่ทิศตรงข้าม ซึ่งแต่ละคู่ของระยะสั้น ๆ ที่พิจารณา เช่น  $AB$  และ  $A'B'$  ของกระแสดลวดวงรอบของตัวนำจะมีคุณสมบัติเช่นเดียวกันดังนั้นเนื่องจากแต่ละระยะกระแส องค์ประกอบของสนามแม่เหล็กจะมีเพียงแค่ระยะ  $PX$  ที่จุด  $P$

ถ้า  $\angle OPC = \angle OPC' = \theta$  และ  $\angle ZPL = \angle Z'PM = \theta$  ดังนั้นสนามแม่เหล็กตลอดลวด  
ตัวนำวงกลมจะได้

$$B = \oint dB \sin \theta = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi Ia \sin \theta}{r^2}$$

จากสามเหลี่ยม  $OPC$ ,  $\sin \theta = \frac{a}{r}$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi Ia}{r^2} \times \frac{d}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi Ia^2}{r^3}$$

แต่  $r = (a^2 + x^2)^{1/2}$  ดังนั้น

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi Ia^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \quad (3.26)$$

ถ้าขดลวดตัวนำ  $n$  ขดลวด ดังนั้นความเข้มของสนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  เนื่องจากขดลวดตัวนำ  
จะมีขนาดเป็น  $n$  เท่าของสนามแม่เหล็กของขดลวดรอบเดียว ดังนั้นสามารถเขียนได้คือ

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi nIa^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \quad (3.27)$$

สมการ (3.26) และ (3.27) ให้ขนาดสนามแม่เหล็กเนื่องมาจากการไหลของกระแสทั่วขดลวด  
วงกลมและทิศของสนามแม่เหล็กจะเป็นไปตาม  $PX$

เมื่อพิจารณาสนามแม่เหล็ก ณ จุดต่าง ๆ ในสองกรณีดังนี้

กรณีแรกคือสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางของขดลวด จากสมการ (3.26) จะได้

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi I}{a} \quad (3.28)$$

สมการ (3.27) สำหรับจำนวนขดลวด 1 รอบ ดังนั้นสำหรับขดลวดจำนวน  $n$  รอบจะได้

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi nI}{a} \quad (3.29)$$

กรณีที่สองคือเมื่อพิจารณาที่ซึ่งห่างจากขดลวดตัวนำมาก ๆ ซึ่ง ค่าของระยะห่างมีค่ามากกว่าค่า  
รัศมีตัวนำมาก ๆ ( $X \gg a$ ) ซึ่งนั่นหมายความว่าค่าของ  $a^2$  มีความหมายน้อยมาก ๆ ในกรณีที่  
เป็นเช่นนี้จึงสามารถไม่นำมาคิดได้จะได้

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi Ia^2}{x^3} \quad (3.30)$$

แต่ค่า  $\pi a^2 = A$  คือพื้นที่ของขดลวด

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2IA}{x^3} \quad (3.31)$$

ดังนั้นสำหรับขดลวดจำนวน  $n$  รอบจะได้

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2nIA}{x^3} \quad (3.32)$$

ตัวอย่าง 3.7 จงคำนวณหาสนามไฟฟ้าของขดลวดวงกลม 500 รอบและมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.1 เมตร นำกระแส 7 แอมแปร์

(ก) ที่ห่างจากจุดศูนย์กลางของขดลวดระยะ 0.12 เมตร

(ข) ที่จุดศูนย์กลางของขดลวด

วิธีทำ

$$(ก) \quad n = 500, I = 7 \text{ A}, a = \frac{0.1}{2} = 0.05 \text{ m}, x = 0.12 \text{ m}, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ WbA}^{-1}\text{m}^{-1}$$

$$B = \frac{\mu_0 n I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times 500 \times 7 \text{ A} \times (0.05 \text{ m})^2}{2[(0.05 \text{ m})^2 + (0.12 \text{ m})^2]^{3/2}}$$

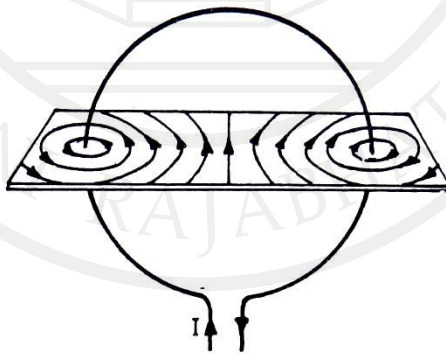
$$= 2.5 \times 10^{-3} \text{ T}$$

$$(ข) \quad B = \frac{\mu_0 n I}{2a} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times 500 \times 7 \text{ A}}{2 \times 0.05 \text{ m}}$$

$$= 4.4 \times 10^{-2} \text{ T}$$

### ลูปกระแสและขั้วแม่เหล็ก

ในหัวข้อนี้จะศึกษารายละเอียดของลูปกระแสและขั้วแม่เหล็ก (Current loop and magnetic dipole) เมื่อพิจารณาขดลวดตัวนำวงกลมนำกระแสในทิศทางตามเข็มนาฬิกา ดังภาพที่ 3.18



ภาพที่ 3.18 ขดลวดตัวนำวงกลมและวงรอบกระแส

ที่มา: Gupta, 2002: 401

จากกฎของไบออส-ซาวาร์ตส์ เส้นของสนามแม่เหล็กจะเป็นเส้นตรงที่จุดกึ่งกลางและเปลี่ยนรูปเป็นวงกลมเมื่ออยู่ใกล้ลวดตัวนำดังแสดงในภาพ เมื่อกระแสไหลในทิศทางเข็มนาฬิกาตลอดลวดตัวนำ ดังนั้นสนามแม่เหล็กจึงเสมือนหนึ่งว่าเข้าทางด้านหน้าและผ่านออกด้านหลัง หรืออีกทางหนึ่งคือวงรอบ (Loop) ของกระแสมีลักษณะเหมือนขั้วแม่เหล็ก (Magnetic dipole) ด้านหน้าของลวดตัวนำซึ่งสนามแม่เหล็กเข้า มีลักษณะคล้ายขั้วใต้ ในขณะที่เดียวกันด้านหลังซึ่งเส้นแรงแม่เหล็กหายไปมีลักษณะคล้ายขั้วเหนือ ดังนั้นวงรอบกระแสมีลักษณะเหมือนขั้วแม่เหล็ก ซึ่งการหามีรายละเอียดดังนี้

จากหัวข้อที่ผ่านมา สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากขดลวดวงกลม  $n$  รอบและมีพื้นที่  $A$  ที่จุดกึ่งกลาง ห่างจากขดลวดวงกลมเป็นระยะ  $x$  หาได้โดย

$$B = \frac{\mu_0 \cdot 2nIA}{4\pi x^3} \quad (3.33)$$

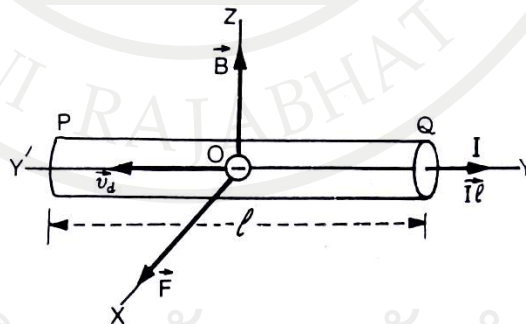
ให้  $M = nIA$  ซึ่ง  $M$  คือขั้วแม่เหล็ก (Magnetic dipole moment) ดังนั้น

$$B = \frac{\mu_0 \cdot 2M}{4\pi x^3} \quad (3.34)$$

ซึ่ง  $nI$  เรียกว่า รอบแอมแปร์ (Ampere turn) ของตัวนำวงกลมดังนั้นขั้วแม่เหล็กของวงรอบกระแส คือ รอบแอมแปร์  $\times$  พื้นที่ของขดลวด

### แรงแม่เหล็กบนลวดตัวนำที่มีกระแส

ลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าก็คือลวดตัวนำที่มีอิเล็กตรอนเสรีเคลื่อนที่ไปตามแนวของเส้นลวดและเมื่อวางไว้ในสนามแม่เหล็กจะมีแรงกระทำต่ออิเล็กตรอนเสรีเหล่านั้น ผลรวมของแรงกระทำบนอิเล็กตรอนทุกตัวจะปรากฏเป็นแรงกระทำต่อลวดตัวนำซึ่งจะได้กล่าวในรายละเอียดต่อไป



ภาพที่ 3.19 แสดงระนาบของลวดตัวนำที่มีกระแสไหลผ่าน

ที่มา: Gupta, 2002: 405

พิจารณาลวดตัวนำยาว  $PQ$  มีขนาดความยาว  $l$  วางอยู่ในแนวแกน  $y$  ถ้าสมมติให้สนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  สม่าเสมอตามแนวแกน  $z$  ซึ่งตั้งฉากกับความยาวของลวดตัวนำและสมมติให้กระแสสม่าเสมอ  $I$  ไหลตลอดตัวนำจาก  $P$  สู่  $Q$  ลอเรนตซ์ (H.A.Lorentz) คือนักวิทยาศาสตร์คนแรกที่แนะนำว่ากระแสไฟฟ้าในลวดตัวนำเนื่องมาจากการไหลของอิเล็กตรอนในตัวนำ กระแสจะไหลเนื่องมาจากความเร็วลอยเลื่อน  $v_d$  ของอิเล็กตรอน ถ้าตัวนำมีพื้นที่หน้าตัด  $A$  และจำนวนอิเล็กตรอนเสรีต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรคือ  $n$  ดังนั้นกระแสที่ไหลตลอดตัวนำคือ

$$I = nAev_d$$

คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย  $l$

$$Il = nAlev_d$$

เนื่องจากทิศการไหลของกระแส  $I$  ตรงข้ามกับความเร็วลอยเลื่อน  $v_d$  ดังนั้น

$$\vec{Il} = -nAlev_d \quad (3.35)$$

แรงแม่เหล็กลอเรนตซ์บนอิเล็กตรอนที่มีประจุ  $-e$  และเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $v_d$  ภายในความเข้มของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  กำหนดโดย

$$\vec{f} = -e(\vec{v}_d \times \vec{B}) \quad (3.36)$$

อิเล็กตรอนเสรีแต่ละตัวจะมีแรงกระทำ  $\vec{f}$  ภายใต้อำนาจของสนามแม่เหล็ก ถ้า  $N$  คือจำนวนอิเล็กตรอนทั้งหมดในตัวนำดังนั้น แรงบนตัวนำที่มีกระแสไหลผ่าน

$$\vec{F} = N \times \vec{f} \quad (3.37)$$

จำนวนอิเล็กตรอนเสรีในตัวนำ

$$N = n \times \text{ปริมาตรของตัวนำ} = nAl$$

แทน  $N$  และ  $\vec{f}$  ใน (3.37) ดังนั้นแรงบนตัวนำ

$$\vec{F} = nAl(-e(\vec{v}_d \times \vec{B})) = (-nAlev_d) \times \vec{B}$$

ใช้สมการ (3.37) จะได้

$$\vec{F} = \vec{Il} \times \vec{B} \quad (3.38)$$

**ขนาดของแรง** จากสมการ (3.38) ขนาดของแรงบนตัวนำที่มีกระแสไหลผ่าน จะเป็น

$$F = BIl \sin \theta \quad (3.39)$$

เมื่อ  $\theta$  คือมุมระหว่าง สนามแม่เหล็กและกระแสที่ไหลมีกรณีที่เราพิจารณา 2 กรณีดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้า  $\theta = 0^\circ$  หรือ  $180^\circ$  ดังนั้น

$$F = BIl(0) = 0$$

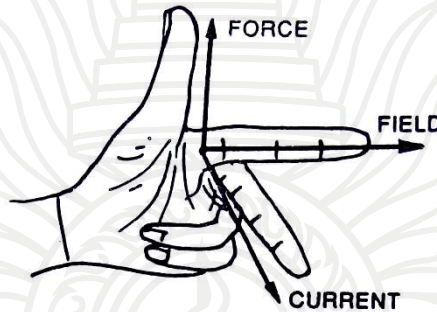
นั่นหมายความว่า ตัวนำที่มีกระแสไหลผ่านวางอยู่ในแนวขนานกับทิศของสนามแม่เหล็กจะไม่มีแรงกระทำต่อตัวนำ

กรณีที่ 2 ถ้า  $\theta = 90^\circ$  แล้ว

$$F = BIl \sin 90^\circ = BIl \quad (\text{มากที่สุด})$$



หมายถึงตัวนำที่มีกระแสไหลผ่านวางอยู่ตั้งฉากกับทิศของสนามแม่เหล็กจะมีแรงกระทำมากที่สุด ทิศของแรง ถ้า  $\vec{I}$  และ  $\vec{B}$  มีทิศตาม  $OY$  และ  $OZ$  ตามลำดับดังแสดงมาแล้วในภาพที่ 3.19 และสมการ (3.38) บอกถึงทิศทางของแรง  $\vec{F} (= \vec{I} \times \vec{B})$  บนตัวนำซึ่งมีทิศตาม  $OX$  ซึ่งในทางปฏิบัติสามารถหาทิศทางโดยใช้กฎมือซ้ายของเฟลมมิง (Fleming's left hand rule) โดยมีหลักการคือถ้าหากนิ้วหัวแม่มือ นิ้วชี้และนิ้วกลางซึ่งตั้งฉากซึ่งกันและกัน โดยให้นิ้วชี้ชี้ไปตามทิศของสนามแม่เหล็ก ( $\vec{B}$ ) และนิ้วกลางชี้ไปตามทิศกระแส ( $I$ ) ดังนั้นทิศที่นิ้วหัวแม่มือชี้ไปนั้นคือทิศของแรง ( $\vec{F}$ ) ที่ให้ออกมาจากตัวนำดังภาพที่ 3.20



ภาพที่ 3.20 แสดงการหาทิศทางโดยใช้กฎมือซ้ายของเฟลมมิง  
ที่มา: Gupta, 2002: 407

ตัวอย่าง 3.8 ลวดตัวนำยาว 0.1 เมตร นำกระแส 5A วางอยู่ในแนวระดับ จงหาขนาดและทิศทางของสนามไฟฟ้าซึ่งจะสามารถสนับสนุนลวดตัวนำสมดุลในสนามไฟฟ้า สมมติว่าลวดตัวนำมีมวลต่อหนึ่งหน่วยความยาว  $3 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}$

วิธีทำ

จากกระแส = 5A, ลวดตัวนำยาว = 0.1 เมตร, มวลต่อหนึ่งหน่วยความยาว =  $3 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}$

ดังนั้นน้ำหนักของลวดคือ  $mg = 3 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1} \times 0.1 \text{ m} \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 2.94 \times 10^{-3} \text{ N}$

ให้  $B$  คือขนาดความเข้มของสนามแม่เหล็ก ดังนั้น

$$F = BIL = B \times 5A \times 0.1 \text{ m} = (0.5 \text{ Am}) B$$

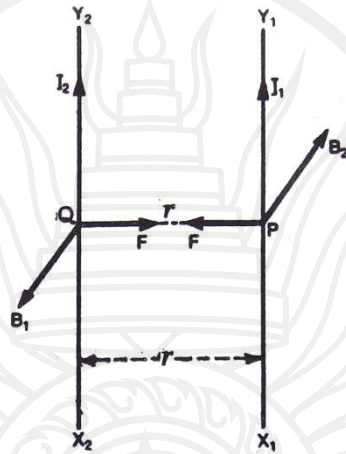
ในภาวะสมดุล  $F = mg$

จะได้  $(0.5 \text{ Am}) B = 2.94 \times 10^{-3} \text{ N}$

หรือ  $B = \frac{2.94 \times 10^{-3} \text{ N}}{0.5 \text{ Am}} = 5.88 \times 10^{-3} \text{ T}$

### แรงบนตัวนำขนานที่มีกระแสไหลผ่าน

พิจารณาลวดตัวนำยาวตรงสองเส้น  $X_1Y_1$  และ  $X_2Y_2$  ซึ่งยาวมากวางขนานกันซึ่งห่างกันเป็นระยะ  $r$  และมีกระแส  $I_1, I_2$  ไหลผ่านตัวนำทั้งสองตามลำดับ ดังแสดงในภาพที่ 3.21



ภาพที่ 3.21 แสดงลวดตัวนำยาวตรงและมีกระแสไหลในทิศเดียวกัน

ที่มา: Gupta, 2002: 407

การหาแรงกระทำต่อหนึ่งหน่วยความยาวของลวด  $X_1Y_1$  เนื่องจากสนามแม่เหล็กของลวดตัวนำ  $X_2Y_2$  พิจารณาสสนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  (บนตัวนำ  $X_1Y_1$ ) เนื่องจากกระแส  $I_2$  ซึ่งไหลผ่านลวดตัวนำ  $X_2Y_2$  คือ

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_2}{r}$$

ทิศของสนามแม่เหล็ก  $B_2$  ที่จุด  $P$  จะตั้งฉากกับระนาบของกระดาศ ตัวนำ  $X_1Y_1$  นำกระแส  $I_1$  ซึ่งอยู่ในสนามแม่เหล็ก  $B_2$  ซึ่งเกิดจากตัวนำ  $X_2Y_2$

จาก  $F = BIL$  ดังนั้นแรงที่กระทำต่อหนึ่งหน่วยความยาวของตัวนำ  $X_1Y_1$  เนื่องจาก  $B_2$  หาได้โดย (Kraus, 1992: 227)

$$F = B_2 \times (I_1 \times 1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_2}{r} \times I_1$$

$$\text{หรือ} \quad F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1I_2}{r} \quad (3.40)$$

ซึ่งทิศของแรง  $F$  บนตัวนำ  $X_1Y_1$  จะมีทิศไปทางซ้าย ตามระนาบของกระดาศ ทำนองเดียวกันกับตัวนำ  $X_2Y_2$  นำกระแส  $I_2$  ซึ่งอยู่ในอำนาจของแม่เหล็ก  $B_1$  ซึ่งจะมีขนาดของแรงเท่ากันในทิศไปทางขวา ตามระนาบของกระดาศ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าลวดตัวนำขนานกันสองอัน

นำกระแสไปในทิศทางเดียวกันจะออกแรงดูดซึ่งกันและกันและมีขนาดเท่ากัน ซึ่งจะเป็นไปตามสมการ (3.40) ในอีกทางหนึ่งถ้าหากว่าลวดตัวนำขนานกันสองอัน นำกระแสไปในทิศตรงข้ามกัน จะออกแรงผลักซึ่งกันและกัน ซึ่งก็จะเป็นไปตามสมการ (3.40)

ตัวอย่าง 3.9 ลวดยาวและขนานกัน 2 เส้นอยู่ห่างกัน 100 มิลลิเมตรในอากาศและมีกระแส 3A กับ 2A ผ่านตามลำดับ จงหาแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาวระหว่างลวดทั้งสอง ถ้ากระแส

(ก) อยู่ในทิศเดียวกัน

(ข) สวนทิศกัน

วิธีทำ (ก) แรงดึงดูด

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{r}$$

$$= \frac{10^{-7} \text{WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times 2 \times 3\text{A} \times 2\text{A}}{0.1\text{m}}$$

$$= 1.2 \times 10^{-5} \text{N.m}^{-1}$$

(ข) แรงดึงดูด

$$F = 1.2 \times 10^{-5} \text{N.m}^{-1}$$

ตัวอย่างที่ 3.10 จงหาแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาวของลวดตรงยาว นำกระแส 4A เนื่องจากลวดตัวนำขนานที่นำกระแส 6A ถ้าให้ระยะห่างระหว่างลวดตัวนำคือ 3 เมตร

วิธีทำ จาก  $I_1 = 4\text{A}$ ,  $I_2 = 6\text{A}$ ,  $r = 3\text{cm} = 0.03\text{m}$

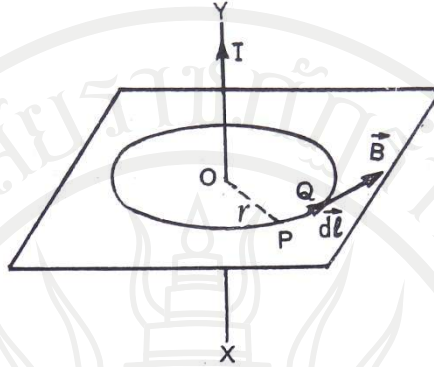
$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{r} = \frac{10^{-7} \text{WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times 2 \times 4\text{A} \times 6\text{A}}{0.03\text{m}} = 1.6 \times 10^{-4} \text{Nm}^{-1}$$

### กฎของแอมแปร์

กฎของแอมแปร์ (Ampere's law) กล่าวว่าผลรวมของความเข้มของสนามแม่เหล็กคูณกับระยะทางทั้งหมดรอบตัวนำใด ๆ จะมีค่าผันแปรโดยตรงกับกระแสที่ไหลอยู่ในตัวนำนั้น ๆ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ว่า (Young & Freedman, 2012: 936)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (3.41)$$

เมื่อพิจารณาภาพที่ 3.22 ซึ่งแสดงตัวนำยาวตรง  $YY'$  มีกระแสไหล  $Y'$  ถึง  $Y$  เนื่องจากกระแสไหลในตัวนำจะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กซึ่งมีความเข้ม  $\vec{B}$  รอบตัวนำนั้นที่มีทิศในแนวเส้นสัมผัสวงกลมและมีทิศเดียวกับส่วนเล็ก ๆ ที่พิจารณา  $d\vec{l}$



ภาพที่ 3.22 แสดงลวดตัวนำยาวตรงนำกระแสและสนามแม่เหล็กรอบ ๆ ตัวนำ  
ที่มา: Gupta, 2002: 410

จากสมการ (3.41) จะได้

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl \cos 0^\circ = \oint B dl \quad (3.42)$$

ดังที่ทราบมาแล้วว่าขนาดของสนามแม่เหล็กเนื่องมาจากลวดตัวนำยาวที่มีกระแสไหลผ่านคือ

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \quad \text{ซึ่งขนาดของสนามแม่เหล็กจะเท่ากันทุก ๆ จุดบนเส้นสัมผัสวงกลมรอบ ๆ}$$

ตัวนำนั้น ถ้าแทนค่าของ  $B$  ใน (3.42)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \oint dl$$

ซึ่งค่าของ  $\oint dl$  คือเส้นรอบวงของวงกลมรัศมี  $r = 2\pi r$

ดังนั้น

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \cdot 2\pi r$$

หรือ

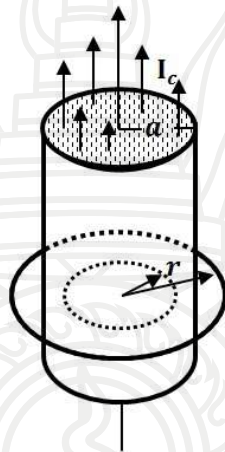
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (3.43)$$

สมการ (3.43) คือกฎของแอมแปร์ ซึ่งแรงเคลื่อนแม่เหล็กหรือการหมุนเวียนของสนามแม่เหล็ก  
รอบ ๆ เส้นปิดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับกระแส  $I$  และไม่ขึ้นกับรัศมีของเส้นปิดแต่อย่างใด  
กฎของแอมแปร์นี้ให้ประโยชน์มากในกรณีที่ต้องการหาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกลุ่มของกระแสที่  
มีลักษณะสมมาตรทางเรขาคณิตโดยที่  $I$  ในสมการคือกระแสที่ไหลในเส้นปิด

### การประยุกต์ใช้กฎของแอมแปร์

สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากตัวนำทรงกระบอก

ลองพิจารณาตัวนำทรงกระบอกยาวมาก รัศมี  $a$  มีกระแสสุทธิ  $I_0$  ไหลผ่านโดยกระจายสม่ำเสมอทั่วหน้าตัดตั้งภาพ จงหาสนามแม่เหล็กที่ระยะห่างแกนกลาง  $r$  เมื่อ ก.  $r < a$   
ข.  $r > a$



ภาพที่ 3.23 แสดงตัวนำทรงกระบอกยาวตรงและมีกระแสไหลผ่านโดยกระจายสม่ำเสมอ

ก. กรณีที่  $r < a$  เป็นบริเวณที่อยู่ภายในตัวนำ

$$\text{กระแสในเส้นปิด } I = \left( \frac{\pi r^2}{\pi a^2} \right) I_0 = I_0 \left( \frac{r}{a} \right)^2$$

จากกฎของแอมแปร์

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I_0 \left( \frac{r}{a} \right)^2$$

$$B = \frac{\mu_0 I_0 r}{2\pi a^2}$$

ข. กรณีที่  $r > a$  เป็นบริเวณที่อยู่ภายนอกตัวนำ

กระแส  $I = I_0$

จากกฎของแอมแปร์

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I_0$$

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

### สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากขดลวดโซลินอยด์

พิจารณาขดลวดโซลินอยด์ยาวและมีจำนวนรอบ  $n$  รอบต่อหนึ่งหน่วยความยาวและพันอยู่ในรูปของทรงกระบอก เมื่อกระแสผ่านเข้าสู่ขดลวดโซลินอยด์สนามแม่เหล็กก็จะเกิดขึ้น ดังภาพที่ 3.24 ซึ่งจากรูปจะเห็นว่าสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นโดย ขดลวดโซลินอยด์ จะเหมือนกับสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นโดยขั้วแม่เหล็ก



ภาพที่ 3.24 แสดงสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแสไหลผ่านขดลวดโซลินอยด์

ที่มา: Gupta, 2002: 412

ดังนั้น ณ จุดภายในขดลวดโซลินอยด์ สนามแม่เหล็กจะสม่ำเสมอและขนานกับความยาวของขดลวดโซลินอยด์ ดังภาพที่ 3.24 และจากกฎของแอมแปร์จะสามารถหาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นโดยตามทิศทาง  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  ถ้าให้ความยาวของ  $AB = L$  และ  $n$  คือจำนวนรอบต่อหนึ่งหน่วยความยาวดังนั้นจำนวนรอบของขดลวดโซลินอยด์ที่อยู่ภายในสี่เหลี่ยม  $ABCD$  คือ  $nL$

จาก 
$$\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (nLI)$$

เมื่อ  $nLI$  คือกระแสที่ไหล จากสี่เหลี่ยม  $ABCD$

จาก 
$$\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

จากทิศของ  $\vec{B}$  ตั้งฉากกับ  $BC$  และ  $AD$  ดังนั้น

$$\int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

สำหรับโซลินอยด์อุดมคติ (Ideal solenoid) ที่ขนาดความยาวยาวกว่าเส้นผ่าศูนย์กลางมาก ๆ สนามแม่เหล็กที่อยู่ด้านนอกของขดลวดโซลินอยด์มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น



$$\oint_{C} \vec{r} \cdot d\vec{l} = 0$$

ดังนั้นสมการที่เหลือคือ

$$\oint_{ABCD} \vec{r} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{r} \cdot d\vec{l} + 0 + 0 + 0 = \int_A^B \vec{r} \cdot d\vec{l}$$

ส่วน  $AB$ ,  $B$  และ  $d\vec{l}$  มีทิศเดียวกันซึ่งมุมระหว่าง  $\vec{r}$  และ  $d\vec{l}$  คือ ศูนย์

$$\int_{ABCD} \vec{r} \cdot d\vec{l} = \int_A^B r \cdot dl \cos 0^\circ = \int_A^B r \cdot dl$$

ซึ่ง  $\int_A^B dl$  = ความยาวด้านข้าง  $AB$  ของสี่เหลี่ยม  $ABCD = L$

$$\oint_{ABCD} \vec{r} \cdot d\vec{l} = BL$$

ดังนั้น (Kraus & Fleish, 1999: 410)

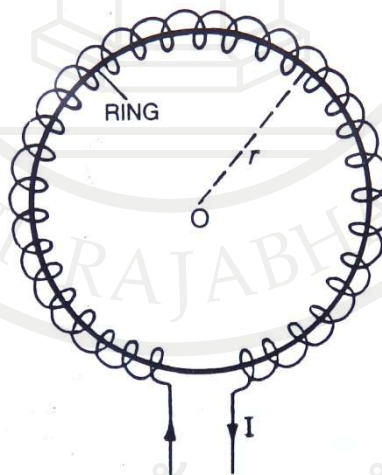
$$BL = \mu_0 (nLI)$$

$$B = \mu_0 nI$$

(3.44)

**สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากขดลวดทอรรอยด์**

ขดลวดทอรรอยด์ประกอบด้วยขดลวด  $n$  รอบต่อหนึ่งหน่วยความยาวและรัศมีของวงแหวนเป็น  $r$  จุดศูนย์กลางคือ  $O$  ดังแสดงในภาพที่ 3.25



ภาพที่ 3.25 ขดลวดทอรรอยด์  
ที่มา: Gupta, 2002: 414

สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะเท่ากันทุกจุดบนเส้นรอบวงของวงแหวน ที่จุดเหล่านี้ทิศทางของสนามแม่เหล็กจะมีทิศตามเส้นสัมผัสวงกลมของวงแหวน จากกฎของแอมแปร์

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \times (\text{กระแสที่ไหลผ่านวงแหวน})$$

ซึ่งกระแสที่ไหลผ่านวงแหวนจะซับซ้อนกว่ากรณีอื่น ๆ ซึ่งคือกระแสทั้งหมดที่ผ่านวงแหวนรัศมี  $r$  คือ  $I(2\pi r)$  และทิศของ  $\vec{B}$  และ  $d\vec{l}$  มีทิศทางเดียวกัน

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl = B \oint dl = B(2\pi r)$$

ดังนั้น

$$B(2\pi r) = \mu_0 \times I(2\pi r)$$

$$B = \mu_0 nI \quad (3.45)$$

จากสมการ (3.45) จะเห็นว่าสนามแม่เหล็กเนื่องมาจากทอรรอยด์ขึ้นอยู่กับจำนวนรอบของขดลวด ต่อหนึ่งหน่วยความยาวและจำนวนกระแสที่ไหลผ่านตัวนำนั้นและจะไม่ขึ้นกับรัศมีของวงแหวน (Bhiday, 1997: 94)

ตัวอย่าง 3.11 ขดลวดโซเลนอยด์ยาว 2 เมตรมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 เซนติเมตรและมี 5 ชั้น ซึ่งแต่ละชั้นพันด้วยขดลวด 1000 รอบและให้นำกระแส 5 แอมแปร์ จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางของขดลวดโซเลนอยด์

วิธีทำ กระแสในขดลวดโซเลนอยด์ ( $I$ ) = 5.0 A

ความยาวของขดลวดโซเลนอยด์ ( $l$ ) = 2.0 m

จำนวนรอบการพันของขดลวดของแต่ละชั้น = 1000 และมี 5 ชั้น ดังนั้นจำนวนรอบทั้งหมด คือ  $N = 1000 \times 5 = 5000$  ซึ่งจำนวนรอบต่อหนึ่งหน่วยความยาวคือ

$$n = \frac{N}{l} = \frac{5000}{2\text{m}} = 2500\text{m}^{-1}$$

จากสมการ

$$B = \mu_0 nI$$

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \text{WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times 2500\text{m}^{-1} \times 5.0\text{A} \\ = 1.57 \times 10^{-2} \text{T}$$

ตัวอย่างที่ 3.12 ขดลวดทอรรอยด์รัศมีภายใน 25 เซนติเมตรและรัศมีภายนอก 26 เซนติเมตร มีขดลวด 3500 รอบพันรอบ ถ้ากระแสไหลผ่านขดลวด 11 แอมแปร์ จงหาสนามแม่เหล็ก

- ก. ภายนอกทอรรอยด์
- ข. ภายในแกนทอรรอยด์
- ค. ในที่ว่างที่ถูกรอบด้วยทอรรอยด์

วิธีทำ โจทย์กำหนดให้  $I = 11A$

จำนวนรอบของขดลวด = 3500 รอบ

$$\text{รัศมีเฉลี่ยของทอรรอยด์ } r = \frac{25\text{cm} + 26\text{cm}}{2} = 25.5\text{cm} = 25.5 \times 10^{-2} m$$

$$\text{เส้นรอบวงของทอรรอยด์} = 2\pi r = 2\pi \times 25.5 \times 10^{-2} m = 51.0 \times 10^{-2} \pi m$$

$$\text{ดังนั้นจำนวนรอบต่อหนึ่งหน่วยความยาว } n = \frac{3500}{51.0 \times 10^{-2} \pi}$$

ก. บริเวณแกนของทอรรอยด์เท่านั้นที่สนามแม่เหล็กไม่เป็นศูนย์ ดังนั้นสนามข้างนอกของทอรรอยด์จึงมีค่าเป็นศูนย์

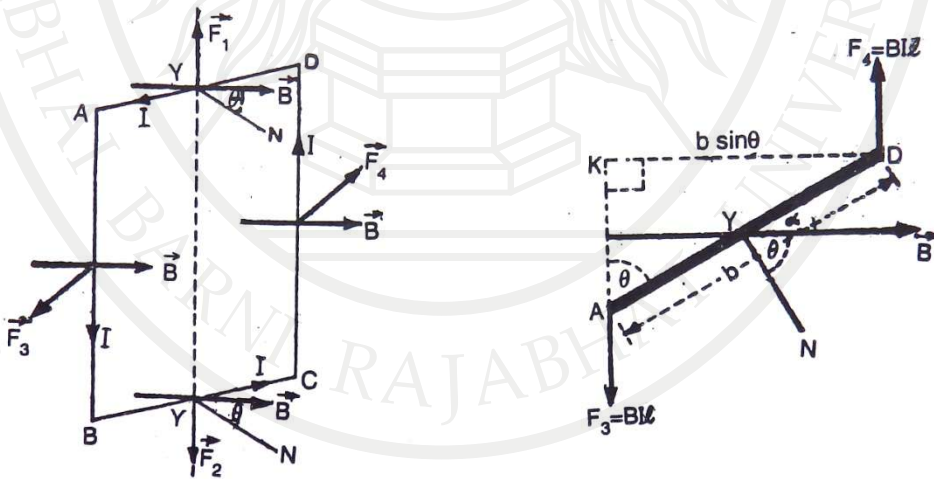
$$\text{ข. } B = \mu_0 n I = 4\pi \times 10^{-7} \text{WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times \frac{3500}{51.0 \times 10^{-2} \pi m} \times 10A = 3.02 \times 10^{-2} T$$

คือค่าสนามแม่เหล็กภายในแกนของทอรรอยด์

ค. ดังเหตุผลที่กล่าวมาแล้วในข้อ ก. ดังนั้นสนามแม่เหล็กที่ ที่วางซึ่งรอบด้วยขดทอรรอยด์มีค่าเป็นศูนย์

### ทอร์คบนขดลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า

พิจารณาขดลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  $ABCD$  วางในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ  $\vec{B}$  ซึ่งมีทิศตามระนาบของกระดาษจากซ้ายไปขวา ดังภาพที่ 3.26 ซึ่งมีความยาว  $l$  ( $AB$  หรือ  $CD$ ) และกว้าง  $b$  ( $AD$  หรือ  $BC$ ) ของขดลวด



ภาพที่ 3.26 ขดลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยม นำกระแส  $I$  ในทิศ  $ABCD$

ที่มา: Gupta, 2002: 415

ให้ขดลวดตัวนำกระแส  $I$  ในทิศทาง  $ABCD$  และให้  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  และ  $\vec{F}_4$  คือแรงที่กระทำบนด้านทั้ง 4 ด้านที่นำกระแส  $DA, BC, AB$  และ  $CD$  ของขดลวดตัวนำตามลำดับ เนื่องมาจากสนามไฟฟ้า

แรงบนแขน  $AD$ ,  $\vec{F}_1 = I(\overline{DA}) \times \vec{B}$

ซึ่ง  $I(\overline{DA})$  คือ เวกเตอร์ในทิศทางของการไหลของกระแสตลอดแขน  $DA$  ของขดลวด ดังนั้น  $I(\overline{DA})$  และ  $\vec{B}$  ทำมุม  $(90^\circ + \theta)$

$$\vec{F}_1 = |I(\overline{DA})| |\vec{B}| \sin(90^\circ + \theta) = (Ib) B \cos \theta = BIb \cos \theta \quad (3.46)$$

แรง  $\vec{F}_1$  บนแขน  $DA$  ในทิศทางของเวกเตอร์  $I(\overline{DA}) \times \vec{B}$  คือในระดับเดียวกับขดลวดและทิศขึ้นบน

แรงบนแขน  $BC$ ,  $\vec{F}_2 = I(\overline{BC}) \times \vec{B}$

$I(\overline{BC})$  และ  $\vec{B}$  ทำมุม  $(90^\circ - \theta)$  จะได้

$$\vec{F}_2 = |I(\overline{BC})| |\vec{B}| \sin(90^\circ - \theta) = (Ib) B \sin(90^\circ - \theta)$$

$$F_2 = BIb \cos \theta \quad (3.47)$$

แรง  $\vec{F}_2$  กระทำในทิศทางของเวกเตอร์  $I(\overline{BC}) \times \vec{B}$  คือระนาบเดียวกันกับขดลวดและมีทิศลงล่างจาก (3.46) และ (3.47) แรง  $\vec{F}_1$  และ  $\vec{F}_2$  กระทำบนขดลวดและมีขนาดเท่ากันซึ่งอยู่ในระนาบเดียวกันหรืออยู่ในเส้นตรงเดียวกันแต่มีทิศทางตรงข้ามกัน ดังนั้นผลลัพธ์ทั้งหมดจึงหักล้างกันมีค่าเป็นศูนย์

แรงบนแขน  $AB$ ,  $\vec{F}_3 = I(\overline{AB}) \times \vec{B}$

ขณะที่  $I(\overline{AB})$  คือเวกเตอร์ในทิศทางของการไหลของกระแสตามแขน  $AB$  ของขดลวดมุมระหว่างทิศทางของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  และด้าน  $AB$  คือ  $90^\circ$  ดังนั้น

$$\vec{F}_3 = |I(\overline{AB})| |\vec{B}| \sin 90^\circ = (Il) B$$

$$= BIl$$

$$(3.48)$$

แรง  $\vec{F}_3$  กระทำในทิศของเวกเตอร์  $I(\overline{AB}) \times \vec{B}$  คือทิศตั้งฉากกับกระดาษและพุ่งเข้าหาผู้อ่าน

แรงบนแขน  $CD$ ,  $\vec{F}_4 = I(\overline{CD}) \times \vec{B}$

ขณะที่  $I(\overline{CD})$  คือเวกเตอร์ในทิศทางของการไหลของกระแสตามแขน  $CD$  ของขดลวดมุมระหว่างทิศทางของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  และด้าน  $CD$  คือ  $90^\circ$  ดังนั้น

$$\vec{F}_4 = |I(\overline{CD})| |\vec{B}| \sin 90^\circ = (Il) B$$

$$= BIl$$

$$(3.49)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

แรง  $\vec{F}_4$  กระทำในทิศของเวกเตอร์  $I(\overline{CD}) \times \vec{B}$  คือทิศตั้งฉากกับกระดาษและพุ่งออก จากผู้อ่าน ดังนั้นแรง  $\vec{F}_3$  และ  $\vec{F}_4$  มีขนาดเท่ากันและทิศตรงข้ามกันแต่ไม่ได้อยู่ระนาบเดียวกัน แสดงถึงการหมุนของแรง  $\vec{F}_3$  และ  $\vec{F}_4$  บนแขน  $AB$  และ  $CD$  เมื่อมองจากด้านบนของขดลวด สี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังนั้นด้วยเหตุนี้เมื่อมีแรงสองแรงกระทำบนแต่ละด้านของขดลวดจะทำให้เกิด ทอร์ค (Torque) กระทำบนขดลวด (Young & Freedman, 2004: 1040)

ถ้าให้ ทอร์ค( $\tau$ ) = แรง  $\times$  ระยะทางตั้งฉากระหว่างแรง  $\vec{F}_3$  และ  $\vec{F}_4$

$$\tau = BI l \times b \sin \theta$$

ซึ่ง  $l \times b = A$  พื้นที่ของขดลวดสี่เหลี่ยมผืนผ้า  $ABCD$

$$\tau = BIA \sin \theta \quad (3.50)$$

ซึ่งมองจากด้านบนของลวดตัวนำ ผลของทอร์คจะหมุนลวดตัวนำไปในทิศทวนเข็มนาฬิกา สามารถเขียนในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\vec{\tau} = (I\vec{A}) \times \vec{B} \quad (3.51)$$

ให้  $I\vec{A} = \vec{M}$  คือไดโพลแม่เหล็ก (โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก)

$$\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B} \quad (3.52)$$

ซึ่งจะมีเงื่อนไขเพิ่มเติมดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าขดลวดมีจำนวน  $n$  รอบจะได้

$$\tau = nBIA \sin \theta \quad (3.53)$$

กรณีที่ 2 ถ้าทิศของสนามแม่เหล็กทำมุม  $\alpha$  กับระนาบของขดลวด ดังภาพที่ 3.26

$$\text{ดังนั้น } \theta + \alpha = 90^\circ \text{ หรือ } \theta = 90^\circ - \alpha \text{ หรือ } \sin \theta = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

สมการ(3.53) จึงสามารถเขียนได้ในรูป

$$\tau = nBIA \cos \alpha \quad (3.54)$$

ตัวอย่างที่ 3.13 จงคำนวณหาทอร์คบนขดลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีจำนวน 100 รอบและ มีความยาว 40 เซนติเมตร กว้าง 20 เซนติเมตร นำกระแส 10 แอมแปร์ เมื่อวางทำมุม  $60^\circ$  กับสนามแม่เหล็กขนาด 5 เทสลา (T)

วิธีทำ โจทย์กำหนด  $I = 10A, n = 100, A = 40cm \times 20cm = 800cm^2 = 8 \times 10^{-2} m^2$

$B = 5T, \alpha = 60^\circ$  (มุมระหว่างสนามกับระนาบของขดลวด)

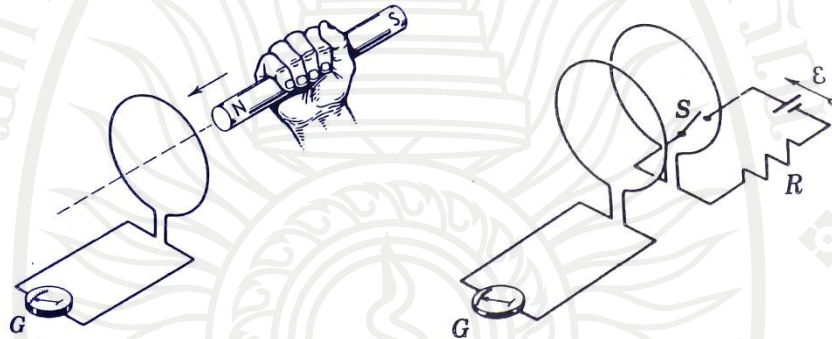
$$\begin{aligned} \text{จาก } \tau &= nBIA \cos \alpha = 100 \times 5T \times 10A \times 8 \times 10^{-2} m^2 \times \cos 60^\circ \\ &= 200N.m \end{aligned}$$



## กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

### การทดลองของฟาราเดย์ (Faraday's Experiment)

กฎของฟาราเดย์เกี่ยวกับการเหนี่ยวนำทางแม่เหล็กไฟฟ้า (Faraday's law of electromagnetic induction) เป็นสมการพื้นฐานของวิชาแม่เหล็กไฟฟ้าสมการหนึ่ง กฎนี้เป็นผลจากการทดลองซึ่งกระทำโดย ไมเคิล ฟาราเดย์ ในประเทศอังกฤษ เมื่อปี ค.ศ. 1831 และ โดย โจเซฟ เฮนรี (Joseph Henry) ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งกระทำการทดลองในเวลาใกล้เคียงกัน



ภาพที่ 3.27 การทดลองของฟาราเดย์ (ซ้าย) เข็มของกัลวานอมิเตอร์ G เบนไป เมื่อแท่งแม่เหล็กมีการเคลื่อนที่สัมพันธ์กับขดลวด (ขวา) เข็มของกัลวานอมิเตอร์ G เบนไป เมื่อเปิดหรือปิดสวิตช์ S  
ที่มา: Halliday & Resnick, 1966: 871, Halliday, Resnick & Walker, 2014: 865

ภาพที่ 3.27(ซ้าย) แสดงถึงปลายของขดลวดซึ่งต่อกับกัลวานอมิเตอร์เครื่องหนึ่ง ตามปกติแล้วจะไม่เห็นเข็มของกัลวานอมิเตอร์เบนไปจากเดิม เพราะไม่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้าผ่านวงจร แต่ถ้านำเอาขั้วเหนือของแท่งแม่เหล็ก เคลื่อนที่พุ่งเข้าหาขดลวดนี้ เข็มของกัลวานอมิเตอร์จะกระดิก ซึ่งนั่นหมายความว่ามีการเหนี่ยวนำกระแสไหลผ่านขดลวด ถ้าแม่เหล็กนี้อยู่หยุดนิ่งภายในขดลวด เข็มของกัลวานอมิเตอร์จะนิ่งด้วย ในทำนองเดียวกัน ถ้าเคลื่อนแท่งแม่เหล็กออกจากขดลวด พบว่าเข็มของกัลวานอมิเตอร์จะกระดิกไปทิศตรงข้ามกับครั้งแรก แสดงว่าเกิดกระแสไหลผ่านขดลวดเช่นกันแต่ในทิศทางที่กลับกับตอนแรก และถ้าหากใช้ขั้วใต้ของแท่งแม่เหล็กมาทดลองบ้าง จะได้ผลแบบเดียวกัน เพียงแต่เข็มของกัลวานอมิเตอร์จะกระดิกไปในทิศที่ตรงข้ามกับการทดลองครั้งแรกเท่านั้น

จากการทดลองต่อไปจะพบว่าไม่ว่าจะให้แม่เหล็กหรือขดลวดเป็นตัวเคลื่อนที่ก็ตามจะได้กระแสในขดลวดอยู่เช่นเดิม กระแสที่เกิดขึ้นเรียกว่ากระแสเหนี่ยวนำ (Induced current) อันเกิดจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ (Induced electromotive force) ฟาราเดย์ สามารถสรุปกฎเกี่ยวกับขนาดและทิศของกระแสได้จากการทดลองนี้



การทดลองอีกรูปแบบหนึ่งใช้เครื่องมือดังภาพที่ 3.27(ขวา) ตามรูปจะเห็นว่าขดลวดทั้งสองวางอยู่ใกล้กัน เมื่อสับสวิตช์ S ให้กระแสไฟฟ้ามีค่าสม่ำเสมอไหลในขดลวดด้านขวามือ เข็มของกัลวานอมิเตอร์จะกระดิกไปชั่วระยะเวลาหนึ่ง และเมื่อยกสวิตช์ขึ้นเข็มนี้จะกระดิกไปในทิศตรงข้ามชั่วระยะเวลาหนึ่งเช่นกัน ตลอดที่เวลาทดลองไม่มีวัตถุใด ๆ เคลื่อนไหวเลย ฟาราเดย์จึงได้สรุปว่า “เมื่อสับสวิตช์จะมีผลเกิดขึ้นที่กัลวานอมิเตอร์ทันทีที่แต่น้อยมาก เมื่อดึงสวิตช์ออกก็จะเกิดผลแบบเดียวกัน แต่ในขณะที่มีกระแสไหลผ่านขดลวดอันหนึ่งตลอดเวลา นั้น จะไม่มีผลอะไรแสดงออกมาทางกัลวานอมิเตอร์ที่ติดกับขดลวดอีกอันหนึ่งเลย แม้ว่าแบตเตอรี่ที่ใช้จะมีกำลังสูงก็ตาม”

การทดลองแสดงให้เห็นว่า มีกระแสเหนี่ยวนำเกิดขึ้นที่ขดลวดข้างซ้ายในภาพที่ 3.27(ขวา) เสมอเมื่อกระแสขดลวดข้างขวามีการเปลี่ยนแปลง สิ่งที่สำคัญก็คืออัตราการเปลี่ยนแปลงกระแสไฟฟ้าเท่านั้น ขนาดของกระแสไม่ได้มีผลต่อการทดลองเลย

### กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ (Faraday's law of induction)

จากการทดลองของฟาราเดย์ (Michael Faraday) พบว่าถ้ามีการเปลี่ยนแปลงของเส้นแรงแม่เหล็กขึ้นที่บริเวณใด จะชักนำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าขึ้นที่บริเวณนั้น และแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นนี้ จะเกิดขึ้นในทิศต้านการเปลี่ยนแปลงที่ทำให้มันเกิดขึ้นมาจะแทนด้วยเครื่องหมายลบ ดังสมการ (ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 123)

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (3.55)$$

สมการ(3.55) คือกฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์ เครื่องหมายลบเป็นการแสดงถึงทิศของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ถ้าขดลวดวางไว้ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงเส้นแรงแม่เหล็กจะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าขึ้นบนขดลวดนี้ และถ้าขดลวดนี้มีอยู่ N รอบแล้วจะได้

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \quad (3.56)$$

โดยที่  $N\Phi_B$  คือการเชื่อมโยงฟลักซ์ (Flux linkage)

ตัวอย่างที่ 3.14 ขดลวดโซเลนอยด์ยาวขดหนึ่งมีจำนวนรอบต่อหน่วยความยาวเป็น 200 รอบต่อเซนติเมตร มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 เซนติเมตร กระแสไหลผ่าน 1.5 แอมแปร์ ที่ตรงกลางมีขดลวดโซเลนอยด์ อีกขดหนึ่งจำนวน 100 รอบ เส้นผ่าศูนย์กลาง 2 เซนติเมตรวางอยู่โดยจัดให้มีแกนร่วมกัน ถ้ากระแสในขดลวดโซเลนอยด์ลดลงมาเป็นศูนย์แล้วกลับเพิ่มขึ้นเป็น 1.5 แอมแปร์ใหม่อีก ในทิศตรงข้ามในเวลา 0.05 วินาที จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ปรากฏในขดลวดเล็ก

วิธีทำ หาสนามแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดโซเลนอยด์ใหญ่

$$B = \mu_0 ni = 4\pi \times 10^{-7} \text{ WbA}^{-1}\text{m}^{-1} \times 200 \times 10^2 \text{ turns / m} \times 1.5 \text{ A}$$

$$= 3.8 \times 10^{-2} \text{ Wb / m}^2$$

ดังนั้นขดลวดโซเลนอยด์เล็กจะมีฟลักซ์แม่เหล็กเท่ากัน

$$\Phi_B = BA = 3.8 \times 10^{-2} \text{ Wb / m}^2 \times \left( \frac{0.02 \text{ m}}{2} \right)^2 \times \pi$$

$$= 3.8 \times 10^{-2} \text{ Wb / m}^2 \times 3.1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$= 1.2 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

ฟลักซ์ที่เปลี่ยนจาก  $1.2 \times 10^{-5} \text{ Wb}$  ไปเป็น  $-1.2 \times 10^{-5} \text{ Wb}$  นั่นคือการเปลี่ยนของฟลักซ์  $\Phi_B$  สำหรับแต่ละรอบของขดลวดในระยะเวลา 0.050 วินาที จะเป็นสองเท่าของค่าตอนแรก

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = -\frac{(100 \text{ turn})(2 \times 1.2 \times 10^{-5} \text{ Wb})}{0.050 \text{ s}}$$

$$= -4.8 \times 10^{-2} \text{ V}$$

$$= -48 \text{ mV}$$

ตัวอย่าง 3.15 ลวดทองแดงยาว 50 เซนติเมตร (เส้นผ่าศูนย์กลางยาว 0.040 นิ้ว) ทำเป็นห่วงกลม และวางให้ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ซึ่งเพิ่มเป็นอัตรา 100 เกาส์ต่อวินาที (gauss/sec) จงหาอัตราการเกิดความร้อนในห่วงกลม ( $\rho = 1.7 \times 10^{-8}$ )

วิธีทำ อัตราการเกิดความร้อน  $= i^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$  วัตต์

และจาก

$$R = \rho \frac{l}{A} = 1.7 \times 10^{-8} \frac{(50 \times 10^{-2} \text{ m})}{\pi \left( \frac{0.040}{4} \times 0.0254 \right)^2}$$

$$= 1.08 \times 10^{-2} \Omega$$

จาก

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -A \frac{dB}{dt}$$

$$= -\frac{\pi (50 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2\pi)^2} (100 \times 10^{-4} \text{ T/s})$$

$$= 2 \times 10^{-4} \text{ โวลต์}$$

ดังนั้น

$$\frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{(2 \times 10^{-4} \text{ V})^2}{(1.08 \times 10^{-2} \Omega)}$$

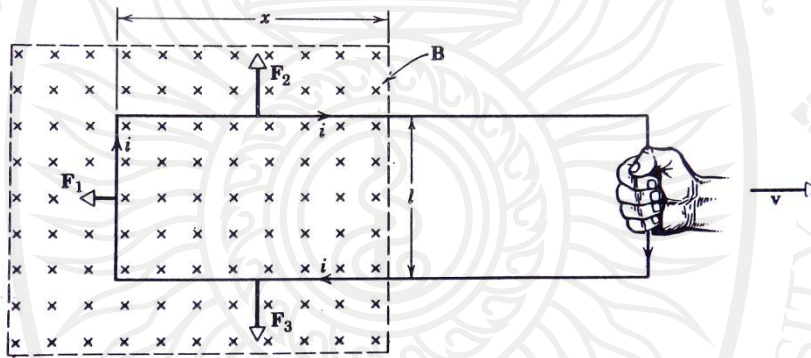
$$= 3.7 \times 10^{-6} \text{ จูลต่อวินาที}$$

## แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

เลนส์ (Lentz) ศึกษาพบว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นนี้ จะเกิดในทิศทางที่ให้ฟลักซ์แม่เหล็ก การต่อต้านการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กบนตัวนำที่เป็นต้นเหตุทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำนั่นขึ้น กรณีนี้จึงเป็นที่มาของกฎของเลนส์ (Lentz's law)

### การเหนี่ยวนำ (Induction)

พิจารณาภาพที่ 3.28 แสดงห่วงลวดตัวนำ สี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง  $l$  ปลายข้างหนึ่งวางอยู่ในสนามแม่เหล็ก  $B$  เป็นระยะทางยาว  $x$  นอกนั้นอยู่นอกสนามแม่เหล็กและกำลังเคลื่อนที่ออกจากสนามแม่เหล็กไปทางขวาด้วยความเร็ว  $v$



ภาพที่ 3.28 บ่วงเส้นลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าถูกดึงออกจากสนามแม่เหล็กด้วยความเร็ว  $v$   
ที่มา: Halliday & Resnick, 1966: 875

ถ้าให้ห่วงนี้เคลื่อนที่ไปเป็นระยะ  $dx$  ในช่วงเวลา  $dt$  จำนวนเส้นแรงจะเปลี่ยนไปทั้งหมด

$$d\Phi_B = Bldx \quad (3.57)$$

$\therefore$  แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้น  $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$$\therefore -\frac{dx}{dt} = v$$

$$\mathcal{E} = -Bl \frac{dx}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -Blv \quad (3.58)$$

ถ้าห่วงลวดมีความต้านทานเท่ากับ  $R$  และกระแสไหลภายในห่วงนี้  $i$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

การดึงเส้นลวดนี้ทำให้เกิดแรงขึ้นบนเส้นลวด 3 แรงคือ  $F_1, F_2$  และ  $F_3$  ดังแสดงดังภาพที่ 3.28 สำหรับ  $F_2$  จะหักล้างกับ  $F_3$  ส่วน  $F_1$  จะพยายามต้านการเคลื่อนที่ของห้วงลวดมีค่าเท่ากับ

$$F_1 = ilB = \frac{B^2 l^2 v}{R} \quad (3.59)$$

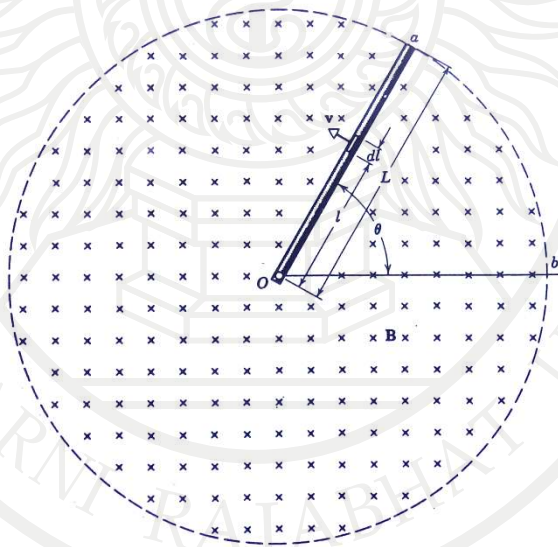
ดังนั้นสามารถหาอัตราของงานที่กระทำ ได้เท่ากับ  $P$

$$\begin{aligned} P &= F_1 v \\ P &= \frac{B^2 l^2 v^2}{R} \end{aligned} \quad (3.60)$$

หรือ จะหาจากอัตราของงานที่ออกมาในรูปของความร้อนก็ได้เท่ากันคือ

$$\begin{aligned} P &= i^2 R = \frac{(Blv)^2}{R^2} R \\ P &= \frac{B^2 l^2 v^2}{R} \end{aligned} \quad (3.61)$$

ตัวอย่าง 3.16 แท่งทองแดงยาว  $L$  หมุนรอบปลายข้างหนึ่งด้วยความเร็วเชิงมุม  $\omega$  ในสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอ ( $B$ ) ดังภาพ จงหาแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $\mathcal{E}$  ที่เกิดขึ้นระหว่างปลายทั้งสองของแท่งทองแดงนี้



ภาพที่ 3.29 ประกอบตัวอย่าง 3.16

ที่มา: Halliday & Resnick, 1966: 880

วิธีทำ ถ้าขดลวดยาว  $dl$  เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $v$  ในทิศตั้งฉากกับสนาม  $B$  เราจะพบว่า มีแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $d\mathcal{E}$  เกิดขึ้นมีค่าเป็น

$$d\mathcal{E} = Bvdl$$

แท่งโลหะสามารถแบ่งออกเป็นส่วนย่อย ๆ  $dl$  โดยที่ความเร็ว  $v$  ของแต่ละชิ้นมีค่าเท่ากับ  $\omega l$  เนื่องจากส่วนย่อยแต่ละส่วนเคลื่อนที่ในทิศตั้งฉากกับ  $\vec{B}$  ดังนั้น

$$\mathcal{E} = \int d\mathcal{E} = \int_0^L Bv dl = \int_0^L B(\omega l) dl = \frac{1}{2} B\omega L^2$$

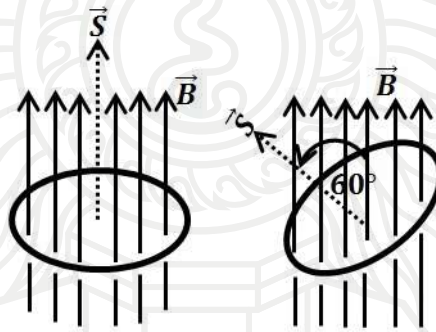
สมมติว่าในขณะใดขณะหนึ่งฟลักซ์ที่อยู่ในสามเหลี่ยมฐานโค้งคือ

$$\Phi_E = BA = B \left( \frac{1}{2} L^2 \theta \right)$$

เมื่อ  $\frac{1}{2} L^2 \theta$  เป็นพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ดังนั้น

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{1}{2} BL^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} B\omega L^2$$

ตัวอย่าง 3.17 ขดลวดวงกลมพื้นที่หน้าตัด 200 ตารางเซนติเมตร มีขดลวด 400 รอบวางอยู่ในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 0.5 เทสลา โดยมีระนาบตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ถ้าหมุนระนาบขดลวดไป  $60^\circ$  รอบแกน 0.1 วินาทีจะเกิดแรงเคลื่อนเหนี่ยวนำขึ้นในขดลวดเท่าไร วิธีทำ



ภาพที่ 3.30 ประกอบตัวอย่าง 3.17

$$\Phi_B = n(\vec{B} \cdot \vec{S})$$

$$= nBS \cos \theta$$

$$\Delta\Phi_B = \Phi_{B1} - \Phi_{B2}$$

$$= nBS \cos 0^\circ - nBS \cos 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} nBS$$

$$= - \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = - \frac{nBS}{2\Delta t}$$

$$= - \frac{(400 \text{ turn})(0.5T)(200 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{2(0.1s)}$$

$$= 20V$$

## สารแม่เหล็ก

ในสาระสำคัญต่อไปนี้จะกล่าวถึงการจำแนกสารแม่เหล็ก (Classification of Magnetic materials) ในรายละเอียดของ เงื่อนไข องค์ประกอบ ตัวแปรสำคัญต่าง ๆ ของสารแม่เหล็ก และ ชนิดของสารแม่เหล็ก เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาฟิสิกส์ในระดับสูงต่อไป

### องค์ประกอบตัวแปรที่สำคัญของสารแม่เหล็ก

ตัวแปรและหลักในการใช้ในการจำแนกสารแม่เหล็ก เพื่อให้เข้าใจปฏิกิริยาของสารแม่เหล็กต่อสนามแม่เหล็กมีรายละเอียดดังนี้

**ความเข้มของแม่เหล็ก (Magnetic intensity)** หากพิจารณาในสภาพสุญญากาศ กำหนดให้มีสนามแม่เหล็กคือ  $B_0$  ดังนั้นความเข้มของแม่เหล็กกำหนดโดย

$$H = \frac{B_0}{\mu_0}$$

เมื่อ  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T.m.A^{-1}$  (เทสลา เมตร แอมแปร์<sup>-1</sup>) คือค่าซึมซาบผ่านแน่นอนของสุญญากาศ (Absolute permeability of vacuum) จึงทำให้ได้หน่วยของความเข้มแม่เหล็กเป็น แอมแปร์ เมตร<sup>-1</sup> ( $A.m^{-1}$ ) ซึ่งหน่วยนี้เป็นที่ทราบดีแล้วว่ามีค่าเท่ากับ  $Nm^{-2}T^{-1} = NWb^{-1} = Jm^{-3}T^{-1} = Jm^{-1}Wb^{-1}$  ส่วนในหน่วย เออร์สเทด (Oersted) จะมีความเกี่ยวข้องกับหน่วยของ เกาส์ (Gauss) คือ

$$1Oersted = \frac{1Gauss}{\mu_0} = \frac{10^{-4}T}{4\pi \times 10^{-7}TmA^{-1}} \approx 80Am^{-1}$$

**ความเข้มของแมกเนไทเซชัน (Intensity of Magnetisation)** ปริมาณนี้ถูกกำหนดโดยไดโพลโมเมนต์แม่เหล็กต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร กำหนดสัญลักษณ์เป็น  $I$  หากกำหนดให้ ตัวอย่างแม่เหล็กมีปริมาตร  $V$  มีแมกเนติกไดโพลโมเมนต์  $M$  เนื่องมาจากสนามแม่เหล็กดังนั้น

$$I = \frac{M}{V}$$

เมื่อหน่วยของแมกเนติกไดโพลโมเมนต์ คือ แอมแปร์ เมตร<sup>2</sup> ( $A.m^2$ ) จึงทำให้ได้หน่วยของความเข้มของแมกเนไทเซชันคือ

$$[I] = \frac{A.m^2}{m^3} = A.m^{-1} (ampere.metre^{-1})$$



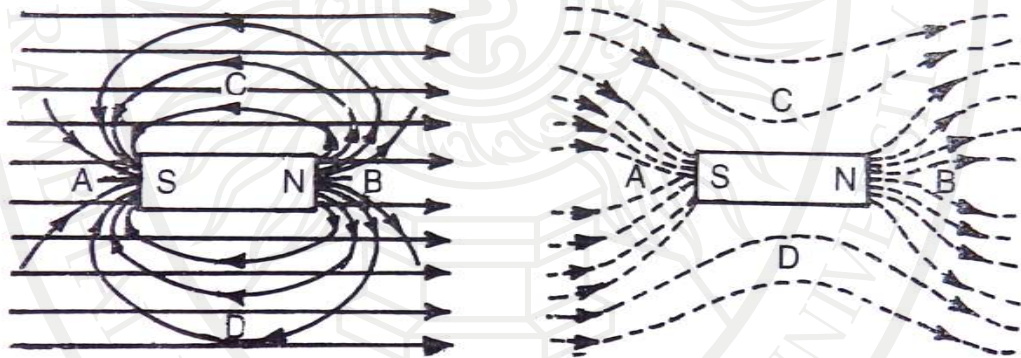
จะเห็นได้ว่าค่าความเข้มของแมกเนไทเซชันและความเข้มของแม่เหล็กมีหน่วยเดียวกัน และความเข้มของแมกเนไทเซชันมักจะเรียกสั้น ๆ ว่าแมกเนไทเซชัน (Magnetisation)

**ฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic flux)** ปริมาณนี้ถูกนิยามโดยจำนวนเส้นแรงแม่เหล็กที่ตัดผ่านบนหนึ่งหน่วยพื้นที่ สัญลักษณ์ที่กำหนดคือ  $\Phi_B$  หากพิจารณาพื้นผิว  $\Delta \vec{s}$  ที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ดังนั้นฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นผิวนั้น จะกำหนดได้โดย

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \Delta \vec{s}$$

หน่วยในระบบเอสไอของฟลักซ์แม่เหล็กคือ เวเบอร์ (weber, Wb)

**สนามความเหนี่ยวนำแม่เหล็ก (Magnetic induction)** เพื่อความง่ายต่อความเข้าใจ ในประเด็นของสนามความเหนี่ยวนำแม่เหล็ก หากลองพิจารณาแท่งเหล็กชนิดวัสดุเฟอร์โรแมกเนติก (Ferromagnetic material) วางอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ  $B_0$  ในสถานะสุญญากาศ ดังภาพที่ 3.31



ภาพที่ 3.31 (ซ้าย) วัสดุเฟอร์โรแมกเนติกวางอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ  $B_0$  (ขวา) การเหนี่ยวนำ

สนามแม่เหล็กของวัสดุเฟอร์โรแมกเนติก

ที่มา: Gupta, 2002: 544

จากภาพที่ 3.31 (ซ้าย) เมื่อแท่งเหล็กถูกวางในสนามแม่เหล็ก วัสดุนั้นจึงได้รับสภาพแม่เหล็กเป็นเหตุให้ปลายด้านซ้ายของแท่งเหล็กเป็นขั้วใต้ (S-pole) และปลายด้านขวาของแท่งเหล็กเป็นขั้วเหนือ (N-pole) ด้วยเหตุจากการเหนี่ยวนำแม่เหล็กจึงเป็นผลให้เกิดสนามแม่เหล็กในบริเวณ A และ B ที่เข้มข้นขึ้น ในขณะที่เดียวกันสนามแม่เหล็กในบริเวณ C และ D จะเบาบางลงเพราะเกิดจากปฏิกิริยาของแท่งเหล็ก ผลลัพธ์ของสนามแม่เหล็กแสดงดังภาพที่ 3.31 (ขวา) จากสนามความ

เหนี่ยวนำแม่เหล็กคือจำนวนเส้นแรงของแม่เหล็กเหนี่ยวนำที่ผ่านพื้นที่สารแม่เหล็ก โดยสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ  $B$  คือผลรวมของสนามแม่เหล็ก  $B_0$  กับสนามแม่เหล็ก  $\mu_0 I$  ที่เกิดขึ้นจากแมกเนไทเซชันของสารดังนี้

$$\begin{aligned} B &= B_0 + \mu_0 I \\ B &= \mu_0 H + \mu_0 I \\ B &= \mu_0 (H + I) \end{aligned} \quad (3.62)$$

สนามความเหนี่ยวนำแม่เหล็กจะรู้จักในนามของความเข้มฟลักซ์แม่เหล็กหรือง่าย ๆ คือสนามแม่เหล็ก ในหน่วยเอสไอมีหน่วยเป็น เทสลา (tesla, T) หรือ เวเบอร์ เมตร<sup>2</sup> (Wbm<sup>-2</sup>)

ค่าความไหวตัวได้ทางแม่เหล็ก (Magnetic susceptibility) คืออัตราส่วนระหว่างความเข้มของแมกเนไทเซชัน  $I$  ต่อกับความเข้มของแม่เหล็ก  $H$  กำหนดสัญลักษณ์เป็น  $\chi_m$  ดังนั้น

$$\chi_m = \frac{I}{H} \quad (3.63)$$

ค่าความไหวตัวได้ทางแม่เหล็กไม่มีหน่วย มีค่าต่าง ๆ แสดงดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าความไหวตัวได้ของสารต่าง ๆ

สารแม่เหล็กไดอะ	$\chi_m$	สารแม่เหล็กพารา	$\chi_m$
ไฮโดรเจน	$-2.1 \times 10^{-9}$	ออกซิเจน	$2.1 \times 10^{-6}$
ไนโตรเจน	$-5.0 \times 10^{-9}$	แมกเนเซียม	$1.2 \times 10^{-5}$
โซเดียม	$-2.4 \times 10^{-6}$	อลูมิเนียม	$2.3 \times 10^{-5}$
ทองแดง	$-1.0 \times 10^{-5}$	สังกะสี	$6.8 \times 10^{-5}$
บิสมีท	$-1.7 \times 10^{-5}$	ไททาเนียม	$7.1 \times 10^{-5}$
เพชร	$-2.2 \times 10^{-5}$	แพลตินัม	$3.0 \times 10^{-4}$
ปรอท	$-3.2 \times 10^{-5}$	กาลิโคเนียมคลอไรด์	$2.8 \times 10^{-3}$

ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 113

ค่าความซาบซึมได้ (Magnetic permeability) คืออัตราส่วนของสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ ( $B$ ) ต่อกับความเข้มของสนามแม่เหล็ก ( $H$ ) ดังนั้น

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (3.64)$$

หน่วยของความซาบซึมได้ในระบบเอสไอคือ เทสลา เมตร แอมแปร์<sup>-1</sup> ( $TmA^{-1}$ ) โดยที่  $\mu_0$  คือ ความซาบซึมได้ของสุญญากาศ และ  $\mu$  กับ  $\mu_0$  มีหน่วยเหมือนกัน

จากสมการ (3.62) 
$$B = \mu_0 (H + I)$$

หารสมการ (3.62) ด้วย  $H$  จะได้

$$\frac{B}{H} = \mu_0 \left( 1 + \frac{I}{H} \right) \quad (3.65)$$

จากสมการ (3.63)  $\chi_m = \frac{I}{H}$  สมการ (3.64)  $\mu = \frac{B}{H}$  และทำให้สมการ (3.65) คือ

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

หรือ 
$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m$$

เมื่อ  $\frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r$  คือความซาบซึมได้สัมพัทธ์ (Relative permeability) ดังนั้น

$$\mu_r = 1 + \chi_m \quad (3.66)$$

ค่าความซาบซึมได้เป็นสมบัติเฉพาะตัวของแต่ละสาร สารต่างชนิดกันมีค่าความซาบซึมได้ที่ต่างกัน แสดงดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าความซาบซึมได้ของสารต่าง ๆ

สาร	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$	สาร	$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$
บิสมีธ	0.99983	โคบอล	250
เงิน	0.99998	นิกเกิล	600
ทองแดง	0.99999	เหล็กหล่อ	2,000
น้ำ	0.99999	เหล็กเส้น	5,000
อากาศ	1.0000004	เหล็กแกนหม้อแปลง	7,000
อลูมิเนียม	1.00002	ซูเปอร์มัลลอย (supermalloy)	1,000,000

ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 114

### ชนิดของความเป็นแม่เหล็กของสสาร

เหล็กและเหล็กกล้าไม่ใช่เป็นแต่เพียงสสารเท่านั้น ยังสามารถแสดงคุณสมบัติเชิงแม่เหล็กได้หรือแสดงอำนาจทางแม่เหล็กได้ หากมีเงื่อนไขที่เหมาะสม ดังนั้นในความเป็นจริงแล้วสสารมีคุณสมบัติทางแม่เหล็กอยู่ โดยคุณลักษณะการเป็นแม่เหล็กของสสารชนิดนั้น ๆ สามารถจำแนกได้เป็น 3 ชนิดดังนี้

**แม่เหล็กไดอา(Diamagnetic)** มีคุณสมบัติคือเป็นลักษณะการที่สารแม่เหล็กมีการต่อต้านกับสนามแม่เหล็กภายนอก เมื่อนำเอาวัตถุหรือสารที่มีสถานะเป็นแม่เหล็กไดอาไปไว้ในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  จะทำให้เกิดไดโพลโมเมนต์แม่เหล็กเหนี่ยวนำที่มีทิศทางด้านหรือตรงข้ามกับทิศของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  คุณสมบัติเด่นของสารแม่เหล็กไดอาชนิดนี้

โมเมนต์แม่เหล็กเหนี่ยวนำมีทิศสวนกับสนามแม่เหล็กภายนอก

โมเมนต์แม่เหล็กเหนี่ยวนำมีค่าน้อย

สมบัติของแม่เหล็กไดอาไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

ตัวอย่างของสารแม่เหล็กไดอาเช่น ทองแดง สังกะสี บิสมัท เงิน ทองคำ ตะกั่ว แก้ว น้ำ ฮีเลียม ฯลฯ

**แม่เหล็กพารา(Paramagnetic)** มีคุณสมบัติคือสนามแม่เหล็กจากภายนอกทำให้อะตอมเกิดแรงคู่ควบจัดเรียงขั้วคู่ให้หันไปในทิศทางที่เรียงตัวกันตามสนามแม่เหล็กภายนอกนั้น โดยค่าความเป็นแม่เหล็กของสารเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าเหนี่ยวนำแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ที่ซึ่งสารนั้นวางอยู่และเป็นสัดส่วนกลับกันกับอุณหภูมิตามสมการ

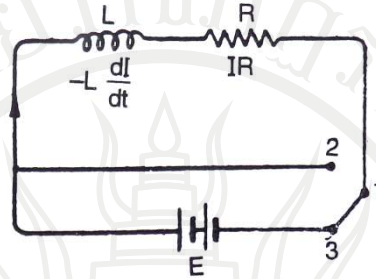
$$M = \frac{CB}{T} \quad (3.67)$$

สมการดังกล่าวปีแอร์คูรี (Pierre Curie) เป็นผู้ค้นพบในปี พ.ศ. 2438 เมื่อ  $C$  เป็นค่าคงที่ เรียกสมการ (3.67) ว่ากฎของคูรี (Curie's law) สมการนี้มีความหมายว่า ยิ่งเพิ่มค่า  $\vec{B}$  จำนวนขั้วคู่แม่เหล็กก็ยิ่งหันไปในทิศของ  $\vec{B}$  มากยิ่งขึ้นนั่นก็คือการเพิ่มค่า  $M$  นั้นเอง และเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น การเรียงตัวของขั้วคู่จะถูกรบกวนจนจำนวนขั้วคู่ที่เรียงตัวตาม  $\vec{B}$  ลดจำนวนลงนั่นคือลดค่า  $M$  ตัวอย่างของสารแม่เหล็กพาราเช่น ลิเทียม แคลเซียม แมกเนเซียม ทังสเตน ฯลฯ

**แม่เหล็กเฟอร์โร(Ferromagnetic)** มีคุณสมบัติคืออะตอมของสารแม่เหล็กเฟอร์โรจะมีการจัดโมเมนต์ขั้วคู่เหนี่ยวนำซึ่งกันและกันให้มีทิศทางไปทางเดียวกัน ภายใต้แรงกระทำซึ่งกันและกัน สมบัติที่โดดเด่นของสารแม่เหล็กเฟอร์โรคือความเป็นแม่เหล็กของสารไม่เป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ และสารอาจแสดงสมบัติทางแม่เหล็กได้ ถึงแม้จะไม่มีสนามแม่เหล็ก สารแม่เหล็กเฟอร์โรมีอยู่ 5 ชนิดคือ เหล็ก โคบอลต์ นิกเกิล กาโดลิเนียม และดิสโพรเซียม

### การเพิ่มและการลดของกระแสในวงจร RL

หากพิจารณาแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $E$  ต่ออนุกรมกับขดลวดเหนี่ยวนำ  $L$  และตัวต้านทาน  $R$  แสดงดังภาพที่ 3.32



ภาพที่ 3.32 แรงเคลื่อนไฟฟ้า  $E$  ต่ออนุกรมกับขดลวดเหนี่ยวนำ  $L$  และตัวต้านทาน  $R$   
ที่มา: Gupta, 2002: 616

ณ จุดเริ่มต้น ( $t = 0$ ) กระแสไฟฟ้าในวงจรมีค่าเป็นศูนย์ ( $I = 0$ ) เมื่อสับสวิตช์สะพานระหว่าง 1 กับ 3 จึงเป็นการเริ่มให้แรงเคลื่อนไฟฟ้าแก่วงจร จากหลักการเหนี่ยวนำจึงเป็นผลให้แรงเคลื่อนไฟฟ้า (Induced e.m.f) เกิดขึ้นในวงจรจึงยังผลให้เกิดกระแสขึ้นในวงจร

หากให้  $I$  คือกระแสและ  $\frac{dI}{dt}$  คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของกระแสในขดลวดเหนี่ยวนำที่เวลา  $t$  ใด ๆ ดังนั้น

ศักย์ตกคร่อมตัวต้านทาน  $R$  คือ  $IR$

แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเองที่เกิดบนขดลวด  $L$  คือ  $-L \frac{dI}{dt}$

จะสังเกตได้ว่า แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตนเอง  $-L \frac{dI}{dt}$  จะเกิดขึ้นในลักษณะที่ต้านการเปลี่ยนแปลงของกระแส จากกฎของโอห์มจะได้ว่าศักย์ตกคร่อมตัวต้านทาน มีค่าเท่ากับผลรวมของ  $E$  ดังนี้

$$E + \left(-L \frac{dI}{dt}\right) = IR$$

$$E = IR + L \frac{dI}{dt} \quad (3.68)$$

จึงยังผลให้เมื่อกระแสในวงจรขึ้นไปจนถึงจุดสูงสุด ( $I_0$ ) อัตราการเพิ่มขึ้นของกระแส  $\left(\frac{dI}{dt}\right)$  จะมีค่า

เข้าสู่ศูนย์หรือเมื่อ ( $I = I_0$ ) แล้ว  $\frac{dI}{dt} = 0$  นำเงื่อนไขนี้ไปแทนในสมการ (3.68) จะได้

$$E = I_0 R + L(0)$$

$$E = I_0 R$$



แทนค่า  $E = I_0 R$  ลงในสมการ (3.68) จะได้

$$\begin{aligned} I_0 R &= IR + L \frac{dI}{dt} \\ L \frac{dI}{dt} &= R(I_0 - I) \\ \frac{dI}{I_0 - I} &= \frac{R}{L} dt \end{aligned}$$

อินทิกรัลทั้งสองข้าง

$$\begin{aligned} \int \frac{dI}{I_0 - I} &= \frac{R}{L} \int dt \\ -\log_e (I_0 - I) &= \frac{R}{L} t + k \end{aligned} \quad (3.69)$$

เมื่อ  $k$  คือค่าคงที่ของการอินทิกรัล เมื่อต้องการหาค่า  $k$  โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้นคือ  $t = 0, I = 0$  แทนลงในสมการ (3.69) ทำให้ได้  $k = -\log_e I_0$  เมื่อนำค่า  $k$  แทนลงในสมการ (3.69) จะทำให้ได้

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right) \quad (3.70)$$

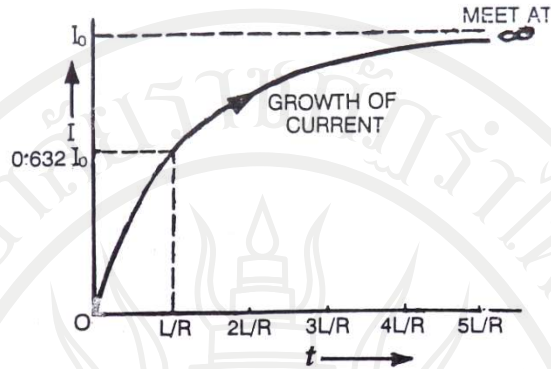
สมการ (3.70) คือค่าของกระแส ณ เวลา  $t$  ใดๆ ของวงจร  $RL$  เทอมที่สองในวงเล็บ  $\left( e^{-\frac{R}{L} t} \right)$  จะมีค่าลดลงเมื่อเวลามากขึ้น เมื่อ  $t = \infty$  กระแสจะเพิ่มมากขึ้นถึงค่า  $I_0$  ซึ่งเป็นกระแสสูงสุดของวงจร ถ้า  $R$  มีค่ามากหรือ  $L$  มีค่าน้อย จะส่งผลให้กระแสในวงจรขึ้นไปถึงค่าสูงสุดเร็วขึ้น

หากกำหนดให้ค่าคงที่ของเวลา ( $t = \text{time constant} = \frac{L}{R}$ ) เมื่อ  $L$  มีหน่วยเป็นเฮนรี และ  $R$  มีหน่วยเป็น โอห์ม ดังนั้น  $\frac{L}{R}$  จึงมีหน่วยเป็น วินาที แทนค่าคงที่เวลาลงในสมการ (3.70) จะได้

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} \frac{L}{R}} \right) \\ I &= I_0 (1 - e^{-1}) \\ I &= 0.632 I_0 \end{aligned}$$

หมายความว่าค่าคงที่ของเวลาของวงจร  $RL$  คือเวลาที่ใช้ในการทำให้กระแสในวงจรขึ้นไปถึง 63.2% ของค่ากระแสสูงสุด เมื่อลองคำนวณ ค่าคงที่เวลา  $t = \frac{2L}{R}, \frac{3L}{R}, \frac{4L}{R}, \frac{5L}{R}$  พบว่าค่ากระแสที่ได้คือ  $0.865 I_0, 0.950 I_0, 0.982 I_0, 0.993 I_0$  ตามลำดับ เมื่อ  $t = \infty$  แล้ว  $I = I_0$  แสดงดังภาพที่ 3.33

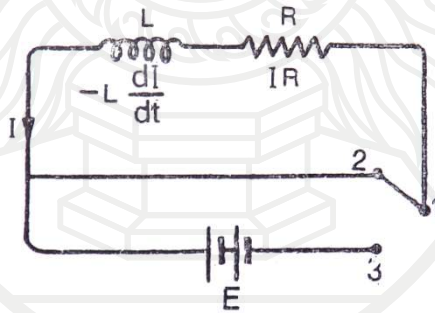




ภาพที่ 3.33 แสดงการเพิ่มขึ้นของกระแสในวงจร  $RL$

ที่มา: Gupta, 2002: 617

จากภาพที่ 3.32 หลังจากสวิตช์อยู่ที่ตำแหน่ง 1 และ 3 เป็นเวลานานแล้วในที่นี้ให้  $t = \infty$  ถือว่าระบบมีกระแสในวงจรขึ้นสูงสุด  $I = I_0$  เมื่อสับสวิตช์ให้ไปอยู่ที่ตำแหน่ง 1 และ 2 (ดูภาพที่ 3.32) ดังนั้นที่ภาวะนี้เป็นไปดังภาพที่ 3.34 จึงหมายความว่าเอา  $E$  ออกจากวงจร ถ้าหากไม่มีขดลวดเหนี่ยวนำกระแสในวงจรจะลดลงเป็นศูนย์ทันที แต่เนื่องจากในวงจรมีขดลวดเหนี่ยวนำจึงทำให้กระแสในวงจรค่อย ๆ ลดลง



ภาพที่ 3.34 นำ  $E$  ออกจากวงจร  $RL$

ที่มา: Gupta, 2002: 618

หากให้  $I$  คือกระแสในวงจร และ  $\frac{dI}{dt}$  คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของกระแสต่อเวลา  $t$  และแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $E$  ไม่มีในวงจร

$$0 + \left(-L \frac{dI}{dt}\right) = IR$$

จัดรูปแบบสมการและอินทิกรัลทั้งสองข้างจะได้

$$\log_e I = -\frac{R}{L}t + k \quad (3.71)$$

เมื่อ  $k$  คือค่าคงที่ของการอินทิกรัล จะหาค่า  $k$  ได้จากเงื่อนไขเริ่มต้นคือ  $t = 0, I = I_0$  แทนลงในสมการ (3.71) ทำให้ได้  $k = -\log_e I_0$  เมื่อนำค่า  $k$  แทนลงในสมการ (3.71) จะทำให้ได้

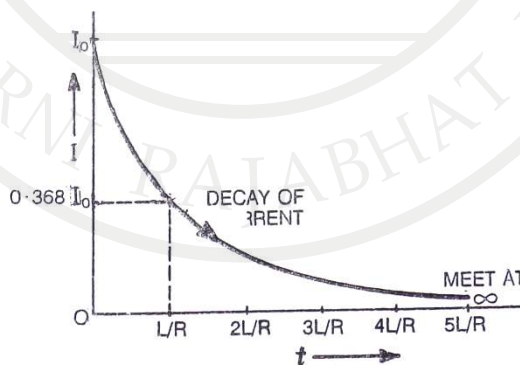
$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (3.72)$$

สมการที่ (3.72) คือค่าของกระแส ณ เวลา  $t$  ใด ๆ ในช่วงที่ลดลงของกระแสของวงจร  $RL$  จะพบว่ากระแสกระแสในวงจรจะไม่ลดลงเป็นศูนย์ทันทีแต่จะค่อย ๆ ลดลงแบบเอกซ์โปเนนเชียล ทั้งนี้เพราะการเหนี่ยวนำตัวเองที่เกิดขึ้นต้านกับการลดกระแส เช่นเดียวกับถ้า  $R$  มีค่ามาก หรือ  $L$  มีค่าน้อยจะทำให้กระแสในวงจรลดลงเร็วขึ้น

ให้ค่าคงที่ของเวลาคือ  $\frac{L}{R}$  แล้วแทนค่าคงที่เวลาลงในสมการ (3.72) จะได้

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L} \frac{L}{R}} = I_0 e^{-1} = 0.368 I_0$$

หมายความว่าเวลาที่ทำให้กระแสลดลงถึง 36.8% ของกระแสตั้งต้น เมื่อลองคำนวณค่าคงที่เวลา  $t = \frac{2L}{R}, \frac{3L}{R}, \frac{4L}{R}, \frac{5L}{R}$  พบว่าค่ากระแสจะลดลงเป็น  $0.135 I_0, 0.050 I_0, 0.018 I_0, 0.007 I_0$  ตามลำดับการลดลงของกระแสแสดงดังภาพที่ 3.35

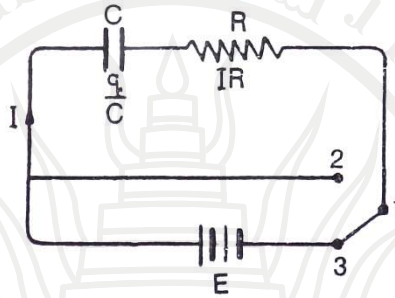


ภาพที่ 3.35 การลดลงของกระแสของวงจร  $RL$

ที่มา: Gupta, 2002: 619

## การประจุและการคายประจุในวงจร RC

พิจารณาแรงเคลื่อนไฟฟ้า  $E$  ต่ออนุกรมกับความจุ  $C$  และความต้านทาน  $R$  ดังภาพที่ 3.36



ภาพที่ 3.36 แรงเคลื่อนไฟฟ้า  $E$  ต่ออนุกรมกับความจุ  $C$  และความต้านทาน  $R$  ของวงจร RC  
ที่มา: Gupta, 2002: 620

ณ จุดเริ่มต้น ( $t = 0$ ) ประจุในตัวเก็บประจุเป็นศูนย์ เมื่อสับสวิตช์ระหว่าง 1 กับ 3 ดังภาพที่ 3.36 แรงเคลื่อนไฟฟ้า  $E$  จะทำให้เกิดกระแส  $I$  ไหลในวงจรเป็นผลให้เกิดประจุ  $q$  บนแผ่นทั้งสองของประจุเรียกลักษณะนี้ว่าประจุตัวจุ (Charging) ดังนั้น

ศักย์ตกคร่อมตัวต้านทาน  $R$  คือ  $IR$

ศักย์ตกคร่อมแผ่นทั้งสองของตัวจุ  $C$  คือ  $\frac{q}{C}$

ณ เวลาใด ๆ แรงเคลื่อนไฟฟ้าของแบตเตอรี่เท่ากับผลบวกของศักย์ไฟฟ้าตกคร่อม  $R$  และ  $C$

$$E = IR + \frac{q}{C} \quad (3.73)$$

เมื่อตัวจุได้รับการประจุเต็ม ( $q_0$ ) กระแสในวงจรจึงมีค่าเป็นศูนย์เมื่อ  $q = q_0, I = 0$

$$E = (0)R + \frac{q_0}{C}$$

$$E = \frac{q_0}{C}$$

แทนค่า  $E$  ในสมการ(3.73)

$$\frac{q_0}{C} = IR + \frac{q}{C}$$

$$\frac{q_0 - q}{C} = IR$$

เมื่อ  $I = \frac{dq}{dt}$  ดังนั้น

$$\frac{q_0 - q}{C} = \left( \frac{dq}{dt} \right) R$$

$$\frac{dq}{q_0 - q} = \frac{1}{RC} dt$$

อินทิกรัลทั้งสองข้าง

$$\int \frac{dq}{q_0 - q} = \frac{1}{RC} \int dt$$

$$-\log_e (q_0 - q) = \frac{1}{RC} t + k \quad (3.74)$$

เมื่อ  $k$  คือค่าคงที่ หาค่าคงที่  $k$  โดยเงื่อนไขเริ่มต้น  $t = 0, q = 0$  แทนลงในสมการ (3.74) ทำให้ได้ค่า  $k = -\log_e q_0$  แล้วแทนค่า  $k$  ลงในสมการ (3.74) แล้วจะทำให้ได้

$$q = q_0 \left( 1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right) \quad (3.75)$$

สมการ (3.75) ให้ค่าประจุบนตัวเก็บประจุที่เวลา  $t$  ใด ๆ ระหว่างการประจุ สังเกตว่าเทอมที่สองในวงเล็บ  $\left( e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$  จะมีค่าลดลงเมื่อเวลามากขึ้นนั่นคือประจุบนตัวจจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นจนเมื่อเวลา  $t = \infty$  ประจุบนตัวจจะมีค่าสูงสุด เมื่อ  $C$  ในหน่วยฟารัดและ  $R$  ในหน่วยโอห์ม ดังนั้น  $RC$  มีหน่วยเป็นวินาที ให้ค่าคงที่เวลา  $t = RC$  แทนลงในสมการ (3.75)

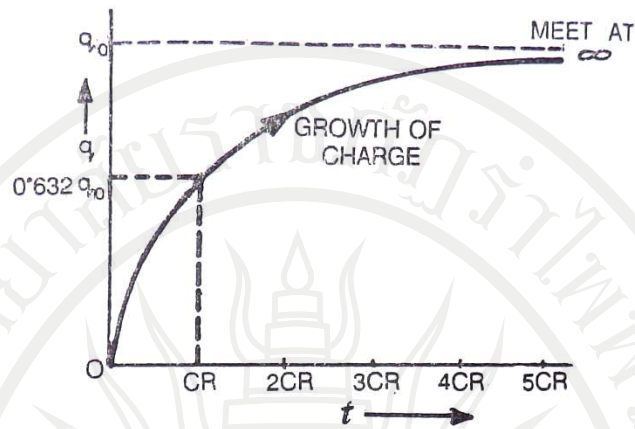
$$q = q_0 \left( 1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot RC} \right)$$

$$q = q_0 (1 - e^{-1})$$

$$q = 0.632q_0$$

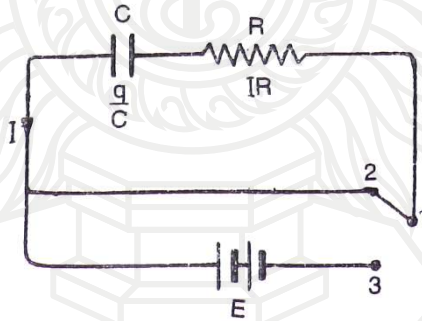
หมายความว่าเวลาที่ใช้ในการประจุตัวจให้มีค่าประจุเป็น 63.2% ของค่าสูงสุด จะเห็นได้ว่าถ้าค่าคงที่เวลาสั้นจะประจุได้เต็มเร็ว ถ้าค่าคงที่เวลายาวนานก็จะใช้เวลาในการประจุให้เต็มสามารถพิสูจน์ได้ว่าเมื่อ  $t = 2RC, 3RC, 4RC, 5RC$  พบว่าประจุบนตัวเก็บประจุเป็น  $0.865q_0, 0.950q_0, 0.982q_0, 0.993q_0$  ตามลำดับเมื่อแทนค่า  $t = \infty$  พบว่า  $q = q_0$  การเพิ่มขึ้นของจำนวนประจุกับเวลาในวงจร  $RC$  มีลักษณะเป็นเอกซ์โปเนนเชียลแสดงดังภาพที่ 3.37

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาพที่ 3.37 กราฟการเปลี่ยนแปลงระหว่างประจุกับเวลาขณะประจุตัวจุ  
ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 143

ต่อมาเมื่อพิจารณาแบตเตอรี่  $E$  ต่ออนุกรมกับ  $R$  และ  $C$  เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่ง ( $t > RC$ ) ประจุบนตัวเก็บประจุมีค่าประมาณ  $q_0$  ดังนั้นเมื่อเริ่มนับเวลา ณ จุดนี้ ( $t = 0$ ) ประจุบนตัวเก็บประจุจึงมีค่ามากที่สุด หากสับสวิทช์เปลี่ยนจากตำแหน่ง 1 และ 3 ไปยังตำแหน่ง 1 และ 2 ดังภาพที่ 3.38



ภาพที่ 3.38 วงจร  $RC$  ที่ปราศจาก  $E$

ที่มา: Gupta, 2002: 622

จากภาพที่ 3.38 เมื่อสับสวิทช์ไปยังตำแหน่ง 1 และ 2 หมายความว่าแบตเตอรี่  $E$  ไม่มีส่วนร่วมในวงจร ณ จุดนี้ตัวจุจะเริ่มคายประจุ (Discharge) ผ่านความต้านทาน หากให้กระแส  $I$  คือค่ากระแสในวงจรและ  $q$  คือประจุบนตัวเก็บประจุ ที่เวลา  $t$  ใด ๆ ที่แบตเตอรี่ไม่มีส่วนร่วมในวงจรสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$0 = IR + \frac{q}{C} \quad (3.76)$$

เมื่อ  $I = \frac{dq}{dt}$  แทนลงในสมการ (3.76)

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)R + \frac{q}{C} = 0$$

จัดรูปแบบสมการและอินทิกรัลทั้งสองข้างผลที่ได้คือ

$$\log_e q = -\frac{1}{RC}t + k \quad (3.77)$$

เมื่อ  $k$  คือค่าคงที่ จะหาค่า  $k$  ได้โดยการใช้เงื่อนไขเริ่มต้นที่  $t = 0, q = q_0$  แทนลงในสมการ (3.77) จะทำให้ได้  $k = \log_e q_0$  แล้วแทนค่า  $k$  ลงในสมการ (3.77) จะได้

$$\begin{aligned} \log_e q &= -\frac{1}{RC}t + \log_e q_0 \\ \log_e \frac{q}{q_0} &= -\frac{1}{RC}t \\ \frac{q}{q_0} &= e^{-\frac{1}{RC}t} \\ q &= q_0 e^{-\frac{1}{RC}t} \end{aligned} \quad (3.78)$$

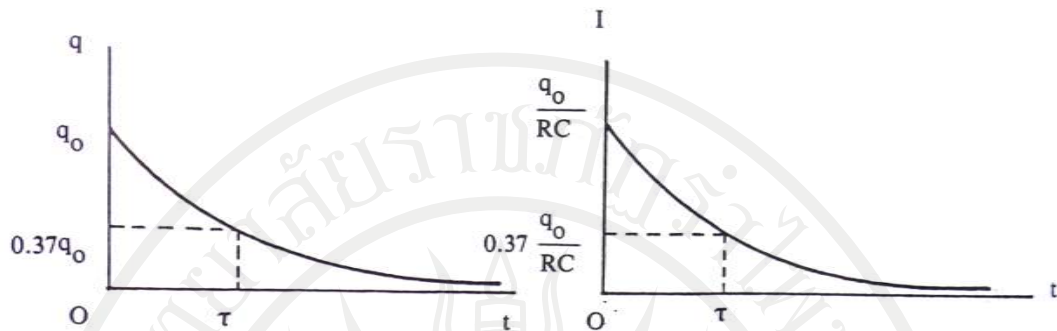
$$I = -\frac{dq}{dt} = \frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} \quad (3.79)$$

เมื่อให้ค่าคงที่เวลาคือ  $t = RC = \tau$  สมการ (3.78) จะได้

$$\begin{aligned} q &= q_0 e^{-\frac{1}{RC} \cdot RC} \\ q &= 0.368q_0 \\ q &\approx 0.37q_0 \end{aligned}$$

หมายความว่าเวลาที่ทำให้ประจุลดลงถึงประมาณ 37% ของประจุตั้งต้น เมื่อพิจารณาที่  $t = 2RC, 3RC, 4RC, 5RC$  พบว่าประจุบนตัวเก็บประจุเป็น  $0.135q_0, 0.050q_0, 0.018q_0$  และ  $0.007q_0$  ตามลำดับการเปลี่ยนแปลงของประจุบนตัวเก็บประจุจะลดลงตามเวลาในวงจร  $RC$  แสดงดังภาพที่ 3.39 พบว่าทิศของกระแสตรงข้ามกับตอนประจุโดยพบว่าการคายประจุของตัวจุ ทั้งประจุและกระแสจะลดลงแบบเอกซ์โปเนนเชียล

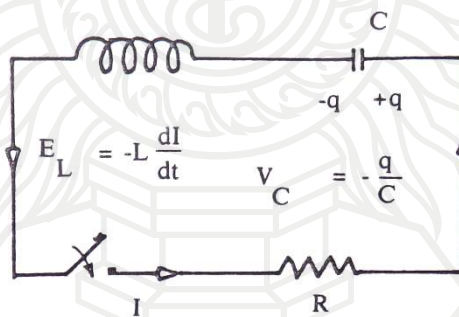




ภาพที่ 3.39 การเปลี่ยนแปลงแบบเอกซ์โปเนนเชียล (ซ้าย) การคายประจุของตัวจุ (ขวา) การลดลงของกระแส  
ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 144

### การแกว่งกวัดทางไฟฟ้า

การแกว่งกวัดทางไฟฟ้ากรณีนี้จะศึกษาในรูปแบบของวงจร  $RLC$  ดังนั้นค่าความจุ  $C$  ความต้านทาน  $R$  และความเหนี่ยวนำ  $L$  มีผลต่อค่ากระแสไฟฟ้าในวงจรไฟฟ้าที่มีทั้ง  $RL$  และ  $C$  แสดงดังภาพที่ 3.40



ภาพที่ 3.40 วงจร  $RLC$

ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 145

จากภาพที่ 3.40 พบว่าไม่มีแบตเตอรี่หรือแรงเคลื่อนไฟฟ้าในวงจร ในกรณีเช่นนี้จะทำให้เกิดกระแสได้โดยการประจุตัวจุ หรือการเปลี่ยนค่าฟลักซ์แม่เหล็กผ่านขดลวดเหนี่ยวนำหรือใส่แบตเตอรี่แล้วปลดออกเป็นต้น

จากกฎของโอห์ม

$$RI = E_L + V_C$$

$$RI = -L \frac{dI}{dt} - \frac{q}{C}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

หาอนุพันธ์เทียบกับเวลา  $t$  ได้

$$R \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2 I}{dt^2} - \frac{1}{C} \frac{dq}{dt}$$

จาก  $I = \frac{dq}{dt}$  จะได้

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 \quad (3.80)$$

สมการ (3.80) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ จะได้ค่า  $I(t)$  ในเทอมของ  $RL$  และ  $C$  ในการพิจารณา รายละเอียดนั้นสามารถแยกพิจารณาได้ 2 กรณีดังนี้

**กรณีที่ 1 กรณีลหู่**  $R$  กรณีนี้เป็นกรณีที่พิจารณาความต้านทานน้อยมากจนลหู่ทั้งได้ ( $R = 0$ ) ด้วยเงื่อนไขนี้สามารถเขียนสมการ (3.80) ใหม่ได้เป็น

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{1}{C} I = 0$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{1}{LC} I = 0 \quad (3.81)$$

เมื่อเทียบสมการ (3.81) กับสมการการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก (Simple harmonic motion) คือ  $\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$  หากแทน  $x$  ด้วย  $I$  และ  $\omega$  ด้วย  $\omega_0$  แล้วจะได้

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.82)$$

เรียกปริมาณนี้ว่า ความถี่ของการแกว่งกวัดทางไฟฟ้า (Electrical oscillation) และกระแสจะเป็น

$$I = I_m \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

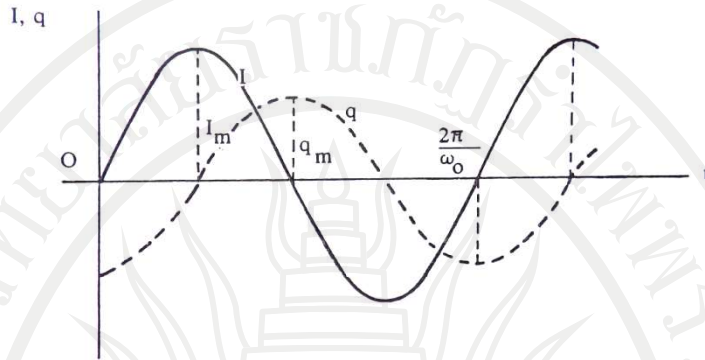
โดย  $\alpha$  เป็นมุมคงที่ใด ๆ และ  $I_m$  เป็นอัมพลน (Amplitude) ของกระแส โดยปกติเมื่อ  $t = 0, I = 0$  จะทำให้ได้  $\alpha = 0$

$$I = I_m \sin \omega_0 t$$

ค่าประจุบนตัวจุให้ค่า

$$q = \int I dt = -\frac{I_m}{\omega_0} \cos \omega_0 t$$

จะพบว่า  $q$  และ  $I$  มีเฟสต่างกัน  $\frac{\pi}{2}$  ดังภาพที่ 3.41



ภาพที่ 3.41 กระแสและประจุในวงจร  $LC$

ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 146

จากภาพการเกิดการแกว่งกวัดทางไฟฟ้าในวงจร  $LC$  โดยที่กระแสไฟฟ้าในวงจรจะไหลกลับไปกลับมา ทำนองเดียวกันกับการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิก โดยมีค่าความถี่เชิงมุมเป็น  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  และมีช่วงกว้างสูงสุด  $I_m$  ดังภาพที่ 3.41 เหตุผลสำหรับการแกว่งกวัดทางไฟฟ้าคือ ขณะที่ตัวเก็บประจุคายประจุ แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำตัวเองเกิดขึ้นบนขดลวด ก็จะประจุตัวจุกลับไปในทิศทางตรงข้ามคือทำให้แผ่นตัวนำมีประจุชนิดตรงข้ามกับครั้งแรก ปรากฏการณ์เช่นนี้จะเกิดขึ้นกลับไปกลับมาตราบที่ไม่มีการสูญเสียพลังงานไป ขณะที่เกิดการแกว่งกวัดทางไฟฟ้านี้ พลังงานไฟฟ้าในตัวเก็บประจุจะค่อย ๆ เปลี่ยนไปเป็นพลังงานแม่เหล็กในขดลวดเหนี่ยวนำ และต่อไปพลังงานแม่เหล็กจะค่อย ๆ เปลี่ยนไปเป็นพลังงานไฟฟ้ากลับไปกลับมาเช่นนี้

พลังงานทั้งหมดในการแกว่งกวัดทางไฟฟ้าจะเท่ากับผลรวมของพลังงานในตัวจุและในขดลวด  $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} LI^2$  มีค่าคงที่ตลอดการแกว่งโดยถือว่าไม่มีการสูญเสียพลังงาน

**กรณีที่ไม่ละทิ้ง  $R$**  กรณีเป็นการที่คิดความต้านทานอยู่ในวงจรด้วยโดยไม่ได้ตัดทิ้งไปจากสมการ (3.80)

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 \quad (3.83)$$

สมการ (3.83) นี้สามารถเทียบได้กับสมการการแกว่งที่มีความหน่วง (Damped oscillations) ของอนุภาคคือสมการ

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \lambda \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

เมื่อ  $\lambda =$  ค่าคงที่ และ  $m =$  มวลของอนุภาค

หาค่า  $x$  ได้  $x = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega t + \alpha)$

โดย  $x$  และ  $\alpha$  เป็นค่าคงที่  $\gamma = \frac{\lambda}{2m}$  และ  $\omega = \sqrt{k/m - \gamma^2}$  เมื่อเทียบกับสมการ (3.83) แล้วพบว่า

$L \leftrightarrow m$   $R \leftrightarrow \lambda$  และ  $\frac{1}{C} \leftrightarrow k$  จึงจะทำให้ได้

$$\gamma = \frac{R}{2L} \text{ และ } \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (3.84)$$

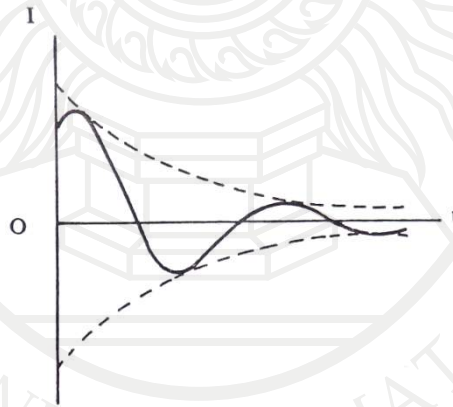
ค่าของ  $\omega$  จะเป็นไปได้เมื่อ

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \text{ หรือ } R^2 < \frac{4L}{C}$$

ดังนั้นค่าของกระแสจึงเขียนได้ดังนี้

$$I = I_m e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \alpha) \quad (3.85)$$

จากสมการ (3.85) จะพบว่ากระแสมีการแกว่งกวัดและอำพนมีค่าลดลง กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสกับเวลาแสดงดังภาพที่ 3.42

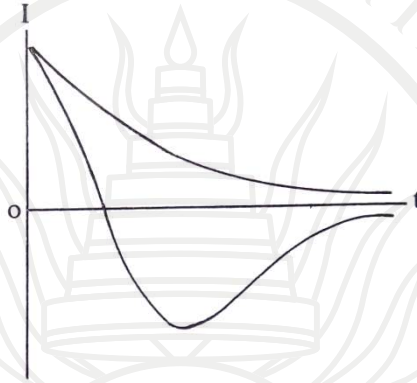


ภาพที่ 3.42 กราฟระหว่างกระแสและเวลาของวงจร  $RLC$  เมื่อ  $R^2 < \frac{4L}{C}$

ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 147

จากภาพที่ 3.42 รายละเอียดพบว่าการแกว่งหรือกระแสที่ไหลกลับไปกลับมาจะมีช่วงกว้างลดลงเมื่อเวลามากขึ้น ความหน่วง (Damping) ในวงจรไฟฟ้าเป็นผลเนื่องมาจากการสูญเสียพลังงานไปในความต้านทาน  $R$  ในรูปของความร้อน

ถ้าความต้านทานมีค่าสูงจนทำให้  $\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$  แล้ว  $\omega$  ในสมการ (3.84) จะมีค่าเป็นเลขเชิงซ้อนพบว่ากระแสในวงจรจะค่อย ๆ ลดลงโดยไม่มีการแกว่งซึ่งอาจจะเป็นการลดแบบเอกซ์โปเนนเชียลหรือลดแบบกลับทิศกระแส 1 ครั้งดังภาพที่ 3.43 หากเวลาผ่านไปนานมากกระแสจะมีค่าเป็นศูนย์



ภาพที่ 3.43 กราฟระหว่างกระแสและเวลาของวงจร  $RLC$  เมื่อ  $R^2 > \frac{4L}{C}$

ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 148

### การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

อันตรกิริยาทางแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic interaction) เป็นกระบวนการที่มีประโยชน์มาก ทำให้มนุษย์สามารถสร้างเครื่องมือ เครื่องใช้ ที่ให้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันและใช้พัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ให้ก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว แมกซ์เวลล์ (James Clerk Maxwell) ได้รวบรวมกฎต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องระหว่างสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  และสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  เข้าด้วยกันรวม 4 กฎเรียกว่า สมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell equations) ซึ่งถ้ากำหนดประจุ  $q$  หรือกระแสไฟฟ้า  $I$  ซึ่งเป็นตัวกำเนิดสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กให้โดยอาศัยสมการทั้ง 4 ของแมกซ์เวลล์จะสามารถหาค่าสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  และสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ได้ สมการทั้ง 4 ได้แก่

สมการที่ 1 สมการของเกาส์สำหรับสนามไฟฟ้า

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (3.86)$$

ซึ่งกฎข้อนี้ได้ศึกษาอย่างละเอียดแล้วในบทที่ 1

สมการที่ 2 สมการของเกาส์สำหรับสนามแม่เหล็ก

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3.87)$$

สมการ (3.87) เป็นสมการที่แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างฟลักซ์แม่เหล็กและฟลักซ์ไฟฟ้า กล่าวคือฟลักซ์ไฟฟ้าตามสมการ (3.86) เริ่มต้นที่ประจุ ฟลักซ์ไฟฟ้าสุทธิบนผิวปิดที่ล้อมรอบประจุจำนวนหนึ่งเอาไว้จึงมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ส่วนในกรณีฟลักซ์แม่เหล็กบนผิวปิดใด ๆ มีค่าเป็นศูนย์เสมอ แสดงว่าฟลักซ์แม่เหล็กไม่มีจุดเริ่มต้นแต่จะหมุนวนเป็นวงจรปิด ดังนั้นปริมาณฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งออกและพุ่งเข้าสู่วิธีจึงมีค่าเท่ากัน

สมการที่ 3 กฎของฟาราเดย์

$$\mathcal{E} = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (3.88)$$

สมการ (3.88) นี้แสดงถึงไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดจากอัตราการเปลี่ยนฟลักซ์แม่เหล็กที่ตัดผ่านตัวนำ

สมการที่ 4 กฎของแอมแปร์-แมกซ์เวลล์

$$\int_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_0 + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (3.89)$$

สมการ (3.89) นี้แสดงถึงการเกิดฟลักซ์แม่เหล็ก (สนามแม่เหล็ก) ซึ่งจากกฎแอมแปร์ตามสมการ  $\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_0$  แสดงให้เห็นว่าสนามแม่เหล็กหรือฟลักซ์แม่เหล็กเกิดจากกระแสที่ไหลในตัวนำ แมกซ์เวลล์เป็นผู้ขยายความต่อว่าสนามแม่เหล็กเกิดขึ้นได้อีกวิธีหนึ่งคือเกิดจากการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์ไฟฟ้าไปกับเวลา

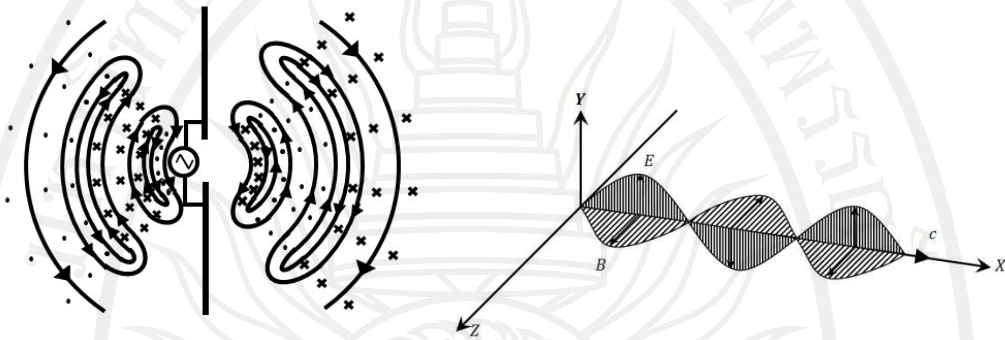
จากสมการทั้ง 4 ของแมกซ์เวลล์ นำมาหาอัตราเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  และทำให้ทราบว่าแสงเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงสเปกตรัมหนึ่งผลสำคัญอีกประการหนึ่งที่ได้จากสมการทั้งสี่คือ ความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  และสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  ซึ่งสรุปได้ว่า “ในบริเวณใด ๆ ก็ตามแม้แต่ที่ว่าง (space) ถ้าสนามใดสนามหนึ่งเปลี่ยนแปลงไปกับเวลาจะมีผลเหนี่ยวนำให้เกิดอีกสนามหนึ่ง”

เฮิร์ต (Rudolf Heirich Hertz) นักวิทยาศาสตร์ชาวเยอรมันได้นำความคิดนี้ไปใช้ในการส่งคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกอากาศโดยไม่ต้องใช้สายเป็นผลสำเร็จและต่อมาได้มีการฝาก (Modulate) สัญญาณต่าง ๆ ไปกับสัญญาณไฟฟ้าความถี่สูงแล้วส่งสัญญาณออกอากาศได้เป็นผลสำเร็จตามมาซึ่งได้แก่การส่งคลื่นวิทยุ โทรทัศน์ ฯลฯ ในปัจจุบัน



## การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจากสายอากาศ

จากสมการทั้ง 4 ของแมกซ์เวลล์ได้ทำนายเอาไว้ว่า ถ้าทำให้ประจุในตัวนำเคลื่อนที่ด้วยความเร่งจะทำให้เกิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแผ่ออกจากสายอากาศทุกทิศทุกทางรอบ ๆ เสาอากาศนั้น ๆ ในรูปโดนนัท ยกเว้นทิศที่อยู่ในแนวเดียวกับสายอากาศดังภาพ



ภาพที่ 3.44 การแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ารอบสายอากาศ

ที่มา: Young & Freedman, 2004: 1224

จากภาพที่ 3.44 เมื่อต่อสายอากาศเข้ากับแหล่งกำเนิดสัญญาณรูปไซน์ สนามไฟฟ้าจากสัญญาณจะทำให้ประจุหนึ่งซึ่งเรียกว่าขั้วคู่ไฟฟ้าสั่นแบบฮาร์มอนิก การสั่นกลับไปกลับมาของขั้วคู่ไฟฟ้าก็คือการไหลกลับไปกลับมาของกระแสไฟฟ้าในสายอากาศ จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กรอบ ๆ สายอากาศในระนาบตั้งฉากกับสายอากาศ สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะแปรไปตามเวลาตามลักษณะของกระแสขั้วคู่ สนามแม่เหล็กที่แปรผันกับเวลาอันเกิดจากกระแสเหนี่ยวนำ จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าลักษณะวงจรรปิดในระนาบที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กดังภาพที่ 3.44 และเกิดการเหนี่ยวนำเช่นนี้เรื่อย ๆ ไป เนื่องจากกระแสขั้วคู่เป็นกระแสสลายคาบ สนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าจึงมีลักษณะสลายคาบ ขยายวงจรรปิดให้กว้างออกไปเมื่อเวลาผ่านไปและมีสนามลูกใหม่เกิดแทนที่เช่นเดียวกับการเคลื่อนที่ของคลื่นต่อเนื่องบนผิวน้ำ

## สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

จากการศึกษาในปัจจุบันทราบว่า คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีความถี่ต่อเนื่องกันเป็นช่วงที่กว้างมาก คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่ต่าง ๆ กันเหล่านี้รวมเรียกว่าสเปกตรัมคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic spectrum) ภาพที่ 3.45 แสดงสเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กในช่วงความถี่ต่าง ๆ

คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในแต่ละช่วงความถี่จะมีลักษณะเฉพาะตัวต่างกันเช่นรังสีอินฟราเรดหรือคลื่นความร้อนที่เกิดจากวัตถุอุณหภูมิสูง สามารถตรวจจับได้โดยการสัมผัส หรือรังสีเอกซ์ซึ่งเกิดจากการปลดปล่อยพลังงานของอิเล็กตรอนในอะตอม ในขณะที่มันลดชั้นระดับพลังงานไม่สามารถตรวจจับได้ด้วยกายสัมผัส แต่สามารถตรวจจับได้ด้วยฟิล์มเอกซ์เรย์เป็นต้น ถึงแม้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในแต่ละช่วงคลื่นจะมีลักษณะเฉพาะตัวแตกต่างกัน แต่ก็มีสมบัติเหมือนกันคือความยาวคลื่น  $\lambda$  (Wavelength) ของคลื่นจะเกี่ยวข้องกับ ความถี่  $f$  (Frequency) และความเร็ว (Velocity) โดย (Cutnell, J.D. and other, 2015: 677)

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (3.90)$$

ดังนั้นจากสมการจะเห็นว่าความยาวช่วงคลื่นจะขึ้นอยู่กับความเร็วซึ่งจะขึ้นอยู่กับตัวกลางนั้นๆ ส่วนความถี่  $f$  เป็นปริมาณพื้นฐานซึ่งเป็นอิสระจากตัวกลาง ดังนั้นที่ตัวกลางเป็นอากาศหรือสุญญากาศ

$$v = c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1} \quad (3.91)$$

ดังนั้นจึงพอสรุปได้ว่า คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าแสงดังสมการ (3.91) และยังมีพลังงานส่งผ่านไปพร้อม ๆ กับคลื่นเป็นต้น



ภาพที่ 3.45 สเปกตรัมของคลื่นแม่เหล็กในช่วงความถี่ต่าง ๆ  
ที่มา: Dinah, 1936: 29

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## สรุป

## สนามแม่เหล็ก

บริเวณที่มีอำนาจการกระทำที่เกิดจากแม่เหล็ก เรียกว่า สนามแม่เหล็กหรือการเหนี่ยวนำแม่เหล็ก โดยความแรงของสนามแม่เหล็ก อาจกำหนดได้คือจำนวนเส้นแรงแม่เหล็กต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่มีเส้นแรงแผ่น ดังนี้

$$B = \frac{\Phi_B}{s}$$

สนามแม่เหล็กมีหน่วยเป็น เวเบอร์ต่อตารางเมตร (Weber/m<sup>2</sup>)

## เส้นแรงแม่เหล็ก

เส้นแรงแม่เหล็กคือเส้นที่เขียนแสดงทิศทางของสนามแม่เหล็ก ณ ตำแหน่งต่าง ๆ โดยรอบแหล่งกำเนิดอำนาจแม่เหล็ก

## แรงบนประจุไฟฟ้าเมื่อเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

เมื่ออนุภาคมีประจุ  $q$  เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\vec{v}$  ในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ดังนั้นแรงที่กระทำต่ออนุภาค ความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

โดยที่

$$F = Bqv \sin \theta$$

## การเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็ก

อนุภาคที่มีประจุบวก  $q$  อยู่ในสนามแม่เหล็กเอกรูป  $\vec{B}$  เคลื่อนที่เร็ว  $\vec{v}$  ในทิศตั้งฉากกับหน้ากระดาษนี้และ  $\vec{B}$  มีทิศพุ่งเข้าไปข้างในกระดาษนี้ เมื่อ  $m$  คือมวลของอนุภาคดังนั้น

แรงสู่ศูนย์กลาง = แรงหนีศูนย์กลาง

$$qvB = m \left( \frac{v^2}{R} \right)$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$R$  เป็นรัศมีทางเดินของประจุ ถ้าในระหว่างการเคลื่อนที่ประจุมีการสูญเสียพลังงานไปเนื่องจากการชนกับอนุภาคอื่น วงโคจรของอนุภาคจะเล็กลงเป็นลักษณะก้นหอย

## กฎของลาปลาซ หรือ กฎของไบออส ซาวาร์ต

สาระสำคัญคือสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากตัวนำขนาดเล็ก  $dl$  ซึ่งนำกระแสไฟฟ้า  $I$  ไหลผ่าน ณ จุดที่ห่างจากตัวนำนั้น  $r$  สนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  มีค่าดังสมการ

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

เมื่อ  $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m}/\text{A}$  และ  $\mu_0$  คือสภาพให้ซึมได้ของปริภูมิเสรี

จากกฎของกฎของไบออส ซาวาร์ต สามารถนำมาหาสนามแม่เหล็กในกรณีต่าง ๆ ดังนี้

**กรณี สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากตัวนำยาวตรงมีกระแสไหลผ่าน**

ลวดตัวนำยาวตรงซึ่งมีกระแสไหล  $I$  สม่่าเสมอตลอดตัวนำ ที่ระยะห่างจากลวดตัวนำ  $a$  สนามแม่เหล็กเป็นไปตามสมการ

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{a}$$

**กรณี สนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางของตัวนำวงกลม**

ลวดตัวนำวงกลมรัศมี  $a$  นำกระแส  $I$  สนามแม่เหล็กตรงจุดกึ่งกลาง (o) เมื่อ  $n$  คือจำนวนรอบของขดลวด ดังนั้น

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi nI}{a}$$

**กรณี สนามแม่เหล็กเนื่องมาจากกระแสไหลผ่านลวดตัวนำวงกลม**

ลวดตัวนำวงกลมรัศมี  $a$  และนำกระแส  $I$  ต้องการหาขนาดของสนามแม่เหล็กที่ห่างจากศูนย์กลางของขดลวดที่ระยะ  $x$  เมื่อ  $\pi a^2 = A$  คือพื้นที่ของขดลวด และ  $x \gg a$  ดังนั้นสำหรับขดลวดจำนวน  $n$  รอบจะได้

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2nIA}{x^3}$$

**แรงแม่เหล็กบนลวดตัวนำที่มีกระแส**

ลวดตัวนำยาว  $I$  อยู่ในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  สม่่าเสมอ และมีกระแสสม่่าเสมอ  $I$  ไหลตลอดตัวนำ กระแสจะไหลเนื่องมาจากความเร็วลอยเลื่อน  $v_d$  ของอิเล็กตรอน ถ้าตัวนำมีพื้นที่หน้าตัด  $A$  แรงแม่เหล็ก  $\vec{B}$  กระทำต่อเส้นลวดคือ

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$

ขนาดของแรงบนตัวนำที่มีกระแสไหลผ่าน จะเป็น

$$F = BIl \sin \theta$$

### กฎของแอมแปร์

กฎของแอมแปร์ กล่าวว่าผลรวมของความเข้มของสนามแม่เหล็กคูณกับระยะทางทั้งหมด รอบตัวนำใด ๆ จะมีค่าผันแปรโดยตรงกับกระแสที่ไหลอยู่ในตัวนำนั้น ๆ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ว่า

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

ซึ่งกฎของแอมแปร์นี้มีประโยชน์มากในการนำมาประยุกต์ในการหาสนามแม่เหล็กในกรณีต่าง ๆ เช่น ตัวนำทรงกระบอก ขดลวดโซเลนอยด์ ขดลวดทอรรอยด์ เป็นต้น

### ทอร์กบนขดลวดตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้า

ขดลวดตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าวางในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ  $\vec{B}$  มีกระแสสม่ำเสมอ  $I$  ลวดความยาว  $l$  และกว้าง  $b$  ผลของทอร์กจะหมุนลวดตัวนำสามารถเขียนในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\vec{\tau} = (I\vec{A}) \times \vec{B}$$

ให้  $I\vec{A} = \vec{M}$  คือไดโพลแม่เหล็ก (โมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็ก)

$$\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}$$

### กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

ฟาราเดย์ พบว่าถ้ามีการเปลี่ยนแปลงของเส้นแรงแม่เหล็กขึ้นที่บริเวณใดจะชักนำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าขึ้นที่บริเวณนั้น และแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่เกิดขึ้นนี้จะเกิดขึ้นในทิศต้านการเปลี่ยนแปลงที่ทำให้มันเกิดขึ้นมา จะแทนด้วยเครื่องหมายลบ ดังสมการ

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

ถ้าขดลวดวางไว้ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงเส้นแรงแม่เหล็กจะเกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าขึ้นบนขดลวดนี้ และถ้าขดลวดนี้มีอยู่  $N$  รอบแล้วจะได้

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

โดยที่  $N\Phi_B$  คือการเชื่อมโยงฟลักซ์

### กฎของเลนส์

เลนส์ (Lenz) ศึกษาพบว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นนี้ จะเกิดในทิศทางที่ทำให้ฟลักซ์แม่เหล็ก การต่อต้านการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์แม่เหล็กบนตัวนำที่เป็นต้นเหตุทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำนั้นขึ้น



### สารแม่เหล็ก

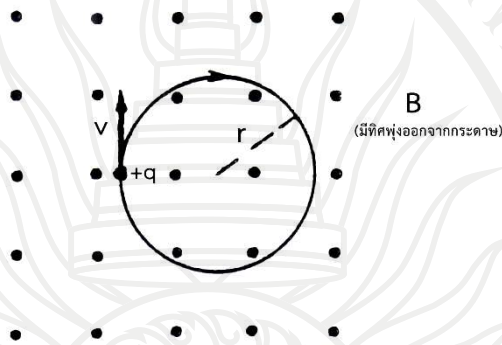
ในรายละเอียดเป็นการให้เนื้อหาเกี่ยวกับองค์ประกอบตัวแปรที่สำคัญของสารแม่เหล็ก ดังนี้ ความเข้มของแม่เหล็ก ความเข้มของแมกเนไทเซชัน ฟลักซ์แม่เหล็ก สนามความเหนี่ยวนำแม่เหล็ก ค่าความไหวตัวได้ทางแม่เหล็ก ค่าความซาบซึมได้ และชนิดของแม่เหล็กมี 3 ชนิดคือ แม่เหล็กไดอะ แม่เหล็กพารา และแม่เหล็กเฟอร์โร

### วงจร $RL$ $RC$ และการแกว่งกวัดทางไฟฟ้า

วงจรที่ประกอบไปด้วย ตัวต้านทาน  $R$  ตัวเหนี่ยวนำ  $L$  และตัวเก็บประจุ  $C$  นั้น เมื่อนำมาต่อเป็นวงจรแล้วมีประเด็นที่ต้องทำความเข้าใจและน่าสนใจคือ การลดและการเพิ่มของกระแสในวงจร  $RL$  การประจุและการคายประจุของตัวเก็บประจุในวงจร  $RC$  ตลอดจนถึงการแกว่งกวัดทางไฟฟ้าเมื่อ  $RL$  และ  $C$  รวมอยู่ในวงจรเดียวกัน

### แบบฝึกหัดบทที่ 3

1. ประจุไฟฟ้าตามภาพที่ 3.46 เป็นโปรตอน ( $q = +e, m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) อัตราเร็ว  $5 \times 10^6$  เมตรต่อวินาที ผ่านเข้าไปในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  สม่่าเสมอในทิศทางพุ่งออกจากกระดาษ กระดาษความแรง  $30 \times 10^{-4}$  เทสลา จงหารัศมีวงโคจร



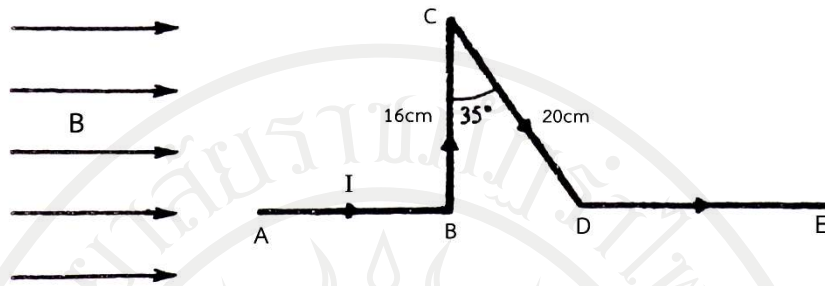
ภาพที่ 3.46 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 1

2. จากตัวอย่างที่ 3.5 ถ้าโปรตอนตัวหนึ่งถูกยิงด้วยอัตราเร็ว  $8 \times 10^6$  เมตรต่อวินาที ทำมุม  $30^\circ$  กับแกน  $+x$  ซึ่งเป็นทิศทางของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ความแรง 0.15 เทสลา จงหารัศมีวงโคจรแบบเกลียว คาบ และระยะห่างระหว่าง 1 ชองเกลียว

3. อนุภาคแอลฟา ( $m = 6.68 \times 10^{-27} \text{ kg}, q = +2e$ ) ถูกเร่งจากสภาพหยุดนิ่งผ่านความต่างศักย์ 1 กิโลโวลต์ จากนั้นผ่านเข้าไปในแนวตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก  $\vec{B} = 0.2$  เทสลา จงหารัศมีวงโคจรของอนุภาคแอลฟา

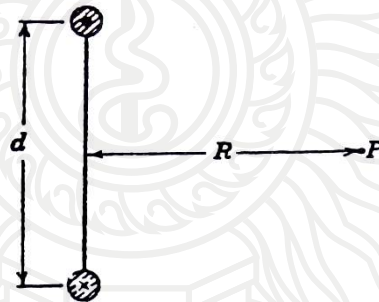
4. ลวดเส้นหนึ่งยาว 1.0 เมตร มีกระแสไหลผ่าน 10 แอมแปร์ และทำมุม  $30^\circ$  กับสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ความแรง 1.5 เทสลา จงหาขนาดและทิศทางของแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นบนเส้นลวด

5. จากภาพที่ 3.47 จงหาแรงที่กระทำบนเส้นลวดแต่ละส่วนดังภาพ ถ้าสนามแม่เหล็ก  $\vec{B} = 0.15$  เทสลา กำหนดให้กระแสในเส้นลวด = 0.5 แอมแปร์



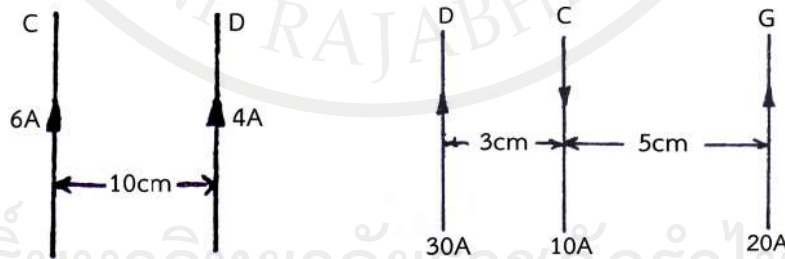
ภาพที่ 3.47 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 5

6. จงอธิบายและเปรียบเทียบกฎของเกาส์และกฎของแอมแปร์
7. เส้นลวดขนานคู่หนึ่งอยู่ห่างกัน 10 เซนติเมตร กระแสในเส้นลวดขนาดเท่ากัน 8 แอมแปร์แต่ทิศตรงข้าม จงหาสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ที่จุดกึ่งกลางระหว่างเส้นลวดทั้งสอง
8. ลวดยาวสองเส้นวางขนานกันโดยมีกระแส  $I$  ไหลสวนทางกันดังภาพที่ 3.48 จงแสดงว่าสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ที่จุด  $P$  ซึ่งมีระยะห่างจากลวดทั้งสองเท่า ๆ กันเป็น  $B = \frac{2\mu_0 Id}{\pi(4R^2 + d^2)}$



ภาพที่ 3.48 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 8

9. ตามภาพที่ ภาพที่ 3.49 ลวดคู่ขนานคู่หนึ่งวางห่างกัน 10 เซนติเมตร ต่างนำกระแส 6 แอมแปร์และ 4 แอมแปร์ จงหาแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาวของลวด D กรณี ก. กระแสไหลไปในทิศทางเดียวกัน ข. กระแสไหลในทิศสวนทางกัน



ภาพที่ 3.49 (ซ้าย) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 9 (ขวา) ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 10

10. ตามภาพที่ ภาพที่ 3.49 เส้นลวดตรงยาวสามเส้น C, D, G วางขนานกัน จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่กระทำต่อเส้นลวด C ในช่วงความยาว 25 เซนติเมตร
11. ขดลวดแบบวงกลมรัศมี 5 เซนติเมตร มีจำนวน 400 รอบ ให้หาสนามแม่เหล็ก  $B$  ที่จุดศูนย์กลางของลวดวงกลมนี้เมื่อมีกระแสไหลผ่าน 4 แอมแปร์
12. ขดลวดแบบวงกลมรัศมี 5 เซนติเมตร มีจำนวน 200 รอบนำกระแส 0.2 แอมแปร์ จงหาสนาม  $B$  ที่
- จุดศูนย์กลางของขดลวด
  - ที่จุดบนแนวแกนที่ผ่านจุดศูนย์กลางของขดลวดระยะห่างจากขดลวด 10 เซนติเมตร
13. ขดลวดโซเลนอยด์จำนวน 2,000 รอบความยาว 60 เซนติเมตร เส้นผ่าศูนย์กลางของขดลวด 2 เซนติเมตร ถ้ากระแสในขดลวดเป็น 5 แอมแปร์ จงหาสนาม  $B$  ภายในขดลวด
14. กระแสในขดลวดทอรอยด์ที่มีจำนวน 400 รอบ จำนวน 2.0 แอมแปร์รัศมีเฉลี่ย 0.40 เมตร ขนาดของสนาม  $B$  พบว่ามีค่า 1.0 เทสลาจงหา
- $\mu_r$
  - $\lambda_m$

## เอกสารอ้างอิง

ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2555). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Bhiday, M.R. and other. (1997). **Basic electricity and magnetism**. Pune : Pune vidyarthi griha prakashan.

Cutnell, J.D. and other. (2015). **Physics**. 10th ed.. Hoboken, NY : John Wiley & Sons.

Dinah, D.L. (1936). **Astronomy**. New York : John Wiley & sons.

Feynman, R.P., Leighton, R.B. & Sands, M. (2001). **The Feynman lecturer on Physics** (Vol. II). New Delhi : Narosa Publishing House.

Fogiel, M. (1984). **The electromagnetics problem solver**. New York : Research and Education Association.

Gupta, S.K. (2002). **Physics** (Vol.II). Jalandhar : Modern Publishers.

Halliday, D. & Resnick, R. (1966). **Physics part II**. New Delhi : Wiley Eastern Limited.

Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (2001). **Fundamental of Physics**. 6th ed.. New York: John Wiley & Sons Inc.

———. (2014). **Fundamental of Physics**. 10th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.

Jewett, J.W. & Serway, R.A. (2008). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 7th ed.. USA : Thomson Higher Education.

———. (2014). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 9th ed.. USA: Brooks/Cole.

Kraus, J.D. (1992). **Electromagnetic**. 4th ed.. Auckland : McGraw-Hill International Book Company.

Kraus, J.D. & Fleish, D.A. (1999). **Electromagnetic with Applications**. 5th ed.. Boston : WCB, McGraw-Hill.

Young, H.D. & Freedman, R.A. (1996). **University Physics**. 9th ed.. Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company.

———. (2004). **University Physics with modern Physics**. 11ed ed.. San Francisco : Pearson Addison Wesley.

———. (2012). **University Physics with modern Physics**. 13th ed.. Boston: Pearson Addison Wesley.

## แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 4

### เนื้อหาประจำบท

#### บทที่ 4 แสงเชิงเรขาคณิต

สมบัติของคลื่นแสง  
การสะท้อนของแสง  
ความสัมพันธ์ระหว่างทางยาวโฟกัสและรัศมีความโค้ง  
สมการของกระจก  
กำลังขยายของกระจกเว้าและกระจกนูน  
ภาพที่เกิดจากกระจกเว้า  
ภาพที่เกิดจากกระจกนูน  
การหักเหของแสง  
การสะท้อนกลับหมด  
การเกิดภาพด้วยการหักเหที่ผิวโค้งทรงกลม  
สมการช่างทำเลนส์  
สมการของเลนส์แบบเกาส์เซียน  
กำลังขยายของเลนส์นูนและเลนส์เว้า  
ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน  
ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า  
การแทรกสอดของแสง  
การเลี้ยวเบนของแสง  
โพลาไรเซชันของแสง  
ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก  
ไฮโดรกราฟฟี  
สรุป  
แบบฝึกหัดบทที่ 4

เอกสารอ้างอิง

#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อศึกษาบทที่ 4 แล้วนักเรียนสามารถ

1. อธิบายสมบัติของแสงในรูปคลื่นและอนุภาคได้
2. อธิบายและคำนวณปรากฏการณ์ที่เกิดจากสมบัติของแสงได้
3. อธิบายปรากฏการณ์โพลาไรเซชันของแสงได้
4. อธิบายและคำนวณกำลังขยายได้
5. อธิบายและคำนวณปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกได้



### กิจกรรมการเรียนรู้การสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยาย อธิบายทฤษฎี พร้อมยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย โดยใช้โปรเจคเตอร์ เครื่องฉายแผ่นทึบ อุปกรณ์ช่วยสอนและการเขียนอธิบายเพิ่มเติมบนกระดานและซักถาม ผู้เรียนขณะเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในแต่ละหัวข้อ
2. แบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละประมาณ 5 คน มอบหมายงานเพื่อศึกษาทฤษฎีแล้ว ศึกษากระบวนการทดลองแล้วดำเนินการอภิปรายกลุ่ม (Group discussion) ในประเด็นที่กำหนด
3. กำหนดหัวข้อ โจทย์ปัญหา และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน
4. มอบหมายให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม
5. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดบทที่ 4
6. ทดสอบย่อยหลังจบบทเรียน

### สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
2. ไฟล์เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
3. เครื่องฉายโปรเจคเตอร์
4. ตำรา หนังสือ สำหรับอ่านประกอบค้นคว้าเพิ่มเติม
5. อุปกรณ์ช่วยสอน ชุดทดลอง  
 สาธิตการทดลองเรื่องการสะท้อนของแสง  
 สาธิตการทดลองแทรกสอดจากเกรตติง  
 สาธิตการเกิดปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก  
 สาธิตการทดลองการหาค่าดัชนีหักเหของแท่งพลาสติก  
 สาธิตการทดลองการหาความยาวโฟกัสของกระจกนูนกระจกเว้า
6. แบบฝึกหัดบทที่ 4

### การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของผู้เรียน
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน
3. สังเกตจากการอภิปรายกลุ่มและอภิปรายสรุป
4. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัด
5. ประเมินจากการสอบระหว่างภาคและปลายภาค

## บทที่ 4

### แสงเชิงเรขาคณิต

ก่อนปี ค.ศ. 1677 นักวิทยาศาสตร์เชื่อและยอมรับในทฤษฎีที่ว่าแสงเป็นลำอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นเส้นตรง สามารถทะลุผ่านวัตถุโปร่งใสและสะท้อนที่ผิวที่ขรุขระได้ ซึ่งในราวปี ค.ศ. 1677 ฮอยเกนส์ (Christian Huygens) เสนอทฤษฎีใหม่ที่แสดงว่าแสงเป็นคลื่น ต่อมาโทมัส ยัง (Thomas Young) และออร์กัสติน เฟร์สเนล (Augustin Fresnel) ทำการทดลองพบปรากฏการณ์แทรกสอดและการเลี้ยวเบนของแสงจึงสรุปได้ว่าการที่แสงไม่แสดงสมบัติทั้งสองในสถานการณ์ทั่ว ๆ ไปเนื่องมาจากปรากฏการณ์ทั้งสองจะเกิดขึ้นเมื่อมีสิ่งกีดขวางมีขนาดใกล้เคียงกับความยาวของคลื่นของแสงซึ่งสั้นมาก นอกจากนั้นทฤษฎีที่ว่าแสงเป็นคลื่นยังสามารถอธิบายปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงที่เกิดขึ้น ด้วยเหตุนี้ทฤษฎีที่ว่าแสงเป็นคลื่นจึงได้รับการยอมรับจากนักวิทยาศาสตร์เริ่มตั้งแต่ปี ค.ศ. 1677 เป็นต้นมา

มีปรากฏการณ์หลายอย่างที่ทฤษฎีคลื่นของแสงไม่สามารถอธิบายได้เป็นต้นว่าปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (Photoelectric effect) โดยปรากฏการณ์นี้ไอน์สไตน์ (Albert Einstein) สามารถอธิบายได้สำเร็จโดยตั้งทฤษฎีอธิบายว่า ลำแสงประกอบด้วยก้อนพลังงานเรียกว่าโฟตอน ทฤษฎีของไอน์สไตน์สามารถอธิบายปรากฏการณ์อื่น ๆ อีกหลายอย่างได้อย่างถูกต้อง

ปัจจุบันเป็นที่ยอมรับของนักวิทยาศาสตร์โดยทั่วไปว่า แสงมีสมบัติได้ทั้งทางคลื่นและอนุภาคซึ่งเรียกว่าสมบัติคู่ของแสง (Dual properties) ในขณะหนึ่งแสงจะแสดงสมบัติด้านใดนั้นขึ้นอยู่กับภาวะเกี่ยวกับแสงในขณะนั้น (ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 270)

### สมบัติของคลื่นแสง

จากการศึกษาวิธีการเคลื่อนที่ของแสงทำให้สรุปได้ว่า แสงเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงดังนั้นจึงแทนแสงในแนวใดแนวหนึ่งได้ด้วยเส้นตรงที่เรียกว่า รังสีของแสง (Ray of light) ในการศึกษาเบื้องต้นของแสงพบว่าแสงมีสมบัติเบื้องต้น 4 ประการ เช่นเดียวกับคลื่นทั่ว ๆ ไป สมบัติทั้ง 4 ประการแยกเป็น 2 ประเภทได้ดังนี้

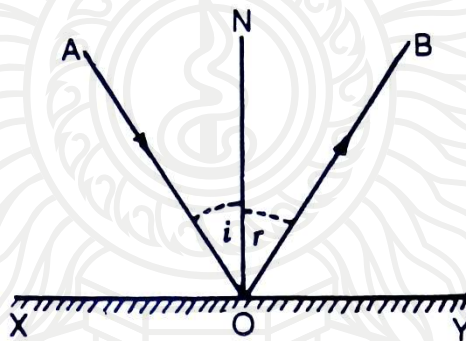
1. สมบัติทางเรขาคณิต (Geometrical optics) คือสมบัติการสะท้อนและการหักเหวิเคราะห์ได้ง่ายโดยใช้วิธีทางเรขาคณิต จึงเรียกว่าสมบัติทางเรขาคณิต
2. สมบัติทางกายภาพ (Physical optics) คือสมบัติการแทรกสอดและการเลี้ยวเบนของแสงไม่สามารถใช้ความรู้ทางเรขาคณิตวิเคราะห์ได้ แต่สามารถวิเคราะห์ได้โดยใช้ปริมาณทางกายภาพเช่น สี พลังงาน ความถี่ เป็นต้น จึงเรียกสมบัติในลักษณะนี้ว่าสมบัติทางกายภาพ

## การสะท้อนของแสง

เมื่อแสงตกกระทบบนผิวแล้ว ส่วนหนึ่งของแสงมีการสะท้อนกลับ (Reflecting of light) ส่วนหนึ่งจะถูกดูดกลืนโดยผิวที่แสงตกกระทบและส่วนที่เหลืออาจจะผ่านเข้าไปในผิวนั้น แม้กระทั่งกระจกใสก็ตามจะสะท้อนแสงประมาณ 5% ของแสงที่ตกกระทบ ซึ่งวัสดุที่พื้นผิวขัดเงาสามารถสะท้อนแสงได้มากถึง 80%-90% ในทางปฏิบัติแล้วกระจกสามารถใช้ในการทดสอบการสะท้อนของแสง ซึ่งกระจกทำจากการเคลือบหรือหุ้มด้วยเงินด้านหลังของกระจก

### กฎการสะท้อนของแสง

เมื่อแสงเดินทางไปกระทบผิวสะท้อนซึ่งอาจเป็นปลายสุดของตัวกลางหรือรอยต่อระหว่างตัวกลาง และแสงเดินทางกลับมาในตัวกลางเดิม เรียกลักษณะเช่นนี้ว่าการสะท้อนแสง เมื่อพิจารณาขนาดของกระจกหรือผิวสะท้อน  $XY$  เมื่อรังสีของแสง  $AO$  ตกกระทบบนกระจกที่จุด  $O$  และรังสีสะท้อนเป็นไปตามแนว  $OB$  ดังภาพที่ 4.1



ภาพที่ 4.1 แสดงการสะท้อนของแสงที่ผิวราบ

ที่มา: Gupta, 2002: 875

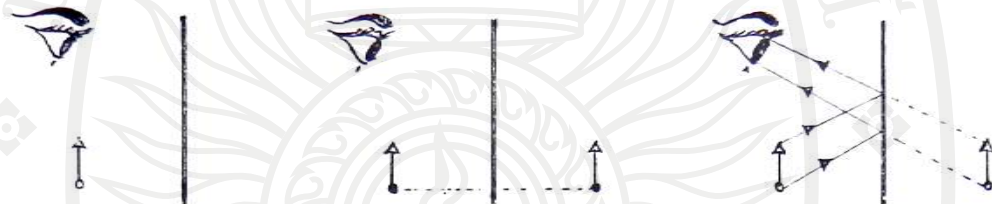
ลำแสง  $AO$  ซึ่งพุ่งเข้าหาผิวสะท้อนเรียกว่ารังสีตกกระทบ (Incident ray) และรังสีซึ่งแทนลำแสงซึ่งเดินทางย้อนกลับมาในตัวกลางเดิม  $OB$  เรียกว่ารังสีสะท้อน (Reflected ray) และเส้นตั้งฉากกับผิวสะท้อน ณ จุดที่รังสีตกกระทบกับรังสีสะท้อนเรียกว่าเส้นปกติ (Normal line) มุมระหว่างรังสีตกกระทบกับเส้นปกติเรียกว่ามุมตกกระทบ (Angle of incidence ( $i$ )) และมุมระหว่างรังสีสะท้อนกับเส้นปกติเรียกว่ามุมสะท้อน (Angle of reflection ( $r$ )) ความสัมพันธ์ระหว่างมุมรังสีตกกระทบ มุมรังสีสะท้อน และเส้นปกติ สามารถสรุปได้ดังนี้ (Feynman, Leighton & Sands, 2001: 313)

1. รังสีตกกระทบ รังสีสะท้อน และเส้นปกติ อยู่ในระนาบเดียวกัน
2. มุมตกกระทบ ( $i$ ) จะเท่ากับมุมสะท้อน ( $r$ ) เสมอ ข้อสรุปนี้เรียกว่ากฎการสะท้อนของแสง (Law of Reflection)

### การสะท้อนที่ผิวราบ

การสะท้อนที่ผิวราบ (Plane of reflection) หรือภาพที่เกิดจากกระจกราบ จากการวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางเรขาคณิตจะสรุปได้ว่า ผลการสะท้อนของแสงที่ผิวราบจะเกิดภาพเสมือนหัวตั้งขนาดเท่ากับวัตถุ โดยมีระยะภาพเท่ากับระยะวัตถุ จากผลที่ได้นำมาใช้เป็นหลักการในการเขียนทางเดินของแสงเพื่อหาภาพได้ดังนี้ (Cutnell, J.D. and other, 2015: 701)

1. กำหนดตำแหน่ง วัตถุ ตา และแนวกระจก ดังภาพที่ 4.2(ซ้าย)
2. กำหนดตำแหน่งภาพหลังแนวกระจก โดยให้ระยะภาพเท่ากับระยะวัตถุ ดังภาพที่ 4.2(กลาง)
3. ลากแนวรังสี 2 แนว จากภาพสู่เน็ยน์ตา จุดที่แนวนี้ตัดกระจก คือจุดของรังสีตกที่ทำให้เห็นภาพของวัตถุในกระจก ดังภาพที่ 4.2(ขวา)

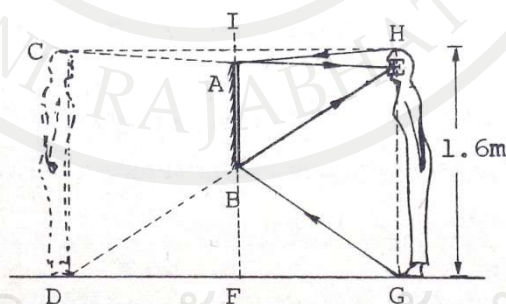


ภาพที่ 4.2 (ซ้าย) กำหนดตำแหน่งวัตถุ (กลาง) กำหนดตำแหน่งภาพ (ขวา) ลากแนวรังสี 2 แนว จากภาพสู่เน็ยน์ตา

ที่มา: Cutnell & Johnson, 2005: 753

ตัวอย่าง 4.1 ชายคนหนึ่งสูง 1.6 เมตร ยืนอยู่หน้ากระจกราบ เพื่อต้องการให้เห็นเต็มตัวจะต้องใช้กระจกยาวเท่าใด

วิธีทำ



ภาพที่ 4.3 ประกอบตัวอย่าง 4.1

ที่มา: Bueche, 1997: 390

ตามภาพคนจะมองเห็นเต็มตัวเมื่อมองผ่านกระจกเงา AB

$$\text{ดังนั้น } \frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE} \text{ เพราะว่า } \triangle ABE \approx \triangle CDE \quad (1)$$

$$\text{และ } \frac{DB}{DE} = \frac{BF}{EG} = \frac{DF}{DG} = \frac{1}{2} \text{ เพราะว่า } \triangle DBF \approx \triangle DEG \text{ และ } DF = FG \quad (2)$$

$$\text{จาก (1) และ (2) } \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2} \text{ เพราะว่า } AB = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} GH$$

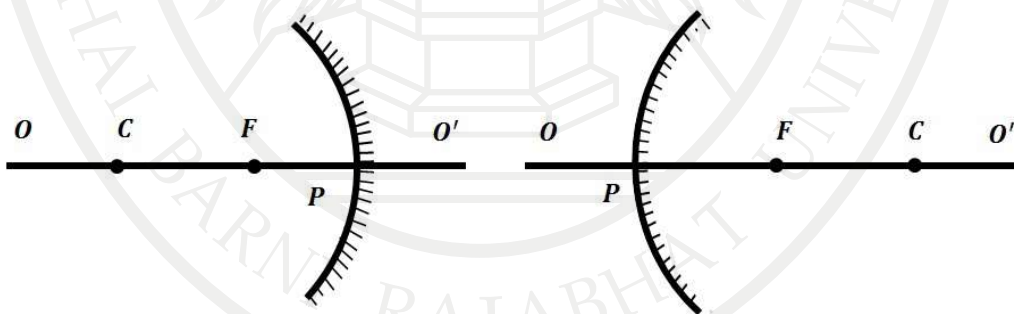
นั่นคือกระจกจะมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของความสูงของคน  $= \frac{1}{2} \times 1.6 = 0.8$  เมตร

หมายเหตุ จากสมการที่ (2) ตำแหน่งเงากระจกขอบล่าง B อยู่ระหว่างตากับเท้า

หรือ  $\frac{AI}{HE} = \frac{CI}{IH} = \frac{1}{2} (\because \triangle ACI \approx \triangle HCE)$  ก็จะได้ว่าขอบบนของกระจก A อยู่ระหว่างศีรษะกับตา

#### การสะท้อนที่ผิวโค้งทรงกลม (Spherical reflection)

ผิวโค้งทรงกลมที่สะท้อนแสงได้เรียกว่า กระจกโค้งทรงกลม (Spherical mirror) ซึ่งรัศมีของผิวโค้งทรงกลมคือรัศมีความโค้ง (Radius of curvature) ของกระจกและจุดศูนย์กลางความโค้ง (Centre of curvature, C) ของกระจกคือจุดศูนย์กลางของทรงกลม กระจกเงาโค้งทรงกลมมีสองชนิดคือ กระจกเว้า (Concave mirror) และกระจกนูน (Convex mirror) แสดงดังภาพที่ 4.4 (ซ้าย) และ ภาพที่ 4.4 (ขวา) ตามลำดับ โปรดสังเกตว่ากระจกเว้าใช้ด้านเว้าสะท้อนแสงมีศูนย์กลางความโค้งอยู่หน้ากระจกส่วนกระจกนูนใช้ด้านนูนสะท้อนแสงและมีศูนย์กลางความโค้งอยู่ด้านหลังกระจก



ภาพที่ 4.4 (ซ้าย) กระจกเว้า (ขวา) กระจกนูน

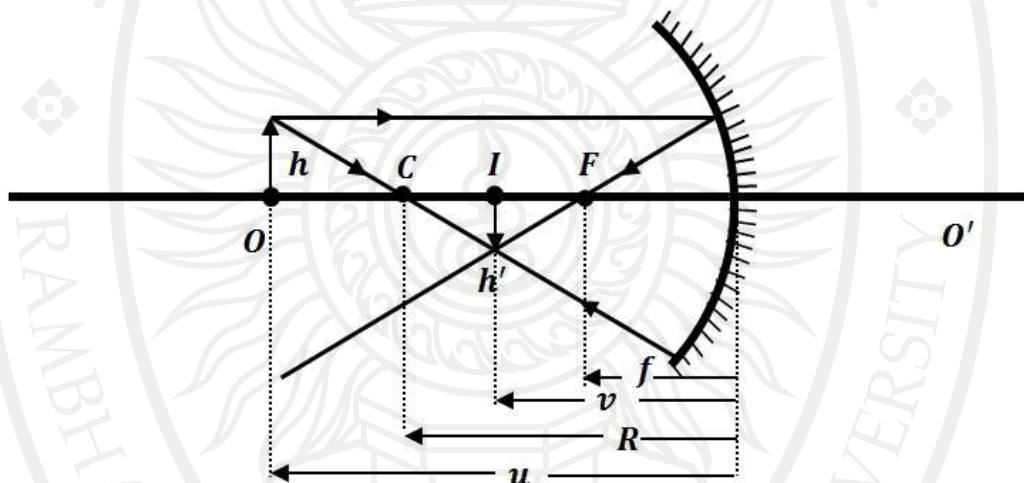
จากภาพจะเห็นได้ว่าองค์ประกอบทางแสงที่สำคัญคือจุดศูนย์กลางความโค้งของผิวคือ C (Centre of curvature) จุดกลางผิวกระจก P (Vertex) และเส้นแกนमुखยสำคัญ  $OO'$  (Principle axes) เมื่อวิเคราะห์แสงสะท้อนโดยใช้ความรู้ทางเรขาคณิตจะพบว่า ถ้ารังสีตกกระทบบนผิวมีแนวขนานกับเส้นแกน  $OO'$  และอยู่ไม่ห่างจากจุด P มากนัก รังสีสะท้อนจะไปรวมกันที่บริเวณ



แคบ ๆ บนเส้นแกนจนถึงได้ว่าเป็นจุดเรียกว่า จุดโฟกัส (Focus point, F) ถ้าจุดตกกระทบห่างจากจุด P ออกไปมากขึ้น จุดโฟกัสจะเริ่มมีขอบเขตโตขึ้นเรื่อย ๆ จุดโฟกัส F อยู่ประมาณกึ่งกลางของรัศมีความโค้งสำหรับกระจกเว้า ถ้าจุดนี้จะปรากฏได้จริงเรียกว่าโฟกัสจริง (Real focus) ส่วนกระจกนูนจุดนี้จะมีได้ไม่จริงแต่จะหาได้จากการต่อแนวรังสีสะท้อนไปตัดกันหลังกระจกจึงเรียกว่าโฟกัสเสมือน (Virtual focus) จากการวิเคราะห์ทางเรขาคณิตจะนำผลการวิเคราะห์มากำหนดหลักการเขียนทางเดินของแสงเพื่อหาภาพได้ดังนี้

เลือกรังสีจากวัตถุ 2 รังสี ที่ตกกระทบกระจกแล้วหาจุดตัดจากรังสีสะท้อนของรังสีตกกระทบทั้งสอง รังสีที่ตกกระทบแล้วหารังสีสะท้อนได้ง่ายคือ

1. รังสีตกกระทบที่มีแนวขนานกับเส้นแกน  $OO'$  ซึ่งรังสีนี้จะให้รังสีสะท้อนมีแนวผ่านโฟกัส ดังภาพที่ 4.5
2. รังสีตกกระทบที่มีแนวผ่านจุด  $C$  จากกฎการสะท้อนรังสีนี้จะสะท้อนกลับแนวเดิม ดังภาพที่ 4.5



ภาพที่ 4.5 แสดงการเกิดภาพจากกระจกโค้งทรงกลม

ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 274

ถ้าให้  $u$  = ระยะวัตถุ  $v$  = ระยะภาพ  $f$  = ทางยาวโฟกัสของกระจกโค้ง และ  $R$  = รัศมีความโค้งของกระจกโค้ง เมื่อวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางเรขาคณิตจะความสัมพันธ์คือ

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

กำลังขยาย  $m = \frac{v}{u} = \frac{h'}{h} = \frac{f}{u-f}$

ในการแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการทั้งสอง เพื่อให้สมการสามารถบอกลักษณะได้จึงจะใช้การแทนค่าด้วยระบบจริงเป็นบวก (Real is positive) ซึ่งสามารถสรุปดังนี้



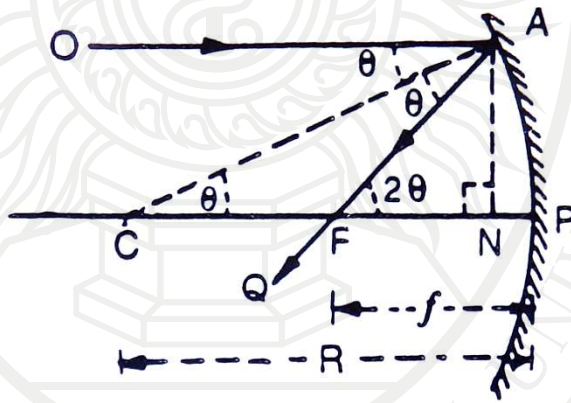
1. เลนส์นูนให้ภาพจริงหรือภาพเสมือนก็ได้ แต่เลนส์เว้าให้ภาพเสมือนเท่านั้น
2. เลนส์นูน  $f$  เป็น + (หมายความว่ารังสีหักเหตัดกันจริง)
3. เลนส์เว้า  $f$  เป็น - (หมายความว่ารังสีหักเหไม่ตัดกันจริง)
4.  $u$  และ  $v$  ถ้าจริง เป็น + และถ้าเสมือน เป็น -

### ความสัมพันธ์ระหว่างทางยาวโฟกัส ( $f$ ) และรัศมีความโค้ง ( $R$ )

สำหรับกระจกโค้งทรงกลมแล้วทางยาวโฟกัสของกระจกจะเท่ากับครึ่งหนึ่งของรัศมีความโค้งของกระจก ซึ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

#### กระจกเว้า (Concave spherical mirror)

พิจารณากระจกเว้าดังภาพที่ 4.6 ให้จุดกึ่งกลางกระจก จุดโฟกัส และจุดศูนย์กลางความโค้งคือ  $P$ ,  $F$  และ  $C$  ตามลำดับ ถ้าให้รังสีของแสง  $OA$  พุ่งขนานกับทางยาวโฟกัส  $F$  ดังนั้น  $CA$  คือระยะจากจุดที่รังสีตกกระทบมายังจุดศูนย์กลางความโค้งของผิว



ภาพที่ 4.6 แสดงองค์ประกอบต่าง ๆ ของกระจกเว้า

ที่มา: Gupta, 2002: 878

ให้  $\angle OAC = \angle QAC = \theta$

ดังนั้น  $\angle PCA = \angle OAC = \theta$

จากบทนิยาม  $PF = f$  และ  $PC = R$

จากจุด  $A$  ระยะเวลา  $AN$  ตั้งฉากกับ  $PC$  ดังนั้นจาก  $\triangle CNA$  จะได้

$$\tan \theta = \frac{AN}{NC} \quad (4.1)$$

จากระยะของกระจกเว้ามีขนาดเล็ก ดังนั้นมุม  $\theta$  จึงมีขนาดเล็กด้วยจะทำให้ได้  $\tan \theta \approx \theta$  และเนื่องจากกระจกโค้งเว้าขนาดเล็ก ดังนั้นจุด  $N$  จึงใกล้จุด  $P$  มากทำให้  $NC \approx PC = R$  จากสมการ (4.1)

$$\theta = \frac{AN}{R} \quad (4.2)$$

จากรูป  $\angle PFA = \angle FCA + \angle CAF = 2\theta$   
จาก  $\triangle FNA$  จะได้

$$\tan 2\theta = \frac{AN}{NF} \quad (4.3)$$

เนื่องจากระยะของกระจกเว้ามีขนาดเล็ก ดังนั้น  $\tan 2\theta \approx 2\theta$  และ  $NF \approx PF = f$

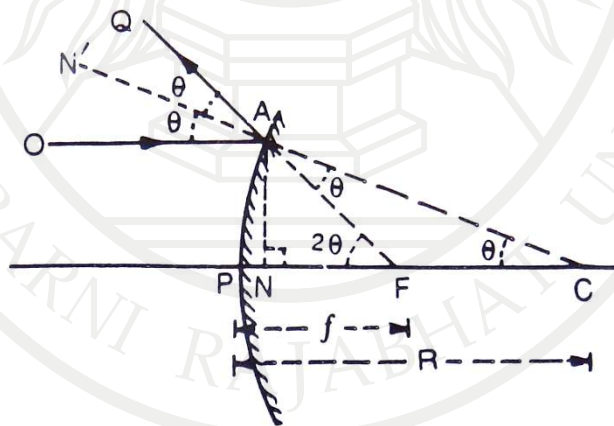
จาก (4.3) จะได้  $2\theta = \frac{AN}{f}$  หรือ  $\theta = \frac{AN}{2f}$  (4.4)

จากสมการ (4.2) และ (4.4) จะได้ (Jewett & Serway, 2014: 1094)

$$\frac{AN}{R} = \frac{AN}{2f} \text{ หรือ } f = \frac{1}{2}R \quad (4.5)$$

#### กระจกนูน (Convex spherical mirror)

รังสีของแสง  $OA$  ตกกระทบบกระจกนูน ซึ่งรังสีนี้ขนานกับแกนमुखสำคัญแสดงดังภาพที่ 4.7



ภาพที่ 4.7 แสดงองค์ประกอบต่าง ๆ ของกระจกนูน

ที่มา: Gupta, 2002: 878

รังสีของแสงสะท้อนตาม  $AQ$  ซึ่งจุดนี้จะปรากฏมาจากจุดโฟกัสของกระจกโค้ง ดังนั้น  $CAN'$  คือจุดเชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางความโค้งกับจุด  $A$

ถ้าให้  $\angle OAN' = \angle QAN' = \theta$

จากบทนิยาม  $PF = f$  และ  $PC = R$

เราจะได้  $\angle PCA = \angle OAN' = \theta$  มุมที่เกี่ยวข้อง และ  $\angle CAF = \angle QAN' = \theta$  มุมตรงข้ามจากจุด  $A$  เส้น  $AN$  ตั้งฉากกับ  $PC$  ดังนั้น

$$\tan \theta = \frac{AN}{NC} \quad (4.6)$$

เมื่อความโค้งของกระจกโค้งขนาดเล็กดังนั้นมุม  $\theta$  จึงเป็นมุมเล็ก ๆ ดังนั้น  $\tan \theta \approx \theta$  และจุด  $N$  จะใกล้กับจุด  $P$  มาก ๆ ดังนั้น  $NC \approx PC \approx R$  จากสมการ (4.6) จะได้

$$\theta = \frac{AN}{NC} \quad (4.7)$$

จาก  $\triangle CFA$  จะได้  $\angle PFA = 2\theta$  และจาก  $\triangle FNA$  จะทำให้ได้

$$\tan \theta = \frac{AN}{NF} \quad (4.8)$$

ดังนั้น  $\tan 2\theta \approx 2\theta$  และ  $NF \approx PF = f$  จากสมการ (4.8) จะได้

$$2\theta = \frac{AN}{f} \quad \text{หรือ} \quad \theta = \frac{AN}{2f} \quad (4.9)$$

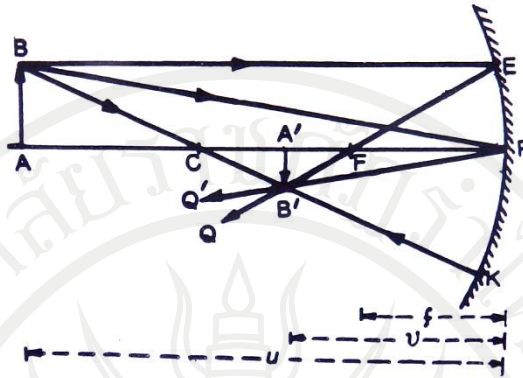
จากสมการ(4.7) และ (4.9) จะได้  $f = \frac{1}{2}R$  (4.10)

## สมการของกระจก

ความสัมพันธ์ของปริมาณต่าง ๆ ของกระจกคือ ระยะวัตถุ ( $S$ ) ระยะภาพ ( $S'$ ) และระยะโฟกัสหรือทางยาวโฟกัส ( $f$ ) ซึ่งสามารถสรุปสมการของกระจก (Mirror formula) ได้ 2 กรณีดังนี้

### กระจกเว้า (Concave spherical mirror)

ให้จุด  $P$ ,  $F$  และ  $C$  คือกึ่งกลางกระจก จุดโฟกัส และจุดศูนย์กลางความโค้งของผิวและสมมติให้วัตถุ  $AB$  วางอยู่บนแกนमुखยสำคัญซึ่งเลยจุด  $C$  ออกไป



ภาพที่ 4.8 กระจกเว้า

ที่มา: Gupta, 2002: 880

จากภาพที่ 4.8 สามารถอธิบายรายละเอียดของกระจกเว้าได้ดังนี้

- (1) รังสีตกกระทบซึ่งขนานกับแกนमुखสำคัญ ตกกระทบที่จุด  $E$  และหลังจากนั้นสะท้อนกลับผ่านจุดโฟกัส  $F$  ของกระจกเว้าตาม  $EQ$
- (2) รังสีตกกระทบหนึ่งรังสีจะกระทบที่จุดกึ่งกลางกระจกเว้า  $P$  และจะสะท้อนกลับตามกฎการสะท้อนตามแนว  $PQ'$  ดังนั้น  $\angle BPA = \angle Q'PA$
- (3) รังสี  $BK$  ตกกระทบผ่านจุดศูนย์กลางความโค้งของผิว  $C$  ซึ่งจะสะท้อนกลับตามแนวเดิม  $KB$
- (4) แนวรังสี  $EQ$ ,  $PQ'$  และ  $KB$  พบกันที่จุด  $B'$  ดังนั้น  $B'$  คือภาพของจุด  $B$  ของวัตถุ ในขณะที่เดียวกันทุก ๆ จุดบนวัตถุ  $AB$  จะแสดงออกมาได้ตั้งจุดบน  $A'B'$  ดังนั้นจะเห็นว่า  $A'B'$  คือภาพจริงหัวกลับของวัตถุ  $AB$

จากจุด  $E$  ระยะ  $EN$  จะตั้งฉากกับแกน  $OO'$  ดังนั้นสามเหลี่ยม  $A'B'F$  และสามเหลี่ยม  $ENF$  คือสามเหลี่ยมคล้าย ซึ่งจะทำให้ได้

$$\frac{A'B'}{NE} = \frac{A'F}{NF}$$

ถ้าให้กระจกเว้ามีความโค้งน้อยมาก ๆ จะทำให้ได้จุด  $N$  และจุด  $P$  ใกล้กันมาก ๆ ดังนั้น  $NF \approx PF$  และ  $NE = AB$  ซึ่งทำให้ได้

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'F}{PF}$$

ดังนั้นระยะที่วัดจากจุดกึ่งกลางของกระจกเว้า คือ

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{PA' - PF}{PF} \quad (4.11)$$

และ  $\triangle ABP$  คล้ายกับ  $\triangle A'B'P$  ดังนั้น

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{PA'}{PA} \quad (4.12)$$

จากสมการ (4.11) และ (4.12) จะได้

$$\frac{PA' - PF}{PF} = \frac{PA'}{PA}$$

เมื่อใส่เครื่องหมายทำให้ได้

$$PA = -u \text{ (เพราะว่าระยะวัตถุของวัตถุวัตถุทิศตรงข้ามกับรังสีตกกระทบ)}$$

$$PA' = -v \text{ (เพราะว่าระยะภาพวัตถุทิศตรงข้ามกับรังสีตกกระทบ)}$$

$$PF = -f \text{ (เพราะว่าทางยาวโฟกัสของกระจกเว้าวัตถุทิศตรงข้ามกับรังสีตกกระทบ)}$$

ดังนั้นแทนค่าลงในสมการดังกล่าวจะได้ (Halliday, Resnick & Walker, 2014: 1017)

$$\frac{-v - (-f)}{-f} = \frac{-v}{-u}$$

หรือ

$$\frac{v - f}{f} = \frac{v}{u}$$

$$\frac{v}{f} - 1 = \frac{v}{u}$$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{v} = \frac{1}{u}$$

หรือ

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \quad (4.13)$$

สมการดังกล่าวคือสมการของกระจก (Halliday, Resnick & Walker, 1997: 878)

### กระจกนูน (Convex spherical mirror)

จากหัวข้อที่กล่าวมาแล้วก่อนหน้านี้ทำให้ทราบรายละเอียดต่าง ๆ ของกระจกนูนมาแล้ว หัวข้อนี้จะมาพิจารณาเกี่ยวกับสมการของกระจกนูน ถ้าให้วัตถุ  $AB$  วางอยู่บนแกนमुखยสำคัญ หน้ากระจกนูน ดังภาพที่ 4.9





$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{PF - PA'}{PF} \quad (4.14)$$

และ  $\Delta ABP$  คล้ายกับ  $\Delta A'B'P$  ดังนั้น

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{PA'}{PA} \quad (4.15)$$

จากสมการ (4.14) และ (4.15) จะได้

$$\frac{PF - PA'}{PF} = \frac{PA'}{PA} \quad (4.16)$$

เมื่อใส่เครื่องหมายทำให้ได้

$$PA = -u \text{ (เพราะว่าระยะวัตถุวัดออกมาทิศตรงข้ามกับรังสีตกกระทบ)}$$

$$PA' = +v \text{ (เพราะว่าระยะภาพวัดตามทิศของรังสีตกกระทบ)}$$

$$PF = +f \text{ (เพราะว่าทางยาวโฟกัสของกระจกนูนวัดตามทิศของรังสีตกกระทบ)}$$

ดังนั้นแทนค่าลงในสมการดังกล่าวจะได้

$$\frac{+f - (+v)}{+f} = \frac{+v}{-u}$$

หรือ

$$\frac{f - v}{f} = -\frac{v}{u}$$

$$1 - \frac{v}{f} = -\frac{v}{u}$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{f} = \frac{1}{u}$$

หรือ

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \quad (4.17)$$

สมการดังกล่าวคือสมการของกระจก และความสัมพันธ์ระหว่าง  $u$ ,  $v$  และ  $R$  เมื่อ  $f = \frac{R}{2}$

$$\text{จะได้} \quad \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{R/2} \quad \text{หรือ} \quad \frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{R} \quad (4.18)$$

(Halliday, Resnick & Walker, 2014: 1018)

ตัวอย่าง 4.2 วางวัตถุหนึ่งขนาด 10 เซนติเมตรบนเส้นแกนกระจกโค้งทรงกลมห่าง 30 เซนติเมตร  
ปรากฏว่าเกิดภาพจริงหัวกลับอยู่หน้ากระจกห่างจากกระจก 15 เซนติเมตร กระจกนี้เป็นกระจก  
ชนิดใด รัศมีความโค้งเท่าใดและภาพสูงกี่เซนติเมตร

ลิขสิทธิ์ © วิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

วิธีทำ  $u = +30$  เซนติเมตร และ  $v = +15$  เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad \frac{1}{f} &= \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \\ \frac{1}{f} &= \frac{1}{30\text{cm}} + \frac{1}{15\text{cm}} \\ \frac{1}{f} &= \frac{1}{10\text{cm}} \end{aligned}$$

ดังนั้น  $f = +10$  เซนติเมตร

จากค่า  $f$  ที่ได้ซึ่งมีค่าเป็นบวก ดังนั้นจึงเป็นกระจกเว้าที่มีรัศมีความโค้งในที่นี้คือค่า  $R = 2f = 20$  เซนติเมตร

ขนาดของภาพ  $h'$  หาได้จาก  $\frac{h'}{h} = \frac{v}{u}$ ;  $h' = \frac{h \cdot v}{u} = \frac{(10\text{cm})(15\text{cm})}{(30\text{cm})} = 3.3$  เซนติเมตร

ตัวอย่าง 4.3 เลนส์นูนมีความยาวโฟกัส 6 เซนติเมตร จงหาระยะภาพถ้าระยะวัตถุเป็น 3 เซนติเมตร, 8 เซนติเมตร และ 18 เซนติเมตร ตามลำดับ

วิธีทำ  $f = 6$  เซนติเมตร

$u = 3$  เซนติเมตร, 8 เซนติเมตร และ 18 เซนติเมตร หาระยะภาพ  $v$

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad \frac{1}{f} &= \frac{1}{u} + \frac{1}{v} \\ u = 3 \text{ เซนติเมตร;} \quad \frac{1}{6\text{cm}} &= \frac{1}{3\text{cm}} + \frac{1}{v}; \quad v = -6 \text{ เซนติเมตร (ภาพเสมือน)} \\ u = 8 \text{ เซนติเมตร;} \quad \frac{1}{6\text{cm}} &= \frac{1}{8\text{cm}} + \frac{1}{v}; \quad v = 24 \text{ เซนติเมตร (ภาพจริง)} \\ u = 18 \text{ เซนติเมตร;} \quad \frac{1}{6\text{cm}} &= \frac{1}{18\text{cm}} + \frac{1}{v}; \quad v = 9 \text{ เซนติเมตร (ภาพจริง)} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 4.4 เลนส์เว้ามีความยาวโฟกัส 6 เซนติเมตร วางวัตถุขนาด 4.5 เซนติเมตร ให้อยู่ห่างจากเลนส์เว้า 2 เซนติเมตร จะเกิดภาพที่ใด มีขนาดเท่าใด

วิธีทำ จากโจทย์  $f = -6\text{cm}$ ,  $u = 2\text{cm}$

$$\text{จาก} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$-\frac{1}{6\text{cm}} = \frac{1}{2\text{cm}} + \frac{1}{v}$$

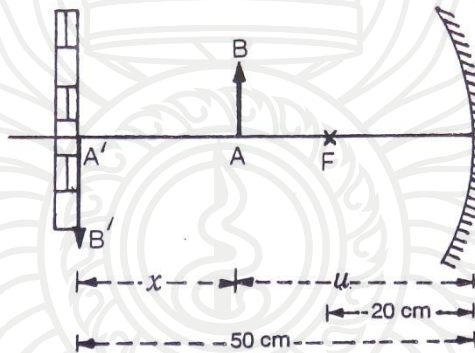
ดังนั้น  $v = 1.5\text{cm}$  (ภาพเสมือน)

และ  $\frac{I}{O} = \frac{u}{v}; \frac{I}{4.5\text{cm}} = \frac{2\text{cm}}{1.5\text{cm}}$

ดังนั้น  $I = 6\text{cm}$

ตัวอย่าง 4.5 กระจกเว้ามีทางยาวโฟกัส 20 เซนติเมตร วางอยู่ห่างจากกำแพง 50 เซนติเมตรและต้องวางวัตถุห่างจากกำแพงเท่าใด จึงจะได้ภาพเป็นภาพจริง บนผนังกำแพงพอดี

วิธีทำ



ภาพที่ 4.10 ประกอบตัวอย่าง 4.5

ระยะภาพ ( $v$ ) คือ -50 เซนติเมตร (เพราะระยะภาพที่วัดมีทิศตรงข้ามกับทิศของรังสีตกกระทบ)  
 ทางยาวโฟกัส ( $f$ ) คือ -20 เซนติเมตร (เพราะทางยาวโฟกัสของกระจกเว้าวัดโดยทิศตรงข้ามกับทิศของรังสีตกกระทบ)

ดังนั้น

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{-20} = \frac{1}{u} + \frac{1}{-50}$$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{-20} - \frac{1}{-50}$$

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{-33.3\text{cm}}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ดังนั้นระยะของวัตถุจะห่างจากผนังคือ  $x = v - |u|$

$$x = 50\text{cm} - |-33.3\text{cm}| = 16.7\text{cm}$$

### กำลังขยายของกระจกเว้าและกระจกนูน

กำลังขยาย (Magnification) คืออัตราส่วนระหว่างขนาดของภาพต่อขนาดของวัตถุ ดังนั้นให้กำลังขยายคือ  $m$  จะสามารถเขียนในรูปสมการได้

$$m = \frac{I}{O} \quad (4.19)$$

เมื่อขนาดของวัตถุ คือ  $O$  และขนาดของภาพคือ  $I$  ซึ่งสามารถแบ่งเป็นกรณีได้ดังนี้

#### กำลังขยายของกระจกเว้า (Magnification produced by concave mirror)

ภาพที่ 4.8 แสดงขนาดของภาพ  $A'B'$  ของวัตถุ  $AB$  โดยกระจกเว้า จาก  $\triangle ABP$  และ  $\triangle A'B'P$  เป็นสามเหลี่ยมคล้ายกัน ซึ่งจะทำให้ได้

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{PA'}{PA}$$

ถ้าให้  $A'B' = I$  (เพราะวัดในทิศลง)

$AB = O$  (เพราะวัดในทิศขึ้น)

$PA' = -v$  (เพราะเป็นระยะที่วัดทิศตรงข้ามกับรังสีตกกระทบ)

$PA = -u$  (เพราะเป็นระยะที่วัดทิศตรงข้ามกับรังสีตกกระทบ)

จากสมการ (4.19) จะได้

$$\frac{-I}{O} = \frac{-v}{-u}$$

หรือ

$$\frac{I}{O} = -\frac{v}{u} \quad (4.20)$$

จากสมการ (4.19) และ (4.20) จะได้

$$m = \frac{I}{O} = -\frac{v}{u}$$

หมายความว่า เป็นภาพจริงหัวกลับเมื่อกำลังขยายเป็นลบและเป็นภาพเสมือนหัวตั้งกำลังขยายจะเป็นบวก

### กำลังขยายของกระจกนูน (Magnification produced by convex mirror)

จากภาพที่ 4.9 แสดงขนาดของภาพ  $A'B'$  ของวัตถุ  $AB$  โดยกระจกนูน และ  $\triangle ABP$  และ  $\triangle A'B'P$  เป็นสามเหลี่ยมคล้ายกัน ซึ่งจะได้

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{PA'}{PA}$$

เมื่อให้  $A'B' = +I$ ,  $AB = +O$ ,  $PA' = +v$ ,  $PA = -u$  จากสมการ (4.19) จะได้

$$\frac{+I}{+O} = \frac{+v}{-u}$$

หรือ

$$\frac{I}{O} = -\frac{v}{u}$$

(4.21)

จากสมการ (4.19) และ (4.21) จะได้

$$m = \frac{I}{O} = -\frac{v}{u}$$

ดังนั้นกำลังขยายของกระจกทั้งสองกรณีคือ

$$m = \frac{I}{O} = -\frac{v}{u}$$

(4.22)

นั่นหมายความว่าไม่ว่าจะเป็นภาพเสมือนหรือภาพจริงกำลังขยายจะคงเดิม

### กำลังขยายในรูปของ $v$ และ $f$

จากสมการของกระจก

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

เมื่อคูณสมการข้างต้นด้วย  $u$  จะได้

$$1 + \frac{u}{v} = \frac{u}{f} \quad \text{หรือ} \quad -\frac{u}{v} = 1 - \frac{u}{f} = \frac{f-u}{f} \quad \text{หรือ} \quad -\frac{v}{u} = \frac{f-u}{f}$$

(4.23)

จากสมการ (4.22) และ (4.23) จะได้

$$m = \frac{I}{O} = \frac{f-v}{f}$$

(4.24)

ดังนั้นสมการ (4.24) คือกำลังขยายในรูปของ  $u$  และ  $f$

ตัวอย่าง 4.6 วัตถุอันหนึ่งวางอยู่ตรงหน้ากระจกเว้า ซึ่งกระจกเว้ามีรัศมีความโค้ง 40 เซนติเมตร เป็นระยะ 10 เซนติเมตร จงหาตำแหน่งของภาพและกำลังขยายของภาพ

วิธีทำ ให้  $u = -10\text{cm}$ ;  $R = -40\text{cm}$  (กระจกเว้า)

$$\text{ดังนั้นระยะโฟกัส } f = \frac{R}{2} = \frac{-40\text{cm}}{2} = -20\text{cm}$$

$$\text{จาก } \frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u} = \frac{1}{-20\text{cm}} - \frac{1}{-10\text{cm}}$$

$$\text{หรือ } v = +20\text{cm}$$

ที่  $S'$  เป็นบวก ภาพจะปรากฏเป็นระยะ  $20\text{cm}$  ตรงข้ามกับด้านหนึ่งของวัตถุคือ ด้านหลังของกระจก

$$\text{จาก } m = -\frac{v}{u} = -\frac{+20\text{cm}}{-10\text{cm}} = +2$$

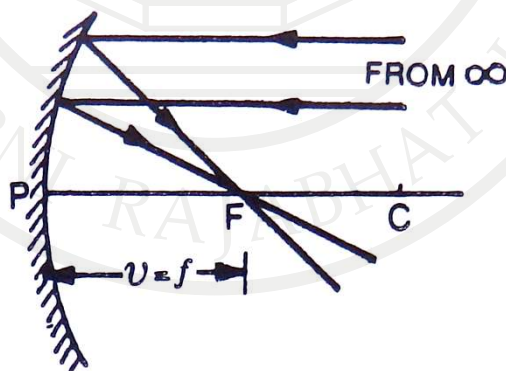
ค่าของ  $m$  เป็นบวกและมีค่ามากกว่า 1 ดังนั้นภาพจะเป็นภาพเสมือนหัวตั้งและขนาดใหญ่กว่าเดิม

### ภาพเกิดจากกระจกเว้า

ภาพที่เกิดจากกระจกเว้า สามารถแบ่งได้เป็นกรณีย่อย ๆ ได้ดังนี้

#### กรณีที่ 1 เมื่อวัตถุวางอยู่ที่ระยะอนันต์

เมื่อพิจารณาเมื่อวัตถุวางอยู่ด้านหน้าของกระจกเว้าที่ระยะอนันต์ ดังภาพที่ 4.11



ภาพที่ 4.11 วัตถุวางอยู่ที่ระยะอนันต์จากกระจกเว้า  
ที่มา: Gupta, 2002: 887



จากสมการ  $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  หรือ  $v = f$  (ที่จุดโฟกัส)

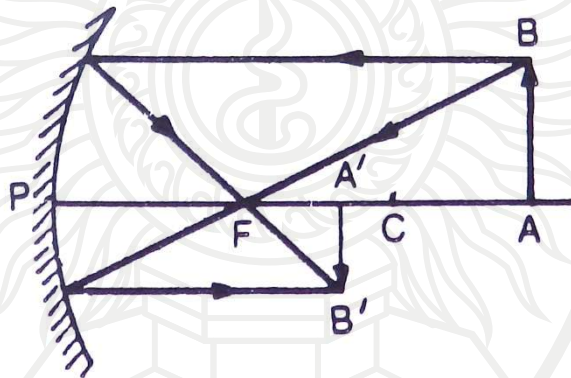
ระยะโฟกัสของกระจกเว้าเป็นลบและระยะภาพมีค่าเป็นลบด้วย ดังนั้นภาพที่ออกมาจะเป็นภาพจริงหัวกลับ

กำลังขยาย  $m = \frac{-v}{u} = \frac{-f}{\infty} = 0$  หมายความว่า เป็นจุด

ดังนั้นสรุปได้ว่าถ้าวัตถุวางที่ระยะอนันต์ภาพที่ออกมาจะอยู่ตรงจุดโฟกัสและเป็นภาพจริงหัวกลับ และมีภาพเป็นจุดอยู่ที่จุดโฟกัส

### กรณีที่ 2 เมื่อวัตถุวางอยู่ถัดไปจากจุดศูนย์กลางความโค้ง (C)

พิจารณาเมื่อวัตถุ  $AB$  วางอยู่ถัดไปจากจุดศูนย์กลางความโค้ง (C) ดังภาพที่ 4.12 ดังนั้นระยะชัดของวัตถุจากจุดศูนย์กลางของกระจกเว้า (P) จะเป็นลบ และ  $|u| > |R|$



ภาพที่ 4.12 วัตถุวางอยู่ถัดไปจากจุดศูนย์กลางความโค้ง (C)

ที่มา: Gupta, 2002: 887

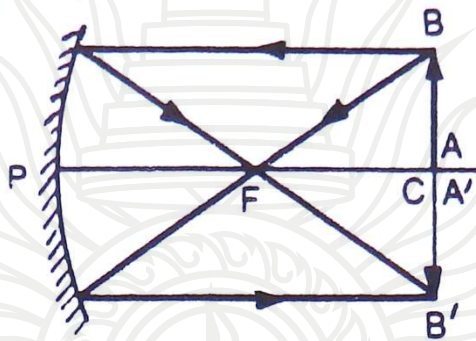
จากสมการ  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{2}{R}$  หรือ  $v = \frac{uR}{2u - R}$

เมื่อ  $|u| > |R|$  และ  $v$  จะเป็นลบ (ภาพจริงหัวกลับ) ซึ่ง  $|v| < |R|$  ซึ่งระยะภาพจะอยู่ระหว่าง  $F$  และ  $R$

ซึ่ง  $m = -\frac{v}{u}$  ค่าของ  $|m|$  จะน้อยกว่า 1 นั้นหมายความว่าขนาดภาพจะเล็กกว่าขนาดวัตถุ ดังนั้นเมื่อวัตถุวางถัดออกไปจากจุด  $C$  แล้ว ภาพจะเกิดขึ้นที่ระยะระหว่าง  $F$  และ  $C$  จะเกิดภาพจริงหัวกลับขนาดเล็กกว่าขนาดวัตถุ

### กรณีที่ 3 วัตถุวางอยู่ที่จุด $C$

เมื่อวัตถุวางอยู่ที่จุด  $C$  ดังนั้น  $|u| = |R|$  ดังภาพที่ 4.13



ภาพที่ 4.13 วัตถุวางอยู่ที่จุด  $C$

ที่มา: Gupta, 2002: 888

จาก  $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  หรือ  $\frac{1}{R} + \frac{1}{v} = \frac{2}{R}$  หรือ  $v = R$  เนื่องจาก  $v$  เป็นลบ ภาพที่เกิดขึ้นนั้นจะ

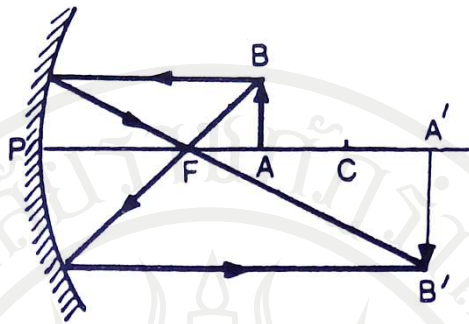
เป็นภาพจริงหัวกลับดังนั้น

$$m = -\frac{v}{u} = -\frac{R}{R} = -1 \text{ (ขนาดภาพเท่ากับขนาดวัตถุ)}$$

ดังนั้นเมื่อวัตถุอยู่ที่  $C$  ภาพที่เกิดขึ้นจะอยู่ตรงจุด  $C$  และเป็นภาพจริงหัวกลับขนาดเท่ากับวัตถุ ดังภาพที่ 4.13

### กรณีที่ 4 วัตถุวางอยู่ระหว่าง $F$ และ $C$

วัตถุวางอยู่ระหว่าง  $F$  และ  $C$  ดังภาพที่ 4.14 ซึ่งในกรณีนี้  $|2f| > |u| > |f|$



ภาพที่ 4.14 วัตถุวางอยู่ระหว่าง  $F$  และ  $C$

ที่มา: Gupta, 2002: 888

จากสมการของกระจกเว้าจึงจะทำให้ได้ว่า  $v = \frac{uf}{u-f}$  เมื่อ  $|2f| > |u| > |f|$  ค่าของ  $v$  มีค่า

เป็นลบเป็นภาพจริงหัวกลับ ซึ่ง  $|v| > |2f|$  ภาพที่เกิดขึ้นจึงอยู่ถัดจากจุด  $C$  ออกไปดังนั้น

$m = -\frac{v}{u}$  ค่าของ  $|m|$  จะมีค่ามากกว่า 1 ขนาดของภาพจะมีขนาดใหญ่กว่าวัตถุ ดังนั้นจึงสามารถ

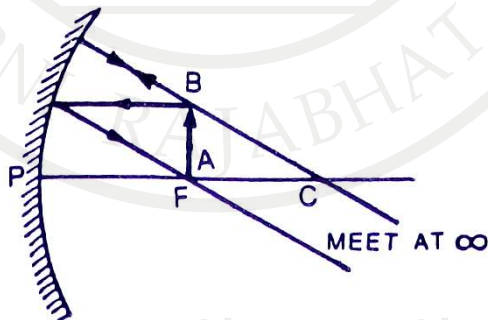
สรุปได้ว่าเมื่อวัตถุวางอยู่ระหว่าง  $F$  และ  $C$  แล้วภาพจะเกิดขึ้นเลยจาก  $C$  ออกไปโดยจะเป็นภาพจริงหัวกลับและมีขนาดใหญ่กว่าขนาดวัตถุ

#### กรณีที่ 5 วัตถุวางอยู่ที่จุด $F$

วัตถุวางอยู่ที่จุด  $F$  ดังภาพที่ 4.15 ในกรณีนี้  $|u| = |f|$  ดังนั้นจะทำให้ได้ความสัมพันธ์คือ

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

เมื่อ  $\frac{1}{v} = 0$  หรือ  $v = \infty$  (ที่จุดอนันต์) ซึ่ง  $m = -\frac{v}{u} = -\frac{\infty}{f} = -\infty$  (มีขนาดเป็นอนันต์)



ภาพที่ 4.15 วัตถุวางอยู่ที่จุด  $F$

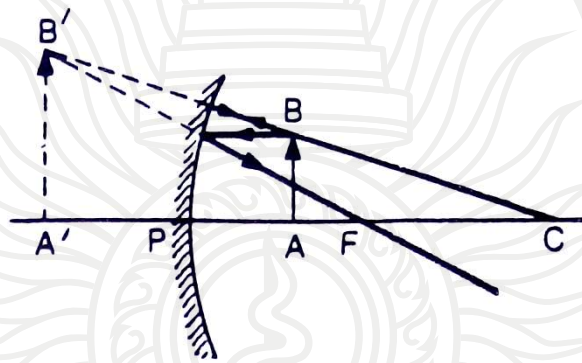
ที่มา: Gupta, 2002: 888

ดังนั้นสรุปแล้วเมื่อวัตถุวางอยู่ที่จุด  $F$  แล้ว ภาพของวัตถุจะเกิดที่ระยะอนันต์และมีขนาดเป็นอนันต์ตั้งรูปข้างต้น

**กรณีที่ 6 วัตถุวางอยู่ระหว่าง  $P$  และ  $F$**

วัตถุวางอยู่ระหว่าง  $P$  และ  $F$  ดังภาพที่ 4.16 ในกรณีนี้  $|u| < |f|$  ดังนั้นจากสมการของกระจกเว้าคือ

$$v = \frac{uf}{u-f}$$



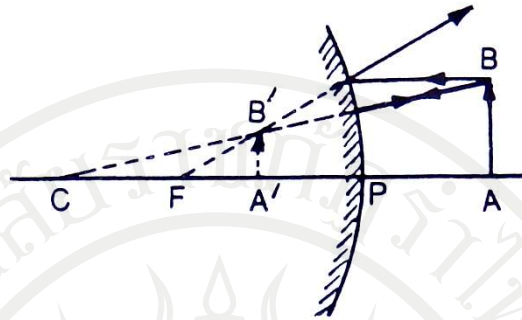
ภาพที่ 4.16 วัตถุวางอยู่ระหว่าง  $P$  และ  $F$

ที่มา: Gupta, 2002: 888

เมื่อ  $|u| < |f|$  ระยะภาพจะเป็นบวกนั้นแสดงว่า  $v = |u|$  ดังนั้นเมื่อวัตถุวางอยู่ระหว่าง  $P$  และ  $F$  แล้วภาพที่เกิดขึ้นจะเกิดที่หลังกระจกเว้าและเป็นภาพเสมือนหัวตั้งซึ่งขนาดภาพจะโตกว่าขนาดวัตถุ

**ภาพที่เกิดจากกระจกนูน**

เมื่อวัตถุวางอยู่ ณ ตำแหน่งใด ๆ หน้ากระจกนูน ซึ่งภาพของวัตถุจะเกิดอยู่หลังกระจกนูนเสมอและจะเป็นภาพเสมือนหัวตั้งและมีขนาดเล็กกว่าขนาดวัตถุดังภาพที่ 4.17



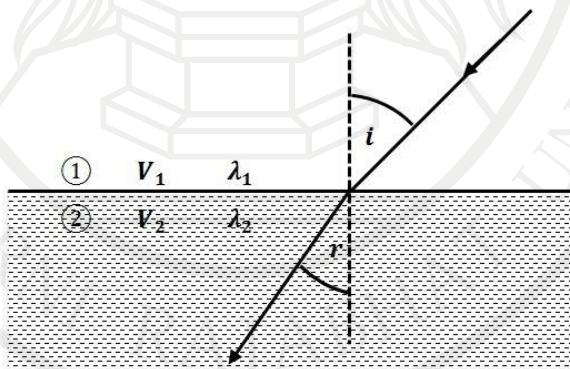
ภาพที่ 4.17 ภาพที่เกิดจากกระจกนูน

ที่มา: Cutnell, J.D. and other, 2015: 710

ถ้าหากว่านำวัตถุวางห่างจากจุด  $P$  ออกไป(หมายถึงเพิ่มระยะ  $u$ ) แล้วขนาดของภาพจะลดลง และเมื่อวัตถุวางที่ระยะอนันต์ ( $\infty$ ) จะทำให้ได้ภาพเป็นจุดดังนั้นกระจกนูนจะให้ภาพเสมือนหัวตั้งที่มีขนาดเล็กกว่าขนาดวัตถุเสมอ

### การหักเหของแสง

การหักเหของแสง (Refraction of light) คือปรากฏการณ์ที่เมื่อแสงเคลื่อนที่จากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง ณ รอยต่อของตัวกลาง (Boundary) การหักเหเป็นผลมาจากอัตราเร็วของแสงในตัวกลางต่างกันมีค่าต่างกัน โดยผลจากการหักเหทำให้ความยาวคลื่นของแสงเปลี่ยนไปโดยความถี่ไม่เปลี่ยนแปลงจากภาพที่ 4.18



ภาพที่ 4.18 การหักเหของแสง

ที่มา: ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 279

เมื่อ  $i$  คือ มุมตกกระทบของแสงในตัวกลางที่ 1

$r$  คือ มุมหักเหของแสงในตัวกลางที่ 2

$V_1, \lambda_1$  เป็นความเร็วและความยาวคลื่นแสงในตัวกลางที่ 1

$V_2, \lambda_2$  เป็นความเร็วและความยาวคลื่นแสงในตัวกลางที่ 2

การหักเหของแสงจะเป็นไปตามกฎสองข้อดังนี้

1. รังสีตกกระทบ รังสีหักเห จะอยู่ในระนาบเดียวกัน
2. อัตราส่วน  $\sin$  ของมุมตกกระทบ ( $\sin i$ ) กับ  $\sin$  ของมุมหักเห ( $\sin r$ ) คือค่าคงตัวซึ่งจะเรียกว่าค่าดัชนีหักเหของแสง

จากปริมาณต่าง ๆ จะหาความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c/V_2}{c/V_1} = \frac{n_2}{n_1} = \eta_{21} = \text{constant} \quad (4.25)$$

สมการที่ได้เรียกว่ากฎของสเนลล์ (Snell's law) (Cutnell & Johnsons, 2005: 775)

เมื่อ  $c$  คืออัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ  $\approx 3 \times 10^8$  เมตรต่อวินาที

$V_1$  และ  $V_2$  คืออัตราเร็วของแสงในตัวกลางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ ดังนั้น  $\frac{c}{V_1} = n_1$  เรียกว่า

ดัชนีหักเหของแสงในตัวกลางที่ 1 และ  $\frac{c}{V_2} = n_2$  เรียกว่าดัชนีหักเหของแสงในตัวกลางที่ 2

ซึ่งจะเรียก  $\frac{n_2}{n_1}$  ว่าดัชนีหักเหของตัวกลางที่ 2 เทียบกับตัวกลางที่ 1 ค่าคงตัว ( $\eta_{21}$ ) บางครั้ง

สามารถเขียนได้เป็น  $\eta_{21}$  เป็นค่าคงตัวระหว่างตัวกลาง 1 และ 2 ซึ่งมักจะเรียกว่าดัชนีหักเหของแสงจากตัวกลาง 1 ไปยังตัวกลาง 2 (Refraction index) ถ้าตัวกลาง 1 เป็นอากาศเรียกค่าดัชนีหักเหนี้ว่า ดัชนีหักเหสัมบูรณ์ (Absolute index) โดยทั่วไปนิยมเขียนเฉพาะตัวกลาง 2 คือ  $n_2$  แต่ถ้าตัวกลาง 1 เป็นตัวกลางใด ๆ ที่มีใช้อากาศหรือสุญญากาศเรียกว่า ดัชนีหักเหสัมพัทธ์ (Relative index) ค่าดัชนีทั้งสองมีความสัมพันธ์กันดังสมการ

$$n_{bo} = \frac{n_b}{n_o} \quad (4.26)$$

จากสมการ (4.25) จะทำให้ได้

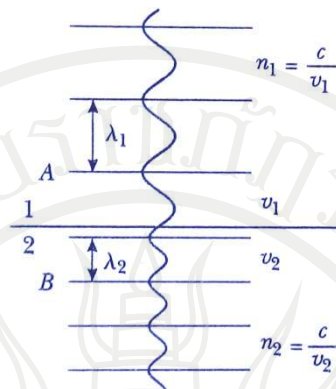
$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2 \quad (4.27)$$

ถ้าตัวกลาง 1 เป็นสุญญากาศหรืออากาศ  $n = 1$  ดังนั้นสมการ (4.27) ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางสามารถหาได้จาก

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda_n} \quad (4.28)$$

เมื่อ  $\lambda_0$  คือความยาวคลื่นในอากาศ และ  $\lambda_n$  คือความยาวคลื่นในตัวกลาง ที่มีดัชนีหักเห  $n$  ดังภาพที่ 4.19 แสดงการลดลงของความยาวคลื่น





ภาพที่ 4.19 การลดลงของความยาวคลื่น ความถี่คงเดิม

ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 987, Jewett & Serway, 2014: 1067

ฉะนั้นสามารถแสดงกฎของสเนลล์ของการหักเหได้ดังนี้ (Halliday & Resnick, 1966: 1023)

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad (4.29)$$

ซึ่งก็คือสมการของสเนลล์นั่นเอง เนื่องจากแต่ละความยาวคลื่นมีมุมหักเห  $r$  แตกต่างกัน ดังนั้นดัชนีหักเหของแสงไม่เพียงแต่ขึ้นกับชนิดของตัวกลางเท่านั้นแต่ขึ้นกับความยาวคลื่นของแสงด้วย ดัชนีหักเหของตัวกลางบางชนิดสำหรับความยาวคลื่นสีเหลืองแสดงรายละเอียดดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าดัชนีหักเหของตัวกลางบางชนิดสำหรับความยาวคลื่นแสงสีเหลือง

ตัวกลาง	ค่าดัชนีหักเห
น้ำแข็ง ( $H_2O$ )	1.309
แคลเซียมฟลูออไรด์ ( $CaF_2$ )	1.434
เกลือแกง ( $NaCl$ )	1.544
ควอทซ์ ( $SiO_2$ )	1.544
เพชร (C)	2.417
แก้วคราวน์	1.52
เมทานอล ( $CH_3OH$ ) ที่ $20^\circ C$	1.329
น้ำ ( $H_2O$ ) ที่ $20^\circ C$	1.333
เอทานอล ( $C_2H_5OH$ ) ที่ $20^\circ C$	1.36
กลีเซอริน ที่ $20^\circ C$	1.473
เบนซิน ที่ $20^\circ C$	1.501

ที่มา: Young & Freedman, 2004: 1253, Young & Freedman, 2012: 1086

ตัวอย่าง 4.7 ค่าดัชนีหักเหของแก้วมีค่า 1.5 จงหาค่าความเร็วของแสงในแก้ว (glass) กำหนดให้ความเร็วของแสงในสุญญากาศคือ  $3 \times 10^8$  เมตรต่อวินาที

วิธีทำ โจทย์กำหนด  $n = 1.5$  และ  $c = 3 \times 10^8$  เมตรต่อวินาที

จาก  $n_{ba} = \frac{v_b}{v_a}$  เมื่อ  $b$  คือ แก้ว และ  $a$  คือ อากาศ

$n_{ba} =$  อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ/อัตราเร็วของแสงในแก้ว

$$n_{ba} = \frac{c}{v}$$

$$v = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.5} = 2.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

สรุปแล้วเมื่อแสงเคลื่อนที่ในอากาศจะมีอัตราเร็ว  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  และอัตราเร็วจะลดลงเหลือ  $2.0 \times 10^8 \text{ m/s}$  เมื่อแสงเคลื่อนที่ในแก้ว

โปรดสังเกตว่าค่าดัชนีหักเหไม่มีหน่วยและปกติจะมีค่ามากกว่าหนึ่ง ( $> 1$ ) เสมอเพราะว่า  $v < cn$  และจะเท่ากับหนึ่งได้ก็ต่อเมื่อ  $v = n$

หมายเหตุ เมื่อแสงเคลื่อนที่จากอากาศไปแล้วอัตราเร็วจะลดลงจาก  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  เป็น  $2.0 \times 10^8 \text{ m/s}$  และเมื่อหักเหออกจากแก้วอีกครั้งก็จะมีอัตราเร็วเท่าเดิมคือ  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$

ตัวอย่าง 4.8 แสงมีความยาวคลื่น  $589 \text{ nm}$  ตกกระทบจากอากาศสู่น้ำ จงหาความยาวคลื่น ความถี่ และความเร็วของ (ก) การสะท้อน (Reflected) (ข) การหักเห (Refracted light) โดยให้ดัชนีหักเหของน้ำคือ 1.33

วิธีทำ กำหนดให้  $n = 1.33$

$$\text{ความยาวคลื่นของแสงในอากาศ } \lambda_a = 589 \text{ nm} = 589 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{ความเร็วของแสงในอากาศ } c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

ก. ความยาวของคลื่นของแสงในการสะท้อนยังคงเดิมไม่เปลี่ยนแปลงคือ  $\lambda_a = 589 \text{ nm} = 589 \times 10^{-9} \text{ m}$  เพราะหลังจากสะท้อนแล้วแสงยังคงเคลื่อนที่ในตัวกลางเดิมคืออากาศ ดังนั้นความเร็วของแสงหลังสะท้อนคือ  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$

$$\text{ความถี่ของแสงหลังสะท้อน } \nu = \frac{c}{\lambda_a} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{589 \times 10^{-9} \text{ m}} = 5.0934 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

ข. ในกรณีของการหักเหความยาวของคลื่นแสงจะเปลี่ยนแต่ความถี่ของแสงยังคงเท่าเดิม ดังนั้นหลังจากหักเหแล้วความถี่ของแสง  $\nu = 5.0934 \times 10^{14} \text{ Hz}$

ให้  $\lambda_w$  คือความยาวคลื่นและ  $v$  คือความเร็วของแสงในน้ำหลังจากหักเห

$$\text{ดังนั้น } v = \frac{c}{\eta} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.33} = 2.256 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{และ } \lambda_w = \frac{v}{\nu} = \frac{2.256 \times 10^8 \text{ m/s}}{5.0934 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 442.93 \times 10^{-9} \text{ m} = 442.93 \text{ nm}$$

ตัวอย่าง 4.9 ลำแสงความยาวคลื่น  $500 \text{ nm}$  เคลื่อนที่ในอากาศตกกระทบกับวัสดุตัวกลางโปร่งใส ถ้ามุมตกกระทบเท่ากับ  $48^\circ$  กับเส้นปกติ รังสีหักเหทำมุม  $26^\circ$  กับเส้นปกติจงหาค่า  $n$

วิธีทำ จากสมการ

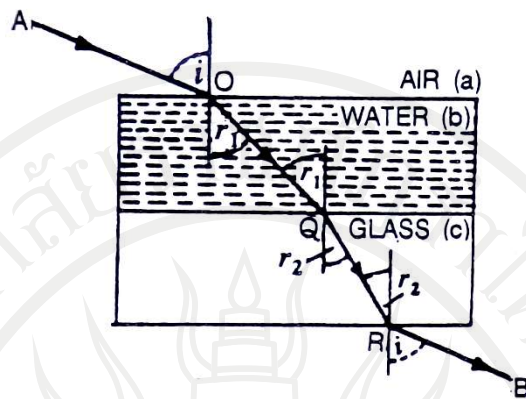
$$\begin{aligned} n_1 \sin i &= n_2 \sin r \\ n_2 &= n_1 \frac{\sin i}{\sin r} \\ &= (1.0) \frac{\sin 48^\circ}{\sin 26^\circ} = 1.47 \end{aligned}$$

ความยาวคลื่นของแสงในตัวกลางคือ  $\lambda = \frac{500 \text{ nm}}{1.47} = 374 \text{ nm}$

#### การหักเหของแสงในตัวกลางหลายชั้น

เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 4.20 จะเห็นว่าประกอบด้วยตัวกลางสองตัวกลางคือ  $b$  คือน้ำ และ  $c$  คือแก้วซึ่งวางตัวกลางที่เป็นอากาศ  $a$  สมมติให้แสงตกกระทบ  $AO$  ตกกระทบที่จุด  $O$  บนรอยต่อระหว่างสองตัวกลางคือ  $a$  และ  $b$  จะเกิดลำแสงหักเหตามแนว  $OQ$  ในตัวกลาง  $b$  ถ้าให้  $i$  คือมุมตกกระทบ และ  $r$  คือมุมหักเหตั้งนั้น

$${}^b n_b = \frac{\sin i}{\sin r_1} \quad (4.29)$$



ภาพที่ 4.20 การหักเหของแสงในตัวกลางหลายชั้น

ที่มา: Gupta, 2002: 903

และรังสี  $OQ$  ก็จะพบกับรอยต่อระหว่างสองตัวกลางคือ  $b$  และ  $c$  ซึ่งมุมตกกระทบคือ  $r_1$  และทำให้เกิดมุมหักเห  $r_2$  ดังนั้น

$${}^b n_b = \frac{\sin r_1}{\sin r_2} \quad (4.30)$$

และขั้นตอนสุดท้ายคือรังสี  $QR$  ก็จะตกกระทบรอยต่อระหว่างตัวกลาง  $c$  กับ  $a$  (อากาศ) อีกครั้งที่จุด  $R$  โดยมุม  $r_2$  คือมุมตกกระทบและมุมหักเหคือมุม  $i$  ซึ่งมุม  $i$  นี้จะมีค่าเท่ากับมุม  $i$  ของรังสีตกกระทบ  $AO$  ตามขั้นตอนแรก ดังนั้น

$${}^b n_b = \frac{\sin r_2}{\sin i} \quad (4.31)$$

นำสมการ (4.29) (4.30) (4.31) มาคูณกันจะทำให้ได้

$${}^a n_b \times {}^b n_c \times {}^c n_a = \frac{\sin i}{\sin r_1} \times \frac{\sin r_1}{\sin r_2} \times \frac{\sin r_2}{\sin i} = 1$$

หรือ

$${}^a n_b \times {}^b n_c = \frac{1}{{}^c n_a} \quad (4.32)$$

$${}^a n_c = {}^a n_b \times {}^b n_c$$

ตัวอย่าง 4.10 ดัชนีหักเหของน้ำและแก้วคือ  $\frac{4}{3}$  และ  $\frac{3}{2}$  ตามลำดับ ถ้าลำแสงเคลื่อนที่ในน้ำและตกกระทบบนรอยต่อของน้ำ-แก้วด้วยมุม  $30^\circ$  จงหามุมหักเหของแสงในตัวกลางนี้

วิธีทำ

โจทย์กำหนด ดัชนีหักเหของแก้ว  ${}^a n_g = \frac{4}{3}$

ดัชนีหักเหของน้ำ  ${}^a n_w = \frac{3}{2}$

ดังนั้น

$${}^a n_w \times {}^w n_g = {}^a n_g$$

$${}^w n_g = \frac{{}^a n_g}{{}^a n_w} = \frac{3/2}{4/3} = 1.125$$

มุมตกกระทบ  $i = 30^\circ$  หา  $r$

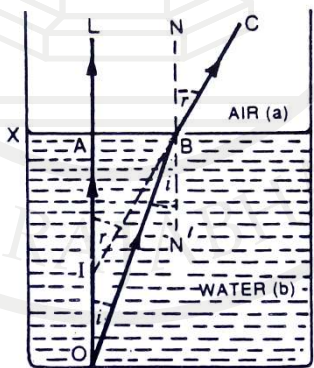
$$\frac{\sin i}{\sin r} = 1.125$$

$$\sin r = \frac{\sin 30^\circ}{1.125} = \frac{0.5}{1.125} = 0.444$$

$$r = 26^\circ 23'$$

### การหักเหที่ผิวราบ

เมื่อแสงเคลื่อนที่ผ่านรอยต่อตัวกลางผิวราบ (Plane refraction) แล้วเปลี่ยนแนวการเคลื่อนที่ที่ผิวรอยต่อตัวกลางขึ้น ผลการเปลี่ยนแนวการเคลื่อนที่จะทำให้เกิดความลึกปรากฏ (Apparent dept) ขึ้นแสดงดังภาพที่ 4.21



ภาพที่ 4.21 การหักเหของแสงทำให้มองดูตำแหน่งของวัตถุในน้ำตื้นกว่าความเป็นจริง  
ที่มา: Gupta, 2002: 904

จากภาพหักเหให้มุม  $\angle OBN' = i$  และ  $\angle NBC = r$  ดังนั้นดัชนีหักเหของตัวกลางอากาศ (a) เนื่องมาจากตัวกลางน้ำ (b) จึงสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$${}^b n_a = \frac{\sin i}{\sin r}$$

จาก  ${}^a n_b = \frac{1}{{}^b n_a}$  ดังนั้นจะทำให้ได้

$${}^a n_b = \frac{\sin r}{\sin i} \quad (4.33)$$

และ  $\angle AOB = \angle OBN' = i$  ดังนั้นจาก  $\triangle OAB$  จะทำให้ได้

$$\sin i = \frac{AB}{OB}$$

ซึ่ง  $\angle AIB = \angle NBC = r$  ดังนั้นจาก  $\triangle IAB$  จะทำให้ได้

$$\sin r = \frac{AB}{IB}$$

แทนค่า  $\sin i$  และ  $\sin r$  ในสมการ (4.33) จะทำให้ได้

$${}^a n_b = \frac{AB/IB}{AB/OB} = \frac{OB}{IB}$$

ถ้าให้ขนาดของตามีขนาดเล็กมากและลำแสง  $AL$  และ  $BC$  จะเข้าสู่ตาเท่านั้นซึ่งถ้าจุด  $B$  วางอยู่ใกล้จุด  $A$  มาก ๆ ดังนั้น  $OB \approx OA$  ซึ่งก็คือความลึกจริงของวัตถุ และ  $IB \approx IA$  นั่นก็คือความลึกปรากฏ ดังนั้น

$${}^a n_b = \frac{OA}{IA} = \text{ความลึกจริง/ความลึกปรากฏ} \quad (4.34)$$

การที่วัตถุปรากฏยกขึ้นหรือตื้นขึ้นกว่าตำแหน่งจริง  $O$  คือตำแหน่งปรากฏของวัตถุ ถ้าให้ระยะ  $OI = d$  จะเรียกระยะนี้ว่า ระยะเคลื่อนปกติ (Normal shift) ซึ่งจะหาได้โดย

$$\begin{aligned} d &= OA - IA \\ &= OA \left( 1 - \frac{IA}{OA} \right) = OA \left( 1 - \frac{1}{OA/IA} \right) \\ d &= t \left( 1 - \frac{1}{{}^a n_b} \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

เมื่อ  $t$  คือความหนาของตัวกลางที่วางทับวัตถุ จากสมการที่ (4.35) ทำให้สามารถสรุปได้ว่า ระยะเคลื่อนปกติของวัตถุขึ้นอยู่กับ ระยะความลึกจริงของวัตถุ ตัวอย่างคือความลึกของตัวหักเห และค่าดัชนีหักเหของตัวกลางหักเห



ตัวอย่าง 4.11 ความเร็วแสงในแก้วคือ  $2 \times 10^8 \text{ m/s}$  และความเร็วของแสงในอากาศคือ  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  จงหาระยะที่ยกขึ้นมาหรือระยะเคลื่อนปกติที่หยดหมึกปรากฏ เมื่อวางแผ่นแก้วหนา  $6.0 \text{ cm}$  บนหยดหมึกนี้

วิธีทำ โจทย์กำหนด ความเร็วแสงในแก้วคือ  $v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$

ความเร็วของแสงในอากาศคือ  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

ดังนั้นจะหาดัชนีหักเหของแก้วเทียบกับอากาศได้คือ

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1.5$$

ระยะเคลื่อนปกติ

$$d = t \left( 1 - \frac{1}{n_b} \right)$$

$$d = 6.0 \text{ cm} \left( 1 - \frac{1}{1.5} \right) = 2.0 \text{ cm}$$

ตัวอย่าง 4.12 เข็มหมุดเล็ก ๆ ตัวหนึ่ง ถูกตรึงติดบนโต๊ะ ถ้ามองเข็มหมุดนี้ในแนวตั้งเหนือโต๊ะเป็นระยะ  $50 \text{ cm}$  ระยะเคลื่อนปกติที่จะสามารถมองเห็นเข็มหมุดนี้จะเคลื่อนขึ้นมาจากเดิมเท่าใด ถ้าใช้แท่งแก้วหนา  $15 \text{ cm}$  วางทับหมุดและขนานกับโต๊ะ กำหนดให้ดัชนีหักเหของแก้ว  $= 1.5$  และพิจารณาว่าคำตอบจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของแท่งแก้วหรือไม่

วิธีทำ ระยะเคลื่อนปกติ

$$d = t \left( 1 - \frac{1}{n_b} \right)$$

$$d = 15 \text{ cm} \left( 1 - \frac{1}{1.5} \right)$$

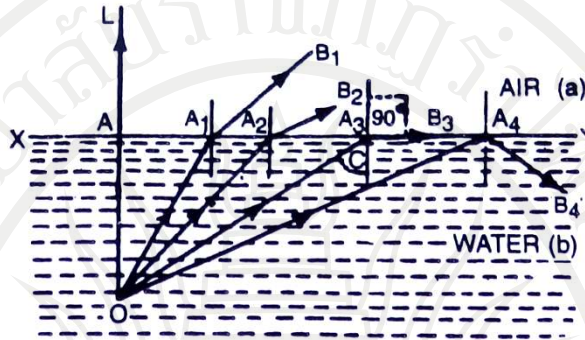
$$d = 5 \text{ cm}$$

จากคำตอบที่ได้ทำให้เห็นได้ว่าไม่ได้ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของแท่งแก้ว

### การสะท้อนกลับหมด

เมื่อแสงเคลื่อนที่จากตัวกลางที่มีดัชนีหักเหมากไปสู่ตัวกลางตัวกลางที่มีดัชนีหักเหน้อยกว่ามุมตกกระทบของแสงจะเล็กกว่ามุมหักเหเสมอ มุมตกกระทบที่ทำให้มุมหักเหเป็น  $90^\circ$  เรียกว่า มุมวิกฤต (Critical angle = C) ดังแสดงภาพที่ 4.22 ณ มุมตกกระทบเท่ากับมุมวิกฤต รังสีหักเหจะมีแนวอยู่ระหว่างรอยต่อของตัวกลาง ถ้าเพิ่มมุมตกกระทบให้โตกว่ามุมวิกฤต

มุมหักเหที่หาได้ตามกฎของสเนลล์จะโตกว่า  $90^\circ$  กรณีนี้มิใช่การหักเหแต่แสงจะสะท้อนกลับมาจากตัวกลางเดิมทั้งหมดเรียกว่าการสะท้อนกลับหมด (Total reflection) (Giancoli, 1998: 699)



ภาพที่ 4.22 การสะท้อนกลับหมด

ที่มา: Gupta, 2002: 906

ความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีหักเหและมุมวิกฤต สามารถหาได้โดยการพิจารณาจากกฎของสเนลล์

$$n_a = \frac{\sin i}{\sin r}$$

เมื่อรังสีตกกระทบคือมุมวิกฤต ดังนั้น  $i = C$  และ  $r = 90^\circ$  จะทำให้ได้

$$n_a = \frac{\sin C}{\sin 90^\circ} = \sin C$$

และจาก  $n_a = \frac{1}{n_b}$  ดังนั้นดัชนีหักเหของตัวกลาง  $b$  เนื่องจากตัวกลาง  $a$  จะได้

$$n_b = \frac{1}{\sin C} \quad (4.36)$$

$$C = \sin^{-1} \left( \frac{n_2}{n_1} \right) : n_1 > n_2 \quad (4.37)$$

เช่น มุมวิกฤตของผิวแก้วกับอากาศ

$$C = \sin^{-1} \left( \frac{1.0}{1.5} \right) = \sin^{-1} 0.66 = 42^\circ$$

การสะท้อนกลับหมดของแสงดีกว่าการสะท้อนของแสงที่ผิววัตถุ ตรงที่การสะท้อนกลับหมดจะได้ความเข้มของแสง 100% เท่ากับลำแสงเดิมในขณะที่การสะท้อนที่ผิววัตถุจะให้ความเข้ม

ไม่ถึง 100% เนื่องจากผิววัตถุจะดูดกลืนแสงบางส่วนเอาไว้ การประยุกต์การสะท้อนกลับหมดสามารถนำไปใช้งานที่สำคัญได้แก่การลดความยาวของกล้องสองตาโดยการใช้ปริซึมและเส้นใยนำแสง เป็นต้น

ตัวอย่าง 4.13 แผ่นแก้วที่จมอยู่ในน้ำ จงหามุมวิกฤตที่ผิวแผ่นแก้วและน้ำ ถ้าให้ดัชนีหักเหของอากาศเนื่องมาจากแก้ว  $n_g = 1.5$  และดัชนีหักเหของอากาศเนื่องมาจากน้ำ  $n_w = 1.33$

วิธีทำ ดัชนีหักเหของแก้วเมื่อเทียบกับน้ำ  $= \frac{1.5}{1.33} = 1.1278$

ดังนั้นมุมวิกฤตหาได้จาก

$$C = \sin^{-1} 1.1278 \text{ หรือ } \sin C = \frac{1}{1.1278} = 0.8867$$

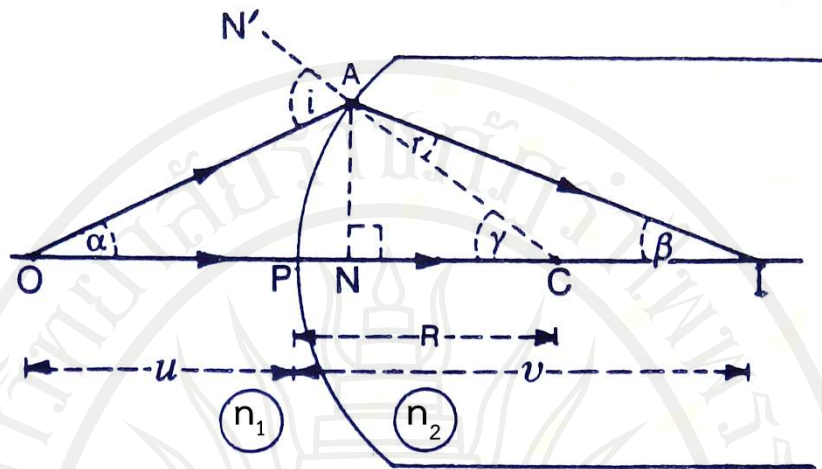
$$C = 62^{\circ} 27'$$

### การเกิดภาพด้วยการหักเหที่ผิวโค้งทรงกลม

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการเกิดภาพด้วยการหักเหของรังสีแสงที่ผิวโค้งของวัตถุซึ่งผิวโค้งทรงกลมสามารถแบ่งได้เป็น 2 ชนิดคือ (1) ผิวโค้งทรงกลมแบบนูน และ (2) ผิวโค้งทรงกลมแบบเว้าในการพิจารณาให้พิจารณาตัวกลางสองชนิดที่มีดัชนีหักเห  $n_1$  และ  $n_2$  โดยที่รอยต่อของตัวกลางเป็นผิวโค้งรัศมี  $R$  มีรายละเอียดดังนี้

#### การหักเหที่ผิวโค้งทรงกลมนูน

พิจารณาผิวโค้งทรงกลมแบบนูนที่มีดัชนีหักเห  $n_2$  วางอยู่ในตัวกลางที่มีดัชนีหักเหต่ำกว่า  $n_1$  ดังภาพที่ 4.23



ภาพที่ 4.23 การหักเหที่ผิวโค้งทรงกลมมน ซึ่งวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีดัชนีหักเหต่ำกว่าและทำให้เกิดภาพจริง  
ที่มา: Gupta, 2002: 913

ให้  $P$  คือจุดกึ่งกลางผิวโค้งทรงกลมมน  $C$  คือจุดศูนย์กลางความโค้ง และ  $PC$  คือแกนमुखยสำคัญ  
ของทรงกลมมนซึ่งสามารถแบ่งเป็นกรณีย่อย ๆ ได้ดังนี้

#### กรณีที่ 1 เมื่อวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหต่ำกว่าและทำให้เกิดภาพจริง

กำหนดให้  $O$  คือจุดที่วัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหต่ำกว่าและวางอยู่บนแกน  
मुखยสำคัญ รังสีตกกระทบ  $OP$  ตกกระทบในทิศทางตรงกับผิวหักเหตามแนวแกนमुखยสำคัญและ  
ผ่านสู่ตัวกลางที่มีค่าความหนาแน่นมากกว่า และรังสีตกกระทบอีกหนึ่งรังสีคือ  $OA$  ตกกระทบ  
ที่จุด  $A$  มีมุมตกกระทบเป็น  $i$  มุมหักเหเป็น  $r$  จะเห็นได้ว่ารังสีทั้งสองพบกันที่จุด  $I$  บนแกน  
मुखยสำคัญ ดังนั้น  $I$  คือภาพจริงที่เกิดของจุดวัตถุ  $O$

ให้  $\angle AOP = \alpha$ ;  $\angle AIP = \beta$  และ  $\angle ACP = \gamma$  จากจุด  $A$  เส้น  $AN$  จะตั้งฉากกับ  
แกนमुखยสำคัญ ดังนั้น  $\Delta AOC$  จะได้

$$i = \alpha + \gamma \quad (4.38)$$

ถ้าขนาดของผิวหักเหมีขนาดเล็ก จุด  $A$  จะใกล้กับจุด  $P$  และมุม  $\alpha$   $\beta$  และ  $\gamma$  จะมีขนาดเล็ก  
ดังนั้นมุมเหล่านี้จึงสามารถแทนได้ด้วย

$$i = \tan \alpha + \tan \gamma \quad (4.39)$$

จาก  $\Delta ANO$  และ  $\Delta ANC$  จะทำให้ได้

ลิขสิทธิ์ © 2561 โดยสถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ

$$\tan \alpha = \frac{AN}{NO} \text{ และ } \tan \gamma = \frac{AN}{NC} \quad (4.40)$$

แทนค่าลงในสมการ (4.39) จะได้

$$i = \frac{AN}{NO} + \frac{AN}{NC} \quad (4.41)$$

และเมื่อขนาดของผิวหักเหมีขนาดเล็ก จุด  $N$  จึงอยู่ใกล้กับจุด  $P$  ดังนั้น  $NO \approx PO$  และ  $NC \approx PC$  จึงทำให้สมการ (4.41) จะได้

$$i = \frac{AN}{PO} + \frac{AN}{PC} \quad (4.42)$$

จาก  $\Delta ACI$  จึงจะได้  $\gamma = r + \beta$  มุม  $\beta$  และ  $\gamma$  มีขนาดเล็ก

$$r = \tan \gamma - \tan \beta \quad (4.43)$$

จาก  $\Delta ANC$  และ  $\Delta ANT$  จะได้

$$\tan \gamma = \frac{AN}{NC} \approx \frac{AN}{PC} \text{ และ } \tan \beta = \frac{AN}{NI} \approx \frac{AN}{PI} \quad (4.44)$$

ดังนั้นจาก (4.43) จะทำให้ได้

$$r = \frac{AN}{PC} - \frac{AN}{PI} \quad (4.45)$$

ถ้า  $n$  คือดัชนีหักเหของตัวกลาง  $n_1$  เนื่องจากมาจาก  $n_2$  จากสมการ

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

หรือ  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

เมื่อมุม  $i$  และมุม  $r$  มีค่าน้อยมาก ๆ จะทำให้ได้

$$n_1 i = n_2 r$$

จากสมการ (4.42) และ (4.45) แทนค่า  $i$  และ  $r$  จะได้

$$n_1 \left( \frac{AN}{PO} + \frac{AN}{PC} \right) = n_2 \left( \frac{AN}{PC} + \frac{AN}{PI} \right)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยบูรพา ภาควิชาฟิสิกส์

หรือ

$$\frac{n_1}{PO} + \frac{n_2}{PI} = \frac{n_2 - n_1}{PC} \quad (4.46)$$

เมื่อแทนค่าทิศทางของปริมาณต่าง ๆ จะได้

$PO = -u$  เพราะวาระยะวัตถุมีทิศตรงข้ามกับแสงตกกระทบ

$PI = +v$  เพราะวาระยะภาพมีทิศไปตามแสงตกกระทบ

$PC = +R$  เพราะวาระยะศูนย์กลางความโค้งมีทิศไปตามแสงตกกระทบ

ดังนั้นสมการ (4.46) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{-u} + \frac{n_2}{+v} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \\ -\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} &= \frac{n_2 - n_1}{R} \end{aligned} \quad (4.47)$$

สมการ (4.47) แสดงความเกี่ยวเนื่องของ  $u, v$  และ  $R$  ดัชนีหักเหของวัตถุที่อยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีต่ำกว่า สมการ (4.47) สามารถเขียนให้อยู่ในอีกรูปแบบหนึ่งได้คือหารทั้งสองข้างด้วย  $n_1$  จะได้

$$-\frac{1}{u} + \frac{n_2/n_1}{v} = \frac{n_2/n_1 - 1}{R}$$

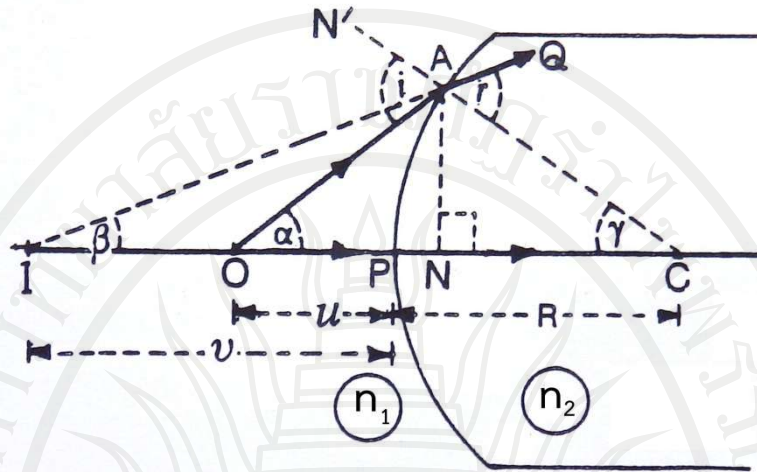
เมื่อ  $n_2/n_1 = n$  จะทำให้ได้

$$-\frac{1}{u} + \frac{n}{v} = \frac{n-1}{R}$$

### กรณีที่ 2 เมื่อวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหน้อยกว่าและทำให้เกิดภาพเสมือน

หากกำหนดให้  $O$  คือจุดที่วัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหน้อยกว่าและวางอยู่บนแกนमुख्यสำคัญและอยู่ใกล้กับผิวหักเห รังสีตกกระทบ  $OP$  ตกกระทบในทิศทางตรงกับผิวหักเหตามแนวแกนमुख्यสำคัญและผ่านสู่ตัวกลางที่มีค่าความหนาแน่นมากกว่า รังสีตกกระทบอีกหนึ่งรังสีคือ  $OA$  ตกกระทบที่จุด  $A$  มีมุมตกกระทบเป็น  $i$  ทำให้เกิดแนวการหักเหตาม  $CAN'$  มุมหักเหเป็น  $r$  ทั้งสองรังสีไม่พบกันแต่ทำให้เกิดภาพที่จุด  $I$  บนแกนमुख्यสำคัญ ดังนั้น  $I$  คือภาพเสมือนที่เกิดของจุดวัตถุ  $O$  ดังภาพที่ 4.24





ภาพที่ 4.24 การหักเหที่ผิวโค้งทรงกลมนูนซึ่งวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีดัชนีหักเหต่ำกว่าและทำให้เกิดภาพเสมือน

ที่มา: Gupta, 2002: 914

ให้  $\angle AOP = \alpha$ ;  $\angle AIP = \beta$  และ  $\angle ACP = \gamma$  จากจุด A เส้น AN จะตั้งฉากกับแกนमुखสำคัญ ดังนั้น  $\Delta AOC$  จะได้

$$i = \alpha + \gamma$$

หรือ

$$i = \tan \alpha + \tan \gamma = \frac{AN}{NO} + \frac{AN}{NC}$$

หากขนาดของพื้นผิวที่หักเหมีขนาดเล็ก ดังนั้น

$$NO \approx PO \text{ และ } NC \approx PC$$

ดังนั้นจะได้

$$i = \frac{AN}{PO} + \frac{AN}{PC} \tag{4.48}$$

จาก  $\Delta AIC$  จึงจะได้  $r = \beta + \gamma$  มุม  $\beta$  และ  $\gamma$  มีขนาดเล็ก

$$r = \tan \beta - \tan \gamma = \frac{AN}{NI} + \frac{AN}{NC} \tag{4.49}$$

อีกครั้งเมื่อขนาดของพื้นผิวที่หักเหมีขนาดเล็ก ดังนั้น

$$NI \approx PI; NC \approx PC$$

ดังนั้นจาก (4.49) จะทำให้ได้ 
$$r = \frac{AN}{PI} - \frac{AN}{PC} \quad (4.50)$$

ถ้า  $n$  คือดัชนีหักเหของตัวกลาง ตัวกลางที่มีความหนาแน่น  $n_2$  เนื่องมาตัวกลางที่เบาบาง  $n_1$

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

หรือ 
$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

เมื่อมุม  $i$  และมุม  $r$  มีค่าน้อยมากๆ จะทำให้ได้

$$n_1 i = n_2 r$$

จากสมการ (4.48) และ (4.50) แทนค่า  $i$  และ  $r$  จะได้

$$n_1 \left( \frac{AN}{PO} + \frac{AN}{PC} \right) = n_2 \left( \frac{AN}{PI} + \frac{AN}{PC} \right)$$

หรือ

$$\frac{n_1}{PO} - \frac{n_2}{PI} = \frac{n_2 - n_1}{PC} \quad (4.51)$$

เมื่อแทนค่าทิศทางของปริมาณต่าง ๆ จะได้

$$PO = -u \quad \text{เพราะว่าทิศทางของวัตถุด้านแสงตกกระทบ}$$

$$PI = -v \quad \text{เพราะว่าภาพมีทิศด้านแสงตกกระทบ}$$

$$PC = +R \quad \text{เพราะว่าระยะศูนย์กลางความโค้งมีทิศไปตามแสงตกกระทบ}$$

ดังนั้นสมการ (4.51) จะได้

$$\frac{n_1}{-u} - \frac{n_2}{-v} = \frac{n_2 - n_1}{+R}$$

หรือ

$$-\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4.52)$$

สามารถเขียนให้อยู่ในอีกรูปแบบหนึ่งได้โดย หารทั้งสองข้างด้วย  $n_1$  จะได้

$$-\frac{1}{u} + \frac{n_2/n_1}{v} = \frac{n_2/n_1 - 1}{R}$$

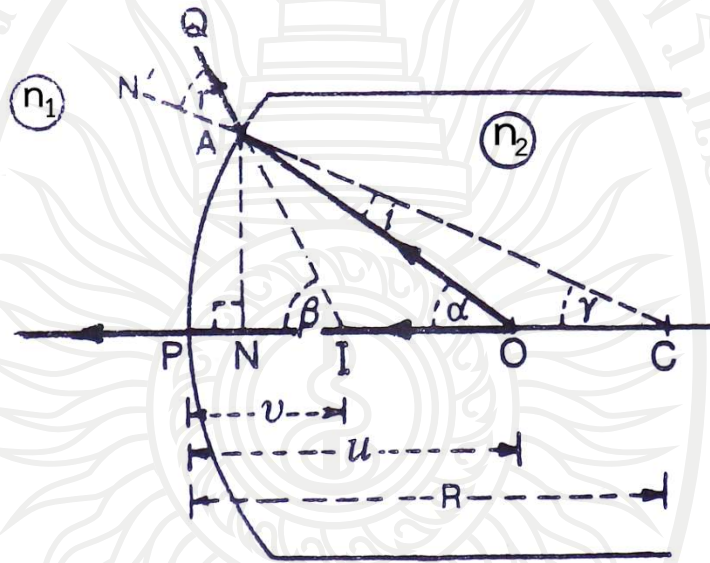
เมื่อ  $n_2/n_1 = n$  จะทำให้ได้

$$-\frac{1}{u} + \frac{n}{v} = \frac{n-1}{R}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

### กรณีที่ 3 เมื่อวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหมาก

กำหนดให้  $O$  คือจุดที่วัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหมากและวางอยู่บนแกนमुख्यสำคัญ รังสีตกกระทบ  $OP$  ตกกระทบผิวหักเหตามแนวแกนमुख्यสำคัญ รังสีตกกระทบอีกหนึ่งรังสีคือ  $OA$  ตกกระทบที่จุด  $A$  มีมุมตกกระทบเป็น  $i$  หลังจากการหักเหทำให้เกิดแนวการหักเหตาม  $CAN'$  มุมหักเหเป็น  $r$  ทั้งสองรังสีมาจากจุด  $I$  บนแกนमुख्यสำคัญ ดังนั้น  $I$  คือภาพเสมือนที่เกิดจากจุดวัตถุ  $O$  ดังภาพที่ 4.25



ภาพที่ 4.25 การหักเหที่ผิวโค้งทรงกลมนูน เมื่อวัตถุวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหมาก ( $n_2 > n_1$ )  
ที่มา: Gupta, 2002: 916

ให้  $\angle AOP = \alpha$ ;  $\angle AIP = \beta$  และ  $\angle ACP = \gamma$  จากจุด  $A$  เส้น  $AN$  จะตั้งฉากกับแกนमुख्यสำคัญของผิวหักเห ดังนั้น  $\Delta AOC$  จะได้

$$\alpha = i + \gamma \quad \text{หรือ} \quad i = \alpha - \gamma$$

มุม  $\alpha$  และ  $\gamma$  มีค่าเล็กน้อยทำให้สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้

$$i = \tan \alpha - \tan \gamma = \frac{AN}{NO} - \frac{AN}{NC}$$

หากขนาดของพื้นผิวที่หักเหมิขนาดเล็กลง ดังนั้น

$$NO \approx PO \quad \text{และ} \quad NC \approx PC$$

ดังนั้นจะได้

$$i = \frac{AN}{PO} - \frac{AN}{PC} \quad (4.53)$$

จาก  $\Delta ACI$  จึงจะได้  $\beta = r + \gamma$  หรือ  $r = \beta - \gamma$  มุม  $\beta$  และ  $\gamma$  มีขนาดเล็ก

$$r = \tan \beta - \tan \gamma = \frac{AN}{NI} - \frac{AN}{NC} \quad (4.54)$$

อีกครั้งเมื่อขนาดของพื้นผิวที่หักเหมีขนาดเล็ก ดังนั้น

$$NI \approx PI; NC \approx PC$$

จาก (4.54) จะทำให้ได้

$$r = \frac{AN}{PI} - \frac{AN}{PC} \quad (4.55)$$

ถ้า  $n$  คือดัชนีหักเหของตัวกลาง ตัวกลางที่มีความหนาแน่นมากกว่า  $n_2$  เนื่องจากตัวกลางที่เบาบาง  $n_1$

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

หรือ

$$n_2 \sin i = n_1 \sin r$$

เมื่อมุม  $i$  และมุม  $r$  มีค่าน้อยมาก ๆ จะทำให้ได้

$$n_2 i = n_1 r$$

จากสมการ (4.53) และ (4.55) แทนค่า  $i$  และ  $r$  จะได้

$$n_2 \left( \frac{AN}{PO} - \frac{AN}{PC} \right) = n_1 \left( \frac{AN}{PI} - \frac{AN}{PC} \right)$$

หรือ

$$\frac{n_2}{PO} - \frac{n_2}{PC} = \frac{n_1}{PI} - \frac{n_1}{PC}$$

หรือ

$$\frac{n_2}{PO} - \frac{n_1}{PI} = \frac{n_2 - n_1}{PC} \quad (4.56)$$

เมื่อแทนค่าทิศทางของปริมาณต่าง ๆ จะได้

$$PO = -u \text{ เพราะวาระยะวัตถุด้านแสงตกกระทบ}$$

$$PI = -v \text{ เพราะวาระยะภาพมีทิศทางแสงตกกระทบ}$$

$$PC = -R \text{ เพราะวาระยะศูนย์กลางความโค้งมีทิศทางแสงตกกระทบ}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง

ดังนั้นสมการ (4.56) จะได้

$$\frac{n_2}{-u} - \frac{n_1}{-v} = \frac{n_2 - n_1}{-R}$$

หรือ

$$\frac{n_2}{u} + \frac{n_1}{v} = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad (4.57)$$

สามารถเขียนให้อยู่ในอีกรูปแบบหนึ่งได้โดยหารทั้งสองข้างด้วย  $n_1$  และแทนค่า  $\frac{n_2}{n_1} = n$

จะได้

$$\frac{n_2/n_1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1 - n_2/n_1}{R}$$

$$\frac{n}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1 - n}{R}$$

สรุปแล้วจากรายละเอียดทั้งหมดที่กล่าวมาทำให้ได้รายละเอียดดังนี้

1. ในกรณีที่วัตถุอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหต่ำ ดังนั้นรังสีตกกระทบจึงอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหต่ำและรังสีหักเหอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหที่มากกว่าดังกรณีที่ 1 และ กรณีที่ 2 ที่กล่าวมาแล้ว ความสัมพันธ์ระหว่าง  $u, v, R, n_1, n_2$  คือ

$$-\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4.58)$$

2. ในกรณีที่วัตถุอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีมาก ดังนั้นรังสีตกกระทบจึงอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหมากและรังสีหักเหอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหที่น้อยกว่าดังกรณีที่ 3 ที่กล่าวมาแล้ว ความสัมพันธ์ระหว่าง  $u, v, R, n_1, n_2$  คือ

$$-\frac{n_2}{u} + \frac{n_1}{v} = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad (4.59)$$

สามารถกล่าวได้ว่าสมการ (4.59) สามารถหาได้จากสมการ (4.58) โดยการสลับกันระหว่าง  $n_1$  กับ  $n_2$

3. ถ้าหากกำหนดให้  $P = \frac{n_2 - n_1}{R}$  โดยทั่วไปคือค่าอำนาจในการหักเหพื้นผิวนั้นเอง

ตัวอย่าง 4.14 จุดวัตถุขนาดเล็กวางอยู่ในอากาศที่ระยะห่างจากพื้นผิวโค้งทรงกลมนูนที่ระยะ 60 เซนติเมตร ที่มีค่าดัชนีหักเหที่ 1.5 ถ้ารัศมีของพื้นผิวโค้งทรงกลมนูนนี้คือ 25 เซนติเมตร จงหาตำแหน่งของภาพและค่าอำนาจในการหักเหพื้นผิว

วิธีทำ เมื่อวัตถุวางอยู่ในอากาศ ความสัมพันธ์ระหว่าง  $u, v$  และ  $R$  คือ

$$-\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

ในที่นี้  $u = -60\text{cm}; R = +25\text{cm}; n_1 = 1; n_2 = 1.5$  แทนค่าลงในสมการ

ดังนั้น

$$-\frac{1}{-60\text{cm}} + \frac{1.5}{v} = \frac{1.5 - 1}{+25\text{cm}}$$

หรือ

$$\frac{1.5}{v} = \frac{0.5}{25\text{cm}} - \frac{1}{60\text{cm}} = \frac{1}{300\text{cm}}$$

$$v = +450\text{cm}$$

ค่าของ  $v$  เป็นบวก ดังนั้นภาพของวัตถุจะเกิดขึ้นอีกด้านหนึ่งของวัตถุคือ เป็นภาพจริงที่เกิดขึ้นในตัวของหักเห

ค่าอำนาจในการหักเหพื้นผิว คือ  $P = \frac{n_2 - n_1}{R}$

ที่  $R = +25\text{cm} = +0.25\text{m}$  จะทำให้ได้

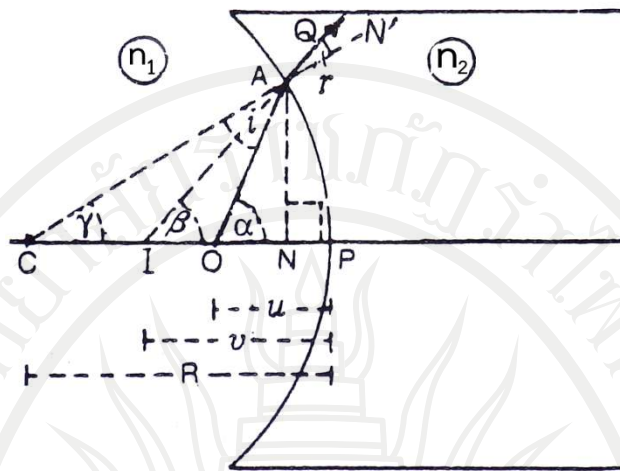
$$P = \frac{(1.5 - 1)}{+0.25\text{m}} = \frac{0.5}{0.25\text{m}} = 2$$

#### การหักเหที่พื้นผิวโค้งทรงกลมแบบเว้า

พิจารณาพื้นผิวหักเหแบบทรงกลมชนิดเว้าซึ่งให้มีค่าดัชนีหักเหเป็น  $n_2$  วางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหที่น้อยกว่า  $n_1$  ให้  $P$  คือจุดกึ่งกลางและ  $C$  เป็นจุดศูนย์กลางความเว้าและ  $PC$  คือเส้นแกนमुखสำคัญของพื้นผิวโค้งหักเหชนิดนี้

ให้  $O$  คือตำแหน่งวัตถุที่อยู่ด้านหน้าพื้นผิวโค้งหักเหและอยู่บนแกนमुखสำคัญ รั้งสี  $OP$  คือรั้งสีตกกระทบพื้นผิวโค้งหักเหและผ่านเข้าไปในตัวกลางอีกตัวกลางหนึ่ง และรั้งสี  $OA$  เป็นรั้งสีตกกระทบที่จุด  $A$  ซึ่งมีมุมตกกระทบ  $i$  และหักเหในแนว  $CAN'$  และให้มุมหักเหคือมุม  $r$  รั้งสี  $AO$  และ  $OP$  ปรากฏให้เห็นว่ามาจากจุด  $I$  บนเส้นแกนमुखสำคัญ ดังนั้น  $I$  คือภาพเสมือนของจุดวัตถุ  $O$  แสดงดังภาพที่ 4.26





ภาพที่ 4.26 การหักเหที่พื้นผิวโค้งทรงกลมแบบเว้า

ที่มา: Gupta, 2002: 920

จาก  $\Delta AOC$ ,  $\alpha = i + \gamma$

หรือ  $i = \alpha - \gamma$

เมื่อมุม  $\alpha$  และ  $\gamma$  มีขนาดเล็ก ดังนั้น

$$i = \tan \alpha - \tan \gamma = \frac{AN}{NO} - \frac{AN}{NC}$$

จุดที่หักเหบนพื้นผิวหักเหมีขนาดเล็ก  $NO \approx PO$  และ  $NC \approx PC$

ดังนั้น

$$i = \frac{AN}{PO} - \frac{AN}{PC} \quad (4.60)$$

จาก  $\Delta AIC$ ,  $\beta = r + \gamma$  หรือ  $r = \beta - \gamma$  ซึ่งมุม  $\beta$  และ  $\gamma$  มีขนาดเล็ก ดังนั้น

$$r = \tan \beta - \tan \gamma = \frac{AN}{NI} - \frac{AN}{NC}$$

จุดที่หักเหบนพื้นผิวหักเหมีขนาดเล็ก  $NI \approx PI$  และ  $NC \approx PC$

ดังนั้น

$$r = \frac{AN}{PI} - \frac{AN}{PC}$$

ถ้า  $n$  คือดัชนีหักเหของตัวกลางที่ 2 ( $n_2$ ) อันเนื่องมาจากตัวกลางที่มีดัชนีหักเหต่ำกว่า ( $n_1$ )

ดังนั้น  $n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r}$  หรือ  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

เมื่อมุม  $i$  และ  $r$  มีขนาดเล็กด้วยเหตุนี้

$$n_1 i = n_2 r \quad (4.61)$$

จากสมการ (4.59) และ (4.60) แทนค่า  $i$  และ  $r$  ในสมการ (4.61)

$$n_1 \left( \frac{AN}{PO} - \frac{AN}{PC} \right) = n_2 \left( \frac{AN}{PI} - \frac{AN}{PC} \right)$$

หรือ

$$-\frac{n_1}{PO} + \frac{n_2}{PI} = \frac{n_2 - n_1}{PC} \quad (4.62)$$

ในที่นี้พบว่า  $PO = -u, PI = -v, PC = -R$  สมการ (4.62) จึงได้

$$-\frac{n_1}{-u} + \frac{n_2}{-v} = \frac{n_2 - n_1}{-R}$$

หรือ

$$\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4.63)$$

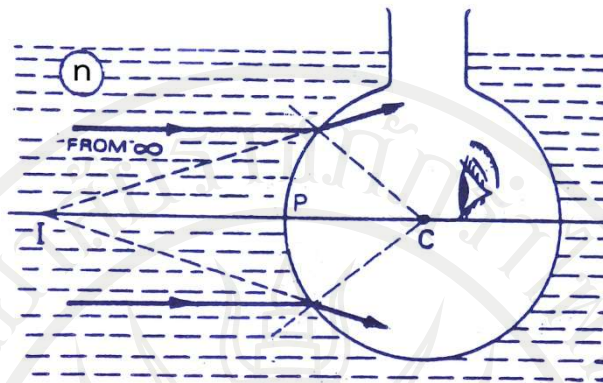
จากความสัมพันธ์ที่ได้หาหาสมการ (4.63) ด้วย  $n_1$  และ  $\frac{n_2}{n_1} = n$  จะได้

$$-\frac{1}{u} + \frac{n}{v} = \frac{n-1}{R} \quad (4.64)$$

หมายเหตุ ในกรณีที่ว่าวัตถุอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหที่มากกว่า ดังนั้นรังสีตกกระทบจะเดินทางในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหมากและรังสีหักเหจะอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหที่น้อยกว่า ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง  $u, v, R, n_1, n_2$  สามารถหาได้โดยสลับค่าของ  $n_1$  และ  $n_2$  และความสัมพันธ์อื่น ๆ ยังคงเป็นเช่นเดียวกับสมการ (4.59)

ตัวอย่าง 4.15 ขวดแก้วก้นโป่งวางเปล่ามีเส้นผ่าศูนย์กลาง 15 เซนติเมตร วางอยู่ในน้ำ มีค่าดัชนีหักเห  $4/3$  ลำแสงขนานวิ่งมาชนขวดแก้วนี้ จงหาว่าโฟกัสของลำแสงนี้อยู่ที่ใดเมื่อผู้สังเกตสังเกตเห็นจากภายในขวดแก้วนี้

วิธีทำ จากภาพที่ 4.27 แสดงขวดแก้วก้นโป่งวางเปล่าวางอยู่ในน้ำ ดังนั้นขวดแก้วด้านในมีลักษณะเป็นพื้นผิวโค้งทรงกลมแบบเว้า จุดศูนย์กลางของขวดแก้วคือศูนย์กลางของพื้นผิวโค้งทรงกลมแบบเว้านั่นเอง เมื่อรังสีขนานตกกระทบขวดแก้วนี้รังสีที่เบนออกไปจะปรากฏมาบรรจบกันที่จุด I



ภาพที่ 4.27 ประกอบตัวอย่าง 4.15

ที่มา: Gupta, 2002: 921

จากโจทย์กำหนด  $u = -\infty; R = +\frac{15}{2} \text{ cm}; n = \frac{4}{3}$

ในกรณีนี้รังสีตกกระทบเดินทางในตัวกลางที่มีความหนาแน่นมากกว่าจะทำให้ได้

$$\frac{n}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1-n}{R}$$

$$-\frac{4/3}{-\infty} + \frac{1}{v} = \frac{1-4/3}{(15/2) \text{ cm}}$$

หรือ

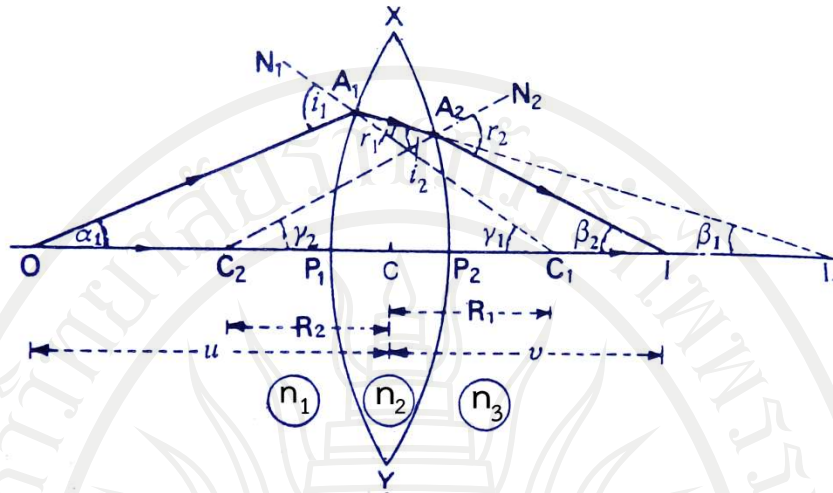
$$v = \frac{-45 \text{ cm}}{2} = -22.5 \text{ cm}$$

พบว่า  $v$  เป็นค่าลบ ดังนั้นภาพจะปรากฏบนด้านเดียวกับวัตถุคือ ด้านเดียวกับรังสีขนานที่ตกกระทบ  
 ขวดแก้วดังนั้นรังสีขนานจะปรากฏว่ามาจากจุด I แสดงดังภาพที่ 4.27

### สมการช่างทำเลนส์

สมการของช่างทำเลนส์ (Lens Maker's Formula) เกี่ยวข้องกับระยะโฟกัสของเลนส์ ดัชนีหักเหของวัตถุ และรัศมีความโค้งของผิวเลนส์ สมการนี้ใช้ในการผลิตเลนส์สำหรับระยะโฟกัสต่าง ๆ จากแก้วที่ทราบค่าดัชนีหักเหด้วยเหตุนี้จึงให้ชื่อสมการนี้ว่าสมการของช่างทำเลนส์

พิจารณาเลนส์นูนซึ่งทำจากวัสดุที่มีดัชนีหักเห  $n_2$  และวางอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหต่ำกว่า  $n_1$  ดังภาพที่ 4.28 ให้จุด  $P_1$  และ  $P_2$  คือจุดตำแหน่งทั้งสองด้าน  $C_1$  และ  $C_2$  คือจุดกึ่งกลางความโค้งของเลนส์ทั้งสองด้าน  $R_1$  และ  $R_2$  คือรัศมีความโค้งของผิวทั้งสองด้านของเลนส์นูน  $XP_1$  และ  $XP_2$  ตามลำดับ และ  $C$  จุดคือจุดศูนย์กลาง



ภาพที่ 4.28 แสดงองค์ประกอบของเลนส์

ที่มา: Gupta, 2002: 922

สมมติให้วัตถุวางไว้ที่จุด  $O$  บนแกนमुखสำคัญของเลนส์ ผิว  $XP_1Y$  จะทำให้เกิด  $I_1$  จากสมการ (4.46) ในหัวข้อภาพหักเหที่เกิดจากผิวโค้งทรงกลมจะทำให้

$$\frac{n_1}{P_1O} + \frac{n_2}{P_1I_1} = \frac{n_2 - n_1}{P_1C_1} \quad (4.65)$$

เมื่อเลนส์บางดังนั้นจุด  $P_1$  จึงอยู่ใกล้จุดศูนย์กลางเลนส์มาก ๆ จึงสามารถเขียนได้ว่า  $P_1O \approx CO$ ;  $P_1I_1 \approx CI_1$  และ  $P_1C_1 \approx CC_1$  จากสมการ (4.65) จะได้

$$\frac{n_1}{CO} + \frac{n_2}{CI_1} = \frac{n_2 - n_1}{CC_1} \quad (4.66)$$

ซึ่งเมื่อพิจารณาการหักเหของอีกผิวหนึ่งคือ  $XP_2Y$  ของเลนส์นูน เนื่องจากวัตถุที่ทำให้เลนส์ไม่สามารถยืดยาวต่อไปจาก  $XP_2Y$  ได้ ก่อนที่แสงหักเหจะหักเหจากจุด  $A_1$  จะสามารถพบกับแกนमुखสำคัญรังสีนี้จะถูกผลกระทบกระทำที่จุด  $A_2$  บนผิวที่  $XP_2Y$  และรังสีของแสงจะพบกับแกนमुखสำคัญที่จุด  $I$  ดังนั้นจุด  $I$  ตามที่สามารถพิจารณาเหมือนกับว่าเป็นภาพจริงขนาดเท่ากับวัตถุ  $I_1$  (ที่วางอยู่ในเลนส์วัตถุ) ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากการหักเหจากผิว  $XP_2Y$  ของเลนส์สมการ (4.65) คล้ายกับสมการ (4.46) ซึ่งสามารถอนุมานได้เป็น

$$\frac{-n_2}{P_2I_1} + \frac{n_1}{P_2I} = \frac{n_2 - n_1}{P_2C_2} \quad (4.67)$$

เมื่อเลนส์บางแล้ว  $P_2I_1 \approx CI_1$ ;  $P_2I \approx CI$  และ  $P_2C_2 \approx CC_2$  สมการ (4.67) สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{-n_2}{CI_1} + \frac{n_1}{CI} = \frac{n_2 - n_1}{CC_2} \quad (4.68)$$

แทนค่า (4.66) ใน (4.68)

$$\frac{n_1}{CO} + \frac{n_2}{CI_1} - \frac{n_2}{CI_1} + \frac{n_1}{CI} = \frac{n_2 - n_1}{CC_1} + \frac{n_2 - n_1}{CC_2}$$

หรือ

$$\frac{n_1}{CO} + \frac{n_1}{CI} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{CC_1} + \frac{1}{CC_2} \right) \quad (4.69)$$

เมื่อให้  $CO = -u$  เพราะวาระยะวัตถุมีทิศตรงข้ามกับรังสีตกกระทบ

$CI = +v$  เพราะวาระยะภาพมีทิศเดียวกับรังสีตกกระทบ

$CC_1 = +R_1$  เพราะวาระศมีมีความโค้ง  $R_1$  มีทิศตามรังสีตกกระทบ

$CC_2 = -R_2$  เพราะวาระศมีมีความโค้ง  $R_2$  มีทิศตรงข้ามกับรังสีตกกระทบ

สมการ (4.69) จะได้

$$\frac{n_1}{-u} + \frac{n_1}{+v} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{+R_1} + \frac{1}{-R_2} \right)$$

หรือ

$$-\frac{n_1}{u} + \frac{n_1}{v} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

หารสมการข้างต้นด้วย  $n_1$  จะได้

$$-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

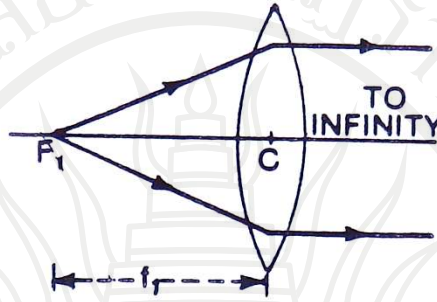
ให้  $\frac{n_2}{n_1} = n$  จะได้

$$-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4.70)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

### หลักการที่ 1 ระยะโฟกัสที่ 1 และทางยาวโฟกัส

ถ้าตำแหน่งวัตถุอยู่บนแกนमुखยสำคัญของเลนส์แล้วภาพของวัตถุจะปรากฏอยู่ในระยะอนันต์ซึ่งระยะโฟกัสที่ 1 ให้สัญลักษณ์เป็น  $F_1$  ดังภาพที่ 4.29



ภาพที่ 4.29 ระยะโฟกัสที่ 1 ( $F_1$ )

ที่มา: Gupta, 2002: 923

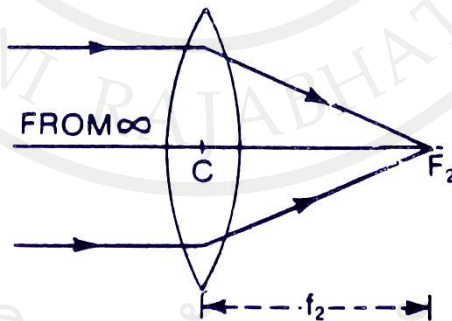
ถ้า  $u = CF_1 = f_1$  ดังนั้น  $v = \infty$  จากสมการ (4.70)

$$-\frac{1}{-f_1} + \frac{1}{\infty} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4.71)$$

### หลักการที่ 2 ระยะโฟกัสที่ 2 และทางยาวโฟกัส

ตำแหน่งของภาพอยู่บนแกนमुखยสำคัญของเลนส์แล้ววัตถุจะวางอยู่ตรงระยะอนันต์โดยให้สัญลักษณ์เป็น  $F_2$  ดังภาพที่ 4.30



ภาพที่ 4.30 ระยะโฟกัสที่ 2 ( $F_2$ )

ที่มา: Gupta, 2002: 923



ถ้า  $u = \infty$ ,  $v = CF_2 = +f_2$  นำเงื่อนไขนี้แทนลงในสมการ (4.70)

$$-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{+f_2} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

หรือ

$$\frac{1}{f_2} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4.72)$$

จากสมการ (4.71) และ (4.72) หากให้ระยะโฟกัสทั้งสองเท่ากัน  $f_1 = f_2 = f$  อาจเขียนสมการได้เป็น

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4.73)$$

สมการ (4.73) คือสมการของช่างทำเลนส์นั่นเอง

สาระสำคัญที่ควรทำความเข้าใจคือ

1. สมการของช่างทำเลนส์สามารถใช้ได้ทั้งเลนส์เว้าและเลนส์นูน
2. ทางยาวโฟกัสของเลนส์นูน (Convex lens) มีค่าเป็นบวกและทางยาวโฟกัสของเลนส์เว้า (concave lens) มีค่าเป็นลบ
3. สำหรับเลนส์นูนแล้ว  $R_1 = +ve$  และ  $R_2 = -ve$
4. สำหรับเลนส์เว้าแล้ว  $R_1 = -ve$  และ  $R_2 = +ve$

ตัวอย่าง 4.16 ในการทำเลนส์นูนสองอันจากแก้วที่มีดัชนีหักเห 1.55 ทั้งสองหน้าซึ่งมีรัศมีความโค้งเท่ากัน จงหารัศมีความโค้งที่ต้องการ ถ้าทางยาวโฟกัสของเลนส์คือ 20 เซนติเมตร

วิธีทำ  $n = 1.55$ ;  $f = +20\text{cm}$

สมมติให้  $R_1 = +R$  ดังนั้น  $R_2 = -R$

จาก

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{+20\text{cm}} = (1.55-1) \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{-R} \right)$$

$$\frac{1}{+20\text{cm}} = 0.55 \times \frac{2}{R}$$

$$R = 22.0\text{cm}$$

ตัวอย่าง 4.17 รัศมีความโค้งของเลนส์นูนแต่ละอันมีค่าเท่ากับทรงยาวโฟกัส จงหาดัชนีหักเหของวัตถุ

วิธีทำ จาก 
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$R_1 = +f$  ดังนั้น  $R_2 = -f$

ดังนั้น 
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{+f} - \frac{1}{-f} \right)$$

$2(n-1) = 1$

$n = 1.5$

### สมการของเลนส์แบบเกาส์เซียน

ความสัมพันธ์ของระยะวัตถุ ระยะภาพ กับระยะโฟกัสของเลนส์เรียกว่าสมการของเลนส์แบบเกาส์เซียน (Gaussain form of lens equation) หรือสมการอย่างง่ายของเลนส์ โดยสามารถพิจารณาได้โดยตรงจากสมการของช่างทำเลนส์ ดังนี้ จากสมการ (4.70) คือสมการของช่างทำเลนส์

$$-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

นอกจากนั้นแล้วจากสมการของช่างทำเลนส์ทำให้ได้

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

ดังนั้นจากสมการข้างบนทำให้ได้

$$-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \quad (4.74)$$

สาระสำคัญที่ควรทำความเข้าใจคือ

1. สมการของเลนส์และสมการของกระจกในการแทนค่าเครื่องหมายในแต่ละกรณีจะไม่เหมือนกัน

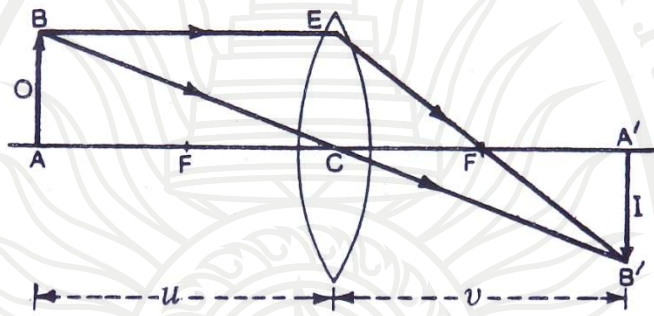
2. ภาพจริงจะเกิดขึ้นอีกด้านหนึ่งของวัตถุจริง ในขณะที่ภาพเสมือนจะอยู่ด้านเดียวกับวัตถุ ดังนั้นในกรณีของเลนส์ระยะภาพจริงของเลนส์จึงให้ค่าเป็นบวกและภาพเสมือนให้ค่าเป็นลบ

### กำลังขยายของเลนส์นูนและเลนส์เว้า

อัตราส่วนของขนาดของภาพที่เกิดจากเลนส์ (I) ต่อขนาดของวัตถุ (O) จะเรียกว่า กำลังขยายของเลนส์ซึ่งใช้สัญลักษณ์เป็น  $m$  (Magnification) ดังนั้นจะทำให้ได้ความสัมพันธ์เป็น

$$m = \frac{I}{O} \quad (4.75)$$

หากจะหาที่มาและอธิบายเพิ่มเติมเพื่อความเข้าใจในเนื้อหาสาระของกำลังขยายนั้นสามารถพิจารณาภาพที่ 4.31 และพิจารณาเชิงรายละเอียดดังนี้



ภาพที่ 4.31 เลนส์นูนมีระยะโฟกัส  $f$  และมีจุดศูนย์กลางของเลนส์  $C$

ที่มา: Gupta, 2002: 925

เมื่อพิจารณาเลนส์นูนระยะโฟกัส  $f$  มีจุดศูนย์กลางของเลนส์  $C$  และ  $F$  คือจุดโฟกัส เมื่อให้วัตถุ  $AB$  วางอยู่บนแกนमुखยสำคัญของเลนส์นูน ดังนั้นภาพจริง  $A'B'$  ของวัตถุ  $AB$  จะเกิดขึ้นจากเลนส์ดังภาพที่ 4.31 จะสังเกตเห็นว่าสามเหลี่ยม  $A'B'C$  และสามเหลี่ยม  $ABC$  เป็นสามเหลี่ยมคล้ายกันดังนั้น

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{CA'}{CA} \quad (4.76)$$

ให้  $A'B' = -I$  เพราะว่าคุณสูงของภาพมีทิศลง

$AB = +O$  เพราะว่าคุณสูงของวัตถุมีทิศขึ้น

$CA' = +v$  เพราะว่ารยะภาพมีทิศตามรังสีตกกระทบ

$CA = -u$  เพราะว่ารยะวัตถุมีทิศตรงข้ามรังสีตกกระทบ

ดังนั้นจากสมการ (4.76) เมื่อแทนค่าแล้วจะทำให้ได้

$$\frac{-I}{+O} = \frac{+v}{-u}$$

หรือ

$$\frac{I}{O} = \frac{v}{u} \quad (4.77)$$

จากสมการ (4.75) และ (4.76) ทำให้ได้

$$m = \frac{I}{O} = \frac{v}{u}$$

ดังนั้นสำหรับสมการ  $-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$  หากคูณสมการทั้งสองข้างด้วย  $u$  จะทำให้ได้

$$-1 + \frac{u}{v} = \frac{u}{f} \quad \text{หรือ} \quad \frac{u}{v} = 1 + \frac{u}{f} = \frac{f+u}{f}$$

หรือ 
$$\frac{u}{v} = \frac{f+u}{f} \quad (4.78)$$

เหมือนกันถ้าหากว่าคูณสมการเลนส์ทั้งสองข้างด้วย  $v$  จะทำให้ได้

$$-\frac{v}{u} + 1 = \frac{v}{f} \quad \text{หรือ} \quad \frac{v}{u} = 1 - \frac{v}{f}$$

หรือ 
$$\frac{v}{u} = \frac{f-v}{f} \quad (4.79)$$

จากสมการ (4.77), (4.78) และ (4.79) จะทำให้ได้

$$m = \frac{I}{O} = \frac{v}{u} = \frac{f}{f+u} = \frac{f-v}{f} \quad (4.80)$$

สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งคือสมการที่ (4.80) เป็นสมการที่ใช้หาค่ากำลังขยายที่เกิดจากเลนส์เว้าได้ด้วยเช่นกัน

ตัวอย่าง 4.18 ระยะโฟกัสของเลนส์นูนเป็น 0.12 เมตร ทำให้เกิดภาพซึ่งมีขนาดเป็น 3 เท่าของความยาวของวัตถุ จงหาระยะวัตถุสำหรับทำให้เกิดภาพจริง

วิธีทำ จากโจทย์ทำให้ได้  $f = +0.12m$

การเกิดภาพจริงนั้นหมายความว่า  $m = -3$

$$m = \frac{f}{u+f}$$

$$-3 = \frac{0.12m}{u+0.12m}$$

$$u = -0.16m$$

ตัวอย่าง 4.19 ถ้าหากใช้เลนส์นูนในการฉายภาพลงบนจอซึ่งห่างออกไปเป็นระยะ 10 เมตร กำลังขยายของเลนส์มีขนาดเป็น 19 จงหาระยะโฟกัสของเลนส์นูนนี้

วิธีทำ จากโจทย์เลนส์นูนจะทำให้เกิดภาพจริงหัวกลับบนจอภาพ ดังนั้น กำลังขยาย  $m = -19$   
การเกิดภาพจริงหัวกลับจะทำให้เกิดด้านตรงข้ามของวัตถุ ระยะภาพ  $v = +10m$

$$m = \frac{f - v}{f}$$

$$-19 = \frac{f - 10m}{f}$$

$$f = 0.5m$$

ตัวอย่าง 4.20 วัตถุขนาด 3.0 เซนติเมตร วางอยู่ที่ระยะ 14 เซนติเมตร ด้านหน้าของเลนส์เว้าซึ่งมีระยะโฟกัสเป็น 21 เซนติเมตร จงอธิบายภาพที่เกิดจากเลนส์ และจะเป็นอย่างไรถ้าหากเคลื่อนวัตถุไกลจากเลนส์ออกไป

วิธีทำ  $O = +3.0cm, u = -14cm, f = -21cm$

จากสมการ

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{-14} + \frac{1}{v} = \frac{1}{-21}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{-21} + \frac{1}{14}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{-42} + \frac{1}{14}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{-42} + \frac{3}{42}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{2}{42}$$

$$v = +10.5cm$$

ระยะภาพมีค่าเป็นลบภาพที่เกิดจึงจะเกิดทางด้านเดียวกับวัตถุจึงเป็นภาพเสมือนและจาก

$$m = \frac{I}{O} = \frac{v}{u}$$

$$I = O \times \frac{v}{u} = 3.0 \times \frac{-8.4cm}{-14cm}$$

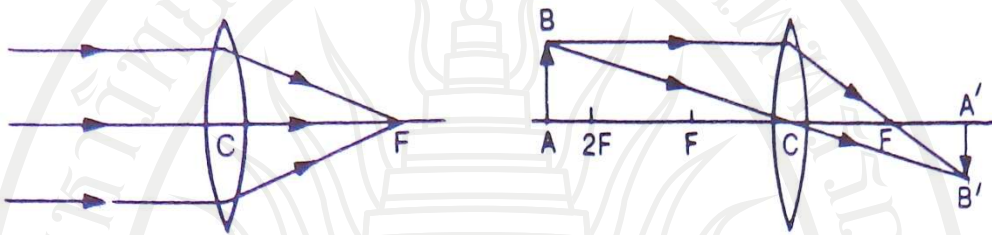
$$I = +1.8cm$$

จากผลที่ได้ค่าเป็นบวกซึ่งจะแสดงให้เห็นว่าภาพนี้จะเป็นภาพเสมือนหัวตั้ง เมื่อเคลื่อนวัตถุออกจากเลนส์ ภาพเสมือนนี้ก็จะเคลื่อนห่างจากเลนส์และเข้าสู่จุดโฟกัสของเลนส์แต่จะไม่เลยผ่านจุดโฟกัสออกไปและขนาดจะเล็กลง

## ภาพที่เกิดจากเลนส์นูน

ภาพที่เกิดจากเลนส์นูนสามารถแบ่งได้เป็น 6 กรณีย่อย ๆ ตามรายละเอียดดังนี้

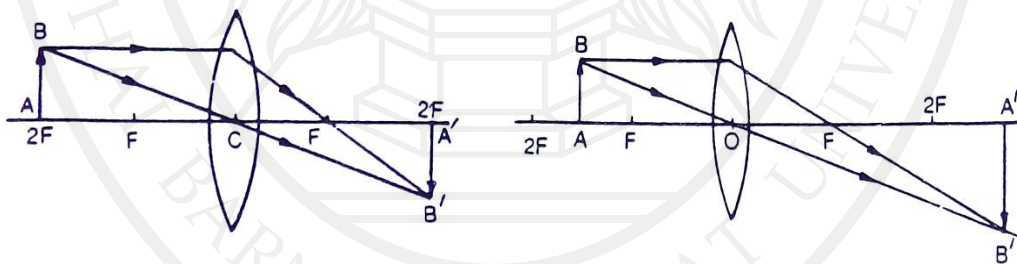
**กรณีที่ 1** เมื่อวัตถุอยู่ที่ระยะอนันต์ ภาพของวัตถุจะเกิดที่จุดโฟกัส  $F$  จะเป็นภาพจริงหัวกลับที่มีขนาดเป็นจุด ดังภาพที่ 4.32 (ซ้าย)



ภาพที่ 4.32 (ซ้าย) เมื่อวัตถุอยู่ที่ระยะอนันต์ (ขวา) เมื่อวัตถุอยู่เลยจุด  $2F$   
ที่มา: Gupta, 2002: 932

**กรณีที่ 2** เมื่อวัตถุอยู่เลยจุด  $2F$  ภาพของวัตถุจะเกิดอยู่ระหว่างจุดโฟกัส  $F$  และ  $2F$  จะเป็นภาพจริงหัวกลับที่มีขนาดเล็กกว่าขนาดวัตถุ ดังภาพที่ 4.32 (ขวา)

**กรณีที่ 3** เมื่อวัตถุอยู่ที่จุด  $2F$  ภาพจะเกิดที่จุด  $2F$  ซึ่งจะเป็นภาพจริงหัวกลับและมีขนาดเท่ากับขนาดวัตถุ ดังภาพที่ 4.33 (ซ้าย)

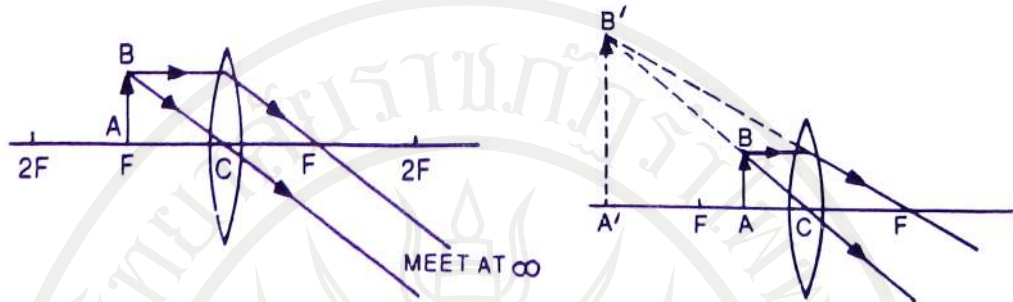


ภาพที่ 4.33 (ซ้าย) เมื่อวัตถุอยู่ที่จุด  $2F$  (ขวา) เมื่อวัตถุอยู่ระหว่าง  $F$  และ  $2F$   
ที่มา: Gupta, 2002: 932

**กรณีที่ 4** เมื่อวัตถุอยู่ระหว่าง  $F$  และ  $2F$  ภาพจะเกิดที่จุดเลยระยะ  $2F$  ออกไป และจะเป็นภาพจริงหัวกลับขนาดใหญ่กว่าขนาดวัตถุ ดังภาพที่ 4.33 (ขวา)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี





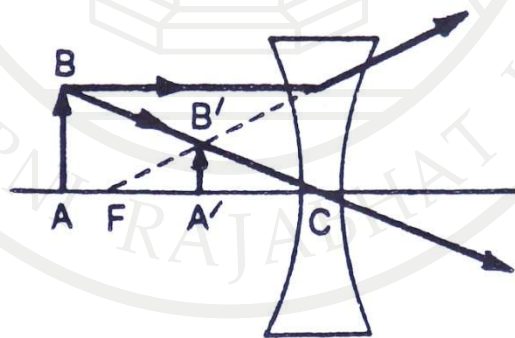
ภาพที่ 4.34 (ซ้าย) เมื่อวัตถุอยู่ที่จุด  $F$  (ขวา) เมื่อวัตถุอยู่ระหว่างจุด  $F$  และ  $C$   
 ที่มา: Gupta, 2002: 932

กรณีที่ 5 เมื่อวัตถุอยู่ที่จุด  $F$  รังสีหลังจากหักเหจะขนานซึ่งกันและกัน ดังนั้นขนาดของภาพจะมีขนาดใหญ่มากและจะปรากฏที่ระยะอนันต์ ( $\infty$ ) ดังภาพที่ 4.34 (ซ้าย)

กรณีที่ 6 เมื่อวัตถุอยู่ระหว่างจุด  $F$  และ  $C$  ภาพของวัตถุจะปรากฏที่ด้านเดียวกับวัตถุ เป็นภาพเสมือนหัวตั้งและมีขนาดโตกว่าขนาดวัตถุดังภาพที่ 4.34 (ขวา)

### ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า

เลนส์เว้าจะทำให้เกิดภาพเสมือนหัวตั้งเสมอและมีขนาดเล็กกว่าขนาดวัตถุ ภาพที่เกิดจะเกิดด้านเดียวกับด้านที่วัตถุอยู่ ดังภาพที่ 4.35 เมื่อวางวัตถุ  $AB$  ที่ทุก ๆ จุดบนแกนमुखยสำคัญ ภาพ  $A'B'$  จะปรากฏด้านเดียวกับที่วัตถุอยู่

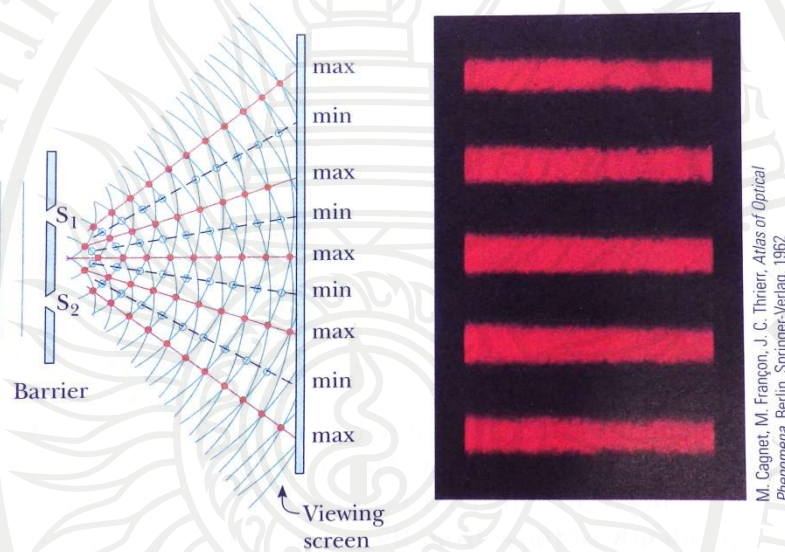


ภาพที่ 4.35 ภาพที่เกิดจากเลนส์เว้า

ที่มา: Gupta, 2002: 932

## การแทรกสอดของแสง

การแทรกสอดของแสง (Interference of light) เป็นสมบัติทางกายภาพของแสงที่ไม่อาจวิเคราะห์โดยเส้นรังสีของแสง การแทรกสอดของแสงเกิดขึ้นเมื่อคลื่นแสงหลายขบวนมาพบกันแล้วเกิดการรวมกันขึ้น (Halliday, Resnick and Walker, 1997: 905) การทดลองของยัง (Thomas Young) แผนผังและอุปกรณ์การทดลองแสดงดังภาพที่ 4.36

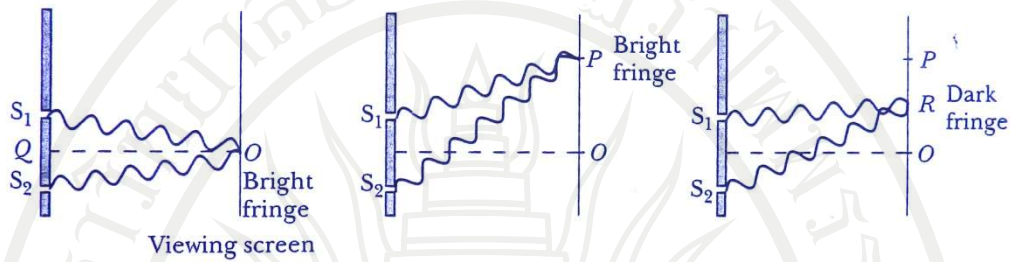


ภาพที่ 4.36 (ซ้าย) แผนผังอุปกรณ์และการทดลองของยัง (ขวา) รังสีสว่างและมืดบนฉาก  
ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 1052, Jewett & Serway, 2014: 1052

แสงตกกระทบบนฉากที่มีสลิตแคบ ๆ  $S_0$  คลื่นจะพุ่งออกจาก  $S_0$  นี้ไปตกกระทบบนฉากที่สอง ซึ่งมีสลิตแคบ ๆ สองช่องคือ  $S_1$  และ  $S_2$  โดยที่  $S_1$  และ  $S_2$  นี้จะทำหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดคลื่นอาพันธ์ของแสง (Coherent source) ดังนั้นเฟสจะคงที่ แสงจากสลิตคู่ทั้งสอง (Double slit) จะไปตกกระทบบนฉากทำให้เกิดเงื่อนไขของการแทรกสอดอยู่สองประการคือ

1. การแทรกสอดแบบเสริม (Constructive interference) คลื่นรวมจากการแทรกสอดมีความเข้มสูงสุดทำให้เกิดแถบสว่าง (Bright fringe) เรียกตำแหน่งนี้ว่า ปฏิบัพ (Antinode)
2. การแทรกสอดแบบหักล้าง (Destructive interference) คลื่นรวมจากการแทรกสอดมีความเข้มต่ำสุดทำให้เกิดแถบมืด (Dark fringe) เรียกตำแหน่งนี้ว่า บัพ (Node)

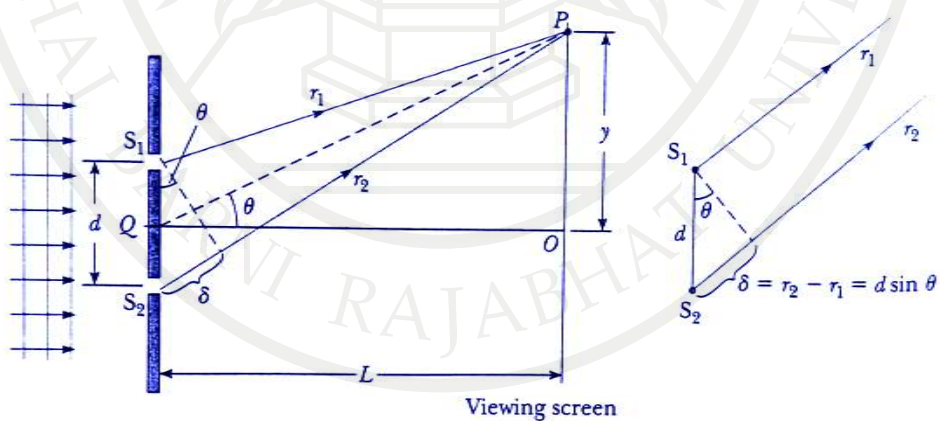
รายละเอียดการรวมกันของคลื่นแสดงดังภาพที่ 4.37 (ซ้าย) แสดงถึงคลื่นทั้งสองมีเฟสตรงกัน ตกกระทบฉากที่ตำแหน่ง  $O$  เมื่อระยะทางในการเคลื่อนที่ของคลื่นเท่ากัน คลื่นจึงมีเฟสตรงกันที่จุด  $O$  ทำให้เกิดการแทรกสอดแบบเสริมจึงเกิดแถบสว่าง



ภาพที่ 4.37 (ซ้าย) การแทรกสอดแบบเสริมที่  $O$  (กลาง) การแทรกสอดแบบเสริมที่  $P$  และ (ขวา) การแทรกสอดแบบหักล้างที่  $R$

ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 1053, Jewett & Serway, 2014: 1136

ภาพที่ 4.37 (กลาง) เริ่มต้นที่คลื่นแสงมีเฟสตรงกันแต่คลื่นอันล่างเคลื่อนที่ได้ไกลกว่าคลื่นอันบน เนื่องจากคลื่นอันล่างตกกระทบฉากช้ากว่าคลื่นอันบนเท่ากับระยะหนึ่งความยาวคลื่น ดังนั้นคลื่นทั้งสองพบกันที่จุด  $P$  ยังมีเฟสตรงกันจึงเกิดแถบสว่างอันดับสองที่  $P$  และภาพที่ 4.37 (ขวา) แสดงคลื่นอันล่างตกกระทบฉากช้ากว่าคลื่นอันบนอยู่เท่ากับครึ่งความยาวคลื่นหมายความว่าคลื่นทั้งสองจึงมีเฟสไม่ตรงกันจึงเป็นเหตุให้เกิดการแทรกสอดแบบหักล้างที่  $R$



ภาพที่ 4.38 (ซ้าย) โครงสร้างทางเรขาคณิตการทดลองของยัง (ขวา) ความแตกต่างระหว่างเส้นทาง  $\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$  เมื่อ  $L \gg d$

ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 1054, Jewett & Serway, 2014: 1137

การทดลองของยังทำให้ได้เงื่อนไขการแทรกสอด ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยภาพที่ 4.38 พบว่าฉากวางตั้งฉากห่างจากสลิตทั้งสองเป็นระยะ  $L$  โดยระยะที่สลิตทั้งสองห่างกันคือ  $d$  แหล่งกำเนิดคลื่นแสงเป็นคลื่นแสงเดี่ยว คลื่นที่ออกจากสลิต  $S_1$  และ  $S_2$  มีความถี่ ความยาวคลื่น เท่ากันและเฟสตรงกัน หากเราสังเกตจะพบว่าคลื่นแสงจาก  $S_2$  จะเคลื่อนที่ด้วยระยะทางที่ไกลกว่าคลื่นแสงจาก  $S_1$  เท่ากับระยะ  $d \sin \theta$  ซึ่งระยะนี้คือความแตกต่างเส้นทาง(Path difference)  $\delta$  ซึ่งก็คือ (Jewett & Serway, 2014: 1137)

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta \quad (4.81)$$

ทั้งนี้  $r_2$  หนานกับ  $r_1$  จะเป็นจริงได้ก็ต่อเมื่อ  $L \gg d$  ค่าความแตกต่างของเส้นทางนี้ทำให้สามารถหาว่าคลื่นที่ตกกระทบที่จุด  $P$  นั้นมีเฟสตรงกันหรือไม่ โดยพบว่าถ้าความแตกต่างเส้นทางเป็นศูนย์หรือเท่ากับจำนวนเต็มของความยาวคลื่น คลื่นแสงทั้งสองจะมีเฟสตรงกัน จึงจะเกิดการแทรกสอดแบบเสริมกัน ดังนั้นจึงเกิดแถบสว่างที่จุด  $P$  คือ

$$\delta = d \sin \theta = n\lambda \quad \text{เมื่อ } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.82)$$

เมื่อ  $n$  คือเลขลำดับแถบสว่างที่กึ่งกลางจะเกิดเมื่อ  $\theta = 0 (n = 0)$  เรียกว่าค่ามากที่สุดลำดับที่ศูนย์ (Zeroth-order maximum) ค่ามากที่สุดลำดับที่หนึ่ง (First-order maximum) ทั้งสองด้านเกิดเมื่อ  $n = \pm 1$  และลำดับอื่น ๆ ตามค่าของ  $n$

เมื่อความแตกต่างเส้นทางเป็นจำนวนเลขคี่ของ  $\lambda/2$  คลื่นแสงทั้งสองจะถึงจุด  $P$  จะมีเฟสต่างกัน  $180^\circ$  ทำให้เกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน จึงเกิดแถบมืด ที่จุด  $P$  ดังนั้น

$$\delta = d \sin \theta = \left( n + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad \text{เมื่อ } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.83)$$

การที่ได้สมการบอกตำแหน่งแถบสว่างและแถบมืดบนฉากจะมีประโยชน์มาก หากถือว่า  $L \gg d$  และ  $d \ll \lambda$  ซึ่งสอดคล้องกับการทดลอง เพราะว่า  $L \approx 1$  ,  $n$  และ  $d$  เป็นค่าระดับมิลลิเมตร ขณะที่  $\lambda$  มีค่าเป็นไมโครเมตร ในกรณีที่ใช้แสงที่มองเห็นได้ ภายใต้เงื่อนไขที่กล่าวมานี้ค่า  $\theta$  จะเล็กมาก จนทำให้  $\sin \theta \approx \theta$  จาก  $\Delta POQ$  ในภาพที่ 4.38 พบว่า

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \frac{y}{L} \quad (4.84)$$

แทนสมการ (4.84) ลงในสมการ (4.82) (4.83) จะทำให้ได้ตำแหน่งของแถบสว่างและแถบมืดดังนี้

$$y_{\text{bright}} = \frac{\lambda L}{d} n \quad (4.85)$$

$$y_{\text{dark}} = \frac{\lambda L}{d} \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad (4.86)$$

ตัวอย่าง 4.21 ฉากห่างจากสลิตคู่เป็นระยะ 1.2 เมตร ระยะห่างระหว่างสลิตเป็น 0.03 มิลลิเมตร แถบสว่างลำดับที่ 2 ( $n = 2$ ) อยู่ห่างจากกึ่งกลางฉากเป็นระยะ 4.5 เซนติเมตร จงคำนวณหา (ก) ความยาวคลื่นแสง (ข) ระยะห่างระหว่างแถบสว่างสองแถบข้างเดียวกัน

วิธีทำ

(ก)  $n = 2, y_2 = 4.5 \times 10^{-2} \text{ m}, L = 1.2 \text{ m}$  และ  $d = 3.0 \times 10^{-5} \text{ m}$

จากสมการ  $y_{\text{bright}} = \frac{\lambda L}{d} n$  ดังนั้น

$$\lambda = \frac{dy_2}{nL} = \frac{(3.0 \times 10^{-5} \text{ m})(4.5 \times 10^{-2} \text{ m})}{2(1.2 \text{ m})}$$

$$\lambda = 5.6 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$= 560 \text{ nm}$$

(ข) จากสมการ

$$y_{n+1} - y_n = L \frac{(n+1)\lambda}{d} - L \left( \frac{n\lambda}{d} \right)$$

$$= L \left( \frac{\lambda}{d} \right) = 1.2 \text{ m} \left( \frac{5.6 \times 10^{-7} \text{ m}}{3.0 \times 10^{-5} \text{ m}} \right)$$

$$= 2.2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$= 2.2 \text{ cm}$$

ตัวอย่าง 4.22 แหล่งกำเนิดแสงเปล่งแสงออกมาสองความยาวคลื่น  $\lambda = 430 \text{ nm}$  และ  $\lambda' = 510 \text{ nm}$  ให้ใช้แหล่งกำเนิดแสงนี้ทำการทดลองการแทรกสอดแบบสลิตคู่โดย  $L = 1.50 \text{ m}$  และ  $d = 0.025 \text{ mm}$  จงหาแถบสว่างอันดับที่ 3 ( $n = 3$ ) ห่างกันเป็นระยะเท่าใด

วิธีทำ จาก  $y_{\text{bright}} = \frac{\lambda L}{d} n = L \left( \frac{3\lambda}{d} \right) = 1.50 \text{ m} \left[ \frac{3(430 \times 10^{-9} \text{ m})}{0.025 \times 10^{-3} \text{ m}} \right]$

$$= 7.74 \times 10^{-2} \text{ m}$$



$$y'_{\text{bright}} = L \left( \frac{n\lambda'}{d} \right) = L \left( \frac{3\lambda'}{d} \right) = 1.50m \left[ \frac{3(510 \times 10^{-9} \text{ m})}{0.025 \times 10^{-3} \text{ m}} \right]$$

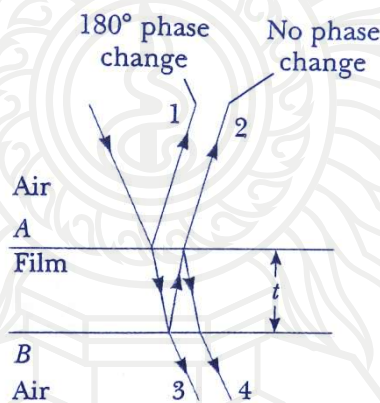
$$= 9.18 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{ดังนั้นแถบสว่างอันดับที่ 3 } (n=3) \text{ ห่างกันเป็นระยะ} = 9.18 \times 10^{-2} \text{ m} - 7.74 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$= 1.44 \times 10^{-2} \text{ m} = 1.44 \text{ cm}$$

### การแทรกสอดในฟิล์มบาง

ตัวกลางที่มีผิวหน้า 2 ด้านขนานกันและบางมากเรียกว่าฟิล์ม เมื่อฉายแสงผ่านฟิล์มบาง ๆ แสงจะมีการสะท้อนที่ผิวทั้งสองแล้วไปแทรกสอดกัน ตัวอย่างการแทรกสอดแบบนี้ได้แก่แถบสีต่าง ๆ ที่เห็นจากฟองสบู่หรือฟิล์มบาง ๆ ของน้ำมันที่ลอยเหนือผิวน้ำเป็นต้นดังภาพที่ 4.39



ภาพที่ 4.39 การแทรกสอดในฟิล์มบาง

ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 1060

พิจารณาฟิล์มบางที่มีความหนาสม่ำเสมอ  $t$  มีค่าดัชนีหักเห  $n$  สมมติให้รังสีของแสงเดินทางจากตัวกลางอากาศเกือบตั้งฉากกับผิวของฟิล์มบาง เพื่อที่จะหาว่าแสงสะท้อนจะมีการแทรกสอดแบบเสริมหรือแบบหักล้าง โดยพิจารณาข้อเท็จจริงดังนี้

ข้อเท็จจริงที่ 1 คลื่นที่เคลื่อนที่จากตัวกลาง ที่มีดัชนีหักเห  $n_1$  เข้าไปในตัวกลางที่มีดัชนีหักเห  $n_2$  แล้วมีการเปลี่ยนแปลง  $180^\circ$  ได้ก็ต่อเมื่อ  $n_2 > n_1$  และจะไม่มี การเปลี่ยนแปลงเฟส ถ้า  $n_2 < n_1$

ข้อเท็จจริงที่ 2 ความยาวคลื่นแสง  $\lambda_n$  ในฟิล์มบาง มีค่าดัชนีหักเห  $n$  คือ



$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} \quad (4.87)$$

เมื่อ  $\lambda$  คือความยาวคลื่นแสงในที่ว่าง

เมื่อใช้ข้อเท็จจริง 2 ประการนี้กับฟิล์มบางในภาพที่ 4.39 รังสี 1 จะสะท้อนที่ผิวบน (A) โดยมีการเปลี่ยนแปลงเฟส  $180^\circ$  เมื่อเทียบกับรังสีตกกระทบ และรังสี 2 ซึ่งสะท้อนจากผิวล่าง (B) จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงเฟส ดังนั้นรังสี 1 จะมีเฟสต่างจากรังสี 2 อยู่  $180^\circ$  ซึ่งตรงกับความแตกต่างเส้นทาง  $\lambda_n/2$  อย่างไรก็ตามเราจำเป็นต้องพิจารณาระยะการเดินทางของรังสี 2 ซึ่งมีระยะเท่ากับ  $2t$  ก่อนที่คลื่นแสงจะรวมกัน ถ้า  $2t = \lambda_n/2$  รังสี 1 และรังสี 2 จะรวมกันใหม่และมีเฟสตรงกันจึงทำให้มีการแทรกสอดแบบเสริมกัน โดยเป็นไปตามเงื่อนไขดังนี้

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_n \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (4.88)$$

เนื่องจาก  $\lambda_n = \lambda/n$  จึงสามารถเขียนสมการ (4.88) ได้ว่า

$$2nt = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (4.89)$$

ถ้าระยะทางที่รังสี 2 เดินทาง  $2t$  มีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มของความยาวคลื่น  $\lambda_n$  คลื่นทั้งสองจะรวมกันโดยมีเฟสไม่ตรงกัน จึงเกิดการแทรกสอดแบบหักล้างกัน โดยมีเงื่อนไขดังนี้

$$2nt = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (4.90)$$

### การเลี้ยวเบนของแสง

การเลี้ยวเบนของแสง (Diffraction of light) เป็นสมบัติทางคลื่นของแสงทางกายภาพ เช่นเดียวกับการแทรกสอด การเลี้ยวเบนจะเกิดขึ้นที่ขอบของสิ่งกีดขวาง ปรากฏการณ์เลี้ยวเบนอธิบายได้ด้วยทฤษฎีของฮอยเกนส์ สำหรับการเลี้ยวเบนผ่านช่องแคบ คลื่นหน้าตรงจะเลี้ยวเบนได้หมดทั้งหน้าคลื่นเมื่อความกว้างของช่องแคบมีขนาดเท่ากับหรือน้อยกว่าความยาวคลื่น ในกรณีที่ความกว้างของช่องแคบมากกว่าความยาวคลื่นของแสง แสงที่เลี้ยวเบนจะแทรกสอดกันโดยมีเงื่อนไขการแทรกสอดว่า

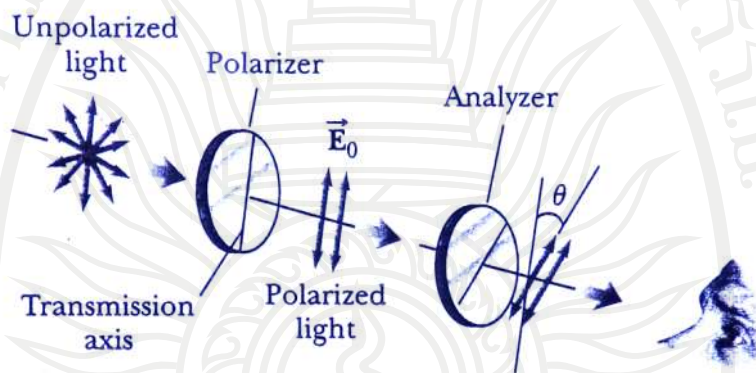
$$\text{แถบมืด} \quad d \sin \theta = n\lambda \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.91)$$

เมื่อ  $d$  คือความกว้างของช่องแคบ

$\theta$  คือมุมที่ช่องแคบ วัดจากแถบสว่าง A ถึงแถบมืดที่  $n$  บนฉาก

## โพลาไรเซชันของแสง

โพลาไรเซชัน (Polarization) เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดเฉพาะกับคลื่นตามขวางเท่านั้น ซึ่งต่างจากการแทรกสอดและการเลี้ยวเบนที่เกิดได้กับทั้งคลื่นตามขวางและคลื่นตามยาว (Halliday, Resnick & Walker, 2001: 815) มีสารบางชนิด เช่น ผลึกทัวมารีน ผลึกเฮอราฟาไทด์ มีลักษณะการเรียงตัวของแลตทิซ ทำให้เกิดเป็นแกนคล้ายแกนขนาน ผลึกของสารเหล่านี้จะดูดกลืนแสงในระนาบอื่น ๆ ไปได้ นอกจากแสงที่อยู่ในแนวขนานกับแกนผลึก ผลึกของสารประเภทนี้เรียกว่า โพลารอยด์ (Polaroid) ดังภาพที่ 4.40



ภาพที่ 4.40 แผ่นโพลารอยด์สองแผ่นทำมุม  $\theta$  ซึ่งกันและกัน

ที่มา: Jewett & Serway, 2008: 1094, Jewett & Serway, 2014: 1176

จากภาพที่ 4.40 เมื่อฉายแสงผ่านแผ่นโพลารอยด์แรก แสงที่ลอดผ่านจะมีเพียงระนาบเดียวคือระนาบที่ขนานกับแกนของแผ่นโพลารอยด์แรก ถ้าแสงที่ผ่านเรียกว่าแสงโพลาไรซ์ (Polarized light) ซึ่งตัวกั้นแสงนี้เรียกว่าตัวโพลาไรซ์ (Polarizer) ต่อมาเมื่อนำแผ่นที่สองที่เรียกว่าตัววิเคราะห์ (Analyzer) มากั้นแสงที่ลอดจากแผ่นโพลารอยด์แรก แสงจะลอดผ่านตัววิเคราะห์ได้หรือไม่ขึ้นอยู่กับระนาบของตัววิเคราะห์ขนานกับระนาบของแสงโพลาไรซ์หรือไม่ ถ้าขนานแสงจะลอดผ่านได้ 100% แต่ถ้าระนาบตั้งฉากซึ่งกันและกันแสงจะลอดผ่านไม่ได้เลย

การประยุกต์โพลาไรเซชันมาใช้งานที่สำคัญ ได้แก่ फिल्मกรองแสงรถยนต์ แผ่นกรองแสงหน้าจอโทรทัศน์ และแว่นกันแดด เป็นต้น

## ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก

ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (Photoelectric effect) เป็นปรากฏการณ์ที่เมื่อฉายแสงความถี่ที่เหมาะสมกระทบผิวโลหะบางชนิด จะทำให้มีอิเล็กตรอนหลุดออกจากผิวโลหะได้ ปรากฏการณ์นี้ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎีที่ว่าแสงเป็นคลื่น (Halliday, Resnick & Walker, 2001: 956)

ไอน์สไตน์ อธิบายปรากฏการณ์นี้สำเร็จในปี ค.ศ.1905 โดยได้อธิบายว่า ลำแสงประกอบด้วยก้อนพลังงานเป็นก้อน ๆ เรียกว่า โฟตอนหรือควอนตัม (Photon or quantum) โฟตอนแต่ละก้อนมีพลังงาน  $hf$  เมื่อ  $f$  คือความถี่ของแสง และ  $h$  คือค่าคงที่ของพลังค์  $6.625 \times 10^{-34}$  จูล.วินาที เมื่อฉายแสงกระทบโลหะ โฟตอนจะสูญเสียพลังงานให้แก่อิเล็กตรอนของโลหะตัวต่อตัว ถ้าพลังงานของอิเล็กตรอนอย่างน้อยเท่ากับพลังงานยึดเหนี่ยวของโลหะ ( $W$ , Work function) จะทำให้อิเล็กตรอนของโลหะหลุดออกจากผิวโลหะเป็นอิสระ เรียกอิเล็กตรอนนี้ว่า โฟโตอิเล็กตรอน (Photoelectron) ทำให้ได้ความถี่ต่ำสุดของแสงที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์ได้ เรียกว่า ความถี่ขีดเริ่ม (Threshold frequency =  $f_0$ ) ซึ่งที่ความถี่นี้พลังงานของโฟตอนจะมีค่าเท่ากับพลังงานยึดเหนี่ยวของโลหะพอดี ถ้าความถี่สูงกว่านี้โฟโตอิเล็กตรอนที่หลุดออกมาจะมีพลังงานจลน์ค่าหนึ่ง พลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอนจะหาได้จากการใช้ความต่างศักย์ต้านให้อิเล็กตรอนหลุดเรียกความต่างศักย์นี้ว่าความต่างศักย์หยุดยั้ง (Stopping voltage =  $V_s$ ) จึงสามารถสรุปเป็นสมการได้ว่า

$$\begin{aligned} hf &= W + (E_k)_{\max} \\ &= hf_0 + eV_s \end{aligned} \quad (4.92)$$

เมื่อ  $W = hf_0$  และ  $(E_k)_{\max} = eV_s$

ตัวอย่าง 4.23 ถ้าวัดพลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอนจากโลหะซีเซียมซึ่งมี  $W = 1.8\text{eV}$  ได้เป็น  $2\text{eV}$  จงหาความยาวคลื่นที่มากที่สุดที่ทำให้เกิดโฟโตอิเล็กตรอนได้ และในกรณีนี้จะต้องใช้ความต่างศักย์หยุดยั้งกี่โวลต์

วิธีทำ โจทย์กำหนด  $W = 1.8\text{eV}$  และ  $E_k = 2\text{eV}$

ในที่นี้ความยาวคลื่นที่มากที่สุดคือความถี่ต่ำที่สุด หรือ ความถี่ขีดเริ่มนั่นเอง

$$\begin{aligned} W &= hf_0; \frac{hc}{\lambda} = W \\ \lambda &= \frac{hc}{W} = \frac{(6.625 \times 10^{-34} \text{ Js})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{(1.8 \times 1.6 \times 10^{-19}) \text{ J}} \\ &= 6901 \times 10^{-10} \text{ m} \\ &= 6901 \text{ \AA} \end{aligned}$$

จาก  $E_k = eV_s; V_s = \frac{E_k}{e}$

$$\begin{aligned} V_s &= \frac{2\text{eV}}{e} \\ &= 2\text{V} \end{aligned}$$

## โฮโลกราฟี

โฮโลกราฟี (Holography) เป็นวิธีการทำให้เกิดภาพโดยไม่ต้องใช้เลนส์ ภาพที่ได้เป็นภาพ 3 มิติมองจากทิศทางต่าง ๆ ได้และมองจากระยะใกล้หรือไกลก็ได้ (Cutnell & Johnson, 2005: 925)

หลักการของโฮโลกราฟี คือ การทำให้เกิดการแทรกสอดของลำแสง 2 ลำแสงไปปรากฏบนฟิล์ม ลำแสงหนึ่งได้จากการสะท้อนของวัตถุที่ต้องการถ่ายภาพ อีกลำแสงหนึ่งได้จากต้นกำเนิดแสงโดยตรง โดยแสงที่ใช้ต้องเป็นแสงอาพันธ์ ในทางปฏิบัติเราใช้แสงเลเซอร์ ลวดลายการแทรกสอดบนฟิล์มเรียกว่า โฮโลแกรม (Hologram) โฮโลแกรมเป็นลวดลายการแทรกสอดที่อยู่ยุ่งยากและซับซ้อนมาก เพื่อที่จะให้ได้ภาพจะต้องฉายเลเซอร์ผ่านโฮโลแกรม ผลจะทำให้เกิดภาพ 2 ภาพคือ ภาพเสมือนเกิดด้านหน้าฟิล์มมองเห็นได้ด้วยตา และภาพจริงเกิดทางด้านหลังฟิล์มซึ่งจะใช้ฉากรับได้

โฮโลกราฟีจึงมีประโยชน์มากในการศึกษาโครงสร้างของผลึกเนื่องจากจะสามารถมองเห็นรูปร่างของผลึกใน 3 มิติ ซึ่งต่างจากภาพที่ได้จากเลนส์เป็นภาพใน 2 มิติเท่านั้น

## สรุป

ในบทนี้ต้องการศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับความรู้ทางฟิสิกส์ในเรื่องของแสง เช่น ธรรมชาติ สมบัติ และปรากฏการณ์ทางแสง จะเน้นหลักการที่สำคัญตลอดจนการนำหลักการไปใช้เพื่อให้สามารถนำไปใช้กับฟิสิกส์ในระดับมัธยมปลายได้ดีขึ้นและเป็นพื้นฐานในการศึกษาฟิสิกส์ในระดับที่สูงขึ้นได้ โดยสามารถสรุปหลักการได้ดังนี้

### สมบัติของแสง

1. การสะท้อน เมื่อแสงเดินทางไปตกกระทบบนวัตถุ จะเกิดการสะท้อนและเป็นไปตามกฎเกณฑ์ซึ่งเรียกว่ากฎการสะท้อน มีรายละเอียด 2 ข้อคือ

ข้อ 1 รังสีตกกระทบ รังสีสะท้อน และเส้นแนวฉากอยู่บนระนาบเดียวกัน

ข้อ 2 มุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อน

2. การหักเหของแสงเมื่อแสงเดินทางผ่านรอยต่อระหว่างตัวกลาง อัตราเร็วของแสงจะเปลี่ยนไปหรือที่เรียกว่าเกิดการหักเหของแสงขึ้น อัตราส่วนระหว่างอัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ

ต่ออัตราเร็วของแสงในตัวกลางเรียกว่าดัชนีหักเหของตัวกลาง แทนได้ด้วย  $n = \frac{c}{v}$  เมื่อ  $c, v$  คือ

อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศและในตัวกลางตามลำดับสำหรับตัวกลางสองชนิดมีค่าดัชนีหักเห  $n_1$  และ  $n_2$  พบว่าเมื่อแสงเดินทางจากตัวกลาง 1 ไปสู่ตัวกลาง 2 อัตราส่วนของไซน์ของมุมตกกระทบ  $\theta_1$  ต่อค่าไซน์ของมุมหักเห  $\theta_2$  มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของ  $n_2$  ต่อ  $n_1$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

### การสะท้อนที่ผิวโค้งทรงกลม

ถ้าให้  $u$  = ระยะวัตถุ  $v$  = ระยะภาพ  $f$  = ทางยาวโฟกัสของกระจกโค้ง และ  $R$  = รัศมีความโค้งของกระจกโค้ง เมื่อวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางเรขาคณิตจะได้รับความสัมพันธ์คือ

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

กำลังขยาย

$$m = \frac{v}{u} = \frac{h'}{h} = \frac{f}{u-f}$$

ในการแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการทั้งสอง เพื่อให้สมการสามารถบอกลักษณะได้ จะใช้การแทนค่าด้วยระบบจริงเป็นบวก (Real is positive) ซึ่งสามารถสรุปดังนี้

1. เลนส์นูนให้ภาพจริงหรือภาพเสมือนก็ได้ แต่เลนส์เว้าให้ภาพเสมือนเท่านั้น
2. เลนส์นูน  $f$  เป็น + (หมายความว่ารังสีหักเหตัดกันจริง)
3. เลนส์เว้า  $f$  เป็น - (หมายความว่ารังสีหักเหไม่ตัดกันจริง)
4.  $u$  และ  $v$  ถ้าจริง เป็น + และถ้าเสมือน เป็น -

### การหักเหของแสง

การหักเหของแสงคือปรากฏการณ์ที่เมื่อแสงเคลื่อนที่จากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่ง ณ รอยต่อของตัวกลาง (Boundary) การหักเหเป็นผลมาจากอัตราเร็วของแสงในตัวกลางต่างกันมีค่าต่างกัน โดยผลจากการหักเหทำให้ความยาวคลื่นของแสงเปลี่ยนไปโดยความถี่ไม่เปลี่ยนแปลง

เมื่อ  $i$  คือ มุมตกกระทบของแสงในตัวกลางที่ 1

$r$  คือ มุมหักเหของแสงในตัวกลางที่ 2

$V_1, \lambda_1$  เป็นความเร็วและความยาวคลื่นแสงในตัวกลางที่ 1

$V_2, \lambda_2$  เป็นความเร็วและความยาวคลื่นแสงในตัวกลางที่ 2

การหักเหของแสงจะเป็นไปตามกฎสองข้อดังนี้

1. รังสีตกกระทบ รังสีหักเห จะอยู่ในระนาบเดียวกัน
2. อัตราส่วน  $\sin i$  กับ  $\sin r$  คือค่าคงตัวซึ่งจะเรียกว่าค่าดัชนีหักเหของแสง

จากปริมาณต่าง ๆ จะหาความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c/V_2}{c/V_1} = \frac{n_2}{n_1} = \eta_{21} = \text{constant}$$

สมการที่ได้เรียกว่ากฎของสเนลล์ (Snell's law)

เมื่อ  $c$  คืออัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ  $\approx 3 \times 10^8$  เมตรต่อวินาที



### การสะท้อนกลับหมด

เมื่อแสงเคลื่อนที่จากตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหมากกว่าไปสู่ตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหน้อยกว่ามุมตกกระทบของแสงจะเล็กกว่ามุมหักเหเสมอ มุมตกกระทบที่ทำให้มุมหักเหเท่ากับ  $90^\circ$  เรียกว่ามุมวิกฤต ( $C$ ) ณ มุมตกกระทบเท่ากับมุมวิกฤต รังสีหักเหจะมีแนวอยู่ระหว่างรอยต่อของตัวกลาง ถ้าเพิ่มมุมตกกระทบให้โตกว่ามุมวิกฤต มุมหักเหที่หาได้ตามกฎของสเนลล์จะโตกว่า  $90^\circ$  กรณีนี้มิใช่การหักเหแต่แสงจะสะท้อนกลับเข้ามาในตัวกลางเดิมทั้งหมด เรียกว่าการสะท้อนกลับหมด (Total reflection) มุมวิกฤตระหว่างตัวกลางคู่หนึ่งหาได้จาก

$$C = \sin^{-1} \left( \frac{n_2}{n_1} \right) : n_1 > n_2$$

### การหักเหที่ผิวโค้งทรงกลม

เมื่อวางวัตถุไว้ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเห  $n_1$  และมีรอยต่อเป็นโค้งทรงกลมคั่นกับตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเห  $n_2$  สมการการหักเหที่ผิวเดียวคือ

1. ในกรณีที่วัตถุอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหน้อย ดังนั้นรังสีตกกระทบจึงอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหน้อยและรังสีหักเหอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหที่มากกว่าดังกรณีที่ 1 และกรณีที่ 2 ที่กล่าวมาแล้ว ความสัมพันธ์ระหว่าง  $u, v, R, n_1, n_2$  คือ

$$-\frac{n_1}{u} + \frac{n_2}{v} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

2. ในกรณีที่วัตถุอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหสูง ดังนั้นรังสีตกกระทบจึงอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหสูงและรังสีหักเหอยู่ในตัวกลางที่มีค่าดัชนีหักเหน้อยกว่าดังกรณีที่ 3 ที่กล่าวมาแล้ว ความสัมพันธ์ระหว่าง  $u, v, R, n_1, n_2$  คือ

$$-\frac{n_2}{u} + \frac{n_1}{v} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

3. ถ้าให้  $P = \frac{n_2 - n_1}{R}$  โดยทั่วไปคือค่าอำนาจในการหักเหพื้นผิวนั่นเอง

เมื่อ  $u, v$  เป็นระยะวัตถุและระยะภาพตามลำดับ และ  $R$  เป็นรัศมีความโค้งของรอยต่อระหว่างตัวกลาง ระยะต่าง ๆ ใช้เครื่องหมายตามระบบพิกัดฉาก



### สมการของเลนส์แบบเกาส์เซียน

ความสัมพันธ์ของระยะวัตถุ ระยะภาพ กับระยะโฟกัสของเลนส์ เรียกว่า สมการของเลนส์แบบเกาส์เซียนหรือสมการอย่างง่ายของเลนส์

$$-\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

### กำลังขยาย

อัตราส่วนของขนาดของภาพที่เกิดจากเลนส์ (I) ต่อขนาดของวัตถุ (O) เรียกว่ากำลังขยายของเลนส์ซึ่งใช้สัญลักษณ์เป็น  $m$  (magnification)

$$m = \frac{I}{O} = \frac{v}{u} = \frac{f}{f+u} = \frac{f-v}{f}$$

### การแทรกสอดของแสง

การแทรกสอดของแสงเป็นสมบัติทางกายภาพของแสงที่ไม่อาจวิเคราะห์โดยเส้นรังสีของแสง การแทรกสอดของแสงเกิดขึ้นเมื่อคลื่นแสงหลายขบวนมาพบกันแล้วเกิดการรวมกันขึ้นเงื่อนไขการแทรกสอดมี 2 แบบ คือ

แถบสว่าง  $\delta = d \sin \theta = n\lambda$       เมื่อ  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

แถบมืด  $\delta = d \sin \theta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$       เมื่อ  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

### การเลี้ยวเบนของแสง

ปรากฏการณ์เลี้ยวเบนอธิบายได้ด้วยทฤษฎีของฮอยเกนส์ สำหรับการเลี้ยวเบนผ่านช่องแคบ คลื่นหน้าตรงจะเลี้ยวเบนได้หมดทั้งหน้าคลื่นเมื่อความกว้างของช่องแคบมีขนาดเท่ากับหรือน้อยกว่าความยาวคลื่น ในกรณีที่ความกว้างของช่องแคบมากกว่าความยาวคลื่นของแสงที่เลี้ยวเบนจะแทรกสอดกันโดยมีเงื่อนไขการแทรกสอดว่า

แถบมืด  $d \sin \theta = n\lambda$        $n = 1, 2, 3, \dots$

## แบบฝึกหัดบทที่ 4

1. ระยะโฟกัสของกระจกราบมีขนาดเท่าใด
2. มุมตกกระทบต้องมีขนาดเท่าใด เมื่อรังสีตกกระทบตกลงบนกระจกโค้ง ณ ที่จุดศูนย์กลางความโค้ง
3. เมื่อไหร่ที่กระจกเว้าให้ภาพเสมือน
4. เมื่อไหร่ที่กระจกนูนให้ขนาดภาพใหญ่กว่าวัตถุ
5. ผู้สังเกตจะสามารถสังเกตเห็นภาพของวัตถุที่เกิดจากกระจกนูนบนจอได้หรือไม่
6. ทำไมจึงต้องใช้กระจกนูน เพื่อมองภาพด้านหลังของรถมอเตอร์ไซด์
7. รังสีของแสงความยาวคลื่น 589 นาโนเมตร เคลื่อนที่ผ่านอากาศตกกระทบแท่งแก้วที่ราบเรียบโดยมีมุมตกกระทบเท่ากับ  $30^\circ$  จงหามุมหักเห
8. แสงความยาวคลื่น 589 นาโนเมตร ในสุญญากาศเคลื่อนที่ผ่านแก้วซีริกา ( $n = 1.458$ ) จงหาอัตราเร็วของแสงในแก้วซีริกาและความยาวคลื่นของแสงในแก้วซีริกา
9. แผ่นแก้วมีระยะปรากฏหนาเป็น 6 เซนติเมตร เมื่อมองจากด้านบน ถ้าดัชนีหักเหของแผ่นแก้วนี้เป็น  $3/2$  จงหาระยะหนาจริงของแผ่นแก้วนี้
10. ใช้แผ่นแก้วหนา 10 เซนติเมตร ดัชนีหักเห 1.5 วางทับเศษผงอันหนึ่งวางอยู่ใต้ผิวน้ำลึกจากผิวน้ำ 30 เซนติเมตร ถ้ามองเศษผงเหนือผิวน้ำตรง ๆ จะเห็นเศษผงอยู่ลึกจากผิวน้ำกี่เมตร กำหนดดัชนีหักเหของน้ำ 1.3
11. รังสีของแสงตกกระทบน้ำด้วยมุมตกกระทบ 24 องศาและ 53 องศา จงคำนวณหามุมหักเหในแต่ละกรณี
12. รังสีของแสงตกกระทบบนแผ่นแก้วและมุมหักเห 24 องศาและ 37 องศา จงคำนวณหามุมตกกระทบในแต่ละกรณี
13. ถังน้ำซึ่งถูกเติมน้ำสูง 12.5 เซนติเมตร สามารถมองเห็นระยะลึกปรากฏของเข็มวางก้นถังน้ำเป็นระยะ 9.4 เซนติเมตร จงคำนวณหาดัชนีหักเหของน้ำ และถ้าเปลี่ยนจากเติมน้ำเป็นเติมของเหลวที่มีค่าดัชนีหักเห 1.63 ซึ่งสูงเท่ากับความสูงของน้ำ จงหาความลึกปรากฏของเข็มที่ผู้สังเกตเห็น
14. รัศมีของเลนส์นูนทั้งสองอันมีขนาด 20 เซนติเมตร ดัชนีของแก้วคือ 1.5 จงคำนวณหาทางยาวโฟกัสของเลนส์นี้ในอากาศและเมื่อวางเลนส์นี้ในคาร์บอนไดออกไซด์ซึ่งดัชนีหักเห=1.63
15. เลนส์นูนมีทางยาวโฟกัส 0.2 เมตร และทำด้วยแก้ว ( $n = 1.50$ ) ซึ่งวางจมอยู่ในน้ำ ( $n = 1.33$ ) จงหาการเปลี่ยนแปลงทางยาวโฟกัสของเลนส์นี้
16. ภาพที่เกิดจากเลนส์นูนเป็นแบบหัวตั้งและขนาดเป็น 4 เท่าของขนาดวัตถุ ถ้าระยะโฟกัสของเลนส์คือ 20 เซนติเมตร จงหาระยะวัตถุและระยะภาพ

17. เข็มวางห่างจากเลนส์ระยะ 45 เซนติเมตรและทำให้เกิดภาพบนจอรับภาพระยะ 90 เซนติเมตร อีกด้านหนึ่งของเลนส์ จงหาว่าเลนส์ดังกล่าวเป็นเลนส์ชนิดใดและจงหาระยะโฟกัสของเลนส์ไว้ แล้วขนาดของภาพเป็นเท่าไร ถ้าขนาดของเข็มคือ 5.0 เซนติเมตร
18. จงอธิบายกฎของสเนลล์ของการหักเหของแสง
19. จงอธิบายเงื่อนไขในการสะท้อนกลับหมด
20. จงหามุมวิกฤตสำหรับวัตถุที่มีดัชนีหักเห  $\sqrt{2}$
21. วัตถุมีมุมวิกฤต  $45^\circ$  สำหรับแสงสีเหลือง จงหาดัชนีหักเห
22. แสงมีความยาวคลื่น  $6,000 \text{ \AA}$  ในอากาศ เข้าสู่ตัวกลางซึ่งมีดัชนีหักเห 1.5 จงหาความถี่และความยาวคลื่นของแสงในตัวกลาง
23. รังสีของแสงความถี่  $5 \times 10^4 \text{ Hz}$  ผ่านช่องของเหลว ความยาวคลื่นของแสงวัดในของเหลว มีค่า  $450 \times 10^{-9} \text{ m}$  จงคำนวณหาดัชนีหักเหของของเหลว
24. ดัชนีหักเหของแก้วคือ 1.5 และดัชนีหักเหของน้ำคือ 1.3 ถ้าความเร็วของแสงในน้ำคือ  $2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$  จงหาความเร็วของแสงในแก้ว
25. ดัชนีหักเหของแก้วคือ 1.5 จงหาความเร็วของแสงในแก้ว ถ้าความเร็วในอากาศคือ  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  จงหามุมวิกฤตของแก้ว

## เอกสารอ้างอิง

- ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2555). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Bueche, F.J. (1997). **ทฤษฎีและตัวอย่างโจทย์ฟิสิกส์พื้นฐาน** (แปลและเรียบเรียงจาก Theory and Problems of College Physics โดย ปิยพงษ์ สิริคอง). กรุงเทพฯ : แมคกรอ-ฮิล อินเทอร์เน็ตเซ็นแนล เอ็นเตอร์ไพรส์.
- Cutnell, J.D., & Johnson, K.W. (2005). **Physics**. 6th ed.. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons.
- Cutnell, J.D. and other. (2015). **Physics**. 10th ed.. Hoboken, NY : John Wiley & Sons.
- Feynman, R.P., Leighton, R.B. & Sands, M. (2001). **The Feynman lecturer on Physics** (Vol. II). New Delhi : Narosa Publishing House.
- Giancoli, D.C. (1998). **Physics**. Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall.
- Gupta, S.K. (2002). **Physics** (Vol.II). Jalandhar : Modern Publishers.
- Halliday, D. & Resnick, R. (1966). **Physics part II**. New Delhi : Wiley Eastern Limited.
- Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (1997). **Fundamental of Physics**. 5th ed.. New York : Harper & Row. John Wiley & Sons.
- \_\_\_\_\_. (2001). **Fundamental of Physics**. 6th ed.. New York : John Wiley & Sons. Inc.
- \_\_\_\_\_. (2014). **Fundamental of Physics**. 10th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- Jewett, J.W. & Serway, R.A. (2008). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 7th ed.. USA : Thomson Higher Education.
- \_\_\_\_\_. (2014). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 9th ed.. USA: Brooks/Cole.
- Young, H.D. & Freedman, R.A. (2004). **University Physics with modern Physics**. 11th ed.. San Francisco : Pearson Addison Wesley.
- \_\_\_\_\_. (2012). **University Physics with modern Physics**. 13th ed.. Boston: Pearson Addison Wesley.

## แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 5

### เนื้อหาประจำบท

#### บทที่ 5 โครงสร้างอะตอม

โครงสร้างของอะตอม

แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด

แบบจำลองอะตอมของโบร์

ทฤษฎีไฮโดรเจนของโบร์

อัตราเร็วของอิเล็กตรอน

พลังงานของอิเล็กตรอน

พลังงานถูกควอนไทท์

การเปลี่ยนระดับของอิเล็กตรอน

อนุกรมสเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอม

ระดับพลังงานของไฮโดรเจน

สมมติฐานของเดอเบรย

สมการคลื่นของชเรอดิงเงอร์

ทฤษฎีอะตอมในปัจจุบัน

สรุป

แบบฝึกหัดบทที่ 5

เอกสารอ้างอิง

#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อศึกษาบทที่ 5 แล้ว นักเรียนสามารถ

1. อธิบายวิวัฒนาการของโครงสร้างอะตอมได้
2. อธิบายทฤษฎีอะตอมของไฮโดรเจนได้
3. อธิบายพลังงานถูกควอนไทท์และการเปลี่ยนระดับของอิเล็กตรอนได้
4. อธิบายลักษณะสำคัญของอนุกรมสเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอมต่าง ๆ ได้
5. หาสมการคลื่นของชเรอดิงเงอร์และรากของสมการได้
6. อธิบายทฤษฎีอะตอมในปัจจุบันได้

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยาย อธิบายทฤษฎี พร้อมยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย โดยใช้ โปรเจคเตอร์ เครื่องฉายแผ่นทึบ และการเขียนอธิบายเพิ่มเติมบนกระดาน และซักถามผู้เรียนขณะเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในแต่ละหัวข้อ
2. แบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละประมาณ 5 คน มอบหมายงานเพื่อศึกษาทฤษฎี แล้วดำเนินการอภิปรายกลุ่ม (Group discussion) ในประเด็นที่กำหนด
3. กำหนดหัวข้อ โจทย์ปัญหา และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน
4. มอบหมายให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม
5. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดบทที่ 5
6. ทดสอบย่อยหลังจบบทเรียน

### สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
2. ไฟล์เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
3. เครื่องฉายโปรเจคเตอร์
4. ตำรา หนังสือ สำหรับอ่านประกอบค้นคว้าเพิ่มเติม
5. อุปกรณ์ช่วยสอน
6. แบบฝึกหัดบทที่ 5

### การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของผู้เรียน
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน
3. สังเกตจากการอภิปรายกลุ่มและอภิปรายสรุป
4. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัด
5. ประเมินจากการสอบระหว่างภาคและปลายภาค



## บทที่ 5

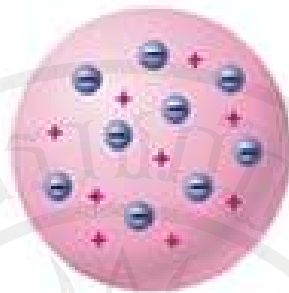
### โครงสร้างอะตอม

จากการทดลองการกระเจิงของรัทเทอร์ฟอร์ดด้วยการยิงอนุภาคแอลฟาไปยังอะตอมของทองคำจึงทำให้ทราบว่าแกนกลางของอะตอมซึ่งเรียกว่านิวเคลียส มีประจุบวกซึ่งมีขนาดเล็กมากประมาณ 1 ใน 10,000 ของขนาดอะตอม และเป็นที่ยึดของมวลเกือบทั้งหมดของอะตอม มีความหนาแน่นสูงมากประมาณ  $2 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$  ปัญหาที่น่าสนใจต่อมาก็คือประจุบวกอยู่รวมกันในระยะใกล้ได้อย่างไรทั้งที่มีแรงผลักทางไฟฟ้าซึ่งมีขนาดแปรผกผันกับระยะห่างยกกำลังสอง หรือทำไมนิวเคลียสบางนิวเคลียสไม่เสถียร (Unstable) และมีการสลาย (Decay) ด้วยการปลดปล่อยรังสีออกมาเป็นต้น ในบทนี้จะกล่าวถึงองค์ประกอบและสมบัติบางประการของนิวเคลียส โครงสร้างอะตอม แบบจำลองอะตอม สมการคลื่น ทฤษฎีอะตอมในปัจจุบันเพื่อนำไปสู่การศึกษาฟิสิกส์ในระดับอะตอมที่สูงขึ้นต่อไป

### โครงสร้างของอะตอม

จากการศึกษาโครงสร้างของอะตอม (Structure of atoms) ด้วยรูปแบบต่าง ๆ นักวิทยาศาสตร์สามารถสรุปได้ว่า อะตอมของธาตุหนึ่ง ๆ ประกอบด้วยนิวเคลียสเป็นแกนกลางมีประจุเป็นบวกและล้อมรอบด้วยอิเล็กตรอนซึ่งมีประจุเป็นลบ ในสภาวะปกติหรือภาวะเป็นกลางทางไฟฟ้าอะตอมจะมีประจุสุทธิเป็นศูนย์คือปริมาณประจุลบของอิเล็กตรอนเท่ากับปริมาณของประจุบวกของอนุภาคในนิวเคลียส และในการศึกษานิวเคลียสทำให้พบว่าภายในนิวเคลียสประกอบด้วยอนุภาคหลัก 2 ชนิดคือโปรตอนและนิวตรอน

ในปีค.ศ. 1898 ทอมสัน (J.J.Thomson) ได้อธิบายเกี่ยวกับการเรียงตัวของประจุบวกและอิเล็กตรอนในอะตอมเป็นบุคคลแรก ซึ่งเขาได้อธิบายว่า อะตอมประกอบด้วยเนื้ออะตอมที่มีประจุบวกและอิเล็กตรอนฝังอยู่ภายในด้วยจำนวนที่ทำให้อำนาจไฟฟ้าทั้งสองชนิดหักล้างกันหมดพอดีดังภาพที่ 5.1 (Jewett & Serway, 2014: 1299)



ภาพที่ 5.1 แบบจำลองอะตอมของทอมสัน

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 1295

ดังนั้นอิเล็กตรอนจึงถูกสมมติให้อยู่ในกลุ่มเมฆของประจุบวก ดังนั้นระบบจึงคงที่ และถ้าหากอะตอมถูกกระตุ้นเพียงเล็กน้อยแล้วอิเล็กตรอนในอะตอมจะแกว่งรอบจุดสมดุลของมัน จึงส่งผลถึงการแผ่รังสีของคลื่นความถี่ในรูปแบบอินฟราเรด แสงช่วงที่มองเห็นหรือแสงเหนือม่วง และสามารถวัดอัตราส่วนระหว่างประจุ/มวล ( $q/m$ ) ของอิเล็กตรอนและโปรตอนได้สำเร็จสำหรับอิเล็กตรอนสามารถวัดได้  $1.76 \times 10^{11} C/kg$  และโปรตอนหรือนิวเคลียสของ  ${}^1_1H$  สามารถวัดได้  $9.7 \times 10^7 C/kg$  ต่อมาในปี ค.ศ.1911 มิลลิแกน (R.A.Millikan) นักฟิสิกส์ชาวอเมริกันสามารถวัดประจุของอิเล็กตรอนและโปรตอนได้สำเร็จโดยอิเล็กตรอนและโปรตอนเป็นอนุภาคที่มีประจุปริมาณเท่ากันแต่เป็นชนิดตรงกันข้ามมีขนาด  $1.6 \times 10^{-19} C$  จากความสำเร็จในการวัดประจุ/มวลของทอมสันและวัดประจุของมิลลิแกนทำให้ทราบว่า (Gupta, 2002: 1137)

$$\text{อิเล็กตรอนมีมวล } m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg \quad \text{ประจุอิเล็กตรอน} = -1.6 \times 10^{-19} C$$

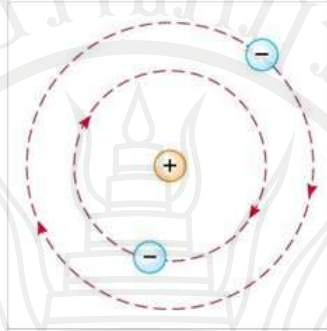
$$\text{โปรตอนมีมวล } m_p = 1.67 \times 10^{-27} kg \quad \text{ประจุโปรตอน} = +1.6 \times 10^{-19} C$$

เนื่องจากมีนิวเคลียสของอะตอมหลายธาตุที่สามารถปลดปล่อยอนุภาคเบตา ( $\beta$  - particle) ซึ่งมีมวลและประจุเช่นเดียวกับอิเล็กตรอนในทางฟิสิกส์เป็นที่ยอมรับว่าอิเล็กตรอนไม่สามารถอยู่ในนิวเคลียสได้

### แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด

ต่อมาในปีค.ศ.1911 รัทเทอร์ฟอร์ด (Rutherford) พร้อมทั้งผู้ช่วยของเขาคือไกเกอร์ (Geiger) และมาร์สเดน (Marsden) ได้ศึกษาการกระเจิงของอนุภาคแอลฟา ( $\alpha$  particle) ซึ่งจากการศึกษาทำให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับโครงสร้างของอะตอมที่สมบูรณ์ขึ้นโดยอะตอมจะประกอบด้วยแกนกลางซึ่งเป็นที่ยอมรับของประจุบวกและมวลเกือบทั้งหมดของอะตอมเรียกว่านิวเคลียส (nucleus)

มีอิเล็กตรอนโคจรรอบโดยรอบในระยะที่ห่างมากเมื่อเทียบกับนิวเคลียส ดังนั้นภายในอะตอมโดยส่วนใหญ่จึงเป็นที่ว่างแสดงดังภาพที่ 5.2



ภาพที่ 5.2 แบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด (Rutherford's atom model)

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 1295

แม้แบบจำลองอะตอมดังกล่าวจะสอดคล้องกับผลการทดลองได้เป็นอย่างดีแต่ได้เกิดความขัดแย้งกับทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกซ์เวลล์ (Maxwell) เพราะอิเล็กตรอนเป็นอนุภาคที่มีประจุถ้าหากเคลื่อนที่ด้วยความเร่งแล้วจะต้องแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมาตามทฤษฎี ซึ่งจะยังผลให้พลังงานของอิเล็กตรอนจะลดลงเรื่อย ๆ และในที่สุดแล้วจะรวมตัวกันกับนิวเคลียส การดำรงสภาพของความเป็นอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด จึงมีได้เพียงระยะเวลาหนึ่งเท่านั้น นอกจากนี้แล้วคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่อิเล็กตรอนแผ่ออกมาต้องมีความถี่ต่อเนื่องในช่วงใดช่วงหนึ่ง ทำให้ได้สเปกตรัมต่อเนื่องด้วยเหตุนี้จึงขัดแย้งกับผลการทดลองที่ให้เกิดสเปกตรัมแบบเส้นหรือไม่ต่อเนื่อง

### แบบจำลองอะตอมของโบร์

ในปี ค.ศ.1913 นีลส์ โบร์ (Niels Bohr) ได้สร้างแบบจำลองอะตอมขึ้นมาใหม่ ซึ่งแบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ดไม่สามารถอธิบายได้ แบบจำลองของเขาได้อธิบายสภาพการดำรงสภาพของอะตอมและการเกิดเส้นสเปกตรัมโดยอะตอมเช่นไฮโดรเจน โบร์ยังคงแนวคิดแบบจำลองอะตอมของรัทเทอร์ฟอร์ด แต่ในกรณีของการคงสภาพของอะตอมและเส้นสเปกตรัม เขาได้เสนอหลักการของการคงสถานะ (Stationary orbits) โดยโบร์ตั้งสมมติฐานขึ้นมาเพื่ออธิบายโครงสร้างอะตอมตามรายละเอียดดังนี้ (Cutnell, J.D. and other, 2015: 847)

1. อะตอมประกอบด้วยนิวเคลียสซึ่งเป็นแกนมีประจุบวก เป็นที่รวมของมวลเกือบทั้งหมดของอะตอม
2. มีวงโคจรพิเศษที่อิเล็กตรอนโคจรรอบนิวเคลียสได้โดยไม่แผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา
3. ค่าโมเมนตัมเชิงมุม(Angular momentum) เป็นจำนวนเต็มเท่าของค่าคงตัวของพลังค์หารด้วย  $2\pi$  ดังนั้นถ้า  $m$  และ  $v$  เป็นมวลและความเร็วของอิเล็กตรอนในแถบวงโคจรพิเศษแล้วดังนั้น

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (5.1)$$

เมื่อ  $h$  คือ ค่าคงที่ของพลังค์ (Planck's constant =  $6.62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ )

$n$  คือ เลขควอนตัม (Principle quantum number) = 1,2,3,...

$r$  คือ รัศมีวงโคจรพิเศษ

4. การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในวงโคจรที่สถานะคงที่เป็นไปตามกฎทางกลศาสตร์ ยกเว้นในระหว่างเปลี่ยนแปลงวงโคจร
5. อิเล็กตรอนจะมีการแผ่พลังงานออกมาเมื่อกระโดดจากวงโคจรที่สูงกว่าลงสู่วงโคจรที่ต่ำกว่าและอิเล็กตรอนจะดูดกลืนพลังงานเมื่อกระโดดจากวงโคจรที่ต่ำขึ้นสู่วงโคจรที่สูงกว่า ถ้า  $\nu$  คือความถี่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่หรือดูดกลืน  $E_i$  และ  $E_f$  คือระดับพลังงานก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลงสถานะคงที่ของอะตอม เมื่ออิเล็กตรอนเปลี่ยนสถานะจากสถานะหนึ่งไปสู่อีกสถานะหนึ่งพลังงานที่เปลี่ยนไปจะสามารถเขียนได้ดังสมการ

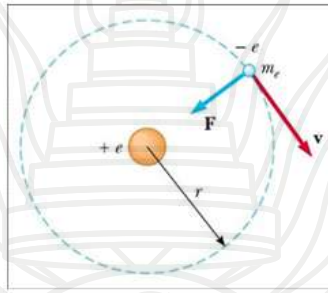
$$h\nu = E_i - E_f \quad (5.2)$$

สมการ (5.2) เรียกว่าเงื่อนไขความถี่ของโบร์ (Bohr's frequency condition) และโบร์ใช้สมมติฐานข้างต้นสำหรับหาขนาดวงโคจรและพลังงานของอะตอมของไฮโดรเจน ดังรายละเอียดดังนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## ทฤษฎีไฮโดรเจนของโบร์

ทฤษฎีไฮโดรเจนของโบร์ (Bohr's theory of Hydrogen atom) ในกรณีของไฮโดรเจนอะตอม อิเล็กตรอนมีประจุ  $-e$  โคจรเป็นวงกลมรอบนิวเคลียสซึ่งมีประจุ  $+e$  มีรัศมี  $r$  แสดงดังภาพที่ 5.3 (Jewett & Serway, 2014: 1300)



ภาพที่ 5.3 แบบจำลองอะตอมของไฮโดรเจน

ที่มา: Halliday, Resnick & Walker, 2014: 1203

แรงดึงดูดทางไฟฟ้าสถิตระหว่างอิเล็กตรอนและนิวเคลียสจะเขียนได้ดังนี้

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e \times e}{r^2}$$

หรือ

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad (5.3)$$

ถ้า  $m$  และ  $v$  คือมวลและความเร็วในแนวรัศมีของอิเล็กตรอน ดังนั้นแรงสู่ศูนย์กลางที่ต้องการสำหรับอิเล็กตรอนเป็นวงกลมรัศมี  $r$  คือ

$$F_c = \frac{mv^2}{r} \quad (5.4)$$

อิเล็กตรอนสามารถโคจรรอบวงได้จึงหมายความว่า

$$F_c = F_e \quad (5.5)$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

หรือ

$$mv^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad (5.6)$$

จากเงื่อนไขของโบร์ โมเมนตัมเชิงมุมของอิเล็กตรอนคือ  $n \frac{h}{2\pi}$  ดังนั้น

$$mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

หรือ

$$v = \frac{nh}{2\pi mr} \quad (5.7)$$

แทนค่า  $v$  ลงในสมการ (5.6) จะได้

$$m \left( \frac{nh}{2\pi mr} \right)^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

หรือ

$$r = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2} \quad (5.8)$$

เมื่อ  $n = 1, 2, 3, \dots$  จากสมการ (5.8) จะพบว่าวงโคจรที่มีสถานะคงที่จะแปรผันตรงกับ  $n^2$  ซึ่งรัศมีจะเพิ่มขึ้นในอัตรา 1: 4: 9: 16... จากวงโคจรแรก

รัศมีของโบร์ (Bohr's radius) วงโคจรแรกของไฮโดรเจนอะตอมจะเรียกทั่ว ๆ ไปว่ารัศมีของโบร์ ซึ่งใช้สัญลักษณ์  $a_0$

$$a_0 = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2 m e^2} \quad (5.9)$$

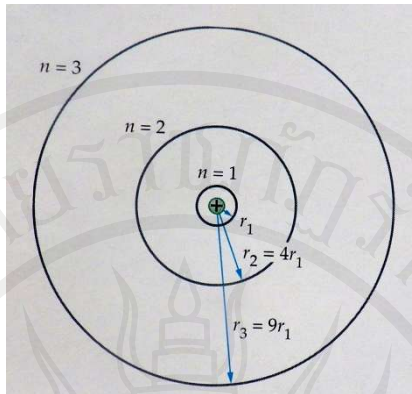
เมื่อแทน  $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

และ  $4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{9 \times 10^9} \text{ C}^2 \text{ m}^2 \text{ N}^{-1}$

ลงในสมการ (5.9) จะได้  $a_0 = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m} \approx 0.53 \text{ \AA}$

ซึ่ง  $a_0$  เป็นรัศมีวงโคจรที่น้อยที่สุดที่สถานะคงที่ ส่วนรัศมีวงโคจร  $n \geq 2$  มีค่าแปรผันตรงกับ  $n^2$  แสดงดังภาพ ที่ 5.4





ภาพที่ 5.4 วงโคจรวงกลมที่สถานะคงที่ของ  $H_2$  ตามแบบจำลองของโบร์  
ที่มา: Walker, 2004: 1018

### อัตราเร็วของอิเล็กตรอน

ถ้าแทนค่าของ  $r$  ตามสมการ  $v = \frac{nh}{2\pi mr}$  ลงในสมการ (5.7) จะได้

$$v = \frac{nh}{2\pi n} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi^2 m e^2}{n^2 h^2} \right)$$

หรือ

$$v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi e^2}{nh} \quad (5.10)$$

ถ้ากำหนดให้  $c$  คือความเร็วของแสง ดังนั้นสมการ (5.10) จะได้

$$v = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi e^2}{ch} \right) \frac{c}{n} \quad (5.11)$$

ซึ่งค่า  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi e^2}{ch}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่ กำหนดให้เป็น  $\alpha$  ดังนั้น

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi e^2}{ch} \quad (5.12)$$

ให้  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ ,  $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$  และ

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \text{ ลงในสมการ(5.12) จะได้}$$

$$\alpha = \frac{1}{137}$$

ดังนั้นสมการ (5.11) สามารถเขียนได้เป็น

$$v = \alpha \frac{c}{n} = \frac{1}{137} \frac{c}{n} \quad (5.13)$$

ดังนั้นทำให้ได้ว่าอัตราเร็วของอิเล็กตรอนในวงโคจรแรกของไฮโดรเจนมีค่าเป็น  $\frac{1}{137}$  เท่าของความเร็วแสง

### พลังงานของอิเล็กตรอน

ให้  $E_k$  และ  $E_p$  คือพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของอิเล็กตรอนในวงโคจรที่  $n$  และรัศมีโคจร  $r$  ซึ่งหาได้จากสมการ (5.8)

แน่นอนว่า

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

จากสมการ (5.6) จะทำให้ได้

$$E_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r}$$

พลังงานศักย์ไฟฟ้าของอิเล็กตรอน มีประจุ  $-e$  โคจรเป็นวงกลมรัศมี  $r$  รอบนิวเคลียสซึ่งมีประจุ  $+e$  ดังสมการ

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(+e)(-e)}{r}$$

หรือ

$$E_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

ดังนั้นพลังงานทั้งหมดที่โคจรจรรอบนิวเคลียสเป็นวงกลมรัศมี  $r$  จะได้

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} + \left( -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \right)$$

หรือ 
$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r}$$

ซึ่งสมการดังกล่าว  $r$  แสดงถึงรัศมีวงโคจรของวงโคจรที่  $n$  นั้นหมายความว่าพลังงานดังกล่าวคือพลังงานของอิเล็กตรอนที่วงโคจรที่  $n$  ด้วย จากสมการ (5.8) แทนค่า  $r$  ลงไปในสมการจะได้

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi^2 m e^2}{n^2 h^2} \right)$$

หรือ 
$$E = -\left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{n^2 h^2} \quad (5.14)$$

### พลังงานถูกควอนไทซ์

จากหลักการของเลขควอนตัม (Quantum number)  $n = 1, 2, 3, \dots$  อิเล็กตรอนของไฮโดรเจนพลังงานของแต่ละวงโคจรจะได้ดังนี้

สำหรับ  $n = 1$  
$$E_1 = -\left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2}$$

สำหรับ  $n = 2$  
$$E_2 = -\left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{2^2 h^2} = \frac{1}{4} E_1$$

สำหรับ  $n = 3$  
$$E_3 = -\left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{3^2 h^2} = \frac{1}{9} E_1$$

.....  
.....

และสำหรับ  $n = \infty$  
$$E = \infty$$

สามารถกล่าวได้ว่าอิเล็กตรอนสามารถมีพลังงานเพียงบางช่วงของพลังงานเท่านั้น ในขณะที่โคจรรอบวงโคจร  $n = 1, 2, 3, \dots$  ซึ่งจะเรียกระดับพลังงานเหล่านี้ว่าระดับพลังงานควอนไทซ์

### การเปลี่ยนระดับของอิเล็กตรอน

การเปลี่ยนระดับของอิเล็กตรอน (Transition of electron) จากระดับพลังงานหนึ่งไปสู่อีกระดับพลังงานหนึ่ง สามารถอธิบายรายละเอียดดังนี้

สมการ (5.14) มีเครื่องหมายเป็นลบซึ่งหมายถึงว่าพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าน้อยระดับพลังงานที่  $n = 1$  คือ พลังงานของอะตอมจะมีค่าต่ำสุดอะตอมมีเสถียรภาพสูงสุดเรียกระดับพลังงานสถานะพื้น (Ground state) เมื่ออิเล็กตรอนกระโดดไปสู่ระดับพลังงานที่  $n = 2, 3, 4, \dots$  คือระดับของพลังงานของอะตอมสูงกว่าสถานะพื้นเรียกว่า สถานะกระตุ้น (Excited state) จะต้องให้พลังงานแก่อิเล็กตรอนและเมื่ออิเล็กตรอนกระโดดลงจากสถานะที่สูงกว่าลงสู่สถานะพื้น อิเล็กตรอนจะให้พลังงานออกมา ถ้า  $E_i$  และ  $E_f$  คือพลังงานของอิเล็กตรอนในสถานะเริ่มต้น (Initial stationary) และพลังงานในสถานะสุดท้ายซึ่งมีเลขควอนตัมเป็น  $n_i$  และ  $n_f$  ตามลำดับ ดังนี้

$$E_i = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{n_i^2 h^2} \quad \text{และ}$$

$$E_f = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{n_f^2 h^2}$$

เมื่ออิเล็กตรอนกระโดดจากวงโคจรจาก  $n_i$  ไปยัง  $n_f$  ( $n_i > n_f$ ) อิเล็กตรอนจะแผ่พลังงานออกมาในรูปโฟตอนมีความถี่  $\nu$  ซึ่งพลังงานที่ให้จะอยู่ในรูปแบบ

$$h\nu = E_i - E_f$$

$$h\nu = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{n_i^2 h^2} - \left[ -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{n_f^2 h^2} \right]$$

$$h\nu = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\nu = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5.15)$$

สมการที่ (5.15) ให้ค่าความถี่ของรังสีที่แผ่ออกมา ถ้า  $\lambda$  คือความยาวคลื่นของรังสีที่แผ่ออกมาจากความสัมพันธ์

$$c = \nu\lambda \quad \text{หรือ} \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

จากสมการที่ (5.15) จะได้

$$\frac{c}{\lambda} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{ch^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad (5.16)$$

สมการที่ (5.16) ให้ค่าของความยาวคลื่นของพลังงานที่แผ่ออกมา ซึ่ง  $\frac{1}{\lambda}$  เรียกว่า เลขคลื่น (Wave number) และถ้ากำหนดให้ค่าของ  $\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m e^4}{ch^3}$  ให้สัญลักษณ์เป็น  $R_H$  และเรียกค่านี้ว่าค่าคงที่ของริดเบิร์กสำหรับไฮโดรเจน (Rydberg's constant for Hydrogen atom) ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $1.09678 \times 10^7 m^{-1}$  ดังนั้นสมการ (5.16) สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad (5.17)$$

มีอะตอมที่คล้ายกับไฮโดรเจนเช่น  $He^+$  และ  $Li^{++}$  สามารถนำสมการพลังงานของอิเล็กตรอนในวงโคจรที่  $n$  มาปรับเปลี่ยนได้ดังนี้

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n^2 h^2}$$

และพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาโดยอิเล็กตรอนเมื่อกระโดดจากวงโคจร  $n_i$  ไปยัง  $n_f$  จะหาได้จาก

$$h\nu = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

ตัวอย่างที่ 5.1 จงคำนวณหาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่วงโคจรที่ 1 ของไฮโดรเจนอะตอม ถ้าให้  $e = 1.6 \times 10^{-19} C$  และ  $r = 0.53 \times 10^{-10} m$

วิธีทำ พลังงานจลน์ที่วงโคจรแรกหาได้จาก

$$E_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{2r} = (9 \times 10^9 N \cdot m^2 \cdot C^{-2}) \times \frac{(1.6 \times 10^{-19} C)^2}{2 \times 0.53 \times 10^{-10} m} = 21.7 \times 10^{-19} J$$

$$= \frac{21.7 \times 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 13.58 \text{ eV}$$

พลังงานศักย์ที่วงโคจรเดียวกันหาจะได้

$$E_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} = -2E_k = -2 \times 13.58 \text{ eV} = -27.16 \text{ eV}$$

### อนุกรมสเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอม

เมื่ออิเล็กตรอนของไฮโดรเจนอะตอมกระโดดจากระดับพลังงานที่สูงกว่าลงสู่ระดับพลังงานที่ต่ำกว่า ค่าความแตกต่างของพลังงานทั้งสองระดับจะถูกแผ่ออกมาในรูปของช่วงคลื่นในแต่ละช่วงซึ่งจะเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าเส้นสเปกตรัม (Spectral line) ความยาวคลื่นของเส้นสเปกตรัมขึ้นอยู่กับความแตกต่างของพลังงานทั้งสองระดับสำหรับการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนระหว่างสองระดับพลังงานซึ่งจะทำให้ได้ความยาวคลื่นที่แตกต่างกัน

ในสภาพปกติอะตอมจะมีระดับพลังงานต่ำสุดหรืออยู่ที่สถานะพื้น เมื่อได้รับพลังงานอย่างพอเหมาะอะตอมจะไปอยู่ในสถานะกระตุ้น แต่จะอยู่ชั่วขณะหนึ่งหลังจากนั้นอะตอมจะกลับสู่สถานะพื้นพร้อมกับปล่อยพลังงานออกมาในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอน เช่นกรณีอะตอมขึ้นไปอยู่สถานะกระตุ้น  $n=3$  ในการกลับคืนสู่สถานะพื้น  $n=1$  มีโอกาสเป็นไปได้สองวิธีคือวิธีที่ 1 อะตอมเปลี่ยนสถานะจาก  $n=3$  ไปสู่  $n=1$  โดยตรงพร้อมกับปล่อยพลังงานในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอน 1 ตัว ส่วนวิธีที่ 2 คืออะตอมเปลี่ยนจากสถานะ  $n=3$  ไปสู่  $n=2$  พร้อมกับปล่อยพลังงานในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอน 1 ตัว และจาก  $n=2$  ไปสู่  $n=1$  พร้อมกับปล่อยพลังงานในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอนอีก 1 ตัว ดังนั้นจากสถานการณ์ดังกล่าวจะทำให้ได้สเปกตรัมที่เป็นไปได้สามเส้นด้วยกัน ถ้า  $n_i$  แทนสถานะเลขควอนตัมที่สถานะเริ่มต้นและ  $n_f$  แทนสถานะเลขควอนตัมที่สถานะสุดท้าย อะตอมจะปล่อยพลังงานออกในกรณีที่  $n_i > n_f$  และสามารถหาความถี่หรือความยาวคลื่นของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าได้จากสมการที่  $h\nu = E_i - E_f$  ดังที่ได้กล่าวมาแล้วโดยละเอียดข้างต้น จากสมการ (5.17) สามารถอธิบายการเกิดชุดสเปกตรัมได้ 5 ชุดหรือการเกิดอนุกรม 5 อนุกรมที่เรียกว่าอนุกรมสเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอม (Spectral series of Hydrogen atom) ดังนี้ (ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 393)



### อนุกรมไลมาน (Lyman series)

อนุกรมไลมาน  $n_f = 1$  และ  $n_i = 2, 3, 4, \dots$  จากสมการ (5.17) ความยาวคลื่นของเส้นสเปกตรัมของอนุกรมไลมานจะได้

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5.18)$$

ซึ่งเส้นสเปกตรัมของอนุกรมนี้จะอยู่ในช่วงอุลตราไวโอเล็ต (Ultraviolet region)

### อนุกรมบาลเมอร์ (Balmer series)

อนุกรมบาลเมอร์  $n_f = 2$  และ  $n_i = 3, 4, 5, \dots$  ดังนั้นความยาวคลื่นของเส้นสเปกตรัมของอนุกรมบาลเมอร์จะได้

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5.19)$$

เส้นสเปกตรัมของอนุกรมนี้จะอยู่ในช่วงที่มองเห็น (Visible region)

### อนุกรมพาสเชน (Paschen series)

อนุกรมพาสเชน  $n_f = 3$  และ  $n_i = 4, 5, 6, \dots$  ความยาวคลื่นของเส้นสเปกตรัมของอนุกรมพาสเชนคือ

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5.20)$$

เส้นสเปกตรัมของอนุกรมนี้จะอยู่ในช่วงอินฟราเรด (Infra-red region)

### อนุกรมแบรกกेट (Brackett series)

อนุกรมแบรกกेट  $n_f = 4$  และ  $n_i = 5, 6, 7, \dots$  ความยาวคลื่นของเส้นสเปกตรัมของอนุกรมแบรกกेटคือ

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5.21)$$

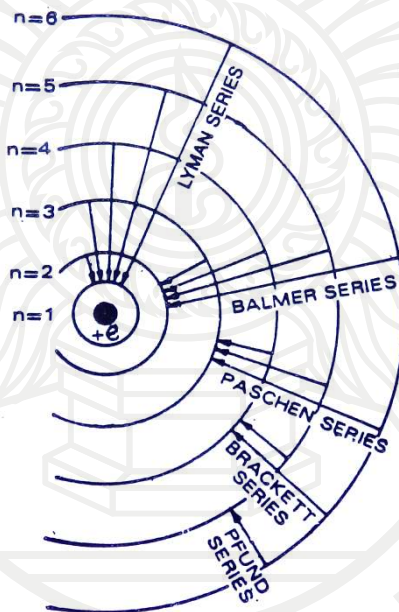
เส้นสเปกตรัมของอนุกรมนี้จะอยู่ในช่วงอินฟราเรด (Infra-red region)

#### อนุกรมพุนด์ (Pfund series)

อนุกรมพุนด์  $n_f = 5$  และ  $n_i = 6, 7, 8, \dots$  ความยาวคลื่นของเส้นสเปกตรัมของอนุกรมพุนด์คือ

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (5.22)$$

เส้นสเปกตรัมของอนุกรมนี้จะอยู่ในช่วงเลยช่วงอินฟราเรด (Far infra-red region)



ภาพที่ 5.5 อนุกรมของเส้นสเปกตรัม

ที่มา: Young & Freedman, 2012: 1303

ตัวอย่างที่ 5.2 ความยาวคลื่นอันดับหนึ่งของอนุกรมไลมาน คือ  $1216 \text{ \AA}$  จงคำนวณหาความยาวคลื่นอันดับสองของอนุกรมบาลเมอร์

วิธีทำ

ความแตกต่างของความยาวช่วงคลื่นของอนุกรมไลมานคือ

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ เมื่อ } n_i = 2, 3, 4, \dots$$

ให้  $\lambda_1$  คือความยาวช่วงคลื่นอันดับหนึ่งของอนุกรมไลมาน  $n_i = 2$  ดังนั้น

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3R_H}{4} \quad (5.23)$$

ให้  $\lambda_2$  คือความยาวช่วงคลื่นอันดับสองของอนุกรมบาลเมอร์  $n_i = 4$  ดังนั้น

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) = \frac{3R_H}{16} \quad (5.24)$$

หารสมการ (5.23) ด้วยสมการ (5.24) จะได้

$$\frac{\lambda_2'}{\lambda_1} = \frac{3R_H}{4} \times \frac{16}{3R_H} = 4 \text{ หรือ } \lambda_2' = 4\lambda_1$$

เมื่อ  $\lambda_1 = 1216 \text{ \AA}$  ดังนั้น  $\lambda_2' = 4 \times 1216 \text{ \AA} = 4864 \text{ \AA}$

ตัวอย่างที่ 3 จงคำนวณหาความยาวคลื่นที่ยาวที่สุดและสั้นที่สุดในอนุกรมบาลเมอร์ของไฮโดรเจน กำหนดให้  $R_H = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

วิธีทำ ความแตกต่างของความยาวคลื่นของอนุกรมบาลเมอร์คือ

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ เมื่อ } n_i = 3, 4, 5, \dots$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

อนุกรมบาลเมอร์เส้นแรกคือ  $n_i = 3$  ซึ่งมีพลังงานน้อยที่สุดและจะมีความยาวคลื่นมากที่สุด

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = (1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \left( \frac{5}{36} \right)$$

$$\lambda_1 = \frac{36}{5 \times 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}} = 6.563 \times 10^{-7} \text{ m} = 6563 \text{ \AA}$$

อนุกรมบาลเมอร์เส้นที่อนันต์คือ  $n_i = \infty$  จะมีความยาวน้อยที่สุด

$$\frac{1}{\lambda_\infty} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \left( \frac{1}{4} \right)$$

$$\lambda_\infty = \frac{4}{1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}} = 3.646 \times 10^{-7} \text{ m} = 3646 \text{ \AA}$$

### ระดับพลังงานของไฮโดรเจน

พลังงานของอิเล็กตรอนในวงโคจรที่  $n$  ของไฮโดรเจนอะตอมสามารถแสดงได้โดยสมการ

$$\begin{aligned} E_n &= - \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \cdot \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n^2 h^2} \\ &= - \frac{(9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2})^2 \times 2 \times 9.87 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^4}{n^2 \times (6.62 \times 10^{-34} \text{ Js})^2} \\ &= - \frac{21.76 \times 10^{-19}}{n^2} \text{ J} \\ &= - \frac{21.76 \times 10^{-19}}{n^2 \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ J} \\ &= - \frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

สำหรับ  $n=1$ ,  $E_1 = \frac{-13.6}{1^2} = -13.6eV$  เรียกว่าระดับพลังงานสถานะพื้น (Ground state energy)

สำหรับ  $n=2$ ,  $E_2 = \frac{-13.6}{2^2} = -3.4eV$  ระดับพลังงานสถานะกระตุ้นที่ 1 (First excited state)

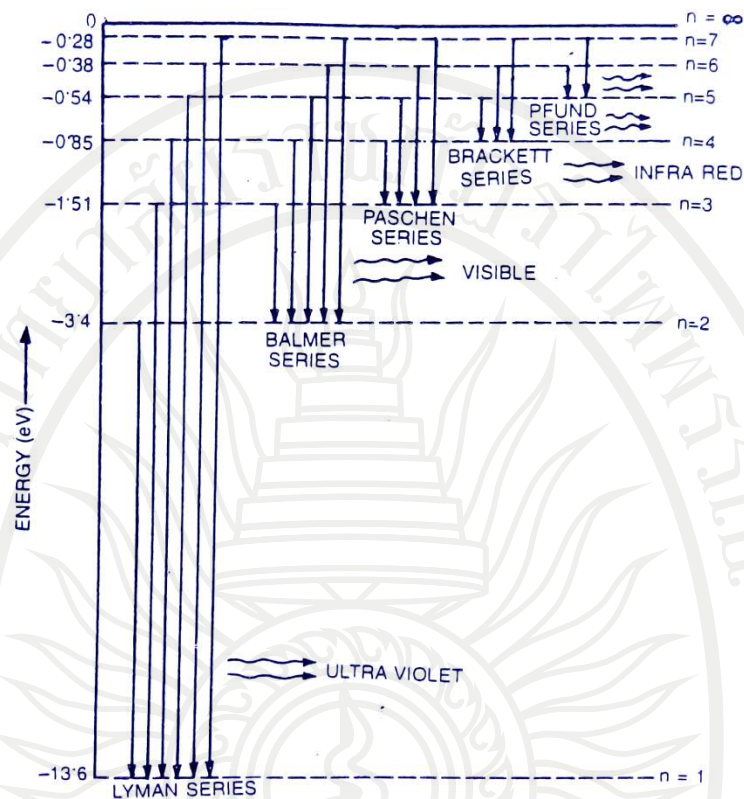
สำหรับ  $n=3$ ,  $E_3 = \frac{-13.6}{3^2} = -1.51eV$  ระดับพลังงานสถานะกระตุ้นที่ 2 (Second excited state)

สำหรับ  $n=4$ ,  $E_4 = \frac{-13.6}{4^2} = -0.85eV$  ระดับพลังงานสถานะกระตุ้นที่ 3 (Third excited state)

สำหรับ  $n=5$ ,  $E_5 = \frac{-13.6}{5^2} = -0.54eV$  ระดับพลังงานสถานะกระตุ้นที่ 4 (Fourth excited state)

และสำหรับ  $n=\infty$ ,  $E_\infty = 0$

ดังนั้นจะพบว่าเมื่อค่าของ  $n$  เพิ่มขึ้น ระดับพลังงานจะมีค่าลบน้อยลงและมีค่าเข้าใกล้สู่ค่าที่มากที่สุดคือศูนย์  $E_\infty = 0$  ที่  $n=\infty$  ภาพที่ 5.6 แสดงระดับพลังงานของไฮโดรเจนอะตอมและอนุกรมสเปกตรัมที่แผ่กระจายออกมา



ภาพที่ 5.6 แสดงระดับพลังงานของไฮโดรเจนอะตอมและอนุกรมสเปกตรัมที่แผ่กระจายออกมา  
ที่มา: Young & Freedman, 2012: 1303

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าโดยสภาพปกติอะตอมจะมีระดับพลังงานต่ำสุดหรืออยู่ในสถานะพื้น เมื่อได้รับพลังงานอย่างพอเหมาะอะตอมจะไปอยู่ในสถานะกระตุ้นแต่จะอยู่ชั่วขณะหนึ่งหลังจากนั้นแล้วอะตอมก็จะกลับสู่สถานะพื้นพร้อมกับปล่อยพลังงานออกมาในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอน เช่นกรณีที่อะตอมขึ้นไปอยู่ในสถานะกระตุ้น  $n=3$  ในการกลับสู่สถานะพื้น  $n=1$  มีโอกาสเป็นไปได้สองวิธีคือ วิธีที่ 1 อะตอมเปลี่ยนสถานะจาก  $n=3$  ไปสู่  $n=1$  โดยตรงพร้อมกับปล่อยพลังงานในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอน 1 ตัว ส่วนวิธีที่ 2 คืออะตอมเปลี่ยนจากสถานะจาก  $n=3$  ไปสู่  $n=2$  พร้อมกับปล่อยพลังงานในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอน 1 ตัว และจาก  $n=2$  ไปสู่  $n=1$  พร้อมกับปล่อยพลังงานในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอนอีก 1 ตัว ดังนั้นจากสถานการณ์ดังกล่าวจะทำให้ได้สเปกตรัมที่เป็นไปได้สามเส้นด้วยกันดังภาพที่ 5.6

ลักษณะของโบรน์นอกจากใช้กับอะตอมของไฮโดรเจนแล้วยังสามารถนำไปใช้กับอะตอมอื่น ๆ ที่มีอิเล็กตรอนอนุภาคเดียวได้ เช่น  $H, He^+, Li^{++}$  ซึ่งทฤษฎีนี้สามารถอธิบาย



การเกิดสเปกตรัมได้ผลใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดลองและทำนายค่าพลังงานการแตกตัวเป็นไอออนได้ถูกต้อง แต่อย่างไรก็ตามยังมีข้อจำกัดคือเมื่อนำไปใช้กับอะตอมที่มีอิเล็กตรอนมากกว่าหนึ่งอนุภาคไม่สามารถอธิบายสเปกตรัมที่เกิดขึ้นได้และไม่สามารถอธิบายการแตกตัวเป็นเส้นย่อยของสเปกตรัมเมื่ออะตอมอยู่ในสนามไฟฟ้าได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีทฤษฎีใหม่ที่สมบูรณ์กว่านี้ โดยทฤษฎีอะตอมในปัจจุบันเป็นผลสำเร็จที่สำคัญอย่างยิ่งของการใช้กลศาสตร์ควอนตัมมาอธิบายปรากฏการณ์ดังกล่าวซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดในวิชาฟิสิกส์ควอนตัมต่อไป

### สมมติฐานของเดอเบรย

จากการที่พลังค์พบสมบัติทวิภาพของคลื่นและอนุภาคของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งแนวคิดนี้ได้รับการยืนยันจากการนำไปใช้อธิบายปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (Photoelectric effect) โดยไอน์สไตน์และปรากฏการณ์คอมป์ตัน (Compton effect) โดยคอมป์ตัน เป็นแรงจูงใจให้ในปี ค.ศ.1924 นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส เดอเบรย (de Broglie) ได้เสนอแนวคิดในมุมกลับด้วยการเสนอว่าในเมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแสดงสมบัติของอนุภาคได้ ดังนั้นอิเล็กตรอนหรือสสารควรแสดงสมบัติของคลื่นได้ด้วย คลื่นที่เป็นสภาพประจำตัวของสสารเรียกว่า คลื่นสสาร (Matter wave) หรือคลื่นเดอเบรย (de Broglie)

เดอเบรยสามารถหาความยาวคลื่นสสารได้ดังนี้ จากทฤษฎีของพลังค์ โฟตอนความถี่  $f$  มีพลังงาน  $E$  ตามสมการ

$$E = hf \quad (5.25)$$

และจากทฤษฎีสัมพันธภาพของไอน์สไตน์ สสารและพลังงานสัมพันธ์กันตามสมการ

$$E^2 = m_0^2 c^4 + (Pc)^2 \quad (5.26)$$

เมื่อใช้กับโฟตอนซึ่งมีมวลนิ่งเป็นศูนย์ สมการ (5.26) ลดรูปเป็น

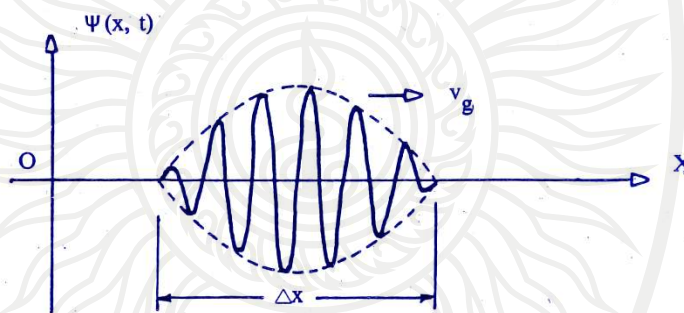
$$E = Pc \quad (5.27)$$

จากสมการ (5.25) และ (5.27) โฟตอนความยาวคลื่น  $\lambda$  มีโมเมนตัม  $P$  ดังสมการ

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (5.28)$$

ในปี ค.ศ.1927 เดวิสสัน (C.J.Davisson) และเจอร์เมอร์ (L.H.Germer) ได้ทดลองยิงอิเล็กตรอนไปยังผลึกของนิกเกิลซึ่งมีอะตอมเรียงกันเป็นระเบียบเสมือนเกรตติง (Grating) ผลการทดลองพบว่าเกิดริ้วรอยการแทรกสอดของอิเล็กตรอนที่สะท้อนจากผลึกของนิกเกิลเป็นการยืนยันแนวคิดของเดอเบรยได้เป็นอย่างดี ถึงตอนนี้สมบัติทวิภาพของคลื่นและอนุภาคเป็นจริงกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและสสาร

เนื่องจากอนุภาคแสดงสมบัติของคลื่น จึงสามารถใช้ฟังก์ชันคลื่น (Wave function) แทนอนุภาคได้ โดยคาบคความยาวคลื่นนั้นต้องมีความเร็วคลื่นเท่ากับความเร็วของอนุภาคและเป็นคลื่นที่มีขอบเขตที่จะบอกตำแหน่งของอนุภาคได้บ้าง ด้วยเงื่อนไขที่กำหนดฟังก์ชันคลื่นเช่นนี้พบว่ามีกลุ่มคลื่น (Wave packet) ดังภาพที่ 5.7 ซึ่งเป็นผลรวมของคลื่นจำนวนมากที่มีความถี่และความยาวคลื่นแตกต่างกันเล็กน้อยมีสมบัติที่ใช้แทนอนุภาคได้ (อนันตสิน เตชะกำพุช และคนอื่นๆ, 2539: 421)



ภาพที่ 5.7 แสดงลักษณะของกลุ่มคลื่นที่ใช้แทนอนุภาค อนุภาคจะอยู่ภายในระยะ  $\Delta x$  ที่มา: อนันตสิน เตชะกำพุช และคนอื่นๆ, 2539: 421

การใช้ฟังก์ชันคลื่นแทนอนุภาคทำให้เกิดความไม่แน่นอนในการบอกตำแหน่งของอนุภาคขึ้น กล่าวคือเดิมบอกตำแหน่งอนุภาคด้วยจุด โดยแนวคิดใหม่นี้ต้องบอกตำแหน่งของอนุภาคด้วยบริเวณหรือบอกได้แต่เพียงโอกาสที่จะพบอนุภาค นำไปสู่การศึกษาอนุภาคในแนวใหม่ทำให้เกิดวิชากลศาสตร์ควอนตัม (Quantum mechanics) ขึ้นมาสองแบบด้วยกันคือ กลศาสตร์คลื่น (wave mechanics) ของชเรอดิงเงอร์ (Schrodinger) และกลศาสตร์เมตริกซ์ (Matrix mechanics) ของไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg) ซึ่งกลศาสตร์ทั้งสองแบบนี้พิสูจน์แล้วได้ผลตรงกัน

### สมการคลื่นของชเรอดิงเงอร์

ชเรอดิงเงอร์เสนอแนวคิดที่ว่าในเมื่ออนุภาคมีสมบัติของคลื่น ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคจึงต้องมีลักษณะเช่นเดียวกับสมการคลื่น (วัฒนา เดชนะ, 2548: 209) ในเบื้องต้นนี้จึงสำคัญมากในการศึกษาเรื่องนี้ให้เข้าใจเพื่อนำไปสู่การศึกษาที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น การเสนอสมการคลื่นของคลื่นอนุภาคขึ้นมาจึงเป็นจุดเริ่มต้นของกลศาสตร์คลื่นหรือกลศาสตร์ควอนตัม ดังนั้นสมการคลื่นอนุภาคของชเรอดิงเงอร์มีรายละเอียดโดยสังเขปดังนี้

หากให้  $\psi$  เป็นฟังก์ชันคลื่นแทนอนุภาคที่เคลื่อนที่อย่างเสรีในทิศทาง  $+x$  กำหนดให้เป็น

$$\psi(x, t) = Ae^{i(k_x x - \omega t)} \quad (5.29)$$

เมื่อแทนค่า  $\omega = 2\pi f$  และ  $k_x = \frac{2\pi}{\lambda}$  ลงในสมการ (5.29) ทำให้ได้

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= Ae^{2\pi i \left( \frac{x}{\lambda} - ft \right)} \text{ หรือ} \\ \psi(x, t) &= Ae^{-2\pi i \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right)} \end{aligned} \quad (5.30)$$

เขียน  $f$  และ  $\lambda$  ในเทอมของพลังงานรวม  $E$  และโมเมนตัม  $P$  ได้ดังนี้

$$E = hf = 2\pi\hbar f$$

และ  $\lambda = \frac{h}{P} = \frac{2\pi\hbar}{P}$  แทนลงในสมการ (5.30) จะได้

$$\psi(x, t) = Ae^{-i(\hbar^{-1})(Et - Px)} \quad (5.31)$$

หาอนุพันธ์สมการ (5.31) เทียบกับ  $x$  จำนวน 2 ครั้งได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= -\frac{P^2}{\hbar^2} \psi \\ P^2 \psi &= -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (5.32)$$

หาอนุพันธ์สมการ (5.31) เทียบกับ  $t$  จะได้

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} \psi$$

$$E\psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (5.33)$$

ที่ความเร็วต่ำเมื่อเทียบกับความเร็วแสง พลังงานรวม  $E$  ของอนุภาคเป็นผลรวมของพลังงานจลน์  $\frac{p^2}{2m}$  และพลังงานศักย์  $V$  เมื่อ  $V$  ในกรณีทั่วไปเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง  $x$  และเวลา  $t$  นั่นคือ

$$E = \frac{p^2}{2m} + V_{(x,t)} \quad (5.34)$$

ฟังก์ชัน  $V$  เกิดจากอนุภาคอยู่ในสนามของแรงอนุรักษ์เช่น อิเล็กตรอนในอะตอมของไฮโดรเจนอยู่ในสนามไฟฟ้าของนิวเคลียส เป็นต้น หากคูณทั้งสองข้างของสมการ (5.34) ด้วยฟังก์ชันคลื่น  $\psi$  ได้

$$E\psi = \frac{p^2 \psi}{2m} + V\psi \quad (5.35)$$

แทนค่า  $E\psi$  และ  $p^2 \psi$  จากสมการ (5.32) และ (5.33) ลงในสมการ (5.35)

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi \quad (5.36)$$

สมการ (5.36) คือสมการของชเรอดิงเงอร์ที่ขึ้นกับเวลา ในสามมิติสมการของชเรอดิงเงอร์ที่ขึ้นกับเวลาคือ

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + V\psi \quad (5.37)$$

เมื่อ  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  เรียก  $\nabla^2$  ว่าลาปลาเซียน (Laplacian)

ดังนั้นสมการ (5.37) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น (Blatt, 1992: 135) (Young & Freedman, 2012: 1332)

$$\left[ \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right] \psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}(\vec{r}, t) \quad (5.38)$$

ถ้าหากให้  $H = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V$  ซึ่งกำหนดให้  $H$  คือตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียน

(Hamiltonian operator) ฟังก์ชันคลื่น  $\psi(\vec{r}, t)$  เป็นคำตอบของสมการชเรอดิงเงอร์โดยจะเป็นอย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับ  $V$  ซึ่งจะเป็นไปตามเงื่อนไขดังนี้ (Jewett & Serway, 2014: 1278)

1.  $\varphi$  ต้องเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและทุกหนทุกแห่งมีค่าเดียว
  2.  $\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y}, \frac{\partial \psi}{\partial z}$  ต้องเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและทุกหนทุกแห่งมีค่าเดียว
  3.  $\psi$  ต้องเป็นฟังก์ชันปกติ โดยรายละเอียดหมายความว่า  $\psi$  ต้องมีค่าเข้าสู่ศูนย์ในขณะที่  $x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty, z \rightarrow \pm\infty$  ทั้งนี้เพื่อจะได้  $\int \psi^2 dv$  ทั่วทั้งอวกาศมีค่าคงตัวแน่นอน
- $\psi(\vec{r}, t)$  จะบรรจุข้อมูลของอนุภาคทั้งหมดไว้ ข้อมูลแต่ละชนิดถูกแทนด้วยตัวดำเนินการทางคณิตศาสตร์ซึ่งเมื่อใช้ตัวดำเนินการนั้นการกระทำบนฟังก์ชันคลื่นจะได้ตัวเลขที่เป็นค่าของข้อมูลชนิดนั้น ๆ โดยสามารถวัดได้ในห้องปฏิบัติการทดลอง

### ทฤษฎีอะตอมในปัจจุบัน

จากวิวัฒนาการการค้นพบและศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับแบบจำลองอะตอมของนักวิทยาศาสตร์แต่ละคนที่ได้ค้นพบสิ่งใหม่ ๆ และได้พัฒนาอย่างต่อเนื่องนั้น จากผลสำเร็จที่สำคัญของการใช้กลศาสตร์ควอนตัมทำให้เกิดความสำเร็จในการกล่าวถึงรายละเอียดของทฤษฎีอะตอมในปัจจุบัน ซึ่งเป็นผลงานของนักฟิสิกส์ที่มีชื่อเสียงหลายท่าน โดยจะกล่าวพอสังเขปดังนี้

#### คำตอบของสมการชเรอดิงเงอร์สำหรับอะตอมที่มีอิเล็กตรอน 1 ตัว

สำหรับอะตอมไฮโดรเจนและอะตอมที่คล้ายกับไฮโดรเจน (Hydrogenlike atom) เป็นอะตอมที่ประกอบด้วยอิเล็กตรอน 1 อนุภาคอะตอมลักษณะนี้จัดว่าเป็นระบบของ 2 อนุภาคคืออิเล็กตรอน 1 อนุภาคมีประจุ  $-e$  และมีนิวเคลียสอีก 1 อนุภาคมีประจุ  $+ze$  เมื่อ  $e$  เป็นขนาดประจุของอิเล็กตรอนหรือโปรตอนและ  $z$  เป็นเลขอะตอม ถ้าอิเล็กตรอนอยู่ห่างจากนิวเคลียสเป็นระยะ  $r$  โดยกฎของคูลอมบ์จะได้

$$V(r) = \frac{-ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (5.39)$$

เพื่อให้ง่ายในการแก้สมการจลนรูปปัญหาสองอนุภาคให้เป็นปัญหาหนึ่งอนุภาค โดยใช้มวลลดทอน  $\mu$  แทนอนุภาคทั้งสองเมื่อ  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  ในที่นี้  $m_1, m_2$  เป็นมวลอิเล็กตรอนและมวลของนิวเคลียสตามลำดับ จึงทำให้ได้ตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียน สำหรับการเคลื่อนที่ภายในของระบบนี้คือ

$$H = \frac{-\hbar^2 \nabla^2}{2\mu} - \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (5.40)$$

แต่ทั้งนี้เนื่องจาก  $m_2 \gg m_1$  ดังนั้นการเคลื่อนที่ภายในทั้งหมดถือว่าการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน และสมการชเรอดิงเงอร์เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยจึงต้องใช้เทคนิคการแยกตัวแปรช่วยแก้สมการในปัญหาอะตอมที่มีอิเล็กตรอน 1 อนุภาคนี้  $V(r)$  เป็นศักย์สมมาตรทรงกลมเพื่อให้สามารถแก้สมการได้จึงเปลี่ยนตัวดำเนินการแฮมิลโทเนียนให้อยู่ในรูปของพิกัดทรงกลมภายใต้เงื่อนไขฟังก์ชันคลื่นจะต้องหาค่าได้และมีค่าต่อเนื่อง หมายความว่า ณ ตำแหน่งหนึ่ง ๆ ฟังก์ชันคลื่นมีเพียงค่าเดียวและฟังก์ชันคลื่นต้องเป็นไปตามเงื่อนไขปกติคือ

$$\int_0^\infty \psi^* \psi dv = 1 \quad (5.41)$$

เมื่อ  $dv = dx dy dz$

ความหมายของสมการ (5.41) คือผลรวมของโอกาสที่จะพบอนุภาคที่ทุกตำแหน่งรวมกันเท่ากับหนึ่งหรือต้องพบอนุภาคแน่นอน (ธีรพันธ์ ม่วงไทย, 2526, หน้า 278) การแก้สมการคลื่นของชเรอดิงเงอร์สำหรับอะตอมนั้นมีขั้นตอนยุ่งยากมากและเกินหลักสูตรฟิสิกส์ 2 จึงจะไม่กล่าวในที่นี้ แต่อย่างไรก็ตามพบว่าฟังก์ชันคลื่น  $\varphi_{nlm_l}(r, \theta, \phi)$  ที่ได้จากการแก้สมการชเรอดิงเงอร์สอดคล้องกับเงื่อนไขปกติแสดงดังตารางที่ 5.1

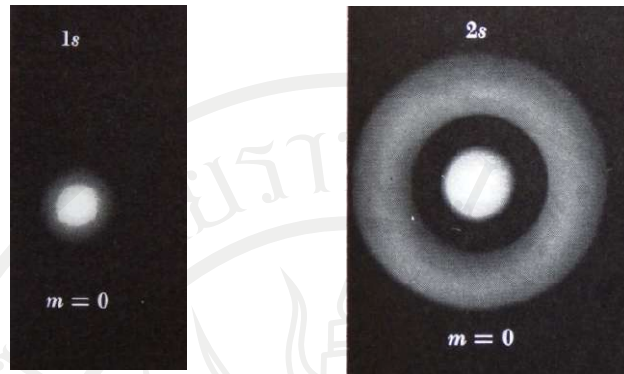


ตารางที่ 5.1 แสดงค่าฟังก์ชันคลื่นปกติของอะตอมไฮโดรเจนสำหรับ  $n = 1, 2, 3$

ที่มา: Beiser, 2003: 206

นอกจากนี้แล้วยังพบว่าตำแหน่งของอิเล็กตรอนในอะตอมของไฮโดรเจนเนื่องจากการแทนอนูภาคด้วยฟังก์ชันคลื่นจึงไม่สามารถระบุตำแหน่งที่แน่นอนของอิเล็กตรอนได้ว่าอยู่ที่ใดกันแน่ บอกได้แต่เพียงโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนเท่านั้น ฟังก์ชันคลื่นที่ปฏิบัติตามเงื่อนไขปกติความหนาแน่นของโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอน ณ ตำแหน่ง  $r, \theta, \phi$  คือ  $\psi^* \psi = |\psi|^2$  เมื่อ  $\psi^*$  คือสังยุคเชิงซ้อนของ  $\psi$

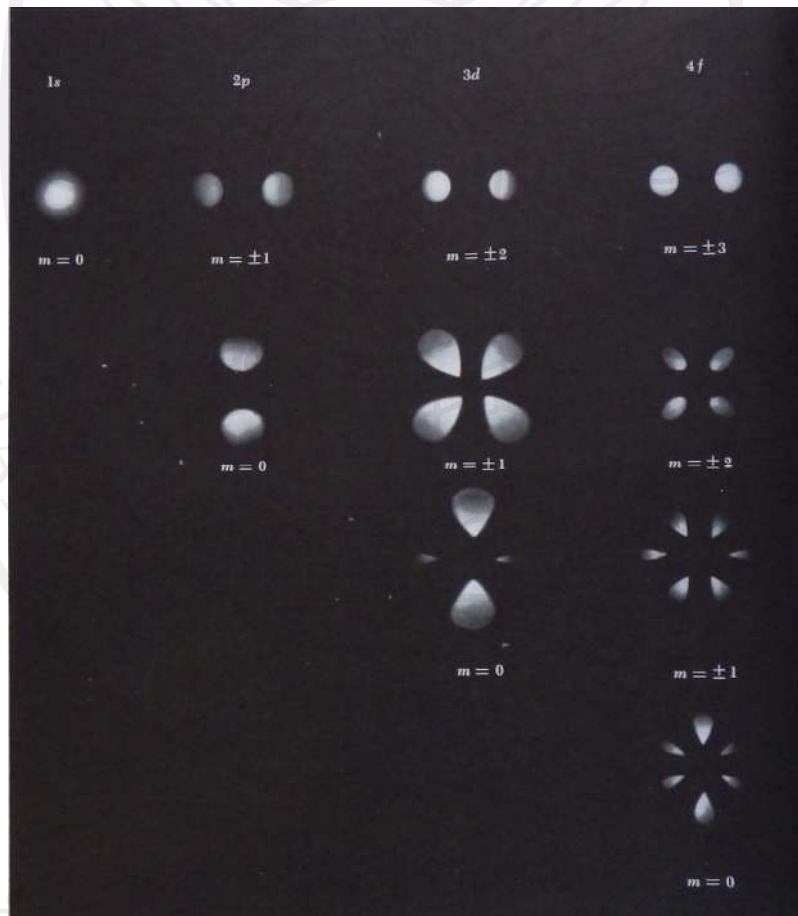
จากตารางที่ 5.1 ฟังก์ชัน  $\Theta$  แปรตาม  $\theta$  ทุกเลขควอนตัม  $l$  และ  $m_l$  ยกเว้น  $l = m_l = 0$  โดยค่าของ  $|\Theta|^2$  คงตัว ส่วนค่าของ  $|\Phi|^2$  คงตัวทุกเลขควอนตัม  $m_l$  ดังนั้นความหนาแน่นของโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอน  $|\psi|^2$  จึงมีลักษณะสมมาตรทรงกลมนั่นหมายความว่าค่า  $r$  หนึ่ง ๆ มีโอกาสพบอิเล็กตรอนเท่ากันทุกทิศทางดังภาพที่ 5.8



ภาพที่ 5.8 กลุ่มหมอกของโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนกรณี  $l = m_l = 0$

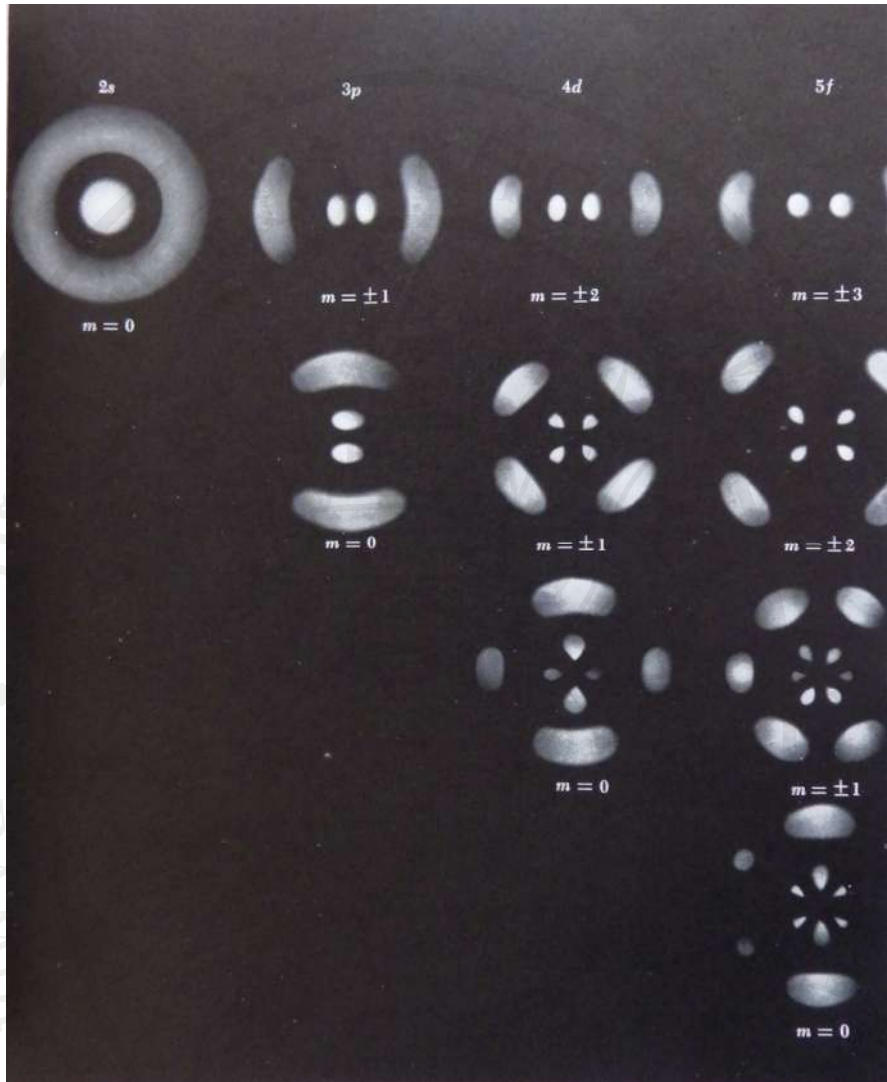
ที่มา: Beiser, 2003: 216-217, Young & Freedman, 2012: 1378

ลักษณะกลุ่มหมอกของโอกาสหรือความน่าจะเป็นที่จะพบอิเล็กตรอนที่สถานะต่าง ๆ บางสถานะของ  $H_2$  แสดงได้ดังภาพที่ 5.9



ภาพที่ 5.9 กลุ่มหมอกของโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนที่สถานะต่างๆของอะตอมของไฮโดรเจน (ต่อ)

ที่มา: Beiser, 2003: 216-217, Young & Freedman, 2012: 1378



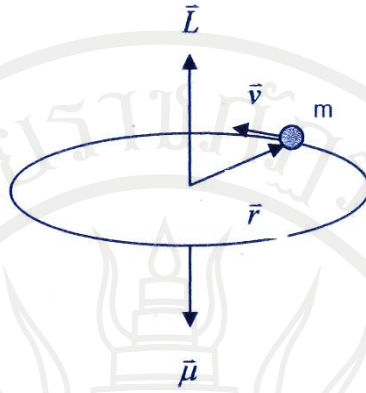
ภาพที่ 5.9 (ต่อ) กลุ่มหมอกของโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนที่สถานะต่างๆของอะตอมของไฮโดรเจน  
ที่มา: Beiser, 2003: 216-217, Young & Freedman, 2012: 1378

### ปรากฏการณ์ซีมานน์

ปรากฏการณ์ซีมานน์ (Zeeman effect) เป็นการศึกษาเมื่ออะตอมอยู่ในสนามแม่เหล็กพบว่าสเปกตรัมแต่ละเส้นจะแตกออกเป็นเส้นย่อย ๆ

จากแบบจำลองอะตอมของโบร์ อิเล็กตรอนที่มีประจุลบโคจรรอบนิวเคลียสก่อให้เกิดวงกระแสซึ่งแต่ละวงกระแสจึงทำให้เกิดโมเมนต์แม่เหล็ก  $\vec{\mu}$  โดยที่

$$\vec{\mu} = iA \quad (5.42)$$



ภาพที่ 5.10 แสดงทิศทางของ  $\vec{\mu}$  ซึ่งเกิดจากกระแสอิเล็กตรอน

ที่มา: Halliday & Resnick, 1997: 1030

เมื่อ  $i$  เป็นกระแสและ  $A$  เป็นพื้นที่ที่ถูกล้อมรอบด้วยวงกระแสนี้ สำหรับทิศทางของ  $\vec{\mu}$  คือทิศทางของผลคูณเชิงเวกเตอร์  $q\vec{r} \times \vec{v}$  โดย  $q$  เป็นประจุซึ่งประกอบขึ้นเป็นกระแส  $\vec{v}$  คือความเร็วของประจุและ  $\vec{r}$  เป็นเวกเตอร์บอกตำแหน่งของประจุ  $q$  เทียบกับจุดศูนย์กลางวงโคจร ซึ่งเป็นวงกลม จากนิยามกระแสคือประจุที่ผ่านพื้นที่หน้าตัดในหนึ่งหน่วยเวลาดังนั้นปริมาณประจุที่ผ่านจุดบนเส้นรอบวงของวงโคจรของโบร์ต่อวินาทีคือ

$$\frac{-e}{T} = \frac{-ev}{2\pi r} = \frac{-eP}{2\pi rm} = i \quad (5.43)$$

เมื่อ  $T$  เป็นคาบและ  $P$  เป็นขนาดของโมเมนตัมในแนวสัมผัสของอิเล็กตรอน เมื่อแทนสมการ (5.43) ลงในสมการ (5.42) ได้โมเมนต์แม่เหล็กดังนี้

$$\vec{\mu} = \left( \frac{-eP}{2\pi rm} \right) (\pi r^2) = \frac{-e\vec{L}}{2m} \quad (5.44)$$

เมื่อ  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$  เป็นโมเมนตัมเชิงมุมของอิเล็กตรอนในวงโคจรรอบนิวเคลียส (โปรตอน) แม้ว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวจะมาจากแบบจำลองอะตอมของโบร์ แต่ใช้ในกลศาสตร์ควอนตัมด้วย อะตอมของไฮโดรเจนสถานะ  $l \neq 0$  ในสนามแม่เหล็กไม่สม่ำเสมอ  $\vec{B}$  ทิศทางไปตามแนวแกน  $z$  พลังงานศักย์ของโมเมนต์แม่เหล็ก  $\vec{\mu}$  ในสนามแม่เหล็กคือ

$$V = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B \quad (5.45)$$

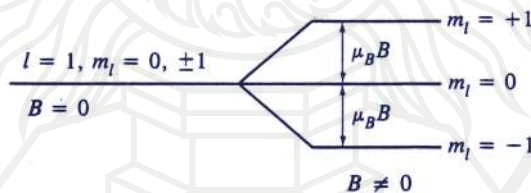
ผลที่ตามมาพลังงานของอะตอมจะขึ้นกับองค์ประกอบของ  $\vec{\mu}$  ตามแนว  $\vec{B}$  ตามแนว  $z$

$$\begin{aligned} \mu_z &= \frac{-e}{2m} L_z \\ &= -\left(\frac{e\hbar}{2m}\right) m_l \\ \mu_z &= -\mu_B m_l \end{aligned}$$

เมื่อ  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 5.79 \times 10^{-5} \text{ eV}/T$  เรียกว่า โบร์แมกนีตอน (Bohr magneton) จะทำให้ได้ว่าในสนามแม่เหล็กพลังงานของอะตอมไฮโดรเจนเปลี่ยนไปจำนวน

$$\Delta E = m_l \mu_B B \quad (5.46)$$

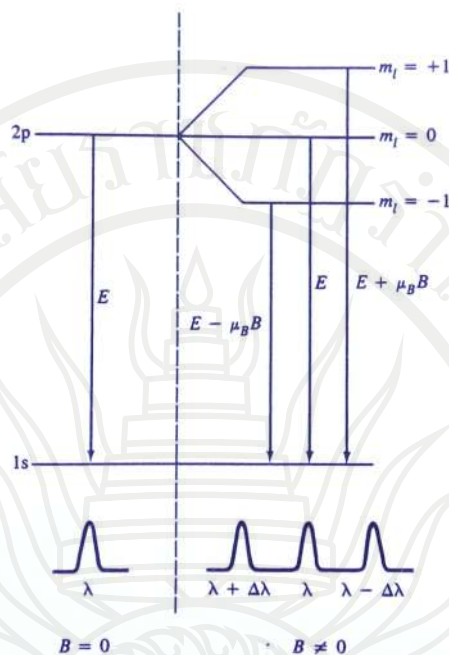
ตัวอย่างเช่นสมมติอะตอมไฮโดรเจนอยู่ในสถานะ  $n=2, l=1$  และอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ  $\vec{B}$  พลังงานที่สถานะนี้จะแยกออกเป็นสามระดับแสดงดังภาพที่ 5.11



ภาพที่ 5.11 แสดงการแยกของระดับพลังงานที่สถานะ  $n=2, l=1$  ของ  $H_2$  ในสนาม  $\vec{B}$

ที่มา: Blatt, 1992: 175

ด้วยเหตุนี้สเปกตรัมที่เป็นผลมาจากการเปลี่ยนสถานะ จาก  $n=2, l=1$  ไปสู่  $n=1$  ในสนาม  $\vec{B}$  จึงมีสามเส้นแสดงดังภาพที่ 5.12



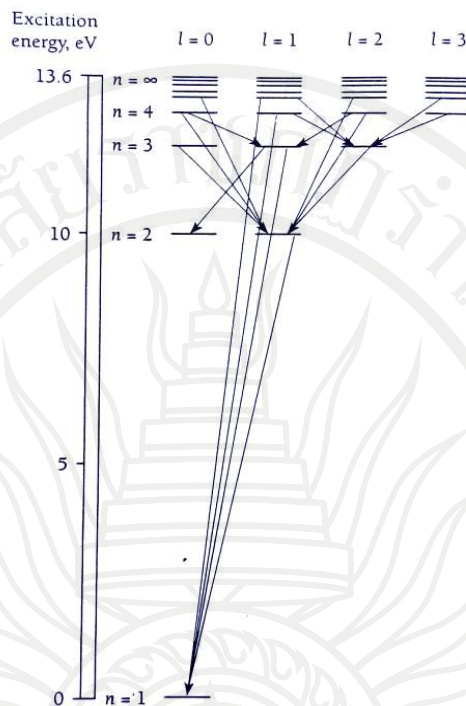
ภาพที่ 5.12 แผนภาพการแตกเส้นสเปกตรัมที่สถานะ  $n=2, l=1$  ของ  $H_2$  ในสนาม  $\vec{B}$  ที่มา: Blatt, 1992: 176

ค่าพลังงานที่เปลี่ยนไปในแต่ละสถานะ  $n$  เมื่ออะตอมอยู่ในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ขึ้นอยู่กับ  $m_l$  ตามสมการ (5.46) ดังนั้นอะตอมที่อยู่ในสถานะ  $n=3$  มีเลขควอนตัมแม่เหล็ก  $m_l = -2, -1, 0, 1, 2$  พลังงานของอะตอมของไฮโดรเจนจึงแยกออกเป็นห้าระดับ เมื่ออะตอมเปลี่ยนสถานะจาก  $n=3$  ไปสู่  $n=2$  ซึ่งพลังงานแยกออกเป็นสามระดับดังกล่าวข้างต้น จำนวนเส้นสเปกตรัมที่มีได้เป็นไปได้ตามกฎการเลือก (Selection rule) ซึ่งกล่าวว่าในการดูดกลืนหรือปลดปล่อยโฟตอน เลขควอนตัมวงโคจร ( $l$ ) และเลขควอนตัมแม่เหล็ก ( $m_l$ ) ต้องเปลี่ยนไปตามสมการ (Blatt, 1992: 176)

$$\begin{aligned} \Delta l &= \pm 1 \\ \Delta m_l &= 0, \pm 1 \end{aligned} \quad (5.47)$$

การเปลี่ยนสถานะตามสมการ (5.47) ที่เป็นไปได้แสดงดังภาพที่ 5.13





ภาพที่ 5.13 แผนภาพการเปลี่ยนสถานะตามกฎการเลือก  $\Delta l = \pm 1$

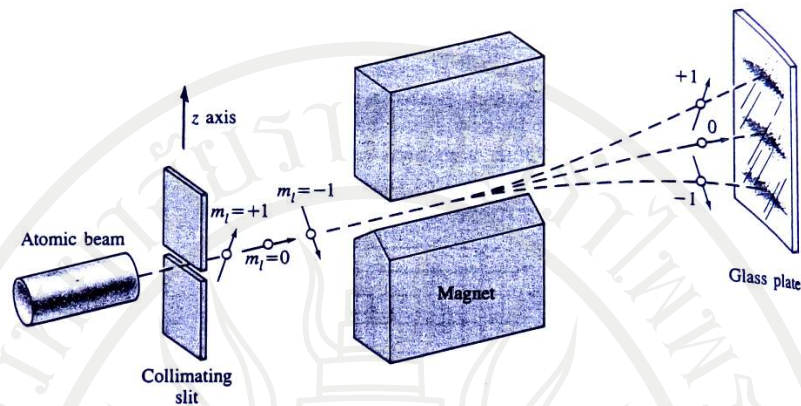
ที่มา: Beiser, 2003: 221

### อิเล็กตรอนสปิน

เมื่อสังเกตเส้นสเปกตรัมด้วยเครื่องมือที่มีกำลังขยายสูงมากจะพบว่าเส้นสเปกตรัมที่เห็นด้วยตาเปล่าหนึ่งเส้นแท้จริงแล้วประกอบด้วยสองเส้นคู่กันอยู่เรียกว่าไฟน์สตรัคเจอร์ (Fine structure) ในปี ค.ศ. 1925 อุเลนเบค (G.E.Uhlenbeck) และเกาต์สมีท (S.Gaudsmit) ได้ตั้งสมมติฐานว่าไฟน์สตรัคเจอร์เกิดจากอิเล็กตรอนสปิน

การทดลองของสเทิน (Otto Stern) และ เกอแลซ์ (Walter Gerlach) ในปี ค.ศ.1921 ได้ทำการทดลองเพื่อหาค่าโมเมนต์แม่เหล็ก (Magnetic moment) ของอะตอมของเงิน ด้วยการเผาเงินให้ร้อนจัดในเตาเผาจนเป็นไอแล้วปล่อยให้ผ่านไปในสนามแม่เหล็กซึ่งออกแบบพิเศษให้สนามแม่เหล็กมีค่าเพิ่มขึ้นจาก  $N$  ไป  $S$  ดังภาพที่ 5.14 (Halliday, Resnick & Walker, 2014: 1226)

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาพที่ 5.14 การแยกลำอะตอมของเงินโดยสนามแม่เหล็กที่มีลักษณะพิเศษ  
ที่มา: Blatt, 1992: 178, Ohanian, 1997: 222

ผลการทดลองลำอะตอมของเงินถูกแยกออกเป็นสองส่วน กล่าวคือส่วนหนึ่งเบนไปในทิศทาง  $+z$  อีกส่วนหนึ่งเบนไปในทิศทาง  $-z$  ต่อมาในปี ค.ศ. 1927 ฟิปส์ (Phipps) และเทเลอร์ (Taylor) ได้ทดลองในลักษณะเดียวกับการทดลองของสเทินและเกอิลซ์แต่เปลี่ยนเป็นใช้อะตอมของไฮโดรเจนในสถานะพื้น  $n = 1, l = 0$  มีค่าเลขควอนตัมแม่เหล็ก  $m_l = 0$  แทนในการทดลองนี้ คาดว่าจะไม่มีแรงแม่เหล็กกระทำต่อลำอะตอมไฮโดรเจนเพราะ  $\mu = 0$  แต่พบว่าลำอะตอมแยกเป็นสองส่วนเช่นเดียวกับการทดลองของสเทินและเกอิลซ์ด้วยเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่ามีโมเมนต์แม่เหล็กจากอิเล็กตรอนสปิน (ประสิทธิ์ เจริญขวัญ และศรีเพ็ญ ท้าวตา, 2521: 115-116)

### หลักการกีดกันเพาลี

เพาลี (Wolfgang Pauli) ได้ค้นพบหลักการพื้นฐานซึ่งควบคุมการจัดอิเล็กตรอนในอะตอมที่มีอิเล็กตรอนหลายอนุภาคในปี ค.ศ. 1925 ซึ่งเรียกว่าหลักการกีดกันเพาลี (Pauli Exclusion Principle) โดยมีใจความว่า “ในอะตอมหนึ่งไม่มีอิเล็กตรอนสองอนุภาคใดอยู่ในสถานะควอนตัมเดียวกันหรืออิเล็กตรอนแต่ละอนุภาคจะมีชุดเลขควอนตัม  $n, l, m_l, m_s$  แตกต่างกัน” รายละเอียดเลขควอนตัมที่บ่งบอกสถานะของอิเล็กตรอนในอะตอมทั้งสี่ตัวรายละเอียดแสดงในตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.2 แสดงค่าที่เป็นไปได้ของเลขควอนตัมและปริมาณที่เกี่ยวข้อง

ชื่อ	สัญลักษณ์	ค่าที่เป็นไปได้	ปริมาณที่เกี่ยวข้อง
เลขควอนตัมหลัก	$n$	1, 2, 3, ...	พลังงาน
เลขควอนตัมวงโคจร	$l$	0, 1, 2, ..., $n - 1$	ขนาดของโมเมนตัมเชิงมุมวงโคจร
เลขควอนตัมแม่เหล็ก	$m_l$	$-l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l$	ทิศทางของโมเมนตัมเชิงมุมวงโคจร
เลขควอนตัมแม่เหล็กสปิน	$m_s$	$-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	ทิศทางสปินของอิเล็กตรอน

ที่มา: Beiser, 2003: 231

ดังนั้นสถานะทางควอนตัมของอิเล็กตรอนที่เป็นไปได้ตามหลักการกีดกันของเพาลีแสดงดังตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 แสดงสถานะที่เป็นไปได้ของอิเล็กตรอนในอะตอมเดียวกัน

$n$	$l$	$m_l$	$m_s$
1	0	0	$\frac{1}{2}$
1	0	0	$-\frac{1}{2}$
2	0	0	$\frac{1}{2}$
2	0	0	$-\frac{1}{2}$
2	1	-1	$\frac{1}{2}$
2	1	-1	$-\frac{1}{2}$
2	1	0	$\frac{1}{2}$
2	1	0	$-\frac{1}{2}$
2	1	1	$\frac{1}{2}$
2	1	1	$-\frac{1}{2}$
-	-	-	-
-	-	-	-
-	-	-	-

นอกจากนี้การจัดลำดับอิเล็กตรอนไว้ในอะตอมนั้นจะเกิดขึ้นในลักษณะที่ทำให้อะตอมมีพลังงานน้อยที่สุด ข้อมูลจากการทดลองการจัดลำดับอิเล็กตรอนไว้ในอะตอมแสดงดังตารางที่ 5.4

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตารางที่ 5.4 แสดงลำดับของอเล็กตรอนที่จัดไว้ในอะตอม

ชื่อชั้นย่อย (subshell)	s	2s	2p	3s	3p	4s	3d	4p	5s	4d	5p	6s	4f	5d	6p	7s	5f	6d
จำนวนe ที่ได้รับ	2	2	6	2	6	2	10	6	2	10	6	2	14	10	6	2	14	10

ที่มา: Beiser, 2003: 244

การจัดอเล็กตรอนไว้ในอะตอมมีลักษณะเป็นชั้น (Shell) แสดงด้วยเลขควอนตัมหลัก  $n$  และชั้นย่อย แสดงด้วยเลขควอนตัม  $l$  จำนวนอเล็กตรอนมากที่สุดที่ยอมให้มีได้ในแต่ละชั้นคือ

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) &= 2[1+3+5+\dots+(2n-1)] \\ &= 2 \left[ \frac{1+(2n-1)}{2} n \right] \\ &= 2n^2 \end{aligned}$$

นอกจากนี้ชั้นซึ่งถูกระบุด้วยเลขควอนตัม  $n$  นิยมแทนด้วยสัญลักษณ์ดังนี้

$n = 1$	2	3	4	5	.....
ชื่อชั้น	K	L	M	N	O

สำหรับโครงสร้างอะตอมของธาตุต่าง ๆ แสดงในตารางที่ 5.5

ตารางที่ 5.5 แสดงโครงสร้างอะตอมของธาตุต่าง ๆ



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ตารางที่ 5.5 (ต่อ) แสดงโครงสร้างอะตอมของธาตุต่าง ๆ



ลิขสิทธิ์ © มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี  
ที่มา: Beiser, 2003: 242-243

## สรุป

ทอมสันเป็นผู้เสนออะตอมแบบพลาสมา-พุดตั้งแต่ปรากฏว่าลึ้มเหลวเพราะไม่สามารถอธิบายการกระเจิงของอนุภาคอัลฟาโมโต ๆ ได้

แบบจำลองอะตอมของรัทเธอร์ฟอร์ดประจวบที่จะเป็นมวลเกือบทั้งหมดของอะตอมที่อยู่รวมกันในปริมาตรเล็ก ๆ ที่ศูนย์กลางอะตอมเรียกว่านิวเคลียส

ตามทฤษฎีของโบร์อะตอมของไฮโดรเจน รัศมีของอิเล็กตรอนในวงโคจรที่  $n$  คือ

$$r = 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2}$$

เมื่อ  $n = 1, 2, 3, \dots$  จะพบว่าวงโคจรที่มีสถานะคงที่จะแปรผันตรงกับ  $n^2$  ซึ่งรัศมีจะเพิ่มขึ้นในอัตรา 1: 4: 9: 16..., จากวงโคจรแรก

ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนของไฮโดรเจนนี้คือ

$$E_n = \frac{-E_1}{n^2} = \frac{-13.6}{n^2} \text{ eV}$$

อนุกรมสเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอม

อนุกรมไลมาน  $n_f = 1$  และ  $n_i = 2, 3, 4, \dots$   $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$

อนุกรมบาลเมอร์  $n_f = 2$  และ  $n_i = 3, 4, 5, \dots$   $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$

อนุกรมพาเชน  $n_f = 3$  และ  $n_i = 4, 5, 6, \dots$   $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$

อนุกรมแบรกกेट  $n_f = 4$  และ  $n_i = 5, 6, 7, \dots$   $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$

อนุกรมพุนด์  $n_f = 5$  และ  $n_i = 6, 7, 8, \dots$   $\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$

สมการคลื่นของชเรอดิงเงอร์ที่ขึ้นกับเวลา

$$\text{ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี} \left[ \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right] \phi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t}(\vec{r}, t) \text{ ไฟฟราณี}$$

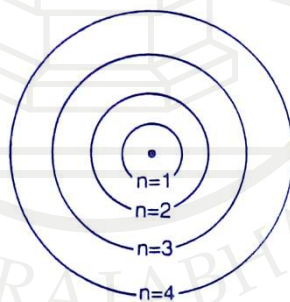
### ทฤษฎีอะตอมในปัจจุบัน

ผลสำเร็จที่สำคัญของการใช้กลศาสตร์ควอนตัมทำให้เกิดความสำเร็จในการกล่าวถึงรายละเอียดของทฤษฎีอะตอมในปัจจุบัน ซึ่งเป็นผลงานของนักฟิสิกส์ที่มีชื่อเสียงหลายท่าน โดยในที่นี้ประกอบไปด้วย 4 หลักการที่สำคัญคือ 1. คำตอบของสมการชเรอดิงเงอร์สำหรับอะตอมที่มีอิเล็กตรอน 1 ตัว 2. ปรากฏการณ์ซีแมนน์ (Zeeman effect) 3. อิเล็กตรอนสปิน และ 4. หลักการกีดกันเพาลี

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

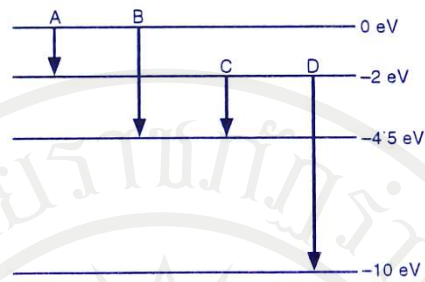
## แบบฝึกหัดบทที่ 5

1. ส่วนใดของอะตอมที่ค้นพบโดยรัทเทอร์ฟอร์ด?
2. ทำไมอิเล็กตรอนจึงเคลื่อนที่รอบ ๆ อะตอม จงอธิบาย
3. กำหนดให้รัศมีวงโคจรอันดับแรกของอิเล็กตรอนของไฮโดรเจนอะตอมคือ  $5.3 \times 10^{-11}$  เมตร จงหารัศมีของวงโคจรที่ 2
4. อิเล็กตรอนโคจรเป็นวงกลมรอบนิวเคลียสของประจุ  $Ze$  แล้วค่าความเร็วของอิเล็กตรอนอันเนื่องมาจากรัศมีของวงโคจรมีค่าเท่าใด
5. จงหาค่าคงที่ของริดจ์เบิร์ก (Rydberg's constant)
6. อนุกรมของสเปกตรัมของไฮโดรเจนอะตอมในย่านบริเวณอัลตราไวโอเล็ตและในช่วงบริเวณที่มองเห็น เรียกชื่ออนุกรมนี้ว่าอะไร
7. พลังงานของอิเล็กตรอนของไฮโดรเจนอะตอมอันดับที่  $n$  กำหนดได้โดย 
$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} eV$$
 อิเล็กตรอนนี้ต้องการพลังงานใดจึงจะทำให้อิเล็กตรอนนี้จากสถานะพื้นขึ้นสู่สถานะกระตุ้นอันดับที่ 1 ได้
8. ระดับพลังงานของอิเล็กตรอนในสถานะกระตุ้นอันดับ 1 ของไฮโดรเจนอะตอมคือ  $-3.4 eV$  พลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในสถานะนี้มีค่าเท่าใด
9. จากภาพที่ 5.15 แสดงสถานะวงโคจรของไฮโดรเจนอะตอม จงเขียนการเปลี่ยนแปลงของอนุกรมไลมานและอนุกรมบาลเมอร์



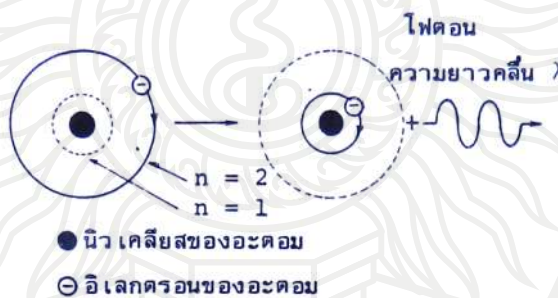
ภาพที่ 5.15 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 9

10. ระดับพลังงานของอะตอมแสดงดังภาพที่ 5.16 การเปลี่ยนแปลงแบบไหนจึงจะปลดปล่อยโฟตอนออกมาที่มีความยาวคลื่น  $275 nm$



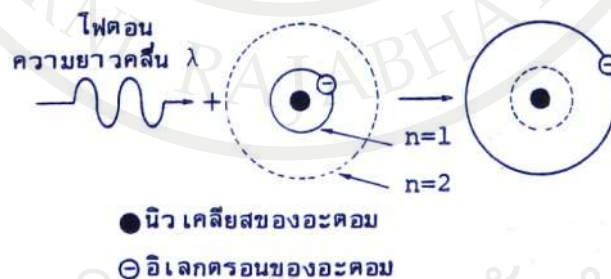
ภาพที่ 5.16 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 10

11. จงคำนวณหาความยาวคลื่นเดอบเรย์ของมวล 2 กิโลกรัมที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 25 เมตรต่อวินาที
12. จงคำนวณหาความยาวคลื่นเดอบเรย์ของนิวตรอนพลังงาน 0.08 อิเล็กตรอนโวลต์
13. พลังงานที่น้อยที่สุดในหน่วย  $eV$  ที่ต้องการเคลื่อนอิเล็กตรอนจากสถานะพื้นของ  $Li^{++}$  ( $Z=3$ )
14. จงพิจารณาภาพที่ 5.17 ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นมาพอเข้าใจ



ภาพที่ 5.17 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 14

15. จงพิจารณาภาพที่ 5.18 ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นมาพอเข้าใจ



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ภาพที่ 5.18 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 15

16. กำหนดว่า  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  อิเล็กตรอนในสถานะพื้นฐานของอะตอม

ไฮโดรเจนจะมีโมเมนตัมเท่าไร

17. อะตอมของไฮโดรเจนมีอิเล็กตรอนเพียงตัวเดียวเท่านั้นแต่เหตุใดสเปกตรัมของก๊าซไฮโดรเจนมีหลายเส้น

18. อัตราส่วนของความยาวคลื่นของเส้นสเปกตรัมสองเส้นแรกในอนุกรมบาลเมอร์ มีค่าเท่าใด

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



## เอกสารอ้างอิง

- ธีรพันธ์ ม่วงไทย. (2526). **กลศาสตร์ควอนตัมเบื้องต้น**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ประสิทธิ์ เจริญขวัญ และศรีเพ็ญ ท้าวตา. (2521). **ฟิสิกส์อะตอมเบื้องต้น**. เชียงใหม่ : มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2555). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วัฒนา เดชนะ. (2548). **ฟิสิกส์ 2**. จันทบุรี : มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี.
- อนันตสิน เตชะกำพูน, พิเศษฐ์ รัตนวรารักษ์ และพรชัย พัชรินทร์ตะนกุล. (2539). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Beiser, A. (2003). **Concept of Modern Physics**. 6th ed.. Boston : McGraw-Hill.
- Blatt, F.J. (1992). **Modern Physics**. New York : McGraw-Hill.
- Cutnell, J.D. and other. (2015). **Physics**. 10th ed.. Hoboken, NY : John Wiley & Sons.
- Gupta, S.K. (2002). **Physics (Vol.II)**. Jalandhar : Modern Publishers.
- Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (1997). **Fundamental of Physics**. 5th ed.. New York : John Wiley & Sons.
- . (2014). **Fundamental of Physics**. 10th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- Jewett, J.W., & Serway, R.A. (2014). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 9th ed.. USA: Brooks/Cole.
- Ohanian, H.C. (1997). **Modern Physics**. 2nd ed.. New Jersey : Prentice-Hall.
- Walker, J.S. (2004). **Physics Volume II**. 2nd ed.. New Jersey : Prentice-Hall.
- Young, H.D., & Freedman, RA. (2012). **University Physics with modern Physics**. 13th ed.. Boston: Pearson Addison Wesley.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 6

### เนื้อหาประจำบท

#### บทที่ 6 ฟิสิกส์นิวเคลียร์

หน่วยการวัดของมวลและพลังงาน  
การเทียบเท่าด้านพลังงานของหน่วยมวลอะตอม  
ขนาดของนิวเคลียสและความหนาแน่น  
มวลพร้อมและพลังงานยึดเหนี่ยว  
พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน  
เสถียรภาพของนิวเคลียสและกัมมันตภาพรังสี  
กฎการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี  
ปฏิกิริยานิวเคลียร์  
ประโยชน์และโทษของกัมมันตภาพรังสี  
สรุป  
แบบฝึกหัดบทที่ 6

เอกสารอ้างอิง

#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อศึกษาบทที่ 6 แล้วนักศึกษาสามารถ

1. อธิบายโครงสร้างและปริมาณต่าง ๆ ของนิวเคลียสได้
2. อธิบายการเปลี่ยนแปลงของนิวเคลียสได้
3. คำนวณหาปริมาณต่าง ๆ เกี่ยวกับนิวเคลียสได้
4. อธิบายปฏิกิริยารวมทั้งคำนวณหาพลังงานที่เกิดจากปฏิกิริยานิวเคลียร์ได้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอนประจำบท

1. ผู้สอนบรรยาย อธิบายทฤษฎี พร้อมยกตัวอย่างประกอบการบรรยาย โดยใช้ โปรเจคเตอร์ เครื่องฉายแผ่นทึบ และการเขียนอธิบายเพิ่มเติมบนกระดานและ ชักถามผู้เรียนขณะเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในแต่ละหัวข้อ
2. แบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละประมาณ 5 คน มอบหมายงานเพื่อศึกษาทฤษฎี แล้วดำเนินการอภิปรายกลุ่ม (Group discussion) ในประเด็นที่กำหนด
3. กำหนดหัวข้อ โจทย์ปัญหา และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน
4. มอบหมายให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม
5. ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดบทที่ 6
6. ทดสอบย่อยหลังจบบทเรียน

### สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
2. ไฟล์เอกสารประกอบการสอนวิชาฟิสิกส์ 2
3. เครื่องฉายโปรเจคเตอร์
4. ตำรา หนังสือ สำหรับอ่านประกอบค้นคว้าเพิ่มเติม
5. อุปกรณ์ช่วยสอน สาธิตการทดลองการวัดกัมมันตรังสีด้วยหัววัดแบบไกเกอร์-มุลเลอร์
6. แบบฝึกหัดบทที่ 6

### การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามของผู้เรียน
2. สังเกตจากความสนใจในการเรียน
3. สังเกตจากการอภิปรายกลุ่มและอภิปรายสรุป
4. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัด
5. ประเมินจากการสอบระหว่างภาคและปลายภาค

## บทที่ 6

### ฟิสิกส์นิวเคลียร์

เนื่องจากนิวเคลียสของธาตุประกอบด้วยโปรตอนและนิวตรอน ดังนั้นในการบอกว่านิวเคลียสหนึ่งเป็นนิวเคลียสของธาตุใด จึงบอกได้โดยสัญลักษณ์แทนชื่อธาตุโดยเขียนจำนวนโปรตอนและนิวตรอนกำกับ เช่น  ${}_8O^{16}$  ซึ่งเป็นนิวเคลียสของออกซิเจนประกอบด้วย โปรตอน 8 อนุภาคและมีจำนวนอนุภาคทั้งหมดคือโปรตอนรวมกับนิวตรอน 16 อนุภาค อนุภาคที่อยู่ในนิวเคลียสเรียกว่านิวคลีออน (Nucleon) จำนวนโปรตอนในนิวเคลียสเรียกว่าเลขอะตอม (Atomic number = Z) และจำนวนนิวคลีออนทั้งหมดในนิวเคลียสจะแสดงค่ามวลของนิวเคลียส เรียกว่าเลขมวล (Mass number = A) ดังนั้นเมื่อให้ X เป็นสัญลักษณ์ของธาตุใด ๆ แล้วสามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์นิวเคลียสได้เป็น  ${}_Z X^A$  (Cutnell, J.D. and other, 2015: 876) มีนิวเคลียสของธาตุหลายชนิดที่มีมวลต่างกันทั้ง ๆ ที่มีสมบัติทางเคมีและฟิสิกส์เหมือนกัน ทั้งนี้เนื่องจากในนิวเคลียสมีจำนวนโปรตอนเท่ากันแต่จำนวนนิวตรอนต่างกัน เรียกนิวเคลียสชนิดนี้ว่า ไอโซโทป (Isotope) ของธาตุเดียวกัน (Jewett & Serway, 2014: 1381) เช่น ออกซิเจน(O) มี 3 ไอโซโทป คือ  ${}_8O^{16}$ ,  ${}_8O^{17}$ ,  ${}_8O^{18}$  ส่วน Cl มี 2 ไอโซโทป คือ  ${}_{17}Cl^{35}$ ,  ${}_{17}Cl^{37}$  และ Pb มี 3 ไอโซโทป คือ  ${}_{82}Pb^{206}$ ,  ${}_{82}Pb^{207}$ ,  ${}_{82}Pb^{208}$  เป็นต้น

#### หน่วยการวัดของมวลและพลังงาน

อะตอมเป็นหน่วยที่เล็กที่สุดของธาตุที่ยังแสดงสมบัติเดิมได้ มวลและพลังงานในระดับอะตอมมีค่าน้อย ในวิชาฟิสิกส์จึงได้กำหนดหน่วยการวัดมวลและพลังงานในระดับอะตอมขึ้น ดังนั้นหน่วยมวลอะตอม (Atomic mass unit) เขียนย่อเป็น u หรือ a.m.u.เป็นหน่วยที่เล็กมาก ๆ และมีความสะดวกในการใช้สำหรับนิวเคลียร์ฟิสิกส์ โดยกำหนดไว้ว่า

“มวล 1 u (หรือ 1 a.m.u.) คือมวลที่มีขนาด  $\frac{1}{12}$  ของมวลนิวเคลียส  $C^{12}$  เป็นนิวเคลียสของ

ไอโซโทปคาร์บอนที่เสถียร” (ประสิทธิ์ เจริญขวัญ และ ศรีเพ็ญ ท้าวตา, 2521: 33)

อันเนื่องมาจากสมมติฐานของอาโวกาโด (Avogadro's hypothesis) ค่าของอะตอมใน 12 กรัมของ  ${}_6C^{12}$  มีค่าเท่ากับเลขอาโวกาโด (Avogadro number) คือ  $6.023 \times 10^{23}$  ดังนั้นมวลของ

คาร์บอนอะตอม  ${}_6C^{12}$  คือ  $\frac{12}{6.023 \times 10^{23}} = 1.992678 \times 10^{-26} \text{ kg}$

$$\text{ดังนั้น } 1 \text{ a.m.u.} = \frac{1}{12} \times 1.992678 \times 10^{-26} \text{ kg} \text{ หรือ } = 1.660565 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

บนพื้นฐานของมาตราวัดอะตอม (Atomic scale) มวลของโปรตอนหาได้โดย

$$m_p = 1.007275 \text{ a.m.u.} = 1.007275 \times 1.660565 \times 10^{-27} = 1.67265 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

และมวลนิวตรอนหาได้โดย

$$m_n = 1.008665 \text{ a.m.u.} = 1.008665 \times 1.660565 \times 10^{-27} = 1.67495 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

### การเทียบเท่าด้านพลังงานของหน่วยมวลอะตอม

จากความสัมพันธ์ที่ให้ไว้โดยไอน์สไตน์ (Einstein mass-energy equivalence) การเทียบเท่าพลังงานของมวล  $m$  ให้โดย

$$E = mc^2 \text{ เมื่อ } c \text{ ความเร็วของแสง}$$

สมมติให้  $m = 1 \text{ a.m.u.} = 1.660565 \times 10^{-27} \text{ kg}$  แล้ว  $c = 2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$  การเทียบเท่าพลังงานของมวล 1 a.m.u. คือ

$$1 \text{ a.m.u.} = (1.660565 \times 10^{-27} \text{ kg}) \times (2.998 \times 10^8 \text{ ms}^{-1})^2 = 1.4925 \times 10^{-10} \text{ J}$$

โดยเมื่อ  $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$  จะได้

$$1 \text{ a.m.u.} = \frac{1.4925 \times 10^{-10} \text{ J}}{1.602 \times 10^{-13} \text{ J}}$$

หรือ

$$1 \text{ a.m.u.} = 931.5 \text{ MeV}$$

ซึ่งสามารถคำนวณหาพลังงานเทียบเท่าของมวลของอิเล็กตรอน โปรตอน และนิวตรอนคือ

$$m_e = 0.511 \text{ MeV}, m_p = 938.279 \text{ MeV}, m_n = 939.573 \text{ MeV} \text{ ดังนั้นพลังงานใช้หน่วยวัดเป็น}$$

อิเล็กตรอนโวลต์ (Electron volts) เขียนย่อเป็น eV คือพลังงาน 1 eV คือพลังงานบนอิเล็กตรอน

ตัวหนึ่งที่ถูกเร่งด้วยความต่างศักย์ 1 โวลต์ จากสภาพหยุดนิ่งซึ่ง  $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

### ขนาดของนิวเคลียสและความหนาแน่น

ความจริงที่ว่านิวเคลียสมีขนาดค่าหนึ่ง เริ่มเป็นที่รู้จักมาจากการทดลองการกระจายของอนุภาคแอลฟาของรัทเทอร์ฟอร์ด จากผลการทดลองสามารถอธิบายได้บนพื้นฐานของกฎของคูลอมบ์ระหว่างอนุภาคแอลฟาและนิวเคลียสของอะตอมของทองคำและการวัดระยะระหว่างอนุภาคแอลฟาสองอนุภาคที่อยู่ติดกันนั้นคือการคาดคะเนค่าขนาดของนิวเคลียส รัศมีของนิวเคลียสของทองคำซึ่งคาดคะเนได้ประมาณ  $4.1 \times 10^{-14} \text{ m}$



การคำนวณหาขนาดของนิวเคลียสด้วยวิธีการทดลองต่าง ๆ โดยการกระเจิงของอนุภาคนิวตรอน โปรตอน และอิเล็กตรอนทุก ๆ กรณีพบว่าปริมาตรของนิวเคลียสจะแปรผันตรงกับจำนวนนิวคลีออน  $A$  ของนิวเคลียส ถ้าให้  $R$  คือรัศมีของนิวเคลียสซึ่งมีมวลอะตอม  $A$  ดังนั้น (Young & Freedman, 2012: 1440)

$$V \propto A$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \propto A$$

หรือ

$$R \propto A^{\frac{1}{3}}$$

หรือ

$$R = R_0 A^{\frac{1}{3}} \quad (6.1)$$

ถ้าเป็นกรณีของไฮโดรเจนแล้ว  $A=1$  จะได้  $R = R_0$  ซึ่งปัจจุบันค่า  $R_0$  ที่วัดได้ยังไม่แน่นอนคือมีค่าอยู่ระหว่าง  $1.1 \times 10^{-15} \text{ m}$  ถึง  $1.5 \times 10^{-15} \text{ m}$  และในกรณีที่ขนาดของนิวเคลียสขนาดเล็กหน่วยที่นิยมใช้คือ เฟอรัมี (fermi, F) ซึ่งก็คือ (Halliday, Resnick & Walker, 2014: 1282)

$$1 \text{ เฟอรัมี (fermi, F)} = 10^{-15} \text{ m}$$

ตัวอย่าง 6.1 จงคำนวณหาอัตราส่วนของรัศมีนิวเคลียสของทองซึ่งมีไอโซโทป  ${}_{79}\text{Au}^{197}$  และเงิน  ${}_{47}\text{Ag}^{107}$

วิธีทำ จาก  $R \propto A^{\frac{1}{3}}$

ดังนั้น

$$\frac{R_1}{R_2} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^{\frac{1}{3}} ; A_1 = 197, A_2 = 107$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \left( \frac{197}{107} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.226$$

เมื่อทราบรัศมีของนิวเคลียสแล้วก็สามารถคำนวณหาความหนาแน่นของนิวเคลียส ถ้าให้มวลของนิวเคลียสของอะตอมมีเลขมวล (Mass number)  $A = A \text{ a.m.u.} = A \times 1.660565 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ซึ่ง  $R$  คือรัศมีของนิวเคลียส ดังนั้น

$$\text{ปริมาตรของนิวเคลียส} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left( R_0 A^{\frac{1}{3}} \right)^3 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A$$

$$\text{ให้ } R_0 = 1.1 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\text{จะทำให้ได้ ปริมาตรของนิวเคลียสคือ } = \frac{4}{3} \pi (1.1 \times 10^{-15} \text{ m})^3 \times A$$

$$\begin{aligned} \text{ความหนาแน่นของนิวเคลียส } (\rho) &= \frac{m}{V} = \frac{A \times 1.66056 \times 10^{-27} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \pi (1.1 \times 10^{-15} \text{ m})^3 \times A} \\ &= 2.97 \times 10^{17} \text{ kg.m}^{-3} \end{aligned}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าความหนาแน่นของนิวเคลียสไอ เป็นอิสระจากเลขมวล A

### มวลพร้อมและพลังงานยึดเหนี่ยว

ในการทดลองวัดมวลของนิวเคลียสพบว่า มวลของนิวเคลียสจะน้อยกว่าผลรวมของมวลของนิวคลีออนในสภาพอิสระ ที่ประกอบขึ้นเป็นนิวเคลียส ดังเช่น ดิวเทรอน  ${}_1H^2$  ซึ่งเป็นไอโซโทปหนึ่งของไฮโดรเจน มีนิวเคลียสที่ประกอบด้วยโปรตอนและนิวตรอนอย่างละ 1 อนุภาค ด้วยเหตุนี้จึงสามารถแทนมวลอะตอมของดิวเทรอนด้วย ผลรวมของมวลนิวตรอนกับไฮโดรเจนธรรมดา คือ

$$\text{มวลของโปรตอน } m_p = 1.007276u = 1.672622 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{มวลของนิวตรอน } m_n = 1.008665u = 1.674927 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{มวลของอิเล็กตรอน } m_e = 0.000548580u = 9.10938 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

ซึ่งคาดว่ามวลของ  ${}_1H^2$  คือ  $m_p + m_n = 2.015941u$

แต่ในความเป็นจริงพบว่ามวลของอนุภาคดิวเทรอน  ${}_1H^2$  มีค่าคือ  $2.013554u$  ซึ่งน้อยกว่ามวลที่คาดหวังไว้ ดังนั้นมวลที่หายไปคือ

$$\Delta m = 2.015941u - 2.013554u = 0.002387u \text{ ซึ่งเรียก } \Delta m \text{ นี้ว่า มวลพร้อม (Mass defect)}$$

$$\text{จาก } E = mc^2$$

สำหรับมวล  $1u$  จะได้

$$\Delta E = (1 \times 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}) (2.997 \times 10^8 \text{ m/s}^2)^2$$

$$= 1.4923 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$= \frac{1.4923 \times 10^{-10}}{1.6022 \times 10^{-13}} \text{ MeV}$$

$$= 931.44 \text{ MeV}$$

$$\cong 931 \text{ MeV}$$

ดังนั้นมวลพร้อมนี้เทียบเท่าพลังงานตามสมการ

$$\Delta E = 931 \text{ MeV/u} \times 0.002387u = 2.22 \text{ MeV}$$

ซึ่งเรียกพลังงานชนิดนี้ว่าพลังงานยึดเหนี่ยว (Binding energy) เป็นค่าเดียวกันกับค่าพลังงานที่พอดีที่ทำให้นิวเคลียสของนิวเคลียสของนิวเคลียสแยกออกเป็นนิวตรอนเสรีและโปรตอนเสรี แต่ถ้าให้พลังงานนิวเคลียสมากกว่า 2.22 MeV แล้วพบว่าพลังงานส่วนที่เกินจะไปเพิ่มพลังงานจลน์ให้แก่โปรตอนเสรีและนิวตรอนเสรี

ถ้าให้คำนวณหามวลพร้อมในกรณีของนิวเคลียสของอะตอม  ${}_Z X^A$  ซึ่งนิวเคลียสของอะตอมประกอบด้วย  $Z$  โปรตอน และ  $(A-Z)$  นิวตรอนดังนี้

$$\text{มวลที่ประกอบกันขึ้นของนิวคลีออน} = Zm_p + (A-Z)m_n$$

ถ้าให้  $m_N({}_Z X^A)$  คือมวลของนิวเคลียสของอะตอม  ${}_Z X^A$  แล้ว มวลพร้อมหาได้โดย

$$\Delta m = [Zm_p + (A-Z)m_n] - m_N({}_Z X^A) \quad (6.2)$$

ซึ่งนอกจากนี้แล้วมวลพร้อมยังสามารถหาได้ในรูปแบบอีกอย่างโดยการเพิ่มและลบ  $Zm_e$  ที่ด้านขวาของสมการ (6.2)

$$\Delta m = [Zm_p + (A-Z)m_n + Zm_e] - m_N({}_Z X^A) - Zm_e$$

$$\Delta m = [Z(m_p + m_e) + (A-Z)m_n] - [m_N({}_Z X^A) + Zm_e]$$

ซึ่ง  $m_p + m_e = m({}_1 H^1)$  คือมวลของไฮโดรเจนอะตอมและ

$$m_N({}_Z X^A) + Zm_e = m({}_Z X^A) \text{ คือมวลของอะตอม } {}_Z X^A$$

ดังนั้น  $\Delta m = [Zm({}_1 H^1) + (A-Z)m_n] - m({}_Z X^A) \quad (6.3)$

### พลังงานยึดเหนี่ยว

เมื่อนิวเคลียสอยู่ในรูปแบบของนิวคลีออนอิสระแล้วการลดลงของมวลของนิวคลีออนสามารถคำนวณเทียบเท่าได้กับพลังงานโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างมวล-พลังงานของไอสไตน์ พลังงานซึ่งเทียบเท่ากับมวลพร้อมที่ใช้ในการยึดเหนี่ยวนิวคลีออนซึ่งจะเรียกว่า พลังงานยึดเหนี่ยว (Binding energy) ของนิวเคลียส (อุไรวรรณ จุณภาด, 2534: 13) (Jewett & Serway, 2014: 1386)

ถ้า  $\Delta m$  คือ มวลพร้อมของนิวเคลียสจากความสัมพันธ์ระหว่างมวล-พลังงานของไอสไตน์จะได้  ${}_Z X^A$  จาก

พลังงานยึดเหนี่ยวของนิวเคลียส =  $\Delta m \times 931.5 \text{ MeV}$  หรือพลังงานยึดเหนี่ยวสามารถหาได้โดยรูปแบบของมวลโปรตอน นิวตรอน และนิวเคลียส ดังนี้

$$\text{พลังงานยึดเหนี่ยวของนิวเคลียส} = \left[ \{Zm_p + (A - Z)m_n\} - m_N({}_Z X^A) \right] \times 931.5 \quad (6.4)$$

เมื่อ  $m_N({}_Z X^A)$  คือมวลนิวเคลียสของอะตอม  ${}_Z X^A$  จาก (6.2) จะได้

$$\text{พลังงานยึดเหนี่ยวของนิวเคลียส} = \left[ \{Zm({}_1 H^1) + (A - Z)m_n\} - m({}_Z X^A) \right] \times 931.5 \quad (6.5)$$

ซึ่ง  $m({}_1 H^1)$  และ  $m({}_Z X^A)$  แสดงถึงมวลของไฮโดรเจนอะตอม ( ${}_1 H^1$ ) และอะตอมของ  ${}_Z X^A$

### พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน

พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน (Binding energy per nucleon) คือพลังงานเฉลี่ยที่ต้องการเพื่อใช้แยกหนึ่งนิวคลีออนจากนิวเคลียสหาได้โดยการหารพลังงานยึดเหนี่ยวของนิวเคลียสโดยจำนวนนิวคลีออนที่มีอยู่ตั้งนั้น (อุไรวรรณ จุณภาด, 2535: 4)

$$\text{พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน} = (\text{พลังงานยึดเหนี่ยว} / A) \quad (6.6)$$

พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนมีความสำคัญมาก อาจถือได้ว่ามีความสำคัญมากกว่าพลังงานยึดเหนี่ยวทั้งหมดก็ได้เพราะเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นว่าถ้าหากพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนมีค่าสูงนั้นหมายความว่าเทียบเคียงได้ว่านิวเคลียสนั้นเสถียรมากด้วย (Serway, Moses & Moyer, 2005: 472)

ตัวอย่าง 6.2 จงหาค่าของพลังงานยึดเหนี่ยวของนิวไคลด์  ${}_{26}Fe^{56}$  และ  ${}_{83}Bi^{209}$  ในหน่วยของ MeV จากข้อมูลดังต่อไปนี้

$$\text{มวลของไฮโดรเจนอะตอม} = 1.007825 \text{ a.m.u.}$$

$$\text{มวลของนิวตรอน} = 1.008665 \text{ a.m.u.}$$

$$\text{มวลของ } {}_{26}Fe^{56} \text{ อะตอม} = 55.934939 \text{ a.m.u.}$$

$$\text{มวลของ } {}_{83}Bi^{209} \text{ อะตอม} = 208.980388 \text{ a.m.u.}$$

$$\text{วิธีทำ จาก } B.E.({}_Z X^A) = \left[ \{Zm({}_1 H^1) + (A - Z)m_n\} - m({}_Z X^A) \right] \times 931.5$$

$$(ก) \text{ เมื่อ } m({}_{26}Fe^{56}) = 55.934939 \text{ a.m.u.}; Z = 26 \text{ และ } A - Z = 56 - 26 = 30$$

$$B.E.({}_{26}Fe^{56}) = \left[ \{26 \times 1.007825 + 30 \times 1.008665\} - 55.934939 \right] \times 931.5$$

$$B.E.({}_{26}Fe^{56}) = [(26.20345 + 30.25995) - 55.934939] \times 931.5$$

$$B.E.({}_{26}Fe^{56}) = 492.26 \text{ MeV}$$

$$B.E.({}_{26}Fe^{56}) / \text{nucleon} = 492.26 / 56 = 8.79 \text{ MeV}$$

(ข) เมื่อ  $m({}_{83}Bi^{209}) = 208.980388 \text{ a.m.u.}$ ;  $Z = 83$  และ  $A-Z = 209-83 = 126$

$$B.E.({}_{83}Bi^{209}) = [83 \times 1.007825 + 126 \times 1.008665] - 208.980388 \times 931.5$$

$$B.E.({}_{83}Bi^{209}) = [83.649475 + 127.09179] - 208.980388 \times 931.5$$

$$B.E.({}_{83}Bi^{209}) = 1642.26 \text{ MeV}$$

$$B.E.({}_{83}Bi^{209}) / \text{nucleon} = 1642.26 / 209 = 7.848 \text{ MeV}$$

### เสถียรภาพของนิวเคลียสและกัมมันตภาพรังสี

จากรายละเอียดข้างต้นเมื่อทราบมวลของนิวเคลียสหรือมวลของอะตอมแล้วก็จะสามารถที่จะหาค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของนิวเคลียสได้ โดยค่าของพลังงานและพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนสำหรับบางนิวไคลด์แสดงดังตาราง 6.1

ตารางที่ 6.1 แสดงค่าพลังงานยึดเหนี่ยวและพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของบางนิวไคลด์

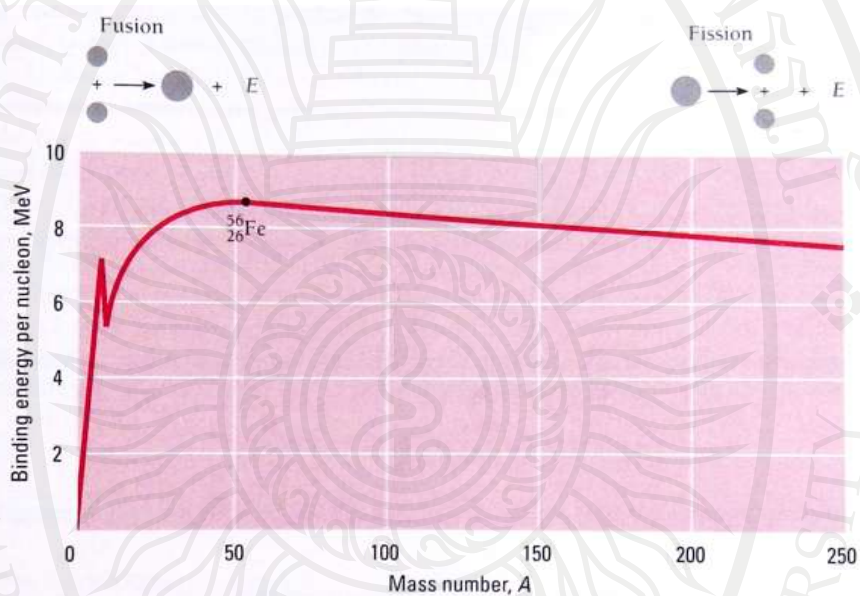
นิวไคลด์	พลังงานยึดเหนี่ยว	พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน
${}^1_1H^2$	2.22 MeV	1.11 MeV
${}^2_2He^4$	28.32 MeV	7.08 MeV
${}^3_3Li^7$	37.66 MeV	5.38 MeV
${}^{17}_{17}Cl^{35}$	287.84 MeV	8.22 MeV
${}^{26}_{26}Fe^{56}$	492.26 MeV	8.79 MeV
${}^{83}_{83}Bi^{209}$	1640.26 MeV	7.85 MeV
${}^{92}_{92}U^{235}$	1786.0 MeV	7.6 MeV

ที่มา: Gupta, 2002: 1177

ภาพที่ 6.1 เป็นการแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนสำหรับนิวไคลด์ที่เสถียรบางตัวกับเลขมวล (A) ซึ่งจากรูปจะเห็นว่ากราฟของนิวไคลด์จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วจนค่าเลขมวลเข้าใกล้ 60 MeV ต่อนิวคลีออนและจะเริ่มลดลงอย่างช้า ๆ และเกือบคงที่



ที่ประมาณเลขมวลที่ 72 MeV ต่อนิวคลีออนสำหรับนิวไคลด์ที่มีเลขมวลมาก ๆ และจะเห็นว่าเมื่อเลขมวลระหว่าง  $A = 50$  ถึง  $A = 75$  ซึ่งเป็นนิวไคลด์ที่เสถียรภาพตามธรรมชาติ เป็นความจริงที่ว่าค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนจะเปลี่ยนน้อยมากที่ค่าเลขมวล ( $A$ ) มาก ๆ จะเห็นได้ว่าที่  $A=56$  ( ${}_{26}\text{Fe}^{56}$ ) พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนจะสูงสุดคือ 8.8 MeV ต่อนิวคลีออน (Cutnell, J.D. and other, 2015: 543)



ภาพที่ 6.1 แสดงค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของนิวไคลด์ต่าง ๆ

ที่มา: Beiser, 1995: 399

ดังนั้นเสถียรภาพหรือความมั่นคงในการคงความเป็นนิวเคลียสของนิวเคลียสใด ๆ ก็ตามขึ้นอยู่กับค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของแต่ละอนุภาคในนิวเคลียส ซึ่งเมื่อนำมาเขียนกราฟแล้วจะได้กราฟดังภาพที่ 6.1 ที่กล่าวมาแล้ว ซึ่งจะสามารถอธิบายได้ดังนี้

1. สำหรับนิวเคลียสขนาดเล็ก  $B.E / nucleon$  จะเพิ่มตามค่าของ  $A$  แสดงว่าเสถียรภาพของนิวเคลียสแปรตามค่าของเลขมวล ( $A$ )

2. ธาตุที่มีเสถียรภาพดีที่สุดคือเหล็ก ( $Fe$ ) ที่มี  $A = 56$  และมี  $B.E / nucleon \cong 8.8$

3. ถ้ายกเว้นนิวเคลียสขนาดเล็กประมาณ 20 ชนิดแรก  $B.E / nucleon$  เฉลี่ยมีค่าประมาณ 8 MeV



4. ค่า  $B.E / nucleon$  จะเริ่มลดลงเมื่อ  $A$  มีค่ามากกว่า 56 แสดงให้เห็นว่านิวเคลียสที่มีขนาดใหญ่เสถียรภาพไม่ตึ้นัก เช่น  ${}_{92}U^{235}$  ค่า  $B.E / nucleon \cong 7.6 MeV$  ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย 0.4 MeV เป็นนิวเคลียสที่มีเสถียรภาพต่ำ ไม่อยู่ตัวจะมีการสลายตัวได้เองตามธรรมชาติ

จากการศึกษาเสถียรภาพของนิวเคลียสของธาตุต่าง ๆ พบว่านิวเคลียสที่มีเสถียรภาพดีหรืออยู่ตัว (Stable) ทั้งหลายและมีมากในธรรมชาติได้แก่นิวเคลียสที่มีเลขอะตอม 2, 8, 20, 28, 50, 82 และ 126 เช่น  ${}_{2}He^{4}$ ,  ${}_{8}O^{16}$  และ  ${}_{20}Ca^{40}$  เป็นต้น ซึ่งนิวเคลียสเหล่านี้มีค่า  $B.E / nucleon$  สูงกว่าค่าเฉลี่ยทั้งสิ้นในกรณีที่นิวเคลียสมีค่า  $B.E / nucleon$  ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยมากนิวเคลียสจะมีเสถียรภาพค่อนข้างต่ำ จึงทำให้มันต้องปลดปล่อยอนุภาคหรือพลังงานออกไปเพื่อทำให้  $B.E / nucleon$  สูงขึ้นเพียงพอที่จะทำให้มันมีเสถียรภาพดีจึงจะคงตัวอยู่ได้เรียกปรากฏการณ์นี้ว่ากัมมันตรังสี (Radioactivity) และเรียกนิวเคลียสแบบนี้ว่านิวเคลียสกัมมันตรังสี (Radioactive-nuclide) ซึ่งนิวเคลียสกัมมันตรังสีมี 2 ชนิดคือ

1. นิวไคลด์กัมมันตรังสีตามธรรมชาติ คือบรรดานิวไคลด์ในธรรมชาติที่ไม่เสถียร (Unstable) และมีการสลายตัว (Decay) ไปเป็นนิวไคลด์ของธาตุอื่นเช่น  ${}_{19}K^{40}$ ,  ${}_{90}Th^{232}$ ,  ${}_{92}U^{238}$  เป็นต้น

2. นิวไคลด์กัมมันตรังสีที่มนุษย์ผลิตขึ้น หรือเกิดจากปฏิกิริยานิวเคลียร์อื่น ๆ ที่มีใช้การสลายตัวตามธรรมชาติ เช่น  ${}_{14}Si^{28}$ ,  ${}_{13}Al^{28}$ ,  ${}_{92}U^{239}$  เป็นต้น

การสลายตัวของนิวไคลด์นั้น อาจมีการสลายตัวเพียงครั้งเดียวแล้วได้นิวไคลด์ที่อยู่ตัวหรืออาจสลายตัวต่อเนื่องหลายครั้งจนได้นิวไคลด์ที่อยู่ตัวก็ได้ การสลายตัวอย่างต่อเนื่องเรียกว่าอนุกรมการสลายตัว (Series of decay) ในธรรมชาติมีอนุกรมการสลายตัวที่สำคัญ 3 อนุกรม

1. อนุกรมยูเรเนียม (Uranium series) เริ่มจาก U-238 เป็นธาตุต้นอนุกรม (Parent nuclides) สลายตัวเรื่อยไปจนได้นิวไคลด์สุดท้ายที่อยู่ตัว (Stable end nuclides) ตะกั่ว-206 ( ${}_{82}Pb^{206}$ ) ลักษณะสำคัญของอนุกรมนี้คือ เลขมวลนิวไคลด์ทั้งหมดในอนุกรมเขียนได้ในรูป  $4n + 2$  เมื่อ  $n$  คือเลขจำนวนเต็ม

2. อนุกรมแอกติเนียม (Actinium series) เริ่มจาก U-235 เป็นธาตุต้นอนุกรม (Parent nuclides) สลายตัวเรื่อยไปจนได้นิวไคลด์สุดท้ายที่อยู่ตัว (Stable end nuclides) ตะกั่ว-207 ( ${}_{82}Pb^{207}$ ) เลขมวลนิวไคลด์ทั้งหมดในอนุกรมเขียนได้ในรูป  $4n + 3$

3. อนุกรมทอเรียม (Thorium series) เริ่มจาก Th-232 เป็นธาตุต้นอนุกรม (Parent nuclides) สลายตัวเรื่อยไปจนได้นิวไคลด์สุดท้ายที่อยู่ตัว (Stable end nuclides) ตะกั่ว-208 ( ${}_{82}Pb^{208}$ ) เลขมวลนิวไคลด์ทั้งหมดในอนุกรมเขียนได้ในรูป  $4n$

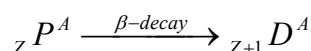
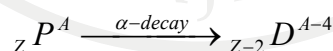
เมื่อนิวไคลด์มีการสลายตัวมันจะปลดปล่อยอนุภาคหรือพลังงาน หรือทั้งสองอย่างออกมา เพื่อให้นิวไคลด์มีเสถียรภาพดีขึ้น อนุภาคและพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาจากนิวไคลด์ในการสลายตัวได้แก่

1. อนุภาคแอลฟา (Alpha particle) อนุภาคนี้คือนิวเคลียสของฮีเลียมใช้สัญลักษณ์  ${}_2\text{He}^4$  หรือ  $\alpha$
2. อนุภาคเบตา (Beta particle) มี 2 ชนิด คืออิเล็กตรอน และโพสิตรอน ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงมาก อนุภาคทั้งสองมีมวลนิ่ง (Rest mass) เท่ากัน โดยโพสิตรอนมีประจุเป็นบวก เรียกอิเล็กตรอนว่า เบตาลบ (Negative beta) และโพสิตรอนว่าเบตาบวก (Positive beta) ใช้สัญลักษณ์  $\beta^-$  และ  $\beta^+$  ตามลำดับ โดยอนุภาคทั้งสองมีมวลน้อยมากคือ  $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  หลังการสลายตัวจึงถือว่ามวลของนิวไคลด์ไม่มีการเปลี่ยนแปลง
3. รังสีแกมมา (Gamma rays) รังสีแกมมาเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอนที่มีพลังงานสูงมากในระดับ MeV. มีอำนาจทะลุทะลวงสูงกว่ารังสีเอกซ์ ตามปกติหลังเกิดการสลายตัวนิวไคลด์ที่ได้จะอยู่ในสภาวะกระตุ้น (Excited state) เนื่องจากพลังงานความร้อนที่เกิดพร้อมการสลายตัวนิวไคลด์หลังสลายตัวจะปลดปล่อยพลังงานทิ้งในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าหรือโฟตอนพลังงานสูงเพื่อกลับสู่สถานะพื้น (Ground state)

### กฎการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี

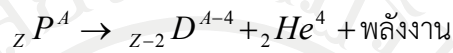
ในปี ค.ศ.1902 รัทเทอร์ฟอร์ด (Rutherford) และ ซอดดี (Soddy) ได้ทำการศึกษาและอธิบายการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี ซึ่งเป็นที่ทราบดีคือกฎการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี (Law of radioactive decay) มีสาระโดยสรุปดังนี้

1. ธาตุกัมมันตรังสีจะสลายตัวกลายเป็นธาตุใหม่ด้วยการปลดปล่อยอนุภาคแอลฟา ( $\alpha$ -decay) หรืออนุภาคเบตา ( $\beta$ -decay) โดยธาตุใหม่ที่ได้จะมีสมบัติทางเคมีต่างไปจากจุดเดิมและธาตุใหม่นี้จะเป็นธาตุกัมมันตรังสีก็ได้ ซึ่งการสลายตัวให้อนุภาคแอลฟาและอนุภาคเบตาแสดงได้ดังนี้ (Cutnell, J.D. and other, 2015: 883-884)



โดย  ${}_Z P^A$  คือนิวเคลียสเดิม (Radioactive parent atom) และ  ${}_{Z-2} D^{A-4}$  และ  ${}_{Z+1} D^A$  คือนิวเคลียสใหม่ (daughter atom) สัญลักษณ์ของอนุภาคแอลฟา คือ  ${}_2\text{He}^4$  อนุภาคเบตานั้นมี

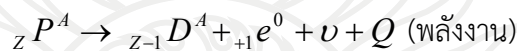
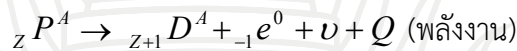
2 ชนิด คืออิเล็กตรอน  ${}_{-1}e^0$  และ โพสิตรอน  ${}_{+1}e^0$  ซึ่งการสลายตัวของนิวเคลียสหลักสำคัญคือ จำนวนนิวคลีออน (A) และประจุ (Z) จะต้องมามีค่าคงที่ดังนี้  
การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา (Cutnell & Johnson, 2005: 946)



เช่น  ${}_{92} U^{238} \rightarrow {}_{90} Th^{234} + {}_2 He^4 + \text{พลังงาน}$

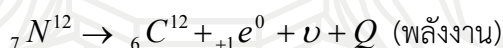
ซึ่งพลังงานส่วนใหญ่อยู่ในรูปของพลังงานจลน์ของ  ${}_2 He^4$

การสลายตัวให้อนุภาคเบตา



ในปีค.ศ.1932 เพลลี ได้ให้ความเห็นว่า ในการสลายตัวให้อนุภาคเบตานั้นจะมีอนุภาคนิวตริโน (Neutrino,  $\nu$ ) ออกมาด้วย เพื่อให้พลังงานและโมเมนตัมคงที่ ในการสลายตัว นิวตริโนไม่มีมวล ไม่มีประจุ และมีความเร็วเท่ากับแสง ส่วน  $\bar{\nu}$  เรียกว่า แอนตินิวตริโน (Antineutrino)

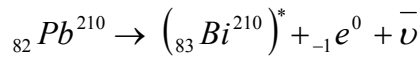
ตัวอย่างเช่น



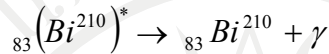
บางครั้งจะละนิวตริโนและพลังงานไว้ในฐานที่เข้าใจ

นอกจากการสลายตัวของธาตุเดิมแล้วให้อนุภาค  $\alpha$  และ  $\beta$  แล้วนอกจากนี้ยังมีการสลายตัวให้รังสีแกมมา (Gamma decay) ในการสลายตัวให้รังสีแกมมานั้นเกิดจากเดิมนิวเคลียสอยู่ในสถานะกระตุ้น (Excited state) เมื่อไปอยู่ในสถานะที่มีพลังงานต่ำกว่าจะปล่อยโฟตอน ซึ่งเรียกว่ารังสีแกมมา พบว่ารังสีแกมมามีพลังงานเป็นช่วง ๆ จึงทำให้ทราบว่าพลังงานของนิวเคลียสเป็นช่วง ๆ ด้วยโฟตอนที่ออกมาจากการเปลี่ยนชั้นของอิเล็กตรอนมีพลังงานในขนาดอิเล็กตรอนโวลต์ (eV) ตามที่ทราบมาแล้วแต่ในกรณีที่เกิดจากการเปลี่ยนสถานะของนิวเคลียสนี้ให้พลังงานสูงกว่าคืออยู่ในช่วงกิโลอิเล็กตรอนโวลต์ถึงล้านอิเล็กตรอนโวลต์ (MeV) ดังตัวอย่างเช่น

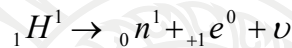
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



Bi ที่ได้ อยู่ในสถานะถูกกระตุ้นเมื่อกลับไปสู่สถานะพื้นฐานให้พลังงานออกมาในรูปของรังสีแกมมา ดังนี้



นิวเคลียสที่ไม่เสถียรภาพต้องสลายตัวเป็นเพราะเหตุว่านิวเคลียสนั้นใหญ่เกินไปจนแรงคูมอมบีที่เกิดระหว่างโปรตอนมีอิทธิพลมาก นิวเคลียสแบบนี้ลดขนาดลงได้โดยการสลายตัวให้อนุภาคแอลฟาโดยมีเลขมวลและเลขอะตอมลดลง อีกสาเหตุหนึ่งเนื่องมาจากมีจำนวนนิวตรอนมากหรือน้อยเกินไปเมื่อเทียบกับจำนวนโปรตอน ในกรณีแรกนิวตรอนจะสลายเป็นโปรตอนและให้อนุภาคเบตาลบ ส่วนในกรณีหลังโปรตอนจะกลายเป็นนิวตรอนและให้อนุภาคเบตาบวก



2. การสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี ไม่ขึ้นกับสภาพแวดล้อมภายนอกของนิวเคลียส เช่น อุณหภูมิ ความดัน เป็นต้น แต่การสลายตัวจะเป็นไปตามหลักการสถิติที่เกี่ยวกับโอกาสและกระบวนการแบบสุ่มเช่น ในนิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสีจำนวนหนึ่ง ซึ่งไม่สามารถบอกได้ว่า นิวเคลียสตัวใดจะสลายตัวก่อนหรือหลัง จะบอกได้เพียงทุกนิวเคลียสมีโอกาสสลายตัวได้เท่ากันในช่วงเวลาหนึ่งโดยไม่ขึ้นกับสภาพแวดล้อม อัตราการสลายตัวของนิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสีขณะใดขณะหนึ่งจะแปรผันตรงกับจำนวนนิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสีที่มีอยู่ขณะนั้น ถ้าให้

$N$  เป็นจำนวนนิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสี ณ เวลา  $t$  ใดๆ

$dN$  เป็นจำนวนนิวเคลียสที่สลายตัวไปในช่วงเวลาสั้นๆ  $dt$  นับจากเวลา  $t$

$\lambda$  คือ ความน่าจะเป็นที่นิวเคลียส 1 ตัว จะสลายในเวลา 1 วินาที (Probability of decay per unit time) มีหน่วย  $s^{-1}$

ดังนั้นนิวเคลียส ที่สลายตัวในช่วงเวลา  $dt$  หาได้จาก

$$\frac{dN}{dt} \propto N$$

หรือ

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (6.7)$$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี  
 $\frac{dN}{dt}$  คืออัตราการสลายตัวของนิวเคลียสของธาตุกัมมันตรังสี การที่ต้องมีเครื่องหมายเป็นลบเนื่องจากเป็นอัตราการลดลง จากสมการ (6.7) จะได้

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

อินทิเกรตจะได้

$$\int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt$$

หรือ

$$\log_e N = -\lambda t + K \quad (6.8)$$

เมื่อ  $K$  คือค่าคงที่ของการอินทิเกรต และสามารถหาค่าได้โดยการใช้เงื่อนไขเบื้องต้นเมื่อ  $t = 0$ ,  $N = N_0$  ซึ่งจะได้

$$\log_e N_0 = K$$

แทนค่า  $K$  ลงในสมการ (6.8) จะได้

$$\log_e N = -\lambda t + \log_e N_0$$

หรือ

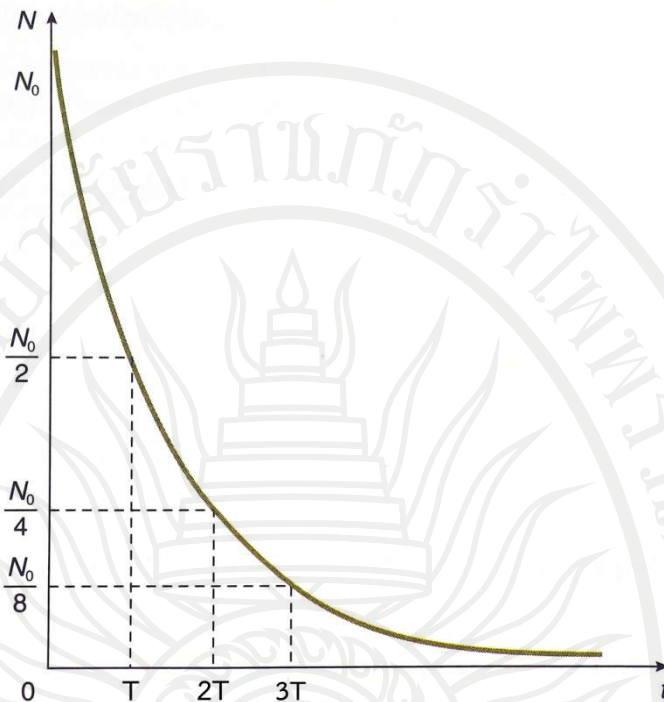
$$\log \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

หรือ

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (6.9)$$

สมการที่ (6.9) แสดงนิโคไลด์ที่เหลือ ณ เวลา  $t$  ใดๆ หรือก็คือกฎการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี (Law of radioactive decay) (ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2555: 433) เมื่อนำสมการ (6.9) มาเขียนกราฟจะได้กราฟออกมาดังภาพที่ 6.2 เมื่อเวลาผ่านไปการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี จะลดลงเป็นรูปแบบเอกซ์โปเนนเชียล



ภาพที่ 6.2 กราฟแสดงการสลายตัวของธาตุกัมมันตรังสี

ที่มา: Reese, 2000: 1227, Young & Freedman, 2012: 1456

จากกราฟพบว่า ณ เวลาหนึ่ง นิวไคลด์ของธาตุกัมมันตรังสีจะสลายตัวเหลือครึ่งหนึ่งของปริมาณเดิมเสมอเวลาค่าคงที่ค่านี้ เรียกว่า ครึ่งชีวิต (Half-life,  $T$ ) (Jewett & Serway, 2014: 1392) ครึ่งชีวิตของธาตุกัมมันตรังสีแต่ละชนิดมีค่าคงที่และแตกต่างกัน ไม่ขึ้นอยู่กับสภาวะภายนอก มีค่าตั้งแต่  $10^{-14}$  วินาที ถึง  $10^{15}$  ปี เช่น  ${}_{88}\text{Ra}^{226}$  มี  $T=1,620$  ปี หรือ  ${}_{6}\text{C}^{14}$  มี  $T=5,600$  ปี เป็นต้น สามารถหาความสัมพันธ์ของช่วงเวลาคึ่งชีวิต ( $T$ ) กับค่าสลายตัวคงที่ ( $\lambda$ ) ได้ดังนี้ (Krane, 1988: 161)

จาก

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

เมื่อคิดจากค่าครึ่งชีวิต  $t = T$  และ  $N = N_0/2$  ดังนั้น

$$N(T) = N_0 e^{-\lambda T}$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$$

$$e^{\lambda T} = 2$$

$$\log_e e^{\lambda T} = \log_e 2$$



$$\lambda T = 0.693$$

$$T = \frac{0.693}{\lambda} \quad (6.10)$$

ในกรณี  $t = nT$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) หรือ  $n = \frac{t}{T}$

ดังนั้นทำให้ทราบได้ว่าหลังจากเวลาครึ่งชีวิต  $T$  จำนวนของอะตอมจะลดลงเป็น  $\frac{N_0}{2}$  ดังเช่น

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} \text{ ต่อจากนั้นเมื่อเวลาผ่านไปอีกครั้งชีวิต } T \text{ ค่าของ } \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \text{ หรือ } \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ ดังนั้น}$$

เมื่อเวลาผ่านไป  $n$  ของครึ่งชีวิต

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

ดังนั้นในเวลา  $t (= nT)$  จำนวนอะตอมจะเหลืออยู่

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} \quad (6.11)$$

จาก

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

ถ้า  $A = \lambda N$  คือกัมมันตภาพรังสี (Activity,  $A$ ) ของธาตุกัมมันตรังสีซึ่งเป็นตัวบอกให้ทราบว่าขณะนั้นธาตุกัมมันตรังสี มีความสามารถแผ่กัมมันตรังสี ออกมาในวัตถุดีมากน้อยเพียงใด หรือคือความรุนแรงของธาตุกัมมันตรังสีนั่นเอง ถ้าให้ 1 อะตอมมีมวล  $\mu$  ดังนั้น

$$\mu N = \mu N_0 e^{-\lambda t}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \quad (6.12)$$

เมื่อ  $m$  และ  $m_0$  คือมวลเมื่อเวลา  $t$  และเมื่อเวลาเริ่มต้นตามลำดับ

หน่วยของกัมมันตรังสี ( $A$ ) คือคูรี (Curie, ci) โดยที่ 1 คูรีเท่ากับ  $3.7 \times 10^{10}$  วินาที<sup>-1</sup> ในกรณีของ

หน่วยเอสไอ (SI) ใช้เบคเคอเรล (Becquerel, Bq) โดยที่ 1 เบคเคอเรลเท่ากับ 1 วินาที<sup>-1</sup>

ดังนั้นจะทำให้ได้ความสัมพันธ์คือ 1 คูรี เท่ากับ  $3.7 \times 10^{10}$  เบคเคอเรล ( $1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq.}$ )

(Jewett & Serway, 2014: 1392)

ตัวอย่าง 6.3 ธาตุกัมมันตรังสีชนิดหนึ่งมีเวลาครึ่งชีวิต 10 วัน ถ้าเก็บธาตุนั้นจำนวน  $24 \times 10^8$  อะตอมไว้ 30 วันจะเหลือธาตุนั้นกี่อะตอม

วิธีทำ 1 อะตอมมี 1 นิวเคลียส ดังนั้นในสูตร  $N$  แทนจำนวนอะตอมได้

จากสมการ (5.34)

$$N(t) = N_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{t/T}$$

$$N(30) = 24 \times 10^8 \text{ atom} \left( \frac{1}{2} \right)^{30/10}$$

$$N(30) = 3 \times 10^8 \text{ อะตอม}$$

ตัวอย่าง 6.4 จงหาปริมาณกัมมันตภาพรังสีของ  ${}_{88}\text{Ra}^{226}$  จำนวน 1 กรัม ถ้าเวลาครึ่งชีวิตเท่ากับ 1,622 ปี

วิธีทำ จำนวนอะตอม ซึ่งเท่ากับจำนวนนิวเคลียส ของธาตุเรเดียม 1 กรัม (g) คือ

(เลขอวกาโต =  $6.025 \times 10^{23}$  อะตอมต่อโมล (mol))

$$N = (1\text{g}) \left( \frac{1\text{mol}}{226\text{g}} \right) (6.025 \times 10^{23} \text{ atom/mol})$$

$$= 2.666 \times 10^{21} \text{ atom}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{T} = \frac{0.693}{(1,622 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60)\text{s}}$$

$$= 1.35 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

กัมมันตภาพรังสี

$$A = \lambda N$$

$$= (1.355 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}) (2.666 \times 10^{21} \text{ atom})$$

$$= 3.612 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$\cong 1 \text{ curie}$$

ตัวอย่าง 6.5 ในการทดลองหาครึ่งชีวิตของ  $\text{Cr}$  ผู้ทดลองวัดค่ากัมมันตภาพรังสีของสารทุก 5 นาที ได้ข้อมูลดังตารางจงหาว่า  $\text{Cr}$  มีครึ่งชีวิตกี่นาที

เวลา(นาที)	0	5	10	15	20
กัมมันตภาพรังสี(mC)	2.01	7.39	2.72	1.00	0.37
$\ln(A)$	3.0	2.0	1.0	0.0	-1.0

วิธีทำ จากความสัมพันธ์

$$A = A_0 e^{-\lambda T}$$

$$\ln A = \ln(A_0 e^{-\lambda T})$$

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda T$$

จากตาราง เมื่อ  $t = 0$ ,  $A = A_0$  ดังนั้นค่าที่แสดงในตาราง  $\ln A_0 = 3$

เมื่อ  $t = 5$ ,  $\ln A = 2.0$

$$\text{แทนค่าลงในสมการ } \ln A = \ln A_0 - \lambda T$$

$$2.0 = 3.0 - \lambda(5)$$

$$\lambda = 0.2$$

จาก  $\lambda T = 0.693$  ดังนั้น  $T = \frac{0.693}{0.2} = 3.46$  นาที

### ปฏิกิริยานิวเคลียร์

ปฏิกิริยานิวเคลียร์ (Nuclear reactions) เป็นกระบวนการที่นิวเคลียสเกิดการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบหรือระดับพลังงานสาเหตุที่ทำให้เกิดกระบวนการอาจเกิดจากนิวเคลียสหรือนิวคลีออนเคลื่อนที่เข้ามาใกล้กัน นิวเคลียสมีเสถียรภาพต่ำหรือนิวเคลียสถูกชนด้วยอนุภาคเป็นต้น ปฏิกิริยานิวเคลียร์แบ่งออกได้ในแง่ของพลังงานเป็น 2 ชนิด เช่นเดียวกับปฏิกิริยาเคมีคือปฏิกิริยาดูดกลืนพลังงาน (Endothermic reaction) และปฏิกิริยาคายพลังงาน (Exothermic reaction)

ปฏิกิริยานิวเคลียร์เป็นปฏิกิริยาที่ทำให้ความร้อนต่อมวลสูงกว่าปฏิกิริยาเคมีมาก เช่น การเผาไหม้ของสารประกอบ TNT ซึ่งเป็นปฏิกิริยาเคมีที่ให้พลังงานสูงสุด จะให้พลังงานเพียงประมาณ  $10\text{eV}/\text{molecule}$  เท่านั้น ส่วนปฏิกิริยานิวเคลียร์พลังงานจะอยู่ในระดับ  $\text{MeV}$  กฎสำหรับปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่สำคัญมี 4 ข้อ คือ

1. กฎการคงตัวของประจุไฟฟ้า (Conservation of electric charge) โดยหลักการคือผลรวมของประจุก่อนและหลังปฏิกิริยามีค่าเท่ากัน
2. กฎการคงตัวของนิวคลีออน (Conservation of nucleon number) โดยหลักการคือผลรวมของนิวคลีออนก่อนและหลังปฏิกิริยามีค่าเท่ากัน
3. กฎการถาวรของโมเมนตัมเชิงเส้น (Conservation of linear momentum) โดยหลักการคือโมเมนตัมเชิงเส้นรวมก่อนและหลังปฏิกิริยามีค่าเท่ากัน

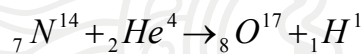
4. กฎการพลังงานและมวล (Conservation of energy and mass) โดยหลักการคือมวลและพลังงานมีความสัมพันธ์กันตามทฤษฎีสัมพันธภาพของไอน์สไตน์ ผลรวมของพลังงานก่อนและหลังปฏิกิริยามีค่าเท่ากัน

กฎทั้ง 4 ข้อนี้มีความสำคัญมาก โดยที่กฎข้อที่ 1 และข้อที่ 2 ใช้ตรวจหานิวเคลียสและอนุภาคในปฏิกิริยาได้ กฎข้อที่ 3 ใช้ตรวจสอบว่าในปฏิกิริยาสิ่งที่ส่งสัยนั้นเป็นอนุภาคหรือโฟตอน ส่วนกฎข้อที่ 4 ทำให้สามารถหาปริมาณความร้อนที่เกิดในปฏิกิริยาได้ โดยการหาการเปลี่ยนแปลงของมวลก่อนและหลังปฏิกิริยา มวลที่เปลี่ยนแปลงจะเปลี่ยนรูปไปเป็นพลังงานตามสมการของไอน์สไตน์

$$E = (\Delta m)c^2 = (\Delta m) \times 931.5 \text{ MeV}.$$

โดย  $(\Delta m)$  ในหน่วยของ u ดังแสดงในตัวอย่าง 6.6

ตัวอย่าง 6.6 จงหาพลังงานที่เกิดขึ้นในปฏิกิริยา



กำหนดมวลนิวเคลียสของธาตุต่าง ๆ ดังนี้

$$N^{14} = 14.003074 \text{ u} \quad O^{17} = 16.999134 \text{ u}$$

$$He^4 = 4.002604 \text{ u} \quad H^1 = 1.007825 \text{ u}$$

วิธีทำ

$$\text{มวลรวมก่อนปฏิกิริยา} = 18.005678 \text{ u}$$

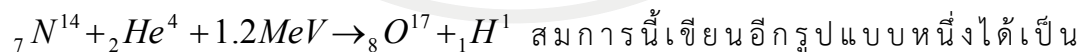
$$\text{มวลรวมก่อนปฏิกิริยา} = 18.006959 \text{ u}$$

$$\text{ดังนั้นมวลรวมหลังปฏิกิริยามากกว่าก่อนปฏิกิริยา} = 0.001281 \text{ u}$$

$$\text{พลังงานที่เทียบเท่ามวลนี้} = (0.001281 \text{ u})(931.5 \text{ MeV/u})$$

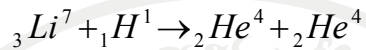
$$= 1.2 \text{ MeV}$$

ปฏิกิริยานี้เป็นปฏิกิริยาที่ยิงอนุภาคแอลฟาเข้าชนเป้าแล้วได้อนุภาคโปรตอนออกมาโดยโปรตอนที่ได้มีพลังงานจลน์น้อยกว่าแอลฟา 1.2 MeV สมการนี้จึงเขียนให้สมบูรณ์ได้เป็น

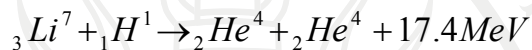


สมการนี้เขียนอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น  $N^{14}(\alpha, p)O^{17}$  ปฏิกิริยานี้เป็นปฏิกิริยาตูดกลืนพลังงาน เมื่อหาพลังงานยึดเหนี่ยวรวมจากแต่ละนิวเคลียสจะพบว่า พลังงานยึดเหนี่ยวรวมในนิวเคลียสก่อนปฏิกิริยามีค่ามากกว่าหลังปฏิกิริยาอยู่ 1.2 MeV ซึ่งมีค่าเท่ากับพลังงานที่ให้แก่ปฏิกิริยานั้นเอง

ตัวอย่าง 6.7 จงหาพลังงานที่เกิดขึ้นในปฏิกิริยา



วิธีทำ เช่นเดียวกับตัวอย่าง 6.6 เมื่อแทนมวลนิวเคลียสของธาตุต่าง ๆ จะได้ผลรวมของมวลหลังปฏิกิริยาน้อยกว่ามวลก่อนปฏิกิริยา เมื่อนำไปหาพลังงานจะได้ พลังงานเทียบเท่ามวลนี้คือ 17.4 MeV สมการที่สมบูรณ์จึงเขียนได้เป็น



ปฏิกิริยานี้เป็นปฏิกิริยาที่ปลดปล่อยพลังงานออกมา เมื่อหาพลังงานยึดเหนี่ยวในนิวเคลียสจะได้ว่า พลังงานยึดเหนี่ยวในนิวเคลียสรวมหลังปฏิกิริยามากกว่าก่อนปฏิกิริยา 17.4 MeV ซึ่งเท่ากับพลังงานที่ปลดปล่อยจากปฏิกิริยา

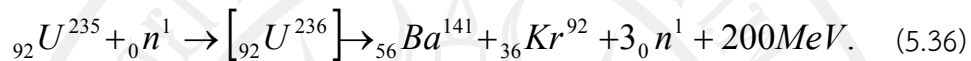
จากตัวอย่าง 6.7 จะสรุปได้ว่า ปฏิกิริยาแบบที่มีการปลดปล่อยพลังงานออกมานั้นจะมีผลรวมของพลังงานยึดเหนี่ยวในนิวเคลียสหลังปฏิกิริยามากกว่า ก่อนปฏิกิริยาเสมอและจากกราฟ  $B.E / nucleon$  จะเห็นว่าถ้าทำให้นิวเคลียสขนาดใหญ่ เช่น ยูเรเนียม  ${}_{92}\text{U}^{238}$  แตกตัวออกเป็น 2 ส่วน ขนาดใกล้เคียงกัน พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนจะเพิ่มขึ้น และถ้าทำให้นิวเคลียสขนาดเล็ก เช่น ไฮโดรเจน  ${}_1\text{H}^2$  จำนวน 2 นิวเคลียสรวมตัวกันเป็นอนุภาคแอลฟาก็จะได้พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนเพิ่มขึ้นเช่นกัน ดังนั้นปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่ปลดปล่อยพลังงานออกมาจึงมี 2 แบบคือ

### นิวเคลียร์ฟิชชัน (Nuclear Fission)

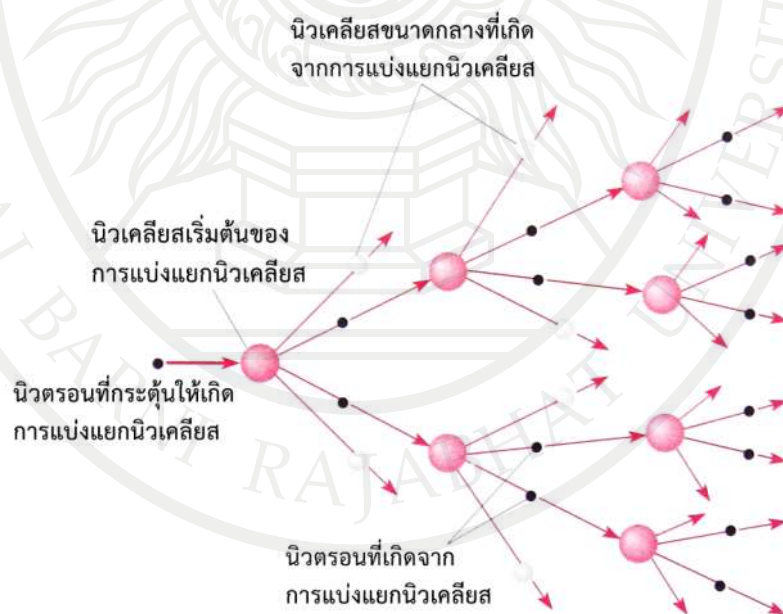
เป็นปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่ใช้ในการปฏิบัติการโดยทั่วไป แบบหนึ่งคือการที่นิวเคลียสขนาดใหญ่ทำปฏิกิริยากับนิวตรอน นิวเคลียสดังกล่าวจะแตกตัวออกเป็น 2 ส่วนขนาดใกล้เคียงกันและมีนิวตรอนออกมาจำนวนหนึ่ง (Jewett & Serway, 2014: 1419) ซึ่งปฏิกิริยาแบบนี้พบครั้งแรกโดยรทเทอร์ฟอร์ดในการยิงอนุภาคไปชนนิวเคลียสของธาตุหนักต่อมาเฟอร์มี (Enrico Fermi) และผู้ร่วมงานของเขาได้ทำการทดลองยิงนิวตรอนไปชนนิวเคลียสของ  ${}_{92}\text{U}^{235}$  และในปี ค.ศ.1939 ฮาห์นและสตราสมัน (Otto Hahn and Fritz Strassman) จึงตรวจพบว่าธาตุที่เกิดจากปฏิกิริยานี้คือ  ${}_{56}\text{Ba}^{141}$  ซึ่งมีครึ่งชีวิต 86 นาที และ  ${}_{36}\text{Kr}^{92}$  ซึ่งมีครึ่งชีวิต 40 ชั่วโมง จากการทดลองในเวลาต่อมาจึงพบปฏิกิริยาแบบนี้ในธาตุหนักอื่น ในที่นี้ธาตุหนักคือธาตุที่มีเลขมวลตั้งแต่ 150 ขึ้นไป เช่น พลูโตเนียม เนปจูนียม เป็นต้น



ในการศึกษาฟิชชันของ  ${}_{92}\text{U}^{235}$  พบว่าฟิชชันที่ได้จากการแตกตัวเป็นไปได้นั้นมากกว่า 40 คู่ ซึ่งนิวเคลียสเหล่านี้มีเลขอะตอมอยู่ระหว่าง 30 – 63 และเลขมวลอยู่ระหว่าง 72 – 158 และที่สำคัญมีนิวตรอนพลังงานสูง 2-3 ตัว เกิดขึ้นทุกครั้งที่มีการแตกตัวดังสมการ (Halliday, Resnick & Walker, 1997: 1100)



จากสมการ (5.36) จะเห็นได้ว่าพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาจากปฏิกิริยาดังกล่าวประมาณ 200MeV หรือประมาณ  $0.9 \text{ MeV/nucleon}$  ซึ่ง  ${}_{56}\text{Ba}^{141}$  และ  ${}_{36}\text{Kr}^{92}$  เป็นไอโซโทปกัมมันตรังสีที่จะสลายตัวต่อไปนิวตรอนที่เกิดขึ้น 2-3 ตัวนี้ ถ้าถูกกลดพลังงานให้เหมาะสม (ประมาณ 1 eV) ก็จะชนนิวเคลียสของ  ${}_{92}\text{U}^{235}$  ที่อยู่ใกล้เคียงทำให้เกิดฟิชชันที่ 2 และนิวตรอนในฟิชชันที่ 2 จะทำให้เกิดฟิชชันที่ 3 เป็นเช่นนี้ต่อไปเรื่อย ๆ จะเป็นผลให้เกิดฟิชชันต่อเนื่องเรียกว่าปฏิกิริยาลูกโซ่ (Chain reaction) ดังแสดงในภาพที่ 6.3 พลังงานที่ได้จากปฏิกิริยานิวเคลียร์เรียกว่าพลังงานนิวเคลียร์ (nuclear energy) จะเห็นว่าในปฏิกิริยาฟิชชันของยูเรเนียมนี้ให้พลังงานสูงมากในปัจจุบันนี้จึงใช้ยูเรเนียมเป็นเชื้อเพลิงในการผลิตพลังงานนิวเคลียร์ (Walker, 2004: 1069)



ภาพที่ 6.3 ปฏิกิริยาลูกโซ่ (Chain reaction)

ที่มา: Beiser, 2003: 454, Young & Freedman, 2012: 1467



ตัวอย่าง 6.8 ถ้าคาดคะเนว่าพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาจากการระเบิดที่เมืองฮิโรชิมา ประเทศญี่ปุ่นประมาณ  $7.6 \times 10^{13}$  จูล (J) ซึ่งประมาณ 200 MeV ที่ปล่อยจากปฏิกิริยาฟิชชันของ  ${}_{92}\text{U}^{235}$  จงหา (ก) ฟิชชันนัมเบอร์ของยูเรเนียมอะตอม (ข) มวลของยูเรเนียมที่ใช้สำหรับระเบิด

วิธีทำ พลังงานทั้งหมดที่ปลดปล่อยออกมา  $E = 7.6 \times 10^{13} \text{ J}$

$$\text{พลังงานที่ปล่อยออกมาต่อฟิชชัน} = 200 \text{ MeV} = 200 \times 1.6 \times 10^{13} \text{ J} = 3.2 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$\text{ดังนั้น (ก) ฟิชชันนัมเบอร์ของ } {}_{92}\text{U}^{235} \text{ อะตอม, } n = \frac{7.6 \times 10^{13} \text{ J}}{3.2 \times 10^{-11} \text{ J}} = 2.375 \times 10^{24}$$

$$\text{(ข) มวลของ } {}_{92}\text{U}^{235} \text{ ใช้ไป} = \frac{235}{6.023 \times 10^{23}} \times n = \frac{235 \times 2.375 \times 10^{24}}{6.023 \times 10^{23}} = 926.66 \text{ g}$$

ตัวอย่าง 6.9 พลังงานที่ปลดปล่อยโดยปฏิกิริยาฟิชชันของ  ${}_{92}\text{U}^{235}$  อะตอมคือ 200 MeV จงคำนวณหาพลังงานที่ปลดปล่อยในหน่วย kWh เมื่อใช้  ${}_{92}\text{U}^{235}$  จำนวน 1 กรัมในการทำปฏิกิริยาฟิชชัน

วิธีทำ จำนวนอะตอมใน 1 กรัมของ  ${}_{92}\text{U}^{235}$  คือเลขอวอกาโด/น้ำหนักอะตอม  $= \frac{6.023 \times 10^{23}}{235}$

$$\text{พลังงานที่ปลดปล่อยออกมาต่อฟิชชัน} = 200 \text{ MeV}$$

ดังนั้นพลังงานที่ปลดปล่อยออกมา 1 กรัมของ  ${}_{92}\text{U}^{235}$  คือ

$$= \frac{6.023 \times 10^{23} \times 200}{235} = 5.126 \times 10^{23} \text{ MeV} = 5.126 \times 10^{23} \times 1.6 \times 10^{-13} \text{ J} = 8.2 \times 10^{10} \text{ Ws}$$

$$(\because 1 \text{ J} = 1 \text{ Ws})$$

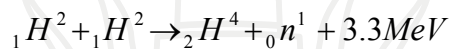
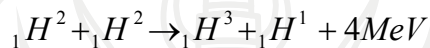
$$= \frac{8.2 \times 10^{10} \text{ Ws}}{1000} = 8.2 \times 10^7 \text{ kWs}$$

$$= \frac{8.2 \times 10^7 \text{ Wh}}{3600} = 2.278 \times 10^4 \text{ kWh}$$

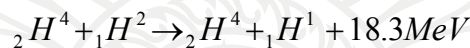
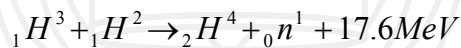
ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

### นิวเคลียร์ฟิวชัน (Nuclear fusion)

เป็นปฏิกิริยานิวเคลียร์ชนิดปลดปล่อยพลังงานออกมาที่เกิดจากการรวมนิวเคลียสขนาดเล็ก 2 นิวเคลียสเป็นนิวเคลียสที่มีขนาดใหญ่ขึ้น (Jewett & Serway, 2014: 1425) สำหรับบนโลกสามารถสร้างฟิวชันของไฮโดรเจน  ${}_1H^1$  ได้ในห้องทดลองโดยการหลอมนิวเคลียสของดิวเทอรอน  ${}_1H^2$  เข้าด้วยกันดังสมการ

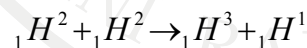


โดยปฏิกิริยาทั้งสองมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กันและเกิดปฏิกิริยาลำดับต่อมาดังสมการ



ฟิวชันของดิวเทอรอน  ${}_1H^2$  กับทริทอน  ${}_1H^3$  นั้นเกิดขึ้นเร็วมาก พลังงานที่ได้จากฟิวชันของดิวเทอรอน 6 ตัว จากปฏิกิริยาทั้งสี่มีค่า 43.2 MeV. หรือ  $21.6MeV/{}_2He^4$  1 นิวเคลียส ดังนั้นถ้าใช้ดิวเทอเรียม 1 กิโลกรัม จะให้พลังงานถึง  $3.45 \times 10^{14}$  จูล ในน้ำ 1 กรัม มีดิวเทอเรียม  $1/32$  กรัม ดิวเทอเรียมจากน้ำ 1 ลิตรจะให้พลังงานถึง  $7.5 \times 10^9$  จูล ซึ่งพลังงานจำนวนนี้เทียบเท่ากับพลังงานที่ได้จากน้ำมันเชื้อเพลิง 300 ลิตร ในปัจจุบันนี้นักวิทยาศาสตร์สามารถแยกดิวเทอรอนจากน้ำได้ด้วยต้นทุนที่ต่ำมากประมาณ 25 สตางค์/ลิตร พลังงานแบบนี้จึงน่าสนใจที่จะนำมาใช้ทดแทนพลังงานจากน้ำมันและถ่านหิน แต่ปัจจุบันยังมีปัญหาที่การควบคุมกระบวนการผลิตและวิธีการในการนำมาใช้ประโยชน์

ตัวอย่าง 6.10 จงหาพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาของปฏิกิริยา ดิวทีเรียม-ดิวทีเรียม ดังสมการ



วิธีทำ คำนวณหามวลเริ่มต้น  $m_i = 4.028204u$

คำนวณหามวลสุดท้าย  $m_f = 4.023874u$

มวลทั้งสองแตกต่างกัน  $\Delta m = -0.004330 u$

เปลี่ยน  $\Delta m$  ไปสู่พลังงานที่ปลดปล่อยออกมา จาก  $E = |\Delta m|c^2 = 4.033MeV$

## ประโยชน์และโทษของกัมมันตรังสี

### ประโยชน์ของกัมมันตรังสี

ในปฏิกิริยานิวเคลียร์มีทั้งพลังงานและรังสีที่ถูกปลดปล่อยออกมา ทั้งนี้ทั้งพลังงานและรังสีที่ได้จากปฏิกิริยานิวเคลียร์นี้ถูกนำมาใช้ประโยชน์ด้านต่าง ๆ มากมายที่สำคัญได้แก่ (Jewett & Serway, 2014: 1436)

การนำพลังงานนิวเคลียร์ไปใช้ในปฏิกิริยานิวเคลียร์แบบลูกโซ่นั้น พลังงานปริมาณมากมายมหาศาลจากปฏิกิริยาจะเกิดขึ้นในเวลาสั้น ๆ ถ้าปฏิกิริยาไม่มีการควบคุมจะทำให้เกิดการระเบิดมีอำนาจทำลายอย่างมหาศาล ในปัจจุบันมีการนำเอาแรงระเบิดแบบนี้ไปใช้ประโยชน์หลายด้าน เช่น ใช้ขุดอ่างเก็บน้ำ ขุดคลองส่งน้ำ และใช้เป็นระเบิดทำลายในทางการทหาร เป็นต้น

ในปี ค.ศ. 1942 เฟอร์มีเป็นคนแรกที่สามารถควบคุมการเกิดปฏิกิริยาแบบลูกโซ่ให้สม่ำเสมอได้ จึงมีการประดิษฐ์เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ (Nuclear reactor) ซึ่งเป็นเครื่องปฏิกรณ์ที่สามารถควบคุมการเกิดปฏิกิริยาขึ้นใช้เป็นแหล่งกำเนิดพลังงานเพื่อใช้ในกิจการต่าง ๆ เช่น ใช้ในการผลิตพลังงานไฟฟ้าแทนน้ำมันเชื้อเพลิงและถ่านหิน ใช้ขับเคลื่อนเรือเดินสมุทรและเรือดำน้ำ พลังงานนิวเคลียร์มีข้อดีกว่าพลังงานจากเชื้อเพลิงอื่นตรงที่ใช้เชื้อเพลิงน้อย ต้นทุนต่ำกว่า จึงทำให้ขนาดโครงสร้างแหล่งจ่ายลดลงได้มาก นอกจากนี้ได้มีการใช้พลังงานนิวเคลียร์ในการแยกน้ำจืดจากน้ำทะเลซึ่งปัจจุบันมีโรงผลิตน้ำจืดจากน้ำทะเลหลายแห่งและให้ผลดีมาก ในอนาคตคาดว่าจะสามารถใช้พลังงานนิวเคลียร์ในการขับเคลื่อนยานอวกาศด้วย รวมทั้งการนำเอาพลังงานนิวเคลียร์จากปฏิกิริยาแบบฟิวชันมาใช้ด้วย ถ้าทำได้สำเร็จจะมีพลังงานใช้ได้อย่างมากมาย เนื่องจาก 70 เปอร์เซ็นต์ของผิวโลกเป็นทะเลและมหาสมุทร ถ้าทำได้จะทำให้ได้พลังงานประมาณ  $10^{10}$  กิโลวัตต์-ปี ซึ่งมนุษย์ที่อาศัยอยู่บนโลกจะมีพลังงานใช้ได้อย่างไม่มีที่สิ้นสุด

**การใช้กัมมันตรังสีในด้านเกษตรกรรม** เนื่องจากไอโซโทปกัมมันตภาพรังสีมีการสลายตัวตลอดเวลา ในปัจจุบันจึงใช้ไอโซโทปกัมมันตภาพรังสีเป็นตัวติดตาม (Tracer) กระบวนการเคลื่อนย้าย และการทำงานของพืชและสัตว์เพื่อการศึกษากระบวนการและความต้องการ รวมทั้งการเปลี่ยนแปลงของระบบในพืชหรือสัตว์ เช่น ใช้ฟอสฟอรัส-32 เป็นตัววิเคราะห์ความต้องการปุ๋ยของพืชในช่วงต่าง ๆ ของการเจริญเติบโต ใช้ไอโอดีน-131 วิเคราะห์การทำงานของต่อมไทรอยด์ในโคนมเพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของต่อมนี้กับการผลิตน้ำนมของโคนม นอกจากนี้ยังใช้กัมมันตภาพรังสีในการเปลี่ยนแปลงพันธุ์พืช เก็บรักษามะลัดพันธุ์ และถนอมอาหาร เป็นต้น

**การใช้กัมมันตรังสีในด้านอุตสาหกรรม** ตัวอย่างที่สำคัญได้แก่ การใช้รังสีในการควบคุมเครื่องวัดโลหะให้มีความหนาสม่ำเสมอ และการใช้รังสีตรวจรอยร้าวหรือรอยร้าวจากการเชื่อม

การใช้รังสีควบคุมเครื่องวัดโลหะให้วัดโลหะให้หนาสม่ำเสมอ ทำได้โดยการใช้รังสีเบตาที่ได้จากไอโซโทปกัมมันตภาพรังสีผ่านตั้งฉากโลหะที่รีดแล้ว ปริมาณรังสีที่ทะลุผ่านจะแปรผันตรงกับความหนาของโลหะ ปริมาณรังสีที่ทะลุผ่านนี้จะถูกเปลี่ยนเป็นสัญญาณไฟฟ้าเพื่อควบคุมเครื่องวัดโลหะให้มีระยะห่างคงที่เสมอ ส่วนการตรวจสอบรอยร้าวหรือรอยร้าว ใช้วิธีฉายรังสีแกมมาผ่านชิ้นงานให้ไปตกบนฟิล์ม เมื่อนำฟิล์มไปล้างจะสามารถเห็นภาพภายในชิ้นงานคล้ายกับภาพจากการเอกซเรย์ร่างกายมนุษย์

**การใช้กัมมันตรังสีในการหาอายุของวัตถุโบราณ** การหาอายุของวัตถุโบราณมีความสำคัญต่อการศึกษาเกี่ยวกับโบราณคดีและธรณีวิทยา การหาอายุวัตถุโบราณโดยใช้กัมมันตภาพรังสี ใช้หลักการว่า ในสิ่งมีชีวิตทั้งหลายจะมีคาร์บอน 2 ไอโซโทปเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ คือ  $C^{12}$  และ  $C^{14}$  โดยที่  $C^{12}$  เป็นนิวเคลียสที่เสถียรส่วน  $C^{14}$  เป็นนิวเคลียสกัมมันตภาพรังสี โดย  $C$  ในอากาศรวมตัวกับ  $O$  จะได้  $CO_2$  พืชนำ  $CO_2$  ไปใช้ในการปรุงอาหาร สัตว์อาศัยพืชเป็นอาหารก็จะได้  $C$  อีกต่อหนึ่ง  $C$  มีปริมาณค่อนข้างน้อยและมีครึ่งชีวิต  $5568 \pm 30$  ปี ในขณะที่พืชหรือสัตว์ยังมีชีวิตอยู่อัตราส่วนของคาร์บอนทั้งสองไอโซโทปจะมีค่าคงที่ขึ้นอยู่กับชนิดของพืชหรือสัตว์นั้น ๆ เมื่อพืชหรือสัตว์ตายลง มันจะไม่ได้รับคาร์บอนอีกต่อไป  $C^{14}$  จะสลายตัวทำให้อัตราส่วนของคาร์บอนในซากเปลี่ยนไป จากการตรวจอัตราส่วนของคาร์บอนทั้งสองในพืชหรือสัตว์ที่มีชีวิตอยู่เทียบกับในซากจะคำนวณหาอายุโดยประมาณได้ การหาอายุของซากสิ่งมีชีวิตแบบนี้เรียกว่า Radiocarbon dating

สำหรับสิ่งไม่มีชีวิต เช่น การหาอายุของผิวโลก จะหาได้จากการวัดปริมาณของยูเรเนียม-238 และตะกั่ว-206 ในหินตัวอย่างที่เก็บจากบริเวณนั้น เนื่องจากทราบว่า ในอนุกรมการสลายตัวของยูเรเนียม  ${}_{92}U^{238}$  จะสลายตัวด้วยครึ่งชีวิต  $4.5 \times 10^9$  ปี ไปเป็นธาตุสุดท้ายที่อยู่ตัวคือ  $Pb^{206}$  จากปริมาณยูเรเนียมและตะกั่วที่วัดได้จะสามารถคำนวณหาอายุของบริเวณนั้นโดยประมาณได้ การหาอายุโดยวิธีนี้เรียกว่า Uranium-Lead dating

## โทษของกัมมันตภาพรังสี

เนื่องจากปฏิกิริยานิวเคลียร์นั้นจะให้ทั้งพลังงานและรังสี ดังนั้นโทษของปฏิกิริยานิวเคลียร์จึงเกิดได้ทั้งจากพลังงานและรังสี

**โทษจากพลังงาน** พลังงานที่เกิดจากปฏิกิริยานิวเคลียร์นั้นมีปริมาณมากและเกิดขึ้นในเวลาที่สูงมาก ถ้าไม่สามารถควบคุมพลังงานได้ หรือระบบควบคุมขัดข้องจะทำให้เกิดระเบิดอย่างรุนแรง ดังเช่นการเกิดระเบิดของโรงไฟฟ้านิวเคลียร์ในรัสเซีย เป็นต้น นอกจากนี้วงการทหารยังมีการนำปฏิกิริยาแบบนี้ไปใช้ในการสร้างระเบิดนิวเคลียร์ ซึ่งมีอำนาจในการทำลายสูงมากนับเป็นอันตรายใหญ่หลวงต่อมนุษยชาติ

**โทษจากรังสี** สำหรับรังสี (Radiations) จากปฏิกิริยานิวเคลียร์นั้น มี 3 ชนิด ได้แก่

1. อนุภาคที่มีประจุ ได้แก่ อิเล็กตรอน โพซิตรอน โปรตอน ดิวเทอรอน และอนุภาคแอลฟา
2. อนุภาคที่ไม่มีประจุ ได้แก่ นิวตรอน นิวตริโน และแอนตินิวตริโน
3. คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ได้แก่ โฟตอนซึ่งส่วนมากมีพลังงานสูงเช่น แกมมา

ดังนั้นเมื่อรังสีผ่านเข้าไปในสสาร พลังงานของรังสีจะถูกสสารดูดกลืนเอาไว้ตามแนวทางที่รังสีผ่าน มีผลทำให้อะตอมของโครงสร้างแตกตัวเป็นไอออน ซึ่งอาจมีผลทำให้โครงสร้างของสสารนั้นเปลี่ยนแปลงได้ โดยเฉพาะโมเลกุลที่ซับซ้อนในสารประกอบอินทรีย์ของสิ่งมีชีวิต ย่อมมีโอกาสเปลี่ยนโครงสร้างอย่างถาวร ทำให้เกิดความเสียหายต่อระบบชีววิทยาซึ่งแบ่งได้ 2 ประเภทคือ

1. อันตรายโดยตรงต่อสิ่งมีชีวิต ซึ่งอาจทำให้เสียชีวิตได้ถ้าได้รับรังสีปริมาณมาก หรือทำให้เกิดโรคอื่นได้ เช่น มะเร็งในเม็ดโลหิต เป็นต้น
2. อันตรายต่อระบบสืบพันธุ์ โดยจะทำให้ โครโมโซมเปลี่ยนแปลงซึ่งจะมีผลต่อกรรมพันธุ์ทำให้ลูกหลานมีลักษณะเปลี่ยนแปลงได้

## สรุป

### องค์ประกอบของนิวเคลียส

นิวเคลียสประกอบด้วยอนุภาค โปรตอนและนิวตรอน ซึ่งรวมแล้วเรียกว่านิวคลีออน จำนวนนิวคลีออนภายในนิวเคลียสเรียกว่าเลขมวล ส่วนจำนวนโปรตอนเรียกว่าเลขอะตอม สัญลักษณ์นิวเคลียสหรือนิวไคน์ของธาตุ  $X$  เมื่อ  $X$  แทนสัญลักษณ์ทางเคมีของธาตุ  $Z$  แทนเลขอะตอม และ  $A$  แทนเลขมวลของนิวเคลียส ดังนั้น  ${}_Z^A X^A$



### ขนาดและรูปร่างของนิวเคลียส

นิวเคลียสมีรูปร่างเป็นทรงกลมถ้า  $R$  เป็นรัศมีของนิวเคลียส พบว่า  $R$  และ  $A$  มีความสัมพันธ์กัน

$$\text{ดังนี้ } R = R_0 A^{\frac{1}{3}} \text{ เมื่อ } R_0 = 1.1 \times 10^{-15} \text{ m} = 1.1 \text{ เฟอ์รมิ}$$

### พลังงานยึดเหนี่ยว

ค่าพลังงานที่พอดีทำให้นิวเคลียสแยกออกเป็นนิวคลีออนเสรีซึ่งเทียบเท่ามวลที่ลดลงเมื่อนิวคลีออนเสรีรวมตัวกันเป็นนิวเคลียสเรียกว่าพลังงานยึดเหนี่ยว

### พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน

พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนได้จากการหารพลังงานยึดเหนี่ยวทั้งหมดของนิวเคลียสด้วยจำนวนนิวคลีออน นิวเคลียสที่มีเสถียรภาพมากกว่าเป็นนิวเคลียสที่มีค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนสูงกว่า

### กัมมันตภาพรังสี

นิวเคลียสของกัมมันตภาพรังสีเป็นนิวเคลียสที่เสถียรจะปลดปล่อยรังสีออกมา เพื่อที่จะปรับตัวให้มีเสถียรภาพมากยิ่งขึ้น รังสีที่ปลดปล่อยออกมามี 3 ชนิดคือ รังสีแอลฟา รังสีบีตา และรังสีแกมมา ปรากฏการณ์ที่ธาตุบางชนิดแผ่รังสีด้วยตัวเอง เรียกว่า กัมมันตภาพรังสี

### กฎการสลายของธาตุกัมมันตภาพรังสี

ถ้าขณะหนึ่งมีจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี  $N$  นิวเคลียส จำนวนนิวเคลียสที่สลายในช่วงเวลา  $dt$  จะมีค่าแปรผันตรงกับจำนวนนิวเคลียสขณะนั้น ดังนั้นจะได้

$$dN = -\lambda N dt$$

เมื่อ  $\lambda$  คือค่าคงตัวของการสลาย เครื่องหมายลบแสดงถึงจำนวนนิวเคลียสลดลงเมื่ออินทิเกรตจะทำให้ได้

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

เมื่อ  $N_0$  คือจำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสีที่เวลาเริ่มต้น  $t=0$  สมการนี้คือกฎการสลายของธาตุกัมมันตรังสี



### ครึ่งชีวิต

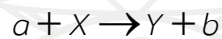
ครึ่งชีวิตคือช่วงเวลาที่นิวเคลียสสลายจนเหลือครึ่งหนึ่งของที่มีอยู่เดิมโดย

$$T = \frac{0.693}{\lambda}$$

ในกรณี  $t = nT$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) หรือ  $n = \frac{t}{T}$

### ปฏิกิริยานิวเคลียร์

ปฏิกิริยานิวเคลียร์ คือกระบวนการที่นิวเคลียสของธาตุเกิดการเปลี่ยนแปลงจำนวนโปรตอนหรือนิวตรอน เช่น ปฏิกิริยานิวเคลียร์ระหว่างระหว่างอนุภาค  $a$  กับนิวเคลียส  $X$  แล้วได้นิวเคลียส  $Y$  กับอนุภาค  $b$  จะแทนด้วยสมการ



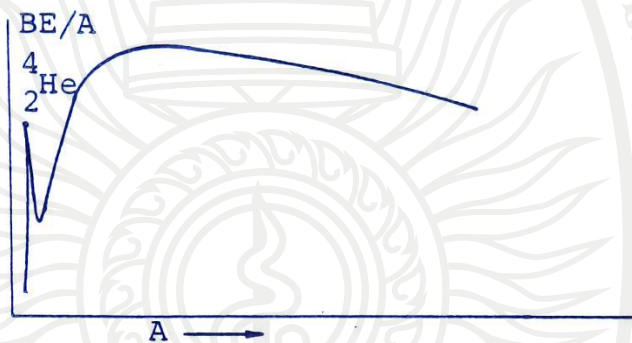
ปฏิกิริยานี้อาจเขียนย่อว่า  $X(a, b)Y$  เรียกว่าปฏิกิริยา  $(a, b)$  ของนิวเคลียส  $X$  เช่น  ${}_{7}N^{14} + {}_{2}He^{4} + 1.2MeV \rightarrow {}_{8}O^{17} + {}_{1}H^{1}$  สมการนี้เขียนอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น  $N^{14}(\alpha, p)O^{17}$

ปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่ปลดปล่อยพลังงานออกมาจึงมี 2 แบบคือนิวเคลียร์ฟิชชันและนิวเคลียร์ฟิวชัน นอกจากนั้นแล้วกัมมันตรังสียังมีประโยชน์และโทษมากมายเช่นกัน

## แบบฝึกหัดบทที่ 6

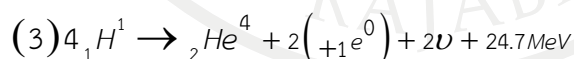
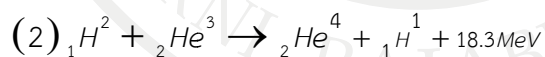
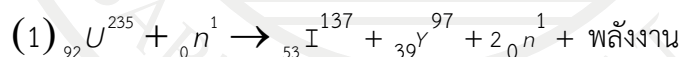
- อิเล็กตรอนอิสระเป็นอนุภาคที่เสถียรหรือไม่
- จงหาจำนวนอิเล็กตรอน โปรตอน และนิวตรอน ในนิวเคลียสที่มี เลขอะตอม = 11 และ เลขมวล = 24
- จงหาจำนวนอิเล็กตรอน โปรตอน และนิวตรอน ในนิวเคลียสของ  ${}_{92}\text{U}^{238}$
- จงหาจำนวนอิเล็กตรอน โปรตอน และนิวตรอนใน 16g ของ  ${}_{8}\text{O}^{16}$
- จงให้ความหมายของหน่วยมวลอะตอม (atomic mass unit) และ 1 a.m.u ค่าเท่าใดใน หน่วยกิโลกรัม
- ธาตุกัมมันตภาพรังสีมีครึ่งชีวิต 30 วัน จงหาค่าคงตัวของการสลายของธาตุกัมมันตภาพรังสีนี้
- จงหาพลังงานยึดเหนี่ยวและพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของนิวไคลด์  ${}_{4}\text{Be}^8$  โดยกำหนดมวลในหน่วยเอเอ็มยูดังนี้  
 ${}_{4}\text{Be}^8 = 8.005308, {}_{0}\text{n}^1 = 1.0086654, {}_{1}\text{H}^1 = 1.0078252$
- จงเปรียบเทียบค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนสำหรับนิวไคลด์  ${}_{27}\text{Co}^{59}$  และ  ${}_{83}\text{Hg}^{198}$  โดยกำหนดมวลในหน่วยเอเอ็มยู (a.m.u) ดังนี้  
 ${}_{1}\text{H}^1 = 1.0078252, {}_{0}\text{n}^1 = 1.0086654, {}_{27}\text{Co}^{59} = 58.933189$  และ  ${}_{83}\text{Hg}^{198} = 197.96677$
- กำหนดให้  ${}_{7}\text{N}^{17}$  จงหา
  - พลังงานยึดเหนี่ยว และพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน
  - พลังงานยึดเหนี่ยวสำหรับนิวตรอนตัวสุดท้าย
  - พลังงานยึดเหนี่ยวสำหรับโปรตอนตัวสุดท้าย
 โดยกำหนดมวลในหน่วยเอเอ็มยู (a.m.u) ดังนี้  
 ${}_{6}\text{C}^{16} = 16.0147, {}_{7}\text{N}^{16} = 16.00609, {}_{7}\text{N}^{17} = 17.00845$   
 ${}_{8}\text{O}^{18} = 17.9991598, {}_{1}\text{H}^1 = 1.0078252, {}_{0}\text{n}^1 = 1.0086654$
- อธเรียม  ${}_{90}\text{Th}^{231}$  จำนวน 10 มิลลิกรัม มีเวลาครึ่งชีวิต 25.6 ชั่วโมง เมื่อเวลาผ่านไป 51.2 ชั่วโมงจะเหลืออธเรียมเท่าไร
- ธาตุกัมมันตรังสีชนิดหนึ่งมีเวลาครึ่งชีวิต 10 วัน ถ้าเก็บธาตุนี้จำนวน  $24 \times 10^8$  อะตอม ไว้ 30 วันจะเหลือธาตุนี้กี่อะตอม

12. เวลาครึ่งชีวิตของทองคำ ( $Au - 198$ ) เท่ากับ 2.7 วัน จำนวนธาตุทองคำที่สลายไปจะเป็นกี่เท่าของธาตุทองคำกัมมันตรังสีที่เหลืออยู่ เมื่อเก็บธาตุทองคำไว้ 5.4 วัน
13. จงหาค่าคงตัวของการสลายของ  ${}_{38}Sr^{90}$  เมื่อ  ${}_{38}Sr^{90}$  มีครึ่งชีวิต 28 ปี
14. ปฏิกิริยานิวเคลียร์  ${}_8O^{18}(d,p)X$  เมื่อ  $d$  และ  $p$  คืออนุภาคของดิวเทรอนและโปรตอนตามลำดับจงหาว่า  $X$  คืออะไร
15. ตามธรรมชาติเราพบว่าค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของนิวเคลียส ( $BE/A$ ) มีความสัมพันธ์กับจำนวนนิวคลีออน ( $A$ ) ในนิวเคลียสดังภาพที่ 6.4 จากภาพให้สาระสำคัญว่าอย่างไรจงอธิบาย



ภาพที่ 6.4 ประกอบแบบฝึกหัดข้อ 15

16. ค่า  $A$  และ ค่า  $Z$  ของธาตุ  $X$  ในสมการต่อไปนี้เป็นเท่าใดเมื่อ  $n$  คือนิวตรอน
- $$n + {}_{92}U^{235} \rightarrow {}_{56}Ba^{142} + {}_Z X^A + 3n$$
17. จงพิจารณาปฏิกิริยาที่กำหนดให้ว่าปฏิกิริยาใดเป็นปฏิกิริยาฟิชชันและปฏิกิริยาใดเป็นปฏิกิริยาฟิวชัน



18. ถ้ามวลโปรตอน นิวตรอน อิเล็กตรอน และมวลอะตอมของ  ${}_3Li^7$  เป็น  $1.00815u, 1.00899u, 0.00055u, 7.01600u$  ตามลำดับ จงหาพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของ  ${}_3Li^7$  กำหนด 1 หน่วยมวลอะตอมมีค่าเท่ากับ  $931\text{MeV}$

## เอกสารอ้างอิง

- ประสิทธิ์ เจริญขวัญ และ ศรีเพ็ญ ท้าวตา. (2521). **ฟิสิกส์อะตอมเบื้องต้น**. เชียงใหม่ : มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2555). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- อุไรวรรณ จุณภาด. (2534). **นิวเคลียร์ฟิสิกส์**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- . (2535). **คู่มือนิวเคลียร์ฟิสิกส์**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- Beiser, A. (2003). **Concept of Modern Physics**. 6th ed.. Boston : McGraw-Hill.
- Cutnell, J.D. & Johnson, K.W. (2005). **Physics**. 6th ed.. New York : John Wiley & Sons, Inc.
- Cutnell, J.D. and other. (2015). **Physics**. 10th ed.. Hoboken, NY : John Wiley & Sons, Inc
- Gupta, S.K. (2002). **Physics (Vol.II)**. Jalandhar : Modern Publishers.
- Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (1997). **Fundamental of Physics**. 5th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- . (2014). **Fundamental of Physics**. 10th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- Jewett, J.W. & Serway, R.A. (2014). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 9th ed..USA: Brooks/Cole.
- Krane, K.S. (1988). **Introductory Nuclear Physics**. New York : John Wiley & Sons.
- Reese, R.L. (2000). **University Physics**. Pacific Grove : Brook/Cole.
- Serway, R.A., Moses, C.J. & Moyer, C.A. (2005). **Modern Physics**. 3rd ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.
- Walker, J.S. (2004). **Physics Volume II**. 2nd ed.. New Jersey : Prentice-Hall.
- Young, H.D. & Freedman, R.A. (2012). **University Physics with modern Physics**. 13th ed.. Boston: Pearson Addison Wesley.

## บรรณานุกรม

- กมล รุ่งสว่าง. (ม.ป.ป.). **ฟิสิกส์ 2**. เชียงใหม่ : สถาบันราชภัฏเชียงใหม่.
- กัมพล ทองเรือง. (2527). **การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า**. กรุงเทพฯ : สกายบุ๊กส์.
- ประสิทธิ์ เจริญขวัญ และ ศรีเพ็ญ ท้าวตา. (2521). **ฟิสิกส์อะตอมเบื้องต้น**. เชียงใหม่ : มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- พฤทธิ พุทธางกูร และ พิพัฒน์ พัดคุ้ม. (2521). **วิเคราะห์วงจรไฟฟ้า 1**. กรุงเทพฯ : โครงการพัฒนาการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- ไพโรจน์ ตีรณธนากุล. (2524). **แม่เหล็กไฟฟ้า**. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : ประกอบ เมโทร.
- ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. (2555). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มงคล ทองสงคราม. (2540). **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้า 1**. กรุงเทพฯ : วี.เจ.พรินต์ติ้ง.
- ธีรพันธ์ ม่วงไทย. (2526). **กลศาสตร์ควอนตัมเบื้องต้น**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- วัฒนา เดชชนะ. (2548). **ฟิสิกส์ 2**. จันทบุรี : มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี.
- อนันตสิน เตชะกำพุช, พิเศษฐ์ รัตนวราภักษ์ และ พรชัย พัชรินทร์ตนะกุล. (2539). **ฟิสิกส์ 2**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุไรวรรณ จุณภาด. (2534). **นิวเคลียร์ฟิสิกส์**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- . (2535). **คู่มือนิวเคลียร์ฟิสิกส์**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- Beiser, A. (2003). **Concept of Modern Physics**. 6th ed.. Boston : McGraw-Hill.
- Bhiday, M.R. and other. (1997). **Basic electricity and magnetism**. Pune : Pune vidyarthi griha prakashan.
- Blatt, F.J. (1992). **Modern Physics**. New York : McGraw-Hill.
- Bueche, F.J. (1997). **ทฤษฎีและตัวอย่างโจทย์ฟิสิกส์พื้นฐาน** (แปลและเรียบเรียงจาก Theory and Problems of College Physics โดย ปียพงศ์ สิทธิคง). กรุงเทพฯ : แมคกรอ-ฮิล อินเทอร์เน็ตเนชั่นแนล เอ็นเตอร์ไพรส์.
- Cutnell, J.D. & Johnson, K.W. (2005). **Physics**. 6th ed.. Hoboken, NY : John Wiley & sons.
- Cutnell, J.D. and other. (2015). **Physics**. 10th ed.. Hoboken, NY : John Wiley & Sons.
- Dinah, D.L. (1936). **Astronomy**. New York : John Wiley & sons.

Feynman, R.P., Leighton, R.B. & Sands, M. (2001). **The Feynman lecturer on Physics** (Vol. II). New Delhi : Narosa Publishing House.

Fogiel, M. (1984). **The electromagnetics problem solver**. New York : Research and Education Association.

Giancoli, D.C. (1998). **Physics**. Upper Saddle River, NY : Prentice Hall.

Gupta, S.K. (2002). **Physics** (Vol.II). Jalandhar : Modern Publishers.

Halliday, D. & Resnick, R. (1966). **Physics part II**. New Delhi : Wiley Eastern Limited.

Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (1997). **Fundamental of Physics**. 5th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.

———. (2001). **Fundamental of Physics**. 6th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.

———. (2014). **Fundamental of Physics**. 10th ed.. New York : John Wiley & Sons Inc.

Jewett, J.W. & Serway, R.A. (2008). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 7th ed.. USA : Thomson Higher Education.

———. (2014). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 9th ed..USA: Brooks/Cole.

Krane, K.S. (1988). **Introductory Nuclear Physics**. New York : John Wiley & Sons.

Kraus, J.D. (1992). **Electromagnetics**. 4th ed.. New York : McGraw-Hill Inc.

Kraus, J.D. & Caver, K.R. (1981). **Electromagnetic**. 2nd ed.. Auckland : McGraw-Hill International Book Company.

Kraus, J.D. & Fleish, D.A. (1999). **Electromagnetics with Applications**. 5th ed. Boston : WCB, McGraw-Hill.

Mohr et al.(2008). **CODATA recommended values of the Fundamental Physical Constants: 2006**. Rev.Mod.Phys. 80: 633-730.

Ohanian, H.C. (1997). **Modern Physics**. 2nd ed.. New Jersey : Prentice-Hall.

Reese, R.L. (2000). **University Physics**. Pacific Grove : Brook/Cole.

Serway, R.A. (1986). **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 6th ed.. USA : Thomson Higher Education.



- Serway, R.A., Moses, C.J. & Moyer, C.A. (2005). **Modern Physics**. 3rd ed.. New York : John Wiley & Sons, Inc.
- Walker, J.S. (2004). **Physics Volume II**. 2nd ed.. New Jersey : Prentice-Hall.
- Young, H.D. & Freedman, R.A. (1996). **University Physics**. 9th ed.. Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company.
- . (2004). **University Physics with modern Physics**. 11th ed.. San Francisco : Pearson Addison Wesley.
- . (2012). **University Physics with modern Physics**. 13th ed.. Boston: Pearson Addison Wesley.



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ภาคผนวก ก.

เฉลยแบบฝึกหัด

บทที่ 1

1. 90N
2. มีค่าเท่าเดิม
3.  $x = \sqrt{3}d$
4. กฎของคูลอมบ์ในไฟฟ้าสถิตไม่สามารถประยุกต์ได้ทุกสภาวะการณ์ของประจุได้ และจะจำกัดอยู่ในเงื่อนไขดังนี้ (1) ประจุไฟฟ้าอยู่นิ่ง(stationary) และ (2) ประจุไฟฟ้าต้องมีในลักษณะจุดประจุ กฎของคูลอมบ์ไม่สามารถใช้ได้กับสองพื้นผิวประจุเพราะการกระจายของประจุบนพื้นผิวประจุนั้นอาจไม่สม่ำเสมอ
5.  $1.19 \times 10^9 \text{ N}$
6.  $\pm 2.4 \times 10^{-8} \text{ C}$
7.  $F_x = 0.17 \text{ N}, F_y = -0.046 \text{ N}$
8.  $5.5 \times 10^{-11} \text{ C}$
9. 50 เซนติเมตร จากประจุ  $q_1$  และ 100 เซนติเมตร จากประจุ  $q_2$
10.  $E_x = E_y = 7.19 \times 10^4 \text{ N/C}, E = 1.02 \times 10^5 \text{ N/C}, \theta = 45^\circ$
11.  $1.129 \times 10^{11}$
12.  $6.88 \times 10^{-28} \text{ C.m.}$
13.  $E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 y} \frac{1}{\sqrt{L^2 + 4y^2}}$
14. (ก) 0 (ข) 0 และ (ค)  $1.92 \times 10^{-10} \text{ NC}^{-1}$
15.  $\lambda = -q/L, E_x = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a(L+a)}, E_x = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$
16. -4,500 โวลต์, -4,500 โวลต์
17.  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r} + \frac{2qa}{r^2} \right)$
18.  $V = kq \frac{2a^2}{(r-a)(r)(r+a)}, V = k \frac{q}{r^3}$
19.  $27 \mu\text{F}, 13.5 \mu\text{F}, 6 \mu\text{F}, 3 \mu\text{F}$
20.  $q_1 = 100 \times 10^{-8} \text{ C}, V_1 = 100 \text{ V}; q_2 = 10^{-8} \text{ C}, V_2 = 50 \text{ V}; q_3 = 10^{-8} \text{ C}, V_3 = 50 \text{ V}; q_4 = 2 \times 10^{-8} \text{ C}, V_4 = 200 \text{ V}$

21.  $8\text{pF}$ ,  $2.4 \times 10^{-10}\text{C}$ ,  $7.2 \times 10^{-10}\text{C}$
22.  $5.4\text{ J}$
23.  $0.27\text{J}$
24.  $7.3\mu\text{F}$
25.  $3.2\mu\text{F}$ ;  $q_1=2.1 \times 10^{-4}\text{C}$ ;  $q_2=1.1 \times 10^{-4}\text{C}$ ;  $q_3=3.2 \times 10^{-4}\text{C}$ ;  $V_1=V_2= 21\text{V}$ ,  
 $V_3= 79\text{V}$ ;  $W_1=2.2 \times 10^{-3}\text{J}$ ;  $W_2=1.1 \times 10^{-3}\text{J}$ ;  $W_3=1.3 \times 10^{-2}\text{J}$

## บทที่ 2

1.  $2.513 \times 10^{-7}\Omega\cdot\text{m}$
2.  $4.07\Omega$
3.  $61^\circ\text{C}$
4.  $7.5 \times 10^7\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$
5. ปริมาณประจุที่ผ่านจุดใดจุดหนึ่งไป ใน 1 วินาที
6.  $400\text{ C}$
7.  $4.5\text{ เท่า}$
8.  $1\text{ เท่า}$
9.  $8\Omega$
10.  $R_{xy} = 14\Omega$
11.  $3.18 \times 10^{-5}\Omega$
12.  $G = 3.14 \times 10^4$  ซีเมนต์ และ  $\sigma = 6.29 \times 10^7$  ซีเมนต์ต่อเมตร
13.  $I_1 = 0.26\text{A}$ ,  $I_2 = 1.47\text{A}$  และ  $I_3 = 1.21\text{A}$
14. ภาพที่ 2.28 (ซ้าย)  $5\text{A}$ ,  $4.8\text{V}$ ,  $4.8\text{V}$  ภาพที่ 2.28 (ขวา)  $2\text{A}$ ,  $3\text{A}$ ,  $V_{16}=14\text{V}$ ,  $V_4=3.8\text{V}$ ,  
 $V_{10}=8.5\text{V}$
15.  $\frac{4}{5}\Omega$
16.  $\frac{2}{3}\Omega$ ,  $\frac{5}{6}\Omega$
17.  $1.75\text{A}$



### บทที่ 3

1. 17.4 เมตร
2. 0.28 เมตร,  $4.4 \times 10^{-7}$  วินาที, 3.0 เมตร
3. 0.032 เมตร
4. 7.5A
5. ลวด AB และ DE แรงเป็นศูนย์, ลวด BC = 0.12 นิวตัน, ลวด CD = 0.12 นิวตัน
6. ดูรายละเอียดในบทที่ 3
7.  $6.4 \times 10^{-5}$  เทสลา
8. พิสจุน์  $B = \frac{2\mu_0 Id}{\pi(4R^2 + d^2)}$
9.  $4.8 \times 10^{-5}$  นิวตัน
10.  $3 \times 10^{-4}$  นิวตันไปด้านขวามือ
11.  $5.03 \times 10^{-3}$  เทสลา
12.  $5.03 \times 10^{-4}$  เทสลา,  $4.50 \times 10^{-5}$  เทสลา
13. 0.021 เทสลา
14. 398, 397

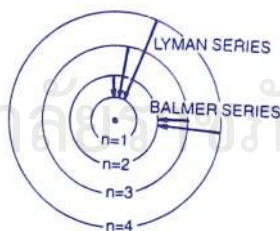
### บทที่ 4

1. ระยะโฟกัสของกระจกมีขนาดเป็นอนันต์
2. มุมตกกระทบต้องมีขนาดเป็นศูนย์
3. เมื่อวัตถุวางระหว่างจุด  $P$  และ  $f$  ของกระจก
4. กระจกนูนให้ขนาดภาพเล็กกว่าขนาดวัตถุเสมอ
5. ภาพที่เกิดจากกระจกนูนเป็นภาพเสมือนเสมอ ดังนั้นจึงไม่สามารถแสดงบนจอได้
6. เพราะกระจกนูนให้ภาพที่มีทัศนวิสัยที่กว้างกว่ากระจกราบที่มีขนาดเท่ากัน ถึงแม้ว่ากระจกนูนจะให้ภาพที่ไม่เหมือนจริงมากนัก แต่ก็ยังใช้ได้ดีกว่ากระจกราบ เพราะมองภาพจรรजरได้กว้างกว่า
7. มุมหักเห =  $19.2^\circ$
8.  $v = 2.06 \times 10^8 \text{ m/s}$  และ  $\lambda = 404 \text{ nm}$
9. ลึกจริง = 9 เซนติเมตร
10. เศษผงอยู่ลึกจากผิวน้ำ 22 เซนติเมตร
11. 17 องศาและ 37 องศา
12. 37 องศาและ 64 องศา

13.  $n=1.33$  และลึกลับปรากฏ  $= 7.67\text{cm}$
14.  $f_{\text{air}} = 20\text{cm}, f_c = -125.4\text{cm}$
15.  $f_w - f_{\text{air}} = 0.78 - 0.2 = 0.58\text{m}$
16. ระยะวัตถุ  $= -15\text{cm}$  และ ระยะภาพ  $= -60\text{cm}$
17.  $f = +30\text{cm}$ , เลนส์นูน,  $I = -10\text{cm}$
18. ดูรายละเอียดในบทเรียน
19. ดูรายละเอียดในบทเรียน
20.  $C = 45^\circ$
21.  $n = \sqrt{2}$
22. ความถี่  $5 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ,  $\lambda = 4,000\text{\AA}$
23.  $n=1.33$
24.  $v_g = 1.95 \times 10^8 \text{ m/s}$
25.  $C = 41.8^\circ$

### บทที่ 5

1. นิวเคลียส
2. เพราะโครงสร้างของอะตอมสามารถคงอยู่ได้ เพราะว่าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่รอบนิวเคลียสเท่านั้น
3.  $2.12 \times 10^{-10}$  เมตร
4.  $v = \frac{nh}{2\pi mr}$
5.  $1.09678 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
6. อนุกรมไลมาน (Lyman series) และอนุกรมบาลเมอร์ (Balmer series)
7.  $10.2\text{eV}$
8.  $E_p = -6.8\text{eV}, E_k = 3.4\text{eV}$
9. คำตอบคือ



10. การเปลี่ยนแปลงแบบ B
11.  $1.33 \times 10^{-25} \text{ A}^\circ$
12.  $1.01 \text{ A}^\circ$
13.  $122.4 \text{ eV}$ .
14. หากสังเกตภาพที่ 5.17 ด้านซ้ายมือจะเห็นว่าอิเล็กตรอนอยู่ในระดับ  $n=2$  จากนั้นเปลี่ยนเป็นรูปด้านขวา อิเล็กตรอนอยู่ในระดับ  $n=1$  บวกกับโฟตอนแสดงว่าอะตอมเปลี่ยนระดับพลังงานจาก  $n=2$  ไป  $n=1$  โดยปลดปล่อยโฟตอนความยาวคลื่น  $\lambda$  อะตอมมีพลังงานลดลงดังนั้นสเปกตรัมที่ได้จากอะตอมจึงเป็นเส้นสว่าง
15. หากสังเกตภาพที่ 5.18 ด้านซ้ายมือจะเห็นว่าโฟตอนรวมกับอะตอมซึ่งอยู่ในสถานะ  $n=1$  จากนั้นเปลี่ยนเป็นรูปด้านขวา เป็นอะตอมในสถานะกระตุ้นอันดับแรก  $n=2$  แสดงว่าอะตอมดูดกลืน โฟตอนความยาวคลื่น  $\lambda$  ดังนั้นลำแสงที่ผ่านอะตอมนี้ออกไปจะมีเส้นสเปกตรัมความยาวคลื่น  $\lambda$  หายไปจึงปรากฏเป็นเส้นมืด
16.  $2 \times 10^{-24} \text{ kg.m/s}$
17. เพราะก๊าสไฮโดรเจนมีอะตอมมากมาย ถ้าแต่ละอะตอมรับพลังงานแตกต่างกันจะอยู่ในสถานะกระตุ้นต่าง ๆ กันด้วย ดังนั้นเมื่ออิเล็กตรอนของแต่ละอะตอมลดระดับพลังงานลง จะปล่อยโฟตอนพลังงานต่างกันขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนพลังงานนั้น ดังนั้นจึงปรากฏมีเส้นสเปกตรัมต่างๆ หลายเส้นโดยแต่ละเส้นมาจากแต่ละอะตอม
18. 27 : 20

### บทที่ 6

1. เป็นอนุภาคที่ไม่เสถียร
2. อิเล็กตรอนหรือโปรตอน = 11 นิวตรอน = 13
3. อิเล็กตรอนหรือโปรตอน = 92 นิวตรอน = 146
4. อิเล็กตรอนหรือโปรตอน =  $4.818 \times 10^{24}$  นิวตรอน =  $4.816 \times 10^{24}$
5.  $1 \text{ a.m.u.} = \frac{1}{2} \text{ th}$  ของมวลของ  ${}_{6}^{12}\text{C}$  1 อะตอม,  $1 \text{ a.m.u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$
6.  $0.0231 \text{ day}^{-1}$
7.  $56.499573 \text{ MeV}, 7.06 \text{ MeV/nucleon}$

$$8. \quad B.E.(Co^{59}) = 517.33926 \text{ MeV}, \frac{B.E.}{A} = 8.76 \text{ MeV/nucleon}$$

$$B.E.(Hg^{198}) = 1564.212 \text{ MeV}, \frac{B.E.}{A} = 7.9 \text{ MeV/nucleon}$$

เลขอะตอมของปรอทสูงขึ้นทำให้ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนมีค่าลดลง

$$9. \quad (\text{ก}) \quad B.E. = 123.87087, \frac{B.E.}{A} = 7.28 \text{ MeV/nucleon}$$

$$(\text{ข}) \quad 5.87 \text{ MeV}$$

$$(\text{ค}) \quad 13.11 \text{ MeV}$$

$$10. \quad 2.5 \text{ mg}$$

$$11. \quad 3 \times 10^8$$

$$12. \quad 3 \text{ เท่า}$$

$$13. \quad 7.84 \times 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

$$14. \quad {}_8\text{O}^{19}$$

15. สารสำคัญของกราฟสรุปใจความสำคัญได้ดังนี้  $BE/A$  จะมีค่ามากขึ้น ถ้านิวเคลียสมีขนาดใหญ่ขึ้น โดยมีขนาดใกล้เคียงกันยกเว้นพวกนิวเคลียสเล็ก ๆ และนิวเคลียสเล็ก ๆ บางนิวเคลียส เช่น  ${}_2\text{He}^4$  จะมี  $BE/A$  สูงกว่านิวเคลียสขนาดใกล้เคียงกัน จากภาพที่ 6.4 เราจึงสามารถให้เหตุผลตามมาได้ว่า นิวเคลียสเล็กๆ สามารถรวมกันเป็นนิวเคลียสใหญ่ขึ้นได้เพราะจะทำให้มี  $BE/A$  มากขึ้นโดยนิวเคลียสใหญ่จะมีเสถียรภาพมากกว่านิวเคลียสเล็ก ๆ เพราะค่า  $BE/A$  มากกว่า ส่วนนิวเคลียสของฮีเลียมหรืออนุภาคอัลฟา มีเสถียรภาพสูง เพราะมีค่า  $BE/A$  มากเมื่อเทียบกับนิวเคลียสขนาดใกล้เคียง

$$16. \quad A = 91, Z = 36$$

17. (1) ฟิชชัน (2) และ (3) ฟิวชัน

$$18. \quad 6.13 \text{ MeV/nucleon}$$

ภาคผนวก ข.  
ปริมาณทางฟิสิกส์ที่ควรทราบ



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาคผนวก

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



APPENDIX 1  
The Constellations

## Constellations\*

Name	Genitive	Abbreviation	Meaning	Reference RA and Decl.
Andromeda	-dae	And	Chained Lady	1 <sup>h</sup> +40°
Aquarius	-rii	Aqr	Water Bearer	23 <sup>h</sup> -10°
Aquila	-lae	Aql	Eagle	19 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> + 5°
Aries	Arietis	Ari	Ram	2 <sup>h</sup> +20°
Auriga	-gae	Aur	Charioteer	5 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> +40°
Bootes	-tis	Boo	Herdsman	14 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> +30°
Cancer	Cancrī	Cnc	Crab	8 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> +20°
Canes Venatici	Canum Venaticorum	CVn	Hunting Dogs	12 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> +40°
Canis Major	-ris	CMa	Great Dog	7 <sup>h</sup> -20°
Capricornus	-ni	Cap	Goat	21 <sup>h</sup> -20°
Cassiopeia	-peiae	Cas	The Queen; also Lady in the Chair	1 <sup>h</sup> +60°
Cepheus	-phei	Cep	King of Ethiopia	22 <sup>h</sup> +65°
Cetus	-ti	Cet	Whale	2 <sup>h</sup> -10°
Coma Bernices	Comae-	Com	Bernice's Hair	13 <sup>h</sup> +25°
Corona Borealis	-nae	CrB	Northern Crown	15 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> +30°
Corvus	-vi	Crv	Crow	12 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> -20°
Cygnus	-ni	Cyg	Swan; also, the Northern Cross	20 <sup>h</sup> +40°
Draco	-conis	Dra	Dragon	18 <sup>h</sup> +70°
Eridanus	-ni	Eri	The River Eridanus	3 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> -20°
Gemini	-orum	Gem	Twins	7 <sup>h</sup> +25°
Hercules	-lis	Her	Hercules	17 <sup>h</sup> +35°
Hydra	-drae	Hyd	Sea-Serpent	11 <sup>h</sup> -20°
Leo	Leonis	Leo	Lion	10 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> +20°
Lepus	Leporis	Lep	Hare	5 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> -20°
Libra	-ae	Lib	Scales	15 <sup>h</sup> -15°
Lyra	-ae	Lyr	Harp	18 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> +35°
Monoceros	-rotis	Mon	Unicorn	7 <sup>h</sup> - 5°

\*Courtesy U.S. Department of Commerce, National Bureau of Statistics.

## CONSTELLATIONS

## Constellations (Continued)

Name	Genitive	Abbreviation	Meaning	Reference RA and Decl.	
Ophiuchus	-chi	Oph	Serpent-Bearer	17 <sup>h</sup>	0°
Orion	-nis	Ori	Hunter	5 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	0°
Pegasus	-si	Peg	Winged Horse	23 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	+20°
Perseus	-sei	Per	Perseus	3 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	+45°
Pisces	-cium	Pic	Fishes	23 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	+ 5°
Piscis Austrinis	-ini	PsA	Southern Fish	23 <sup>h</sup>	-30°
Sagittarius	-rii	Sgr	Archer	18 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	-30°
Scorpio	-pionis	Sco	Scorpion	17 <sup>h</sup>	-30°
Serpens	-pentis	Ser	Serpent	16 <sup>h</sup>	0°
Taurus	-ri	Tau	Bull	4 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	+15°
Triangulum	-li	Tri	Triangle	2 <sup>h</sup>	+30°
Ursa Major	-sae, -ris	UMa	Great Bear, also Big Dipper	11 <sup>h</sup>	+60°
Ursa Minor	-sae, -ris	UMi	Little Bear, also Little Dipper	15 <sup>h</sup>	+70°
Virgo	-ginis	Vir	Virgin	13 <sup>h</sup>	-10°
Vulpecula	-lae	Vul	Fox	19 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup>	+25°

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ที่มา: Moche, 1978: 264-265

---



---

APPENDIX 2

## The Physical and Astronomical Constants

---



---

*Velocity of light	$c = 299,792,458$ meters per second
*Gravitation constant	$G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{sec}^2$
Stefan-Boltzmann constant	$\sigma = 5.66956 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ deg}^{-4} \text{ sec}^{-1}$
Mass of electron	$m_e = 9.10956 \times 10^{-28}$ gram
Mass of hydrogen atom	$m_H = 1.67352 \times 10^{-24}$ gram
Mass of proton	$m_p = 1.672661 \times 10^{-24}$ gram
*Astronomical unit	AU = 149,597,870 kilometers
Parsec	pc = $3.085678 \times 10^{18}$ centimeters = 3.261633 light-years
Light-year	LY = $9.460530 \times 10^{17}$ centimeters
*Mass of sun	$M_\odot = 1.9391 \times 10^{33}$ grams
*Radius of sun	** $R_\odot = 696,000$ kilometers
Solar radiation	$L_\odot = 3.827 \times 10^{33}$ ergs per second
*Mass of Earth	*** $M_\oplus = 5.9742 \times 10^{27}$ grams
*Equatorial radius of Earth	$R_\oplus = 6,378.140$ kilometers
Direction of Galactic center	RA = $264^\circ.83$ , DEC = $28^\circ.90$ (1900)
*Ephemeris day	$d_E = 86,400$ seconds
*Tropical year (equinox to equinox)	= 365.242199 ephemeris days
Sidereal year	= 365.256366 ephemeris days

\*Adopted in 1976 by the International Astronomical Union at the 16th general assembly, at Grenoble, France.

\*\* $\odot$  = of the sun

\*\*\* $\oplus$  = of the earth

Source: Data reprinted by permission from *Astrophysical Quantities*, 3rd edition, © C. W. Allen, 1973 (Athlone Press, London).



## APPENDIX 3

# Measurements and Symbols

### METRIC CONVERSION FACTORS

#### Approximate Conversions to Metric Measures

Symbol	When You Know	Multiply by	To Find	Symbol
Length				
in	inches	2.5	centimeters	cm
ft	feet	30.0	centimeters	cm
yd	yards	0.9	meters	m
mi	miles	1.6	kilometers	km
Area				
in <sup>2</sup>	square inches	6.5	square centimeters	cm <sup>2</sup>
ft <sup>2</sup>	square feet	0.09	square meters	m <sup>2</sup>
yd <sup>2</sup>	square yards	0.8	square meters	m <sup>2</sup>
mi <sup>2</sup>	square miles	2.6	square kilometers	km <sup>2</sup>
Mass (weight)				
oz	ounces	28.0	grams	g
lb	pounds	0.45	kilograms	kg
	short tons (2000 lb)	0.9	metric ton	t
Volume				
gal	gallons	3.8	liters	L
ft <sup>3</sup>	cubic feet	0.03	cubic meters	m <sup>3</sup>
yd <sup>3</sup>	cubic yards	0.76	cubic meters	m <sup>3</sup>
Temperature (exact)				
°F	degrees Fahrenheit	5/9 (after subtracting 32)	degrees Celsius	°C
°F	degrees Fahrenheit	5/9 (after sub- tracting 32) and add 273	degrees Kelvin	°K

Source: Material in Appendix 3 is reprinted by permission from *Fundamental Astronomy: Solar System and Beyond*, by Franklin W. Cole, © 1974 by John Wiley & Sons, Inc.

## ANGULAR MEASURE

A circle contains 360 degrees, or  $360^\circ$ .  
 $1^\circ$  contains 60 minutes of arc, or  $60'$ .  
 $1'$  contains 60 seconds of arc, or  $60''$ .

## THE GREEK ALPHABET

Alpha	A	$\alpha$	Nu	N	$\nu$
Beta	B	$\beta$	Xi	$\Xi$	$\xi$
Gamma	$\Gamma$	$\gamma$	Omicron	O	$\omicron$
Delta	$\Delta$	$\delta$	Pi	$\Pi$	$\pi$
Epsilon	E	$\epsilon$	Rho	P	$\rho$
Zeta	Z	$\zeta$	Sigma	$\Sigma$	$\sigma$
Eta	H	$\eta$	Tau	T	$\tau$
Theta	$\Theta$	$\theta, \vartheta$	Upsilon	$\Upsilon$	$\upsilon$
Iota	I	$\iota$	Phi	$\Phi$	$\phi, \varphi$
Kappa	K	$\kappa$	Chi	X	$\chi$
Lambda	$\Lambda$	$\lambda$	Psi	$\Psi$	$\psi$
Mu	M	$\mu$	Omega	$\Omega$	$\omega$

## LIST OF THE CHEMICAL ELEMENTS

Element	Symbol	Atomic Number <sup>1</sup>	Element	Symbol	Atomic Number <sup>1</sup>
Hydrogen	H	1	Oxygen	O	8
Helium	He	2	Fluorine	F	9
Lithium	Li	3	Neon	Ne	10
Beryllium	Be	4	Sodium	Na	11
Boron	B	5	Magnesium	Mg	12
Carbon	C	6	Aluminum	Al	13
Nitrogen	N	7	Silicon	Si	14

<sup>1</sup>Atomic number is the number of protons in the nucleus of an atom of the element.

## MEASUREMENTS AND SYMBOLS

Element	Symbol	Atomic Number	Element	Symbol	Atomic Number
Phosphorus	P	15	Barium	Ba	56
Sulfur	S	16	Lanthanum	La	57
Chlorine	Cl	17	Cerium	Ce	58
Argon	Ar	18	Praseodymium	Pr	59
Potassium	K	19	Neodymium	Nd	60
Calcium	Ca	20	Promethium	Pm	61
Scandium	Sc	21	Samarium	Sm	62
Titanium	Ti	22	Europium	Eu	63
Vanadium	V	23	Gadolinium	Gd	64
Chromium	Cr	24	Terbium	Tb	65
Manganese	Mn	25	Dysprosium	Dy	66
Iron	Fe	26	Holmium	Ho	67
Cobalt	Co	27	Erbium	Er	68
Nickel	Ni	28	Thulium	Tm	69
Copper	Cu	29	Ytterbium	Yb	70
Zinc	Zn	30	Lutecium	Lu	71
Gallium	Ga	31	Hafnium	Hf	72
Germanium	Ge	32	Tantalum	Ta	73
Arsenic	As	33	Tungsten	W	74
Selenium	Se	34	Rhenium	Re	75
Bromine	Br	35	Osmium	Os	76
Krypton	Kr	36	Iridium	Ir	77
Rubidium	Rb	37	Platinum	Pt	78
Strontium	Sr	38	Gold	Au	79
Yttrium	Y	39	Mercury	Hg	80
Zirconium	Zr	40	Thallium	Tl	81
Niobium	Nb	41	Lead	Pb	82
Molybdenum	Mo	42	Bismuth	Bi	83
Technetium	Tc	43	Polonium	Po	84
Ruthenium	Ru	44	Astatine	At	85
Rhodium	Rh	45	Radon	Rn	86
Palladium	Pd	46	Francium	Fr	87
Silver	Ag	47	Radium	Ra	88
Cadmium	Cd	48	Actinium	Ac	89
Indium	In	49	Thorium	Th	90
Tin	Sn	50	Protoactinium	Pa	91
Antimony	Sb	51	Uranium	U	92
Tellurium	Te	52	Neptunium	Np	93
Iodine	I	53	Plutonium	Pu	94
Xenon	Xe	54	Americium	Am	95
Cesium	Cs	55	Curium	Cm	96

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



Element	Symbol	Atomic Number	Element	Symbol	Atomic Number
Berkelium	Bk	97	Mendelevium	Mv	101
Californium	Cf	98	Nobelium	No	102
Einsteinium	E	99	Lawrencium	Lw	103
Fermium	Fm	100			



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี  
ที่มา: Moche, 1978: 267-270

## APPENDIX 4

# The Messier Catalogue of Nebulae and Star Clusters

Messier no. (M)	NGC or (IC)††	Right ascension (1950)		Declina- tion (1950)		Apparent visual magnitude	Description†
		h	m	o	'		
1	1952	5	31.5	+22	00	11.3	● Crab nebula in Taurus; remains of SN 1054
2	7089	21	30.9	- 1	02	6.4	● Globular cluster in Aquarius
3	5272	13	39.8	+28	38	6.3	● Globular cluster in Canes Venatici
4	6121	16	20.6	-26	24	6.5	● Globular cluster in Scorpio
5	5904	15	16.0	+ 2	17	6.1	● Globular cluster in Serpens
6	6405	17	36.8	-32	10		● Open cluster in Scorpio
7	6475	17	50.7	-34	48		● Open cluster in Scorpio
8	6523	18	00.6	-24	23		● Lagoon nebula in Sagittarius
9	6333	17	16.3	-18	28	8.0	● Globular cluster in Ophiuchus
10	6254	16	54.5	- 4	02	6.7	● Globular cluster in Ophiuchus
11	6705	18	48.4	- 6	20		● Open cluster in Scutum Sobieskii
12	6218	16	44.7	- 1	52	7.1	● Globular cluster in Ophiuchus
13	6205	16	39.9	+36	33	5.9	● Globular cluster in Hercules
14	6402	17	35.0	- 3	13	8.5	● Globular cluster in Ophiuchus
15	7078	21	27.5	+11	57	6.4	● Globular cluster in Pegasus
16	6611	18	16.1	-13	48		● Open cluster with nebulosity in Serpens
17	6618	18	17.9	-16	12		● Swan or Omega nebula in Sagittarius
18	6613	18	17.0	-17	09		● Open cluster in Sagittarius
19	6273	16	59.5	-26	11	7.4	● Globular cluster in Ophiuchus
20	6514	17	59.4	-23	02		● Trifid nebula in Sagittarius

† A supplemental listing with descriptions, of the more interesting Messier objects follows the catalog entries.  
 †† NGC is the New General Catalogue of star clusters, galaxies and nebulae compiled by T. L. E. Dreyer in 1888.  
 IC is the Index Catalogue, an extension of the NGC, compiled in the Harvard observatory annals, 1904, and revised in 1908.

● Especially fine observational targets.

Source: All material in Appendix 4 is reprinted by permission from *Fundamental Astronomy: Solar System and Beyond*, by Franklin W. Cole, © 1974 by John Wiley & Sons, Inc.

Messier no. (M)	NGC or (IC)†	Right ascension (1950)		Declina- tion (1950)	Apparent visual magnitude	Description‡
		h	m			
21	6531	18	01.6	-22 30		Open cluster in Sagittarius
22	6656	18	33.4	-23 57	5.6	Globular cluster in Sagittarius
23	6494	17	54.0	-19 00		Open cluster in Sagittarius
24	6603	18	15.5	-18 27		Open cluster in Sagittarius
25	(4725)	18	28.7	-19 17		Open cluster in Sagittarius
26	6694	18	42.5	- 9 27		Open cluster in Scutum Sobieskii
27	6853	19	57.5	+22 35	8.2	● Dumbbell planetary nebula in Vulpecula
28	6626	18	21.4	-24 53	7.6	Globular cluster in Sagittarius
29	6913	20	22.2	+38 21		Open cluster in Cygnus
30	7099	21	37.5	-23 24	7.7	Globular cluster in Capricornus
31	224	0	40.0	+41 00	3.5	● Andromeda galaxy
32	221	0	40.0	+40 36	8.2	● Elliptical galaxy; companion to M31
33	598	1	31.0	+30 24	5.8	Spiral galaxy in Triangulum
34	1039	2	38.8	+42 35		● Open cluster in Perseus
35	2168	6	05.7	+24 21		Open cluster in Gemini
36	1960	5	33.0	+34 04		Open cluster in Auriga
37	2099	5	49.1	+32 33		Open cluster in Auriga
38	1912	5	25.3	+35 47		Open cluster in Auriga
39	7092	21	30.4	+48 13		Open cluster in Cygnus
40		12	20.	+59		● Close double star in Ursa Major
41	2287	6	44.9	-20 41		Loose open cluster in Canis Major
42	1976	5	32.9	- 5 25		● Orion nebula
43	1982	5	33.1	- 5 19		Northeast portion of Orion nebula
44	2632	8	37	+20 10		Praesepe; open cluster in Cancer
45		3	44.5	+23 57		● The Pleiades; open cluster in Taurus
46	2437	7	39.5	-14 42		Open cluster in Puppis
47	2478	7	52.4	-15 17		Loose group of stars in Puppis
48		8	11	- 1 40		Cluster of very small stars: not identifiable
49	4472	12	27.3	+ 8 16	8.5	Elliptical galaxy in Virgo
50	2323	7	00.6	- 8 16		Loose open cluster in Monoceros
51	5194	13	27.8	+47 27	8.4	Whirlpool spiral galaxy in Canes Venatici
52	7654	23	22.0	+61 20		Loose open cluster in Cassiopeia
53	5024	13	10.5	+18 26	7.8	Globular cluster in Coma Berenices
54	6715	18	51.9	-30 32	7.8	Globular cluster in Sagittarius
55	6809	19	36.8	-31 03	6.2	Globular cluster in Sagittarius

† A supplemental listing with descriptions of the more interesting Messier objects follows the catalog entries.  
 ‡ NGC is the New General Catalogue of star clusters, galaxies and nebulae compiled by T. L. E. Draper in 1888.  
 IC is the Index Catalogue, an extension of the NGC, compiled in the Harvard observatory annals, 1904, and revised in 1908.

● Especially fine observational targets.



THE MESSIER CATALOGUE OF NEBULAS AND STAR CLUSTERS

Messier no. (M)	NGC or (IC)††	Right ascension (1950)		Declina- tion (1950)		Apparent visual magnitude	Description‡
		h	m	°	'		
56	6779	19	14.6	+30	05	8.7	Globular cluster in Lyra
57	6720	18	51.7	+32	58	9.0	● Ring nebula; planetary nebula in Lyra
58	4579	12	35.2	+12	05	9.6	Spiral galaxy in Virgo
59	4621	12	39.5	+11	56	10.0	Spiral galaxy in Virgo
60	4649	12	41.1	+11	50	9.0	Elliptical galaxy in Virgo
61	4303	12	19.3	+ 4	45	9.6	Spiral galaxy in Virgo
62	6266	16	58.0	-30	02	7.3	Globular cluster in Scorpio
63	5055	13	13.5	+42	17	8.6	● Spiral galaxy in Canes Venatici
64	4826	12	54.2	+21	57	8.5	Spiral galaxy in Coma Berenices
65	3623	11	16.3	+13	22	9.4	Spiral galaxy in Leo
66	3627	11	17.6	+13	16	9.0	Spiral galaxy in Leo; companion to M65
67	2682	8	48.4	+12	00		Open cluster in Cancer
68	4590	12	36.8	-26	29	8.2	Globular cluster in Hydra
69	6637	18	28.1	-32	24	8.0	Globular cluster in Sagittarius
70	6681	18	40.0	-32	20	8.1	Globular cluster in Sagittarius
71	6838	19	51.5	+18	39		Globular cluster in Sagitta
72	6981	20	50.7	-12	45	9.3	Globular cluster in Aquarius
73	6994	20	56.2	-12	50		Open cluster in Aquarius
74	628	1	34.0	+15	32	9.3	Spiral galaxy in Pisces
75	6864	20	03.1	-22	04	8.6	Globular cluster in Sagittarius
76	650	1	39.1	+51	19	11.4	● Planetary nebula in Perseus
77	1068	2	40.1	- 0	12	8.9	Spiral galaxy in Cetus
78	2068	5	44.2	+ 0	02		Small emission nebula in Orion
79	1904	5	22.1	-24	34	7.5	Globular cluster in Lepus
80	6093	16	14.0	-22	52	7.5	Globular cluster in Scorpio
81	3031	9	51.7	+69	18	7.0	● Spiral galaxy in Ursa Major
82	3034	9	51.9	+69	56	8.4	Irregular galaxy in Ursa Major
83	5236	13	34.2	-29	37	8.3	Spiral galaxy in Hydra
84	4374	12	22.6	+13	10	9.4	Elliptical galaxy in Virgo
85	4382	12	22.8	+18	28	9.3	Elliptical galaxy in Coma Berenices
86	4406	12	23.6	+13	13	9.2	Elliptical galaxy in Virgo
87	4486	12	28.2	+12	40	8.7	Elliptical galaxy in Virgo
88	4501	12	-29.4	+14	42	9.5	Spiral galaxy in Coma Berenices
89	4552	12	33.1	+12	50	10.3	Elliptical galaxy in Virgo
90	4569	12	34.3	+13	26	9.6	Spiral galaxy in Virgo

‡ A supplemental listing with descriptions, of the more interesting Messier objects follows the catalog entries.  
 †† NGC is the New General Catalogue of star clusters, galaxies and nebulae compiled by T. L. E. Dreyer in 1888.  
 IC is the Index Catalogue, an extension of the NGC, compiled in the Harvard observatory annals, 1904, and revised in 1908.

● Especially fine observational targets.

Messier no. (M)	NGC or (IC)†	Right ascension (1950)		Declination (1950)		Apparent visual magnitude	Description‡
		h	m	°	'		
91		omitted					
92	6341	17	15.6	+43	12	6.4	Globular cluster in Hercules
93	2447	7	42.4	-23	45		Open cluster in Puppis
94	4736	12	48.6	+41	24	8.3	Spiral galaxy in Canes Venatici
95	3351	10	41.3	+11	58	9.8	Barred spiral galaxy in Leo
96	3368	10	44.1	+12	05	9.3	Spiral galaxy in Leo
97	3587	11	12.0	+55	17	11.1	Owl nebula; planetary nebula in Ursa Major
98	4192	12	11.2	+15	11	10.2	Spiral galaxy in Coma Berenices
99	4254	12	16.3	+14	42	9.9	Spiral galaxy in Coma Berenices
100	4321	12	20.4	+16	06	9.4	Spiral galaxy in Coma Berenices
101	5457	14	01.4	+54	36	7.9	Spiral galaxy in Ursa Major
102		omitted					
103	581	1	29.9	+60	26		Open cluster in Cassiopeia
104	4594	12	37.4	-11	21	8.3	Spiral galaxy in Virgo
105	3379	10	45.2	+13	01	9.7	Elliptical galaxy in Leo
106	4258	12	16.5	+47	35	8.4	Spiral galaxy in Canes Venatici
107	6171	16	29.7	-12	57	9.2	Globular cluster in Ophiuchus

† A supplemental listing with descriptions of the more interesting Messier objects follows the catalog entries.  
 ‡ NGC is the New General Catalogue of star clusters, galaxies and nebulae compiled by T. L. E. Dreyer in 1888.  
 IC is the Index Catalogue, an extension of the NGC, compiled in the Harvard observatory annals, 1904, and revised in 1908.

● Especially fine observational targets.

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

## THE MESSIER CATALOGUE OF NEBULAS AND STAR CLUSTERS

## Selected Messier Objects

M Number	Constellation	Right Ascension		Declination		Description
		h	m	°	'	
M103	Cassiopeia	1	29.8	+60	26	A fine open cluster, 1° field; contains a red star.
M31	Andromeda	0	40.0	+41.0		The Great nebula in Andromeda, a spiral galaxy visible as a hazy spot to the unaided eye (Figure 14-1).
M33	Triangulum	1	31	+30	24	Very large, faint, ill-defined spiral galaxy. Use low power on a clear night. Spiral arms visible only in photographs (Figure 13-26).
M42	Orion	5	32.9	- 5	25	The great Orion nebula visible as a hazy star in Orion's sword. Best seen with low power. Probably the most beautiful of the gaseous nebulae accessible to small telescopes (Figure 13-24).
M1	Taurus	5	31.5	+21	59	The Crab nebula (Figure 12-16). Faintly visible as an oval patch; the serrated edge is visible only in large telescopes.
M44	Cancer	8	37.2	+20	10	Praesepe, The Beehive; a large, scattered open cluster (Figure 13-8) almost visible with the unaided eye. Best seen with low power.
M46	Puppis	7	39.5	-14	42	A beautiful cluster about the size of the full moon. The irregular planetary nebula NGC 2438 is on northern edge.
M3	Canes Venatici	13	39.9	+28	38	Beautiful, bright, condensed globular cluster. Best seen with a 6-in. or larger telescope at high power.
M13	Hercules	16	39.9	+36	33	Probably the grandest globular cluster of all (Figure 13-11). Visible with binoculars.
M57	Lyra	18	52.0	+32	58	The Ring nebula; oval in shape resembling a smoky doughnut. Magnifies well.
M27	Vulpecula	19	57.4	+22	35	The Dumbbell nebula; elliptical in appearance, with fairly luminous notches.

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี